

## 問題 4-2 X線管陽極の熱設計

X線管の原理は、高速の電子をタングステン製の陽極に当て、陽極内電子と衝突させることでX線を発生する。衝突した電子は元の軌道に戻るが、k殻に戻る時に発する電磁波はエネルギーが高くX線となる。それ以外のほとんどの電磁波は赤外線（熱）となる。高速電子の1.0%程度がX線発生に寄与する。

X線の連続発生により陽極温度は上昇し、その最高温度がある値（例えば2800°C）になった時点で、X線発生を停止する。陽極は真空中にあるため、その冷却はふく射に依存し、陽極温度がある値まで冷却した時点で、X線発生を再開する。

X線の連続発生時間は、例えばCTスキャナの一度に撮影できる撮影枚数であり、その時間が長いほど高性能なX線管となる。次に冷却効率が高いほど、冷却のためのX線管休止時間が短くなり、高性能なX線管となる。

X線発生は数秒だが、ふく射による冷却効率は悪く、冷却には数十秒かかる。よって、X線の連続発生時間は、陽極の形状と熱容量（質量と比熱の積）に依存する。また、冷却時間は、陽極の形状とふく射率に依存する。

### (1) 陽極温度の推定

図1-1に示すように、高速で回転している陽極に電子が衝突している。電子が衝突している面に、 $P = 40\text{kW}$ の熱入力があるとして、陽極の温度分布の時間変化（0~60秒）を求めよ。陽極の初期温度は1173K（900°C）とする。

陽極の回転は高速と考え、図1-2に示すようにドーナツ状の領域に均一な熱流束 $q_{ave}$ （ $P$ をドーナツ状領域の面積で割った値）があるとして計算する。

陽極寸法は図1-3に示す。

タングステン材の物性値は温度によって変化するが、ここでは一定値として以下の値とする。これらは、1673Kでの値である。

比質量  $\rho$  19,300 kg/m<sup>3</sup>      比熱  $C_p$  160 J/kg.K      熱伝導率  $\lambda$  108 W/m.K

