

卒業論文

宇宙往還機熱防護系の非定常熱応力に
およぼす輻射特性の影響

1p ~ 62p 完

平成 14年 2月8日 提出

指導教官 酒井 信介 教授

00208 塩崎 聖治

目次

第1章	序論	7
1.1	研究の背景	8
1.1.1	宇宙往還機	8
1.1.2	熱防護系 (Thermal Protection System, TPS)	8
1.1.3	シリカタイルの伝熱メカニズムと問題点	9
1.2	研究の目的	10
1.3	構成	10
第2章	基礎理論	11
2.1	輻射	12
2.1.1	輻射輸送方程式 (Radiative Transfer Equation)	12
2.1.2	輻射による熱流束とエネルギー方程式	16
2.1.3	1次元の系	16
2.2	熱伝導	17
2.2.1	フーリエの法則	17
2.2.2	熱伝導方程式	17
2.3	熱弾性	19
2.3.1	平衡方程式	19
2.3.2	ひずみ-変位の関係	20
2.3.3	応力-ひずみの関係	22
第3章	有限要素法の適用	23
3.1	支配方程式	24
3.2	輻射解析	24
3.3	熱伝導解析	28
3.4	連成解析	30
3.5	熱応力解析	31
3.5.1	変位増分とひずみ増分	31
3.5.2	構成則	31
3.5.3	平衡方程式	31

3.5.4	ANSYSでの解析	32
第4章	解析条件	34
4.1	物性値	35
4.2	境界条件	35
4.2.1	輻射・非定常熱伝導連成解析	35
4.2.2	熱応力解析	35
4.3	解析条件	36
4.3.1	輻射・非定常熱伝導連成解析	36
4.3.2	熱応力解析	37
第5章	解析結果	40
5.1	輻射・非定常熱伝導連成解析	41
5.2	熱応力解析	48
第6章	考察	52
6.1	輻射・非定常熱伝導連成解析	53
6.2	熱応力解析	53
第7章	結論	57
7.1	結論	58
7.2	今後の課題	58
	参考文献	58
	あとがき	60
	謝辞	61

目次

1.1	シリカタイルを含む熱防護系の構造	9
2.1	吸収と放射をする微小体積要素	12
2.2	エネルギーが散乱する微小体積要素 (1)	13
2.3	エネルギーが散乱する微小体積要素 (2)	14
2.4	1次元輻射伝熱の系 [1]	16
2.5	微小検査体積と熱量のつり合い	18
2.6	応力の釣り合い	19
2.7	物体の変形	21
3.1	輻射解析の系 [1]	25
3.2	タイルを含む熱防護系の概要	32
3.3	3次元解析モデルの概要	33
4.1	定常および非定常加熱履歴	36
5.1	タイル厚さ方向の温度分布の変化	41
5.2	温度分布のアルベドへの依存 (1)	42
5.3	温度分布のアルベドへの依存 (2)	43
5.4	温度分布のアルベドへの依存 (3)	44
5.5	定常加熱時のアルベドの値による温度の時間変化	45
5.6	非定常加熱時のアルベドの値による温度の時間変化 (1)	46
5.7	非定常加熱時のアルベドの値による温度の時間変化 (2)	47
5.8	面内方向熱応力の時間変化	48
5.9	面内方向熱応力の時間変化のアルベドへの依存 (1)	49
5.10	面内方向熱応力の時間変化のアルベドへの依存 (2)	49
5.11	面内方向熱応力の時間変化減衰係数への依存	49
5.12	タイル表面の面内熱応力の最大値のアルベドへの依存	50
5.13	タイル表面の面内熱応力の最大値のアルベドへの依存	50
5.14	タイル表面の面内熱応力の最大値のタイル厚さへの依存	50
5.15	非定常加熱による面内方向熱応力の時間変化	51

6.1	境界を完全自由としたタイルの解析モデル	55
6.2	境界条件の違いによる面内方向熱応力の比較	55

表 目 次

1.1	再使用型表面熱絶縁材の適用温度範囲と使用状況 [3]	9
3.1	インデックスの再割り当て [1]	27
3.2	有限要素モデルの節点, 要素, 自由度数	33
4.1	使用した断熱タイルの物性値	35
4.2	定常加熱の解析条件	38
4.3	非定常加熱の解析条件	39
5.1	図 5.2 における解析の解析条件	42
5.2	図 5.1 における解析の解析条件	43
5.3	図 5.4 における解析の解析条件	44
5.4	図 5.5 における解析の解析条件	45
5.5	図 5.6 における解析の解析条件	46
5.6	図 5.7 における解析の解析条件	47

第1章 序論

1.1 研究の背景

1.1.1 宇宙往還機

現在、情報・通信、地球観測、宇宙科学などの分野での宇宙利用はなくてはならないものになっている。そして、今後は観光や映画、コマーシャルなどのエンターテインメントの分野での利用も期待されており、人類の宇宙利用はこれからますます高まっていくと考えられる。しかし、現在主流である使い捨て型のロケットを用いた宇宙輸送では、地球上空数 100km の低軌道までの運用コストは非常に大きなものになっており、宇宙開発を行う上での大きな障害になっている。もし、ロケットが燃料の補給と簡単な機体の整備だけで、何度でも飛び立つことが出来れば、運用コストを大幅に削減することが出来るはずである。つまり、運用コストを低減するためには再使用型の宇宙往還機を開発する必要があるのである。

1.1.2 熱防護系 (Thermal Protection System, TPS)

宇宙往還機は大気圏に再突入する際非常に大きな空力加熱を受ける。空力加熱とは、大きな運動エネルギーをもった高速気流がせき止められた際に運動エネルギーが熱エネルギーに変換される現象である。大気圏に突入する際の速度はスペースシャトルでマッハ数 25 程度であり、機体表面の最高温度は約 1200 °C にも達するが、宇宙往還機の機体外板に用いられるアルミニウム合金の使用限界温度はおおよそ 150 °C 程度であり [3]、機体外板の温度は常に 150 °C 以下に保つ必要がある。そのために、往還機の表面は熱防護系 (Thermal Protection System, TPS) で覆われている。

宇宙往還機で用いられるの断熱材の例としてスペースシャトル Columbia 号の表面に取り付けた 4 種類の耐熱断熱材の適用温度範囲などを表 1.1 に示す。

温度が最も高くなる胴体先端のキャップや翼前縁には、炭素繊維強化炭素複合材 (Reinforced Carbon-Carbon, RCC) が用いられている。表面に耐酸化セラミックコーティングをほどこすことにより約 1600 °C 以下の温度で再使用が可能である。

