

連立一次方程式の slover:

## 無償公開ソフト SuperLU の性能評価について

### 1) 序論

FEM プログラムを自作した場合、実行の高速化において高速 solver は不可欠のものである。そのアルゴリズムにより直接法・反復法が存在する。

今回、自作した FEM は宇宙往還機等の熱防護系に用いられる耐熱タイルの熱応答を調査するためのものであり、このような多孔質材においては、高温時輻射による熱伝達の影響を強く受ける。従ってその影響を正確に見積もるためには温度場と輻射場を連成して解く必要がある。温度場の決定には熱伝導方程式を、輻射場の決定には輻射輸送方程式をそれぞれ FEM で離散化して解くのだが、この際にそれぞれ連立一次方程式を解く必要が存在する。特に今回は非定常解析を行うので、収束計算を含めて多数回解く必要が生じる。1 節点の自由度が 1 でしかも係数行列に对称性がある熱伝導にくらべて、1 節点の自由度が複数 (12~24: 多いほど近似の精度が上がる) あり、しかも係数行列が非対称となっている輻射部は極めて扱いづらい。

今回は計算の高速化を計るために、net 上で無償公開している SuperLU (<http://crd.lbl.gov/~xiaoye/SuperLU/>) を使用したので以下に、それまで用いていた自作したガウスの消去法(行列の格納法としては band matrix をもちいている)性能の比較を行う。

### 2) 結果

まず SuperLU のアルゴリズムであるが、名前にもあるように直接法の LU 分解を用いている。行列の格納方式は CRS 形式で non-zero 成分と位置情報の 3 つの配列に分けて格納している。これとガウスの消去法との計算時間の比較は以下の表 1 にあるとおりである。

表 1

					SuperLU	
性質	係数行列の一辺の長さ	帯行列バンド幅	非ゼロ成分数	ガウス消去法	LU 分解	Solve
対称	96	32	1100	0	0	0
対称	341	57	4555	0.01	0.01	0
対称	1281	107	18513	0.2	0.05	0
非対称	1152	756	136176	3.71	0.36	0.01
非対称	4092	1356	608682	82.07	4.33	0.02
非対称	15372	2556	2565807	1395.33	64.52	0.91

だいたいガウスの消去法に対して 20 倍ほど高速あることがわかる。

### 3) 考察

やはり直接法なので、LU 分解するのに係数行列の大きさの 3 乗に比例して時間がかかる。さらなる高速化に対してはほかに非対称行列を扱える反復法の gmres(m)法などが考えられる。しかし今回非定常解析に対しては、輻射係数行列が形状のみに依存し温度依存項がないことを（もちろん輻射ベクトルには温度 4 乗に対する依存性が存在する）利用し、計算機の memory に余裕がある場合には、LU 分解値を保持することにさらに 100 倍近い高速化をはかることが可能となった。