ここでは、ふく射冷却は考慮しない。

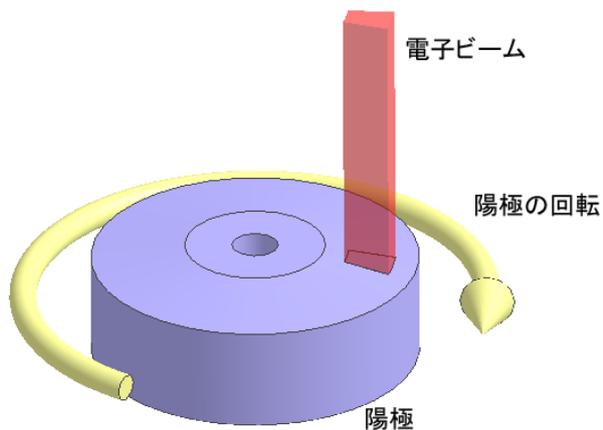


図 1-1 電子ビームが照射されている陽極

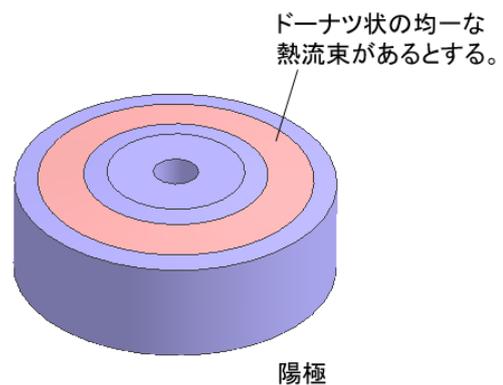


図 1-2 境界条件

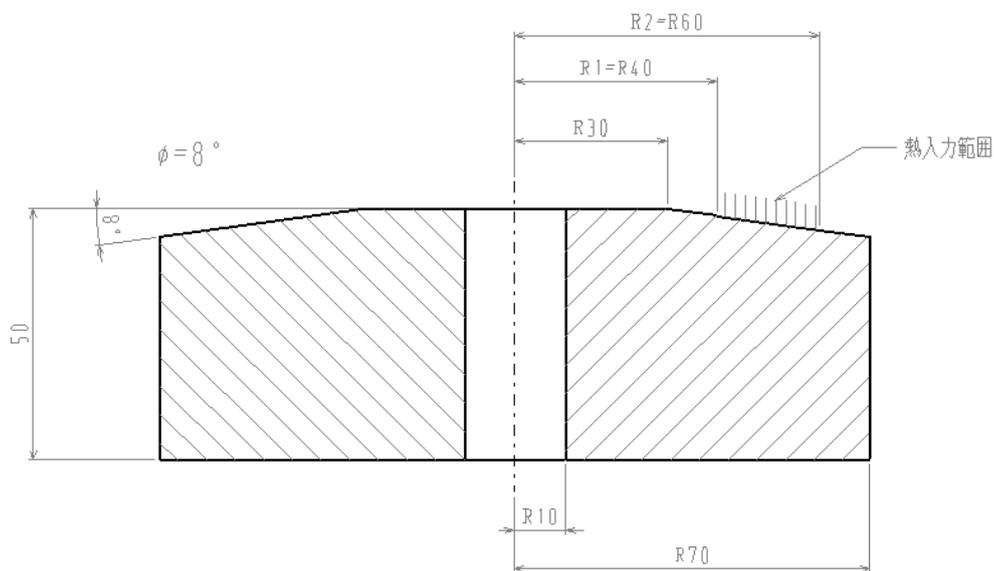


図 1-3 陽極形状

(1-1) 手計算による見積り

陽極形状を半径 70mm、高さ 46.38mm の円柱と簡略化し、陽極温度は場所によらず一定として、0~60 秒の陽極温度を計算せよ。

(1-2) 有限要素法による温度分布予測

有限要素法を用いて、陽極の温度分布の時間変化 (0~60 秒) を計算せよ。解析ソフトが軸対称二次元問題に対応しておれば、これを使うこと。

(1-3) メッシュスタディ

(1-2) 項で計算した有限要素モデルに対して、要素サイズを半分として計算し、近い結果がでることを確認せよ。

(2) スポット温度の推定

(1) 項で求めた温度は、軌道平均温度  $T_0$  と呼ばれている。

図 2-1 に回転している陽極を示す。電子線が当たっている面をスポット面といい、その面積をスポット面積と呼ぶ。陽極表面の A 点は、陽極が高速に回転しているためごく短時間（時間  $t$  とする）電子線が直接当たることになる。そのときの熱流束  $q_0$  は、 $P$  をスポット面積で割った値となり、問 (1) の熱流束よりはるかに大きい。

A 点の温度が上記時間  $t$  の間にどれだけ上昇するかを（温度上昇量を  $\Delta T$  とする）見積りたい。 $\Delta T$  をスポット温度上昇量と呼ぶ。

$\Delta T$  がわかれば陽極の最高温度は、(1) 項で求めた温度  $T_0$  にこの  $\Delta T$  を足した値と考えてよいのではないか。

A 点が熱流束  $q_0$  にさらされている時間  $t$  は非常に短いので、 $q_0$  による温度上昇はごく表層に限られる。 $\Delta T$  は、半無限固体の表面に  $q_0$  の熱流束があるときの時間  $t$  の間の表面温度上昇量として見積ることとする。

図 2-1 の解析モデルから、A 点の熱流束  $q_0$  ( $W/m^2$ ) は次式となる。

$$q_0 = \cos\varphi \cdot q_{\text{beam}} \quad (1)$$

$q_{\text{beam}}$  : 電子ビームの熱流束 ( $W/m^2$ )

$q_{\text{beam}}$  は次式で計算できる。

$$q_{\text{beam}} = \frac{P}{\pi (R_2^2 - R_1^2) \frac{\theta}{2\pi}} = \frac{P}{(R_2^2 - R_1^2) \frac{\theta}{2}} \quad (2)$$

$P$  : 電子ビーム全体のパワー (40 kW)

$\theta$  : スポット面の角度  $3.221^\circ$

A 点が電子ビームにさらされる時間  $t$ (s) は次式で求められる。

$$t = \frac{\theta}{2\pi n} \quad (3)$$

$n$  : 陽極回転数 (50 rev/s)

半無限固体の表面に熱流束があるときの時間  $t$  の間の表面温度上昇量は、図 2-2 の(4)式で計算できる<sup>1)</sup>。

---

1) 伝熱工学資料 改訂第 4 版, 日本機械学会, p6, (1999)