外の 3 種は RSI (Reusable Surface Insulation) と呼ばれており、そのうち表面温度が 370 °C 以下のところで用いられる可撓断熱材 (Flexible RSI, FRSI) は、表面にシリカガラス繊維の織物、裏側の外板への接着面はガラス繊維の織物で、その間に 1 ~ 4cm の範囲の断熱用に必要な厚さのシリカガラスのフェルトを挟んでシリカガラスの糸で適正間隔で縫い付けたものである。

HRSI (High-temperature RSI) と LRSI (Low-temperature RSI) は直径 1 ~ 2 μm の純粋シリカ繊維をコロイダルシリカと結合させ 1370 °C で焼いて作ったタイルである。両者の違いはシリカファイバの量のみであり HRSI の方が密度が大きい。このシリカタイルは軽量で熱伝導率が小さく、かつ線膨張係数が小さい寸法安定性に優れた多孔状の材料であるが、非常に脆く指で壊すことができる。そこで表面に防水性

と硬さを与えるために、アルミナ入りのシリカコンパウンドを用いた0.025mm硬化ガラスコーティングが施されている。このコーティングは表面の放射放熱をよくして内部への熱流入量を少なくする効果がある [3]。

表 1.1: 再使用型表面熱絶縁材の適用温度範囲と使用状況 [3]

耐熱, 熱絶縁体	温度域	面積 m ²	質量 kg	使用部位
FRSI(可撓断熱材)	371 以下	319	499	荷物室扉上面, 胴体側面, 翼上面
LRSI(低温用シリカタイル)	371 ~ 649	268	917	タイル約 7000 枚, 翼上面, 胴体側面
HRSI(高温用シリカタイル)	649 ~ 1260	477	3826	タイル約 22000 枚, 胴体と翼の下面
RCC(C/C 複合材)	1260 ~ 1593	38	1371	胴体ノーズキャップ, 翼前縁
その他(金属, ガラス)			632	
合計		1102	7245	

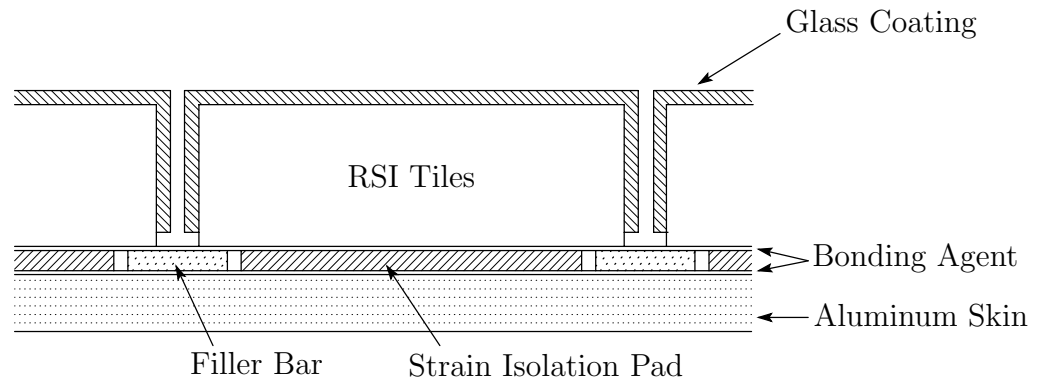


図 1.1: シリカタイルを含む熱防護系の構造

1.1.3 シリカタイルの伝熱メカニズムと問題点

宇宙往還機胴体の下面と側面, および翼の下面と上面で採用されている断熱タイルはシリカファイバを固めて作られた繊維質の材料である。そのため, タイルの伝熱は固体(ファイバ), タイル内の空気による熱伝導, そして輻射による伝熱の組み合わせとなっている。タイル内部の輻射伝熱は原材料ファイバによる散乱や吸収を伴うが, 熱構造解析で通常用いられる汎用コードではこれを扱うことはできない。そのため, 現状ではGHP(保護熱板)法などで得られた熱伝導率を用いた解析が行われるのが普通である。しかしながら, このような方法で輻射を含めた熱伝導機構が十分反映されているかについては従来より問題が指摘されている。すなわち, GHP法で得られた定常状態における熱伝導率を用いた非定常熱伝導解析結果を実験データと比較すると予測結果は必ずしも十分でない場合がある。往還機の耐熱構造設計

では数 cm で 1000 以上という大きい温度勾配，境界層遷移を伴う強い非定常性を示す加熱履歴に対する応答を解析する必要があるが，このような解析に対して GHP 法で定常状態に対して得られる熱物性値の妥当性や問題点とその物理的背景が十分把握されているとはいえない．実際問題として，往還技術試験機の設計においては，「バイアス補正」として安全側に熱伝導率を補正する方法がとられるが，その物理的背景についてはやはり十分に理解されているとはいえず，往還機における伝熱現象に関わるメカニズムに関する研究の必要性を指摘することができる [1]．

1.2 研究の目的

輻射と非定常熱伝導，および 3 次元熱応力の連成解析を実施し，宇宙往還機の設計上重要であるシリカタイル断熱材の温度分布履歴と非定常熱応力におよぼす輻射特性の影響，特に減衰係数とアルベドの値が与える影響を明らかにする．

1.3 構成

本論文の構成を以下に示す．

第 1 章 序論では，本研究の背景について概説し，本研究の目的を示す．

第 2 章 基礎理論では，輻射伝熱，熱伝導，熱弾性の基本的な理論について述べる．

第 3 章 有限要素法の適用では，輻射・非定常熱伝導，および熱応力解析について，有限要素法の定式化を示す．

第 4 章 解析条件では，解析に用いた物性値，境界条件，パラメータについて述べる．

第 5 章 解析結果では，輻射・非定常熱伝導連成解析および熱応力解析で得られた結果を示す．

第 6 章 考察では，得られた解析結果から宇宙往還機の断熱タイルにおよぼす輻射特性の影響を検証する．

第 7 章 結論では，本研究で得られた結論を総括し，今後の課題について述べる．

第2章 基礎理論

本章では輻射，熱伝導，熱弾性についての基礎理論について説明する．

2.1 輻射

2.1.1 輻射輸送方程式 (Radiative Transfer Equation)

