

問題 2-8 座屈解析の基礎

(1) 図 1 (ア) に示すように、長さ l で正方形断面 ($5\text{mm} \times 5\text{mm}$) を有する柱の両端を単純支持し、圧縮荷重 P を作用させる。このとき、材力の式と座屈固有値解析を用いて、座屈応力と細長比のグラフを作成せよ。ヤング率は 210GPa とする。

(2) 図 1 (イ) に示すように、図 1 (ア) で用いた柱の両端を単純支持し、強制変位 U を作用させることを想定して、アップデートラグランジュ法を用いた大変形解析を行う。このとき、柱が受ける圧縮荷重と変位量のグラフを作成せよ。

(3) 材料非線形を考慮して、用いる材料をヤング率は 210GPa 、降伏応力は 250MPa の弾完全塑性材とする。大変形解析を行い、最大応力と細長比のグラフを作成せよ。

(4) 図 1 (ウ) に示すように、長さ l で中空四角形断面 (1 辺の幅 50mm 、厚さ 1mm) を有する薄肉構造物の両端を単純支持し、圧縮荷重 P を作用させる。このとき、(1) で用いた材力の式と座屈固有値解析を用いて、座屈応力と細長比のグラフを作成せよ。また、変形のスケールを大きくして $l = 800\text{mm}$ の場合と $l = 2000\text{mm}$ の変形様子を示すこと。ヤング率は 210GPa 、ポアソン比は 0.3 とする。

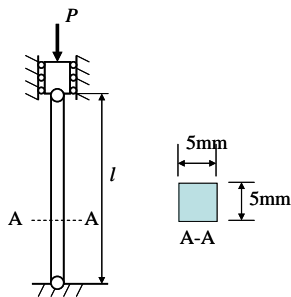


図 1 (ア)

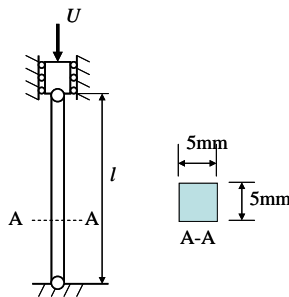


図 1 (イ)

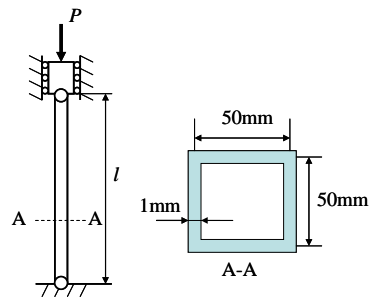


図 1 (ウ)

(5) (4) の結果からわかるように、薄肉構造物は圧縮荷重がある値に達すると全体座屈ではなく、局所座屈が生じる場合がある。角筒を構成しているのは 4 枚の板であり、板の座屈応力¹は次式となる。

$$\sigma_{buc} = k \cdot \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (a)$$

ここに、 t は板厚、 b は板の幅、 E は縦弾性係数、 ν はポアソン比、 k は板の境界条件およびアスペクト比に依存する座屈係数である。荷重を受けていない方の両端が単純支持の場合、

¹ 鋼構造座屈設計指針 日本建築学会 6.2 節

板の軸圧潰時の座屈係数は次のようになる。

$$k = 4.0 \quad \text{for} \quad \alpha = l/b \geq 1$$

$$k = (\alpha + 1/\alpha)^2 \quad \text{for} \quad \alpha = l/b < 1$$

座屈固有値解析を行い、式(a)と比較せよ。板幅は 50mm、肉厚は 1mm とする。

また、四角筒の 4 枚の板は荷重を受けていない方の両端が板同士の接合により単純支持の境界条件と類似しているため、(4) で得られたグラフの中に式(a)も載せてみることに。