(2-1) スポット温度上昇量の推定

上述した式群に数値を代入し、 $\Delta T$  を求めよ。

(2-2) スポット温度上昇量の有限要素法解析

有限要素法を用いて、例えば図 2-3 に示すようなモデルを作成し、(2-1) 項の結果と比較せよ。温度上昇に関する時刻歴応答解析となる。

(2-3) 有限要素法解析のメッシュスタディ

(2-2) 項の解析において、要素分割と時刻歴応答解析における時間ステップが妥当であることを示せ。

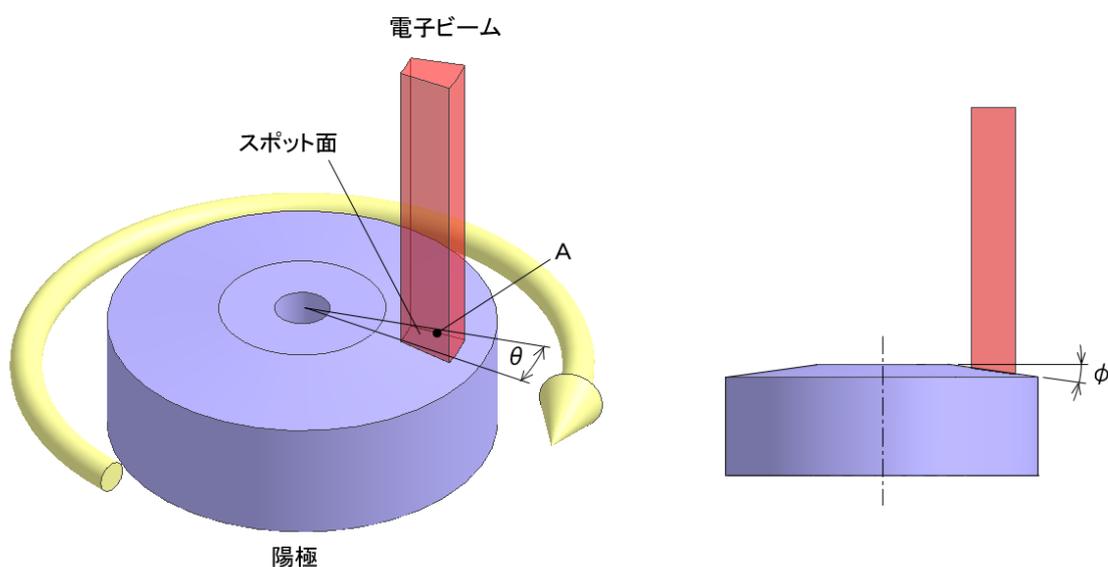
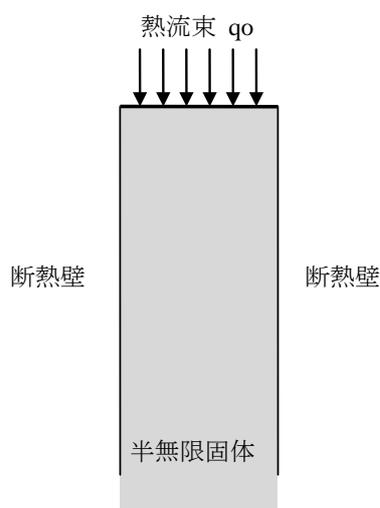


図 2-1 電子が当たっている面の解析モデル



熱流束流入面の表面温度上昇量  $\Delta T$  ( $^{\circ}\text{C}$ ,  $\text{K}$ )

$$\Delta T = \frac{2 \cdot q_0 \sqrt{a t}}{\sqrt{\pi} \lambda} \quad \text{————— (4)}$$

$q_0$  : 熱流束 ( $\text{W}/\text{m}^2$ )

$a$  : 温度伝導率  $a = \lambda / \rho C_p$  ( $\text{m}^2/\text{s}$ )

$t$  : 経過時間(s)

図 2-2 一次元半無限固体の熱伝導

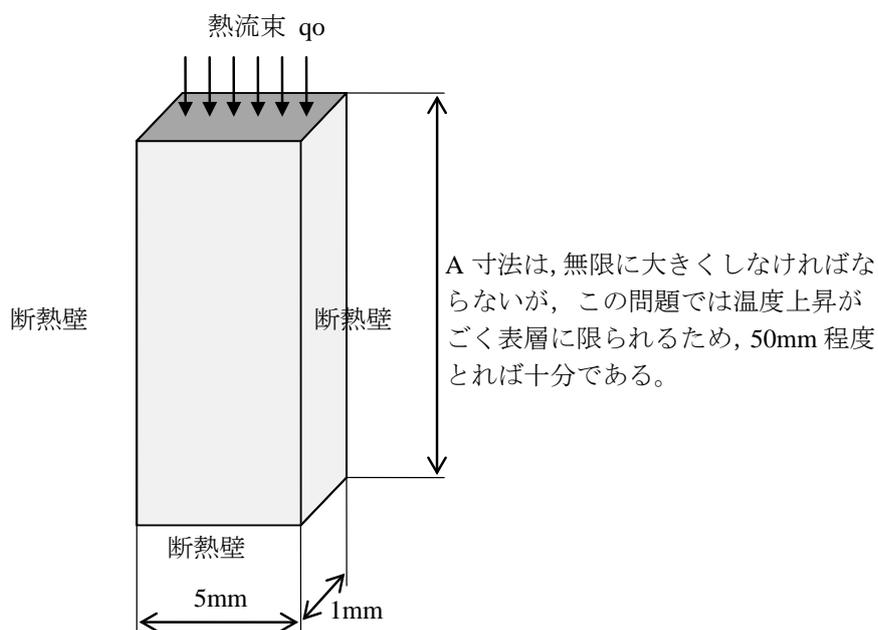


図 2-3 一次元有限固体の熱解析モデル

### (3) X線連続照射時間の決定

陽極は  $10^{-6}$  Torr ( $1.33 \times 10^{-4}$  Pa) 程度の真空下に置かれている。タングステンの融点は  $3,410^{\circ}\text{C}$  であるが、高温・高真空下では固体からの蒸発（昇華）が顕著になる。 $3,200^{\circ}\text{C}$  での蒸発速度は  $1 \mu\text{m/s}$ 、 $2,800^{\circ}\text{C}$  での蒸発速度は  $0.01 \mu\text{m/s}$  である<sup>2)</sup>。