以下の諸式は厳密には各波長で議論されるものであるが，ここでは波長依存性は考慮外とする．

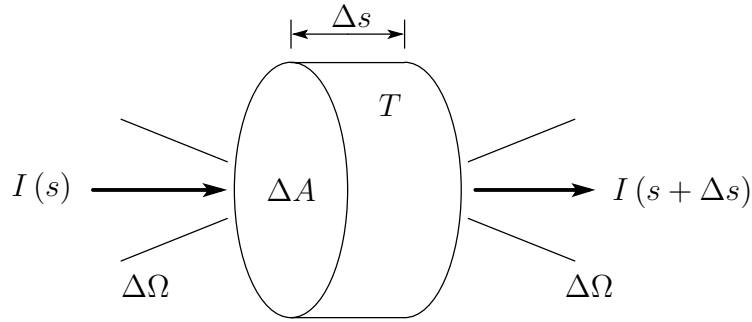


図 2.1: 吸収と放射をする微小体積要素

与えられた方向の単位射影面積，単位立体角あたり射出される熱放射エネルギーを放射強度 (Radiative Intensity) といい，単位は $W/(m^2sr)$ で与えられる．経路 s に沿う放射 $I(s)$ について考える．この放射は図 2.1 のように，断面積 ΔA ，長さ Δs の微小体積要素 $\Delta V = \Delta A \Delta s$ に立体角 $\Delta \Omega$ で入射する．この放射強度は ΔV で，経路 s に沿って吸収により減衰するものとする．ここで，吸収係数 (Absorption Coefficient) K_a を次のように定義する，

$$K_a = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta V \text{ で吸収されたエネルギー}}{(\Delta V \text{ に入射したエネルギー}) \Delta s} \quad (2.1)$$

単位は， m^{-1} である．式 (2.1) を用いると放射エネルギーの減衰は次式のように表される．

$$\frac{dI}{ds} = -K_a I \quad (2.2)$$

K_a が s に依存しないとすると，式 (2.2) の解は次のように得られる (ビアの法則) ．

$$I(s) = I_0 \exp(-K_a s) \quad (2.3)$$

透過率 (Transmissivity) τ ，吸収率 (Absorptivity) α は次式で定義される．

$$\tau = \frac{I \Delta \Omega dA}{I_0 \Delta \Omega dA} = \exp(-K_a s) \quad (2.4)$$

$$\alpha = 1 - \tau = 1 - \exp(-K_a s) \quad (2.5)$$

キルヒホッフの法則により，温度が一定であれば，輻射率 (Emissivity) と吸収率は等しいので，

$$\varepsilon = \alpha = 1 - \exp(-K_a s) \quad (2.6)$$

微小な経路長 Δs における減衰を考えたとき，式 (2.4),(2.5),(2.6) を Taylor 展開して

$$\tau = 1 - K_a \Delta s + \dots \quad (2.7)$$

$$\alpha = K_a \Delta s + \dots \quad (2.8)$$

$$\varepsilon = K_a \Delta s + \dots \quad (2.9)$$

つぎに，図 2.1 の系において， ΔV で吸収 (Absorption) と放射 (Emission) が生じる場合を考える．このとき， ΔV におけるエネルギーの保存は入力エネルギーと放射エネルギーの和が出力エネルギーと吸収エネルギーの和に等しいことから次のようになる．

$$I(s)\Delta A\Delta\Omega + \varepsilon I_b(T)\Delta A\Delta\Omega = I(s + \Delta s)\Delta A\Delta\Omega + \alpha I(s)\Delta A\Delta\Omega \quad (2.10)$$

ここで， I_b は黒体の放射強度で

$$I_b(T) = \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (2.11)$$

である．式 (2.10) に式 (2.8) と式 (2.9) を代入し， $\Delta A\Delta\Omega\Delta s$ で割り，さらに， $\Delta s \rightarrow 0$ とすると，次の輸送方程式 (Transfer Equation) が得られる．

$$\frac{dI}{ds} = -K_a I + K_a I_b(T) \quad (2.12)$$

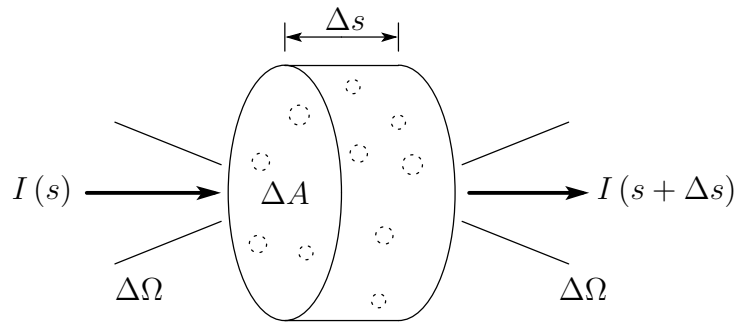


図 2.2: エネルギーが散乱する微小体積要素 (1)

続いて，散乱について考える．図 2.2 について， ΔV で散乱のみ生じるとする．すなわち，吸収と放射は無いものとするとき，エネルギーの保存は

$$\begin{aligned} & \Omega \text{ に沿った入力エネルギー} + \Omega \text{ 方向へ散乱されるエネルギー} \\ = & \Omega \text{ に沿った出力エネルギー} + \Omega \text{ 以外の方向へ散乱されるエネルギー} \end{aligned} \quad (2.13)$$

である．ここで，散乱係数 (Scattering Coefficient) K_s を，式 (2.1) と同様に，次式で定義する．

$$K_s = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta V \text{ から散乱で逃げてゆくエネルギー}}{(\Delta V \text{ に入射したエネルギー})\Delta s} \quad (2.14)$$

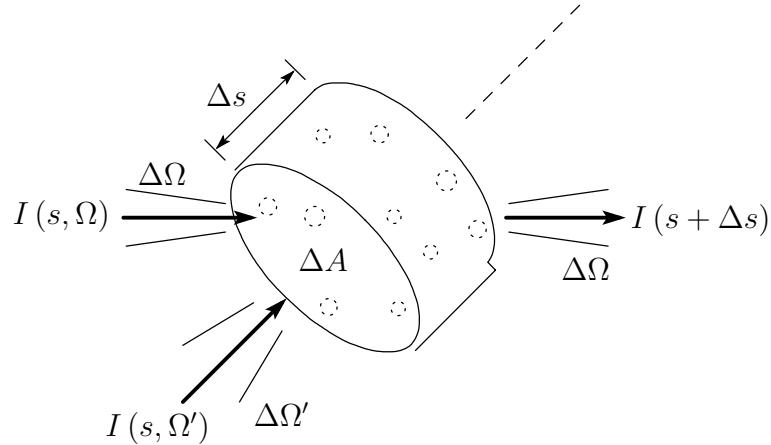


図 2.3: エネルギーが散乱する微小体積要素 (2)