(6) 板および板で構成された部材の面外座屈応力は必ずしも最大応力 σ_{\max} になるとはかぎらない。(5) で用いた単純支持した板に強制変位 U を作用させることを想定して、アップデートラグランジュ法を用いた大変形解析を行い板が受ける圧縮荷重と変位量のグラフを作成せよ。材料は弾完全塑性材として、弾性座屈が生じた後も荷重は上昇することを確認し、最大荷重時の応力分布なども検討すること。板の厚さを 1mm、板の幅を 50mm、全長を 300mm、ヤング率を 210GPa、ポアソン比を 0.3、降伏応力を 600MPa の弾完全塑性材とすること。

(略解)

解析条件 (1) (2) (3)

- 有限要素法汎用ソフト **MSC Marc** を使用
- 用いた要素は三節点二次要素梁要素 (要素番号 45)
- 要素サイズ: 要素の長さを **1mm** で統一

(1) 両端単純支持でのオイラー座屈荷重 P_{buc} は次式

$$P_{buc} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (1)$$

ここで、 l は柱の長さ、 E はヤング率、 I は断面二次モーメントである。

断面積 S : $S = 25 \times 10^{-6} m^2$ 、回転半径 i : $i = \sqrt{\frac{I}{S}}$ 。

図 1 には座屈応力と細長比との関係について、式(1)と有限要素法汎用ソフト **MSC Marc** を用いた座屈固有値解析の結果との比較を示す。この図からわかるように、両者の値はよく一致している。

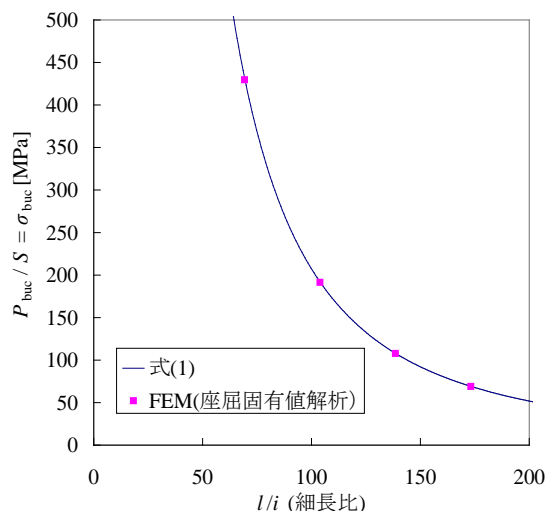


図 1 柱の細長比と座屈応力との関係

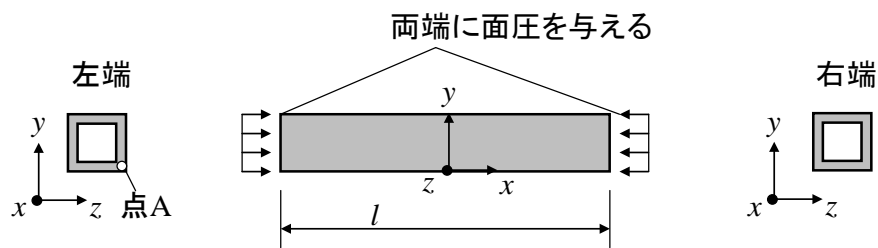
(2) 座屈を扱う大変形解析では、不整を与えて解析を行うのが一般的である。不整の与え方としては、座屈固有値解析の結果を参考に、サインカーブで与える。不整がない場合、または不整の量が小さい場合は座屈荷重を超えても荷重と変位の関係は線形のままである。これに対して、ある程度の不整量を入れたモデルでは座屈荷重付近で荷重と変位の関係が非線形となり座屈が生じる。

(3) **FEM** の結果は座屈応力と降伏応力の小さいほうの値によく一致する。

解析条件 (4) (5) (6)

- 有限要素法汎用ソフト MSC Marc を使用
- 用いた要素は四節点四辺形双一次要素厚肉シェル要素 (要素番号 75)
- 要素サイズ: 変形が滑らかに生じるように適度に分割

(4) 荷重条件、および境界条件は図 5 に示す。



左端および右端: 4辺全て y, z 方向変位、および x, y 軸回転拘束

左端のみ: 1点だけ(点A) x 方向変位拘束

図 5 荷重、および境界条件