今回の X 線管は、最高温度  $2,800^{\circ}\text{C}$  で運用することとする。

陽極の最高温度点が  $3,073\text{K}$  ( $2,800^{\circ}\text{C}$ ) になるまでの時間、つまり、X 線の連続照射が可能な時間を求めたい。

#### (3-1) 実践的な数値解析

(1) で求めた最高温度が、 $3,073\text{K}$  から  $\Delta T$  ( $582\text{K}$ ) を差引いた温度 ( $2,491\text{K}$ , 軌道平均温度) に到達する時間が、ひとつの答えとなる。この時間を求めよ。

#### (3-2) フルモデルでの解析

陽極の三次元モデルを作成し、電子ビーム照射位置が陽極回転に応じて時々刻々回転するような境界条件を与えて、同問題を解け。(この問題は、時間的に余裕のある方だけトライしてください。)

---

2)医用放射線科学講座 第13巻 放射線診断機器工学, 岡部哲夫, 瓜谷富三, 医歯薬出版(株), p334, (2004)

解答例)

(1) 陽極温度の推定

(1-1) 手計算による見積り

時刻  $t$ (s)での温度は次式で見積る。陽極温度を下図に示す。

$$T = T_i + P \cdot t / (\rho \cdot C_p \cdot V)$$

$T_i$  : 初期温度 1173K

$V$  : 陽極体積  $7.140 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

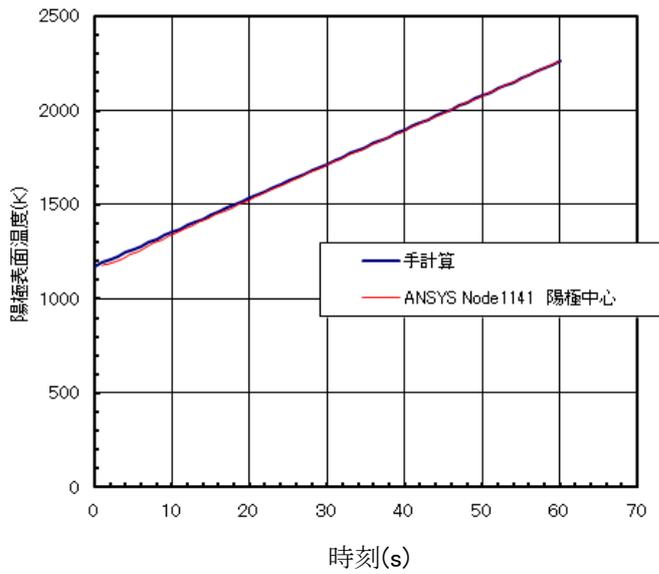


図1 陽極温度 手計算と ANSYS 出力

(1-2) 有限要素法による温度分布予測 略

(1-3) メッシュスタディ 略

(2) スポット温度の推定

(2-1)  $\Delta T$  の手計算

計算結果を表 2-1 に示す。 $\Delta T$  は 582.4K となる。

表 2-1  $\Delta T$  の計算

熱入力 Q	W	40000
比質量 $\rho$	kg/m <sup>3</sup>	19300
比熱 Cp	J/kg.K	160
熱伝導率 $\lambda$	W/m.K	108
温度伝導率 a	m <sup>2</sup> /s	3.497.E-05
R2	m	0.06
R1	m	0.04
R	m	0.05
$\phi$	deg	8
$\theta$	rad	0.05622
	deg	3.221
Area_beam	m <sup>2</sup>	5.622.E-05
q_beam	W/m <sup>2</sup>	7.115.E+08
q_o	W/m <sup>2</sup>	7.046.E+08
n	rps	50
t	s	1.789.E-04
$\Delta T$	K	582.4

(2-2)  $\Delta T$  の有限要素法解析 略

(2-3)  $\Delta T$  解析のメッシュスタディ 略

(3) X線連続照射時間の決定

(3-1) 実践的な数値解析

約 34s で軌道平均温度が 2,491K に到達する。よって、この X 線管の連続照射時間は 34 秒となる。

(3-2) フルモデルでの解析 略