式 (2.13) を定式化する前に，式 (2.13) の左辺第 2 項を考える．これは，図 2.3 のように，全ての Ω' 方向から Ω 方向へと散乱される (in-scattering) エネルギーであり，次式で表現される．

$$\begin{aligned} & \text{全ての } \Omega' \text{ 方向から } \Omega \text{ 方向へと散乱されるエネルギー} \\ &= \frac{\Delta\Omega}{4\pi} K_s \Delta s \Delta A \int_{4\pi} I(\Omega') p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' \end{aligned} \quad (2.15)$$

ここで，関数 $p(\Omega' \rightarrow \Omega)$ は

$$p(\Omega' \rightarrow \Omega) \equiv \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\text{方向 } \Omega' \text{ から } \Omega \text{ へ散乱されるエネルギー}}{\text{散乱が等方的である場合に } \Omega \text{ へ散乱されるエネルギー}} \quad (2.16)$$

で定義され，散乱位相関数 (Scattering Phase Function) と呼ばれる．この関数はエネルギーの保存により，次式を満足しなければならない．

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' = 1 \quad (2.17)$$

特に，表面の乱反射に類似して，散乱が等方的，すなわち，あらゆる方向に等しくエネルギーが散乱されていく場合は，

$$p = 1 \quad (2.18)$$

である .

式 (2.15) を用いて式 (2.13) を定式化すると , 次のようになる .

$$\begin{aligned} & I(s)\Delta A\Delta\Omega + \frac{\Delta\Omega}{4\pi}K_s\Delta s\Delta A \int_{4\pi} I(\Omega')p(\Omega' \rightarrow \Omega)d\Omega' \\ & = I(s + \Delta s)\Delta A\Delta\Omega + K_sI(s)\Delta\Omega\Delta V \end{aligned} \quad (2.19)$$

これより , 次の輸送方程式を得る .

$$\frac{dI(\Omega)}{ds} = -K_sI(\Omega) + \frac{K_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(\Omega')p(\Omega' \rightarrow \Omega)d\Omega' \quad (2.20)$$

最終的に , 吸収 , 放射 , および , 散乱を伴う系における輸送方程式は , 式 (2.12) , および , 式 (2.20) により , 次のようになる .

$$\frac{dI(\Omega)}{ds} = -(K_a + K_s)I(\Omega) + \frac{K_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(\Omega')p(\Omega' \rightarrow \Omega)d\Omega' + K_aI_b(T) \quad (2.21)$$

放射エネルギーの減衰は吸収と散乱からなるので , 減衰係数は吸収係数と散乱係数を用いて ,

$$K_e = K_a + K_s \quad (2.22)$$

と表現することができる . これらの係数の単位はいずれも m^{-1} である . また , 減衰に対する散乱の割合を表す無次元パラメータをアルベド (Albedo) ω といい , その定義は ,

$$\omega = \frac{K_s}{K_e} = \frac{K_s}{K_a + K_s} \quad (2.23)$$

である . したがって , 減衰に対する吸収 (放射) の割合は次のように表現することができる .

$$1 - \omega = \frac{K_a}{K_e} = \frac{K_a}{K_a + K_s} \quad (2.24)$$

これらの式を用いて式 (2.21) を書き換えると

$$\frac{1}{K_e} \frac{dI(\Omega)}{ds} = -I(\Omega) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} I(\Omega')p(\Omega' \rightarrow \Omega)d\Omega' + (1 - \omega)I_b(T) \quad (2.25)$$

なお , 次式で定義されるパラメータを光学厚さ (Optical Depth) という .

$$\int_0^s K_e(s')ds' \quad (2.26)$$

式 (2.25) はある Ω 方向の経路 s に沿う輸送方程式である . これを , 座標系で表すと次のようになる .

$$\frac{1}{K_e} \vec{e}_\Omega \cdot \nabla I(\Omega) = -I(\Omega) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} I(\Omega')p(\Omega' \rightarrow \Omega)d\Omega' + (1 - \omega)I_b(T) \quad (2.27)$$

ここで , \vec{e}_Ω は Ω 方向の単位ベクトルである .

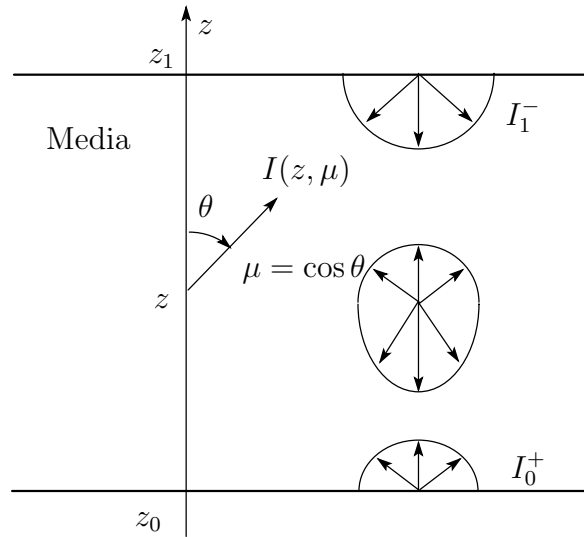


図 2.4: 1次元輻射伝熱の系 [1]

2.1.2 輻射による熱流束とエネルギー方程式

輻射によって輸送されるエネルギー（熱流束ベクトル）は次式で計算される．

$$\vec{q}_r = \int_{4\pi} I(\Omega) \vec{e}_\Omega d\Omega \quad (2.28)$$

したがって，輻射を含むエネルギー方程式（熱伝導方程式）は，内部発熱は無いものとする次のようになる．

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T - \vec{q}_r) \quad (2.29)$$

ここで， $-\lambda \nabla T$ はフーリエの法則にしたがって流れるエネルギーであり，これに輻射により輸送されるエネルギー \vec{q}_r が加算される形式になっている．

2.1.3 1次元の系

本研究における解析は図 2.4 のように，断熱材の深さ方向の解析で 1次元であるので，式 (2.27)，式 (2.28)，式 (2.29) の 1次元表記を以下にまとめる．

\vec{e}_Ω の各成分は， Ω 方向の方向余弦であることに注意すると，1次元の輻射輸送式は次のように書くことができる．

$$\frac{\mu}{K_e} \frac{dI(z, \mu)}{dz} = -I(z, \mu) + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 I(z, \mu') p(\mu, \mu') d\mu' + (1 - \omega) I_b(T) \quad (2.30)$$

ここで， μ は z 軸から測った輻射方向の余弦， I_b は黒体の放射強度であり，

$$\mu = \cos \theta \quad (2.31)$$

$$I_b(T) = \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (2.32)$$

である。

散乱が等方的 ($p = 1$) なときは次のようになる。

$$\frac{\mu}{K_e} \frac{dI(z, \mu)}{dz} = -I(z, \mu) + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 I(z, \mu') d\mu' + (1 - \omega) I_b(T) \quad (2.33)$$

輻射で輸送されるエネルギー流束とエネルギー方程式は1次元表記で以下のとおりである。

$$q_r(z) = 2\pi \int_{-1}^1 I(z, \mu) \mu d\mu \quad (2.34)$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{d}{dz} \left(\lambda \frac{dT}{dz} - q_r \right) \quad (2.35)$$

輻射と熱伝導が連成する問題(1次元)では, 式(2.30), 式(2.34), 式(2.35)を連立して解くことになる。温度に関する境界条件は通常 of 伝熱解析と同様であるが, 輻射方程式(2.30)の境界条件は, 通常, 図2.4にあるように, 境界における輻射強度 I_0^+ と I_1^- に関して与えられる。以上の系は本質的に1次元であるが, 式(2.30)にあるように, 散乱はあらゆる方向に関する積分で表されるので放射強度は空間的に z と μ の関数となる。したがって, 実際の計算では z と μ とからなる2次元座標系を設定することになる。

2.2 熱伝導

2.2.1 フーリエの法則

物質内のある位置において, 熱伝導によって伝えられる熱の移動量はその位置の温度勾配に依存し,

$$q = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) \quad (2.36)$$

のように表現できる。(フーリエの法則) ここで, q は単位面積, 単位時間あたりの熱の移動量であって熱流束と呼ばれている。 n は熱の流れる方向にとった座標, λ は熱伝導率であり, 熱の伝わりの良し悪しを表す物性値である [6]。

2.2.2 熱伝導方程式

図2.5のような点 (x, y, z) を中心とする微小な検査体積 $\Delta x \Delta y \Delta z$ をとったとき, 検査体積の温度が微小時間 Δt の間に ΔT だけ変化するとして検査体積の熱量のつ

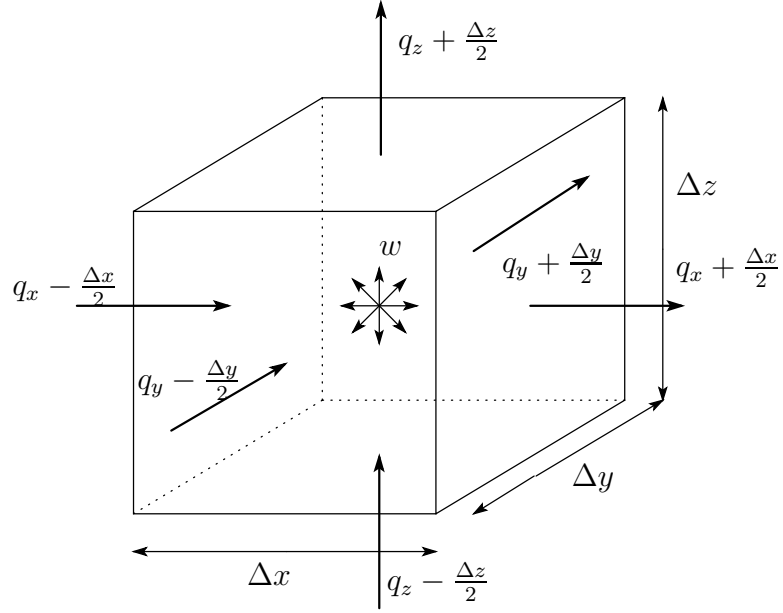


図 2.5: 微小検査体積と熱量のつり合い

り合いを考えると,

$$\rho c \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\Delta T}{\Delta t} = \left(q_{x-\frac{\Delta x}{2}} - q_{x+\frac{\Delta x}{2}} \right) \Delta y \Delta z + \left(q_{y-\frac{\Delta y}{2}} - q_{y+\frac{\Delta y}{2}} \right) \Delta z \Delta x + \left(q_{z-\frac{\Delta z}{2}} - q_{z+\frac{\Delta z}{2}} \right) \Delta x \Delta y + w \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2.37)$$

ここで, ρ, c は物質の密度と比熱であり, w は単位時間, 単位体積あたりの発熱量である. 式 (2.37) の右辺第 1 項に式 (2.36) を適用すると,

$$q_{x-\frac{\Delta x}{2}} - q_{x+\frac{\Delta x}{2}} = - \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x-\frac{\Delta x}{2}} + \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x+\frac{\Delta x}{2}} \quad (2.38)$$

ただし, λ_x は x 方向の熱伝導率を表している. 上式右辺の 2 つの項は点 (x, y, z) 近傍におけるテイラー展開から,

$$- \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x \pm \frac{\Delta x}{2}} = - \left\{ \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right)_x \pm \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right)_x \frac{\Delta x}{2} + O(\Delta x^2) \right\} \quad (2.39)$$

ここで、 $O(\Delta x^2)$ は Δx の 2 次以上の高次の微小項である。 Δx を十分に小さくとしたとき、式 2.37 の右辺のそれぞれの項について、

$$\left. \begin{aligned} q_{x-\frac{\Delta x}{2}} - q_{x+\frac{\Delta x}{2}} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right)_x \Delta x \\ q_{y-\frac{\Delta y}{2}} - q_{y+\frac{\Delta y}{2}} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right)_y \Delta y \\ q_{z-\frac{\Delta z}{2}} - q_{z+\frac{\Delta z}{2}} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right)_z \Delta z \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

式 (2.40) を式 (2.37) に代入し、 $\Delta t \rightarrow 0$ の極限を考えると、次の熱伝導方程式が得られる。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (2.41)$$

2.3 熱弾性

2.3.1 平衡方程式

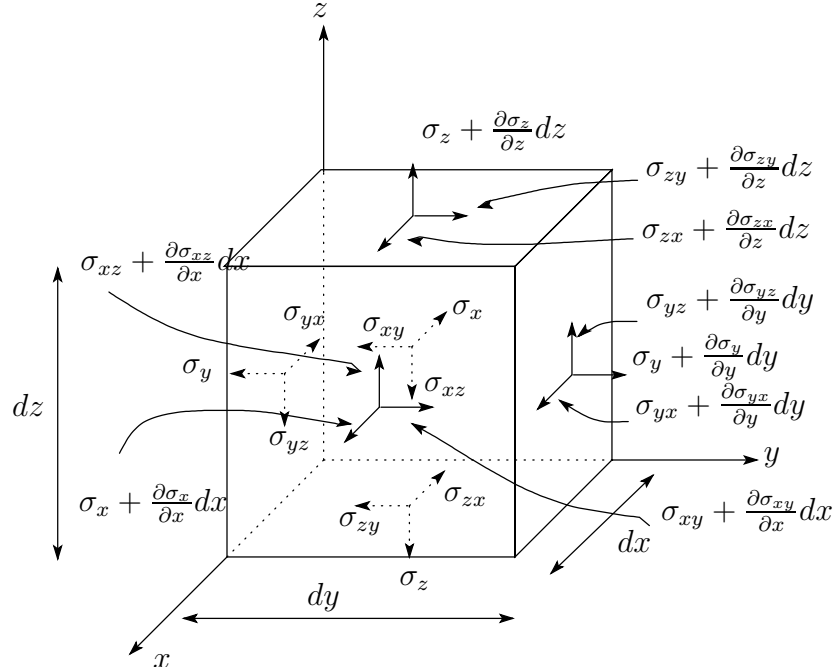


図 2.6: 応力の釣り合い

応力に関する平衡方程式を求めるために図 2.6 に示すような微小検査体積を考える。図 2.6 の微小六面体に物体力 (X, Y, Z) が作用するとき、 x 方向の力のつり合い

を考えると、

$$\begin{aligned} & \left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) dydz - \sigma_x dydz + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \right) dzdx - \tau_{yx} dzdx \\ & + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \right) dxdy - \tau_{zx} dxdy + X dxdydz = 0 \end{aligned} \quad (2.42)$$

となる．両辺を $dxdydz$ で割れば、

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X = 0 \quad (2.43)$$

となり、 y 方向、 z 方向についても同様な式が得られる．したがって、 (x, y, z) 直交座標系での平衡方程式は、応力の対称条件

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}, \tau_{zx} = \tau_{xz} \quad (2.44)$$

を考慮すれば、次式のようになる．

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

2.3.2 ひずみ-変位の関係

変形前に座標 (x, y, z) を占める物体中のある点 P がベクトル量 $\vec{u}(u, v, w)$ だけ変形後、座標 $(x+u, y+v, z+w)$ の点 P' に移るとき、点 P から $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$ だけ離れた点 Q は変形後 Q' に移ったとすると、その座標は、図 2.7 を参照して、

$$\begin{aligned} & \left(x + dx + u + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz, \quad y + dy + v + \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz, \right. \\ & \left. z + dz + w + \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz \right) \end{aligned}$$

と書くことができる．また、 P' と Q' の距離 ds' は、

$$\begin{aligned} ds' = & \left[\left\{ \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right) dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \right\}^2 + \left\{ \frac{\partial v}{\partial x} dx + \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \right\}^2 \right. \\ & \left. + \left\{ \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \left(1 + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz \right\}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (2.46)$$

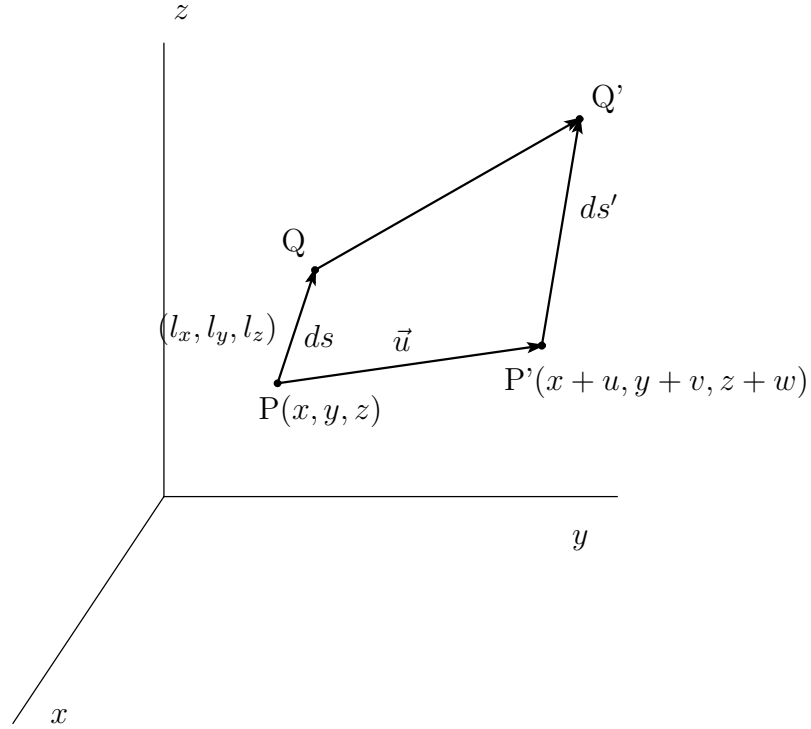


図 2.7: 物体の変形

となる．ここで P から Q に向かうベクトルの方向余弦を (l_x, l_y, l_z) とすれば

$$dx = l_x ds, dy = l_y ds, dz = l_z ds \quad (2.47)$$

となり，

$$\varepsilon = \frac{ds' - ds}{ds} \quad (2.48)$$

で与えられる PQ の直ひずみ ε は，式 (2.46), (2.47) を代入し，変位の微分は 1 に比べて小さいことを考慮すると，

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{\partial u}{\partial x} l_x^2 + \frac{\partial v}{\partial y} l_y^2 + \frac{\partial w}{\partial z} l_z^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) l_x l_y \\ & + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) l_y l_z + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) l_z l_x \end{aligned} \quad (2.49)$$

となる．直ひずみ成分を $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ ，せん断ひずみ成分を $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ として，

$$\varepsilon = \varepsilon_x l_x^2 + \varepsilon_y l_y^2 + \varepsilon_z l_z^2 + \gamma_{xy} l_x l_y + \gamma_{yz} l_y l_z + \gamma_{zx} l_z l_x \quad (2.50)$$

により各ひずみ成分を定義すれば，ひずみ-変位関係式は，式 (2.49) と式 (2.50) を等しくおくことによって，

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (2.51)$$

となる．

2.3.3 応力-ひずみの関係

温度変化 ΔT があつたとき，熱膨張により，ひずみが発生する．これを熱ひずみという．この時，構造物の形状や変位拘束により，応力が発生することがある．これを，熱応力という．熱ひずみは熱膨張であるので，垂直ひずみであり，せん断変形は生じない．したがって Hooke の法則より，応力-ひずみ関係式は以下の通りになる．

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] + \alpha \Delta T \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)] + \alpha \Delta T \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] + \alpha \Delta T \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \end{aligned} \right\} \quad (2.52)$$

ここで， E ：縦弾性係数， G ：せん断弾性係数， ν ：ポアソン比， α ：線膨張係数である．

第3章 有限要素法の適用

本章では参考文献 [1] に基づいて有限要素法による輻射・非定常熱伝導解析プログラムの定式化を示す。また，一般的な有限要素法による熱応力解析の定式化を示し，有限要素法解析ソフト ANSYS での熱応力解析モデルについて説明する。

3.1 支配方程式

本研究で使用した輻射・非定常熱伝導連成解析プログラムは航空宇宙技術研究所で作成されたものである [1]。以下，3.4 節まで参考文献 [1] に基づいて有限要素法による定式化を示す。

断熱材はファイバの方向が完全にランダムなわけではなく，その生成プロセスにおける，圧縮方向（面外方向）とそれに直角方向（面内方向）で性質が異なる。しかしながら，本プログラムでは，簡単のため，散乱は等方的，すなわち，散乱位相関数は $p = 1$ であるとする。解析は，基本的に面外方向に行う。また，輻射に関する定数 K_e ， ω も方向性をもたず，温度にも依存しないものとする。

このとき，支配方程式は以下のようなになる。

輻射輸送方程式

$$\frac{\mu}{K_e} \frac{dI(x, \mu)}{dx} = -I(x, \mu) + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 I(x, \mu') d\mu' + (1 - \omega) I_b(T) \quad (3.1)$$

熱伝導方程式

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{d}{dx} \left(\lambda \frac{dT}{dx} - q_r \right) \quad (3.2)$$

ただし，

$$q_r(x) = 2\pi \int_{-1}^1 \mu I(x, \mu) d\mu \quad (3.3)$$

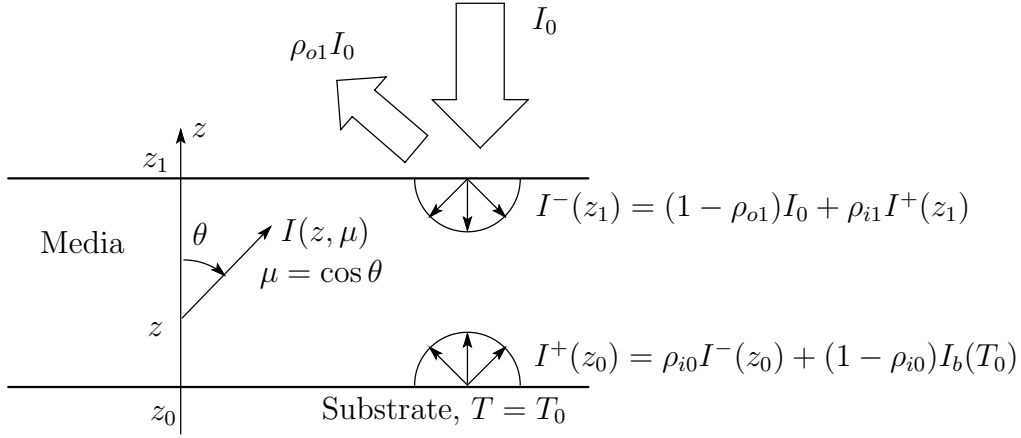
である。

3.2 輻射解析

ここで解くべき系は図 3.1 の通りであり，その支配方程式は式 (3.1) である。図 3.1，ならびに，式 (3.1) で分かるように，エネルギーフラックスの流れは 1 次元 (z 方向) であるが，散乱を伴うためにもう一つの座標 μ が必要であり，結果的に (z, μ) なる 2 次元の解析となる。

まず，式 (3.1) の右辺第 2 項，散乱に関する積分にガウス型数値積分 (Gaussian Quadrature) を適用することにより，座標 μ を近似積分のために離散化する。

$$\int_{-1}^1 I(z, \mu') d\mu' \approx \sum_{l=1}^M w_l I(z)_l \quad (3.4)$$



Note : for Opaque Media, $\rho = 1 - \alpha = 1 - \varepsilon$

図 3.1: 輻射解析の系 [1]

ここで, $I(z)_l = I(z, \mu_l)$ である. 重み w_i は

$$w_i = \frac{1}{P'_M(\mu_i)} \int_{-1}^1 \frac{P_M(\mu)}{\mu - \mu_i} d\mu \quad (3.5)$$

で得られる. ここで, $P_M(\mu)$ は M 次のルジャンドル多項式である. また, 離散化された独立変数 μ_i は, M 次のルジャンドル多項式のゼロ点, すなわち,

$$P_M(\mu_i) = 0, \quad i = 1, \dots, M \quad (3.6)$$

であり, この μ_i , $i = 1, \dots, M$ は, μ 座標系についての M 個の離散点となっている.

次に, z 方向について離散化を行う. 以下, 上付きの e は要素における量であることを意味する. 節点 $z_1^e = z_i$ と $z_2^e = z_{i+1}$ ($z_1^e < z_2^e$) ではさまれた要素について内挿関数を

$$N_1(z) = \frac{z_2^e - z}{z_2^e - z_1^e}, \quad N_2(z) = \frac{z - z_1^e}{z_2^e - z_1^e} \quad (3.7)$$

と定義し, 次式で離散化する.

$$I^e(z, \mu_l) = I^e(z)_l = \sum_{n=1}^2 I_{nl}^e N_n(z) \quad (3.8)$$

ここで, $I_{nl}^e = I(z_n^e, \mu_l)$ である. 式 (3.4) と式 (3.8) を基礎式 (3.1) に代入すると, その要素について残差 R^e は次のようになる.

$$R_l^e = \sum_{n=1}^2 \left[\mu_l I_{nl}^e N'_n(z) + K_e I_{nl}^e N_n(z) - \frac{K_e \omega}{2} \sum_{j=1}^M w_j I_{nj}^e N_n(z) \right] - K_e (1 - \omega) I_b(z), \quad l = 1, \dots, M \quad (3.9)$$

この残差にガラーキン法を適用する．すなわち，

$$\int_{z_1^e}^{z_2^e} R_l^e N_m(z) dz = 0, \quad l = 1, \dots, M, \quad m = 1, 2 \quad (3.10)$$

これは， $2M$ 個の式である．そのために式 (3.10) は μ に関するインデックス l を含んでいる．式 (3.9) を代入して整理すると，次式を得る．

$$\sum_{n=1}^2 \sum_{j=1}^M (a_{lnm} \delta_{lj} + b_{jmn}) I_{nj}^e = r_m, \quad l = 1, \dots, M, \quad m = 1, 2 \quad (3.11)$$

ただし，

$$a_{lnm} = \int_{z_1^e}^{z_2^e} (\mu_l N_n'(z) N_m(z) + K_e N_n(z) N_m'(z)) dz \quad (3.12)$$

$$b_{jnm} = -\frac{K_e \omega}{2} w_j \int_{z_1^e}^{z_2^e} N_n(z) N_m(z) dz \quad (3.13)$$

$$r_m = K_e (1 - \omega) \int_{z_1^e}^{z_2^e} I_b(z) N_m(z) dz \quad (3.14)$$

であり，式 (3.11) は， I_{nj}^e に対する $2M$ 個の線形方程式である．ここで， $n = 1, 2$ ， $j = 1, \dots, M$ であるから， I_{nj}^e の成分の個数は $2M$ であり，未知変数と方程式の個数は一致している．なお，式 (3.14) については， $I_b(z) = I_b(T(z))$ であるので，その積分については，以下のようにした．まず， I と同じ式 (3.7) で表される内挿関数により，その要素内における温度を熱伝導解析で得られる節点温度，

$$T_1^e = T(z_1^e), \quad T_2^e = T(z_2^e) \quad (3.15)$$

を用いて

$$T(z) = \sum_{n=1}^2 T_n^e N_n(z) \quad (3.16)$$

とし，これを式 (3.14) に代入して

$$r_m = K_e (1 - \omega) \int_{z_1^e}^{z_2^e} I_b \left(\sum_{n=1}^2 T_n^e N_n(z) \right) N_m(z) dz \quad (3.17)$$

として計算した．

式 (3.11) をコンピュータで解く場合，未知変数 I_{nj} が二つのインデックスを持っているのでプログラムが複雑になる．そこで， $n = 1, 2$ ， $j = 1, \dots, M$ の組合せからなる $2M$ 個のインデックスを新たに定義する．すなわち，それを k とすると，

$$\left(\begin{array}{c} n = 1, 2 \\ j = 1, \dots, M \end{array} \right) \Rightarrow k = 1, \dots, 2M$$

表 3.1: インデックスの再割り当て [1]

z^e and μ	k	1	2	...	M	$M+1$	$M+2$...	$2M$
μ	j	1	2	...	M	1	2	...	M
z^e	n	1				2			

とする . $(n, j) \rightarrow k$ の対応は , 表 3.1 の通りである .

この対応による新たなインデックスを用いて ,

$$f_{lmk} = a_{lnm}\delta_{lj} + b_{jmn} \quad (3.18)$$

を定義する . ここで , 左辺のインデックス $k = 1, \dots, 2M$ が表 3.1 の対応により右辺のインデックスの組 (n, j) に対応している . すると , 式 (3.11) は次のように書ける .

$$\sum_{k=1}^{2M} f_{lmk} I_k^e = r_m, \quad l = 1, \dots, M, \quad m = 1, 2 \quad (3.19)$$

これは当然 $2M$ 個の方程式である . $(M \times 2 \times 2M)$ の係数行列 f_{lmk} はやはりコンピュータでは扱いにくいので , $m = 1, 2, \quad l = 1, \dots, M$ の組合せからなる $2M$ 個のインデックスをやはり表 3.1 の対応により新しい $2M$ 個の一つのインデックスで表す . それを $i = 1, \dots, 2M$ と書いて ,

$$g_{ik} = f_{lmk} \quad (3.20)$$

なる $(2M \times 2M)$ の係数行列 g_{ik} を定義することにより , 最終的に一要素における輻射の有限要素式として , 次式が得られる .

$$\sum_{k=1}^{2M} g_{ik} I_k^e = r_i, \quad i = 1, \dots, 2M \quad (3.21)$$

ただし ,

$$r_i = \underbrace{(r_1, r_1, \dots, r_1)}_{m=1, M \text{ 個}}, \underbrace{(r_2, r_2, \dots, r_2)}_{m=2, M \text{ 個}}, \quad i = 1, \dots, 2M \quad (3.22)$$

である . $(I_k, \quad k = 1, \dots, 2M)$ については , $(I_k, \quad k = 1, \dots, M)$ が $(I(z_1^e, \mu_j), \quad j = 1, \dots, M)$ に , また , $(I_k, \quad k = M+1, \dots, 2M)$ が $(I(z_2^e, \mu_j), \quad j = 1, \dots, M)$ に対応している .

以上で , 各要素についての有限要素式が構成された . 各要素に関する式 (3.21) を z 方向について重ねていくことで全系に関する方程式を構成することができる . すなわち , z 方向の節点数を N とすると ,

$$\sum_{j=1}^{NM} G_{ij} I_j = R_i, \quad i = 1, \dots, NM \quad (3.23)$$

という , NM 元の連立方程式となる .

3.3 熱伝導解析

1次元の熱伝導方程式は式(2.41)から,

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{d}{dz} \left(\lambda \frac{dT}{dz} \right) + Q \quad (3.24)$$

で表される．ここで， Q は内部発熱である．

温度の内挿関数を $[N]$ ，要素の節点温度を $T_n^e = T(z_n^e)$, $n = 1, 2$ とすると，要素内の温度分布は次のように表現できる．

$$T^e(z) = \sum_{n=1}^2 T_n^e N_n(z) \quad (3.25)$$

式(3.24)にガラーキン法を適用する．式(3.25)を式(3.24)に代入し，残差 R^e を求めると，

$$R^e = \lambda \frac{\partial^2 T^e}{\partial z^2} + Q - \rho c \frac{\partial T^e}{\partial t} \quad (3.26)$$

となる．また，重み関数を $[N]$ とすると，残差 R^e について，

$$\int_{z_1^e}^{z_2^e} N_i R^e dz = 0, \quad i = 1, 2 \quad (3.27)$$

が成り立つとき，式(3.26)を式(3.27)に代入して，

$$\int_{z_1^e}^{z_2^e} N_i \left\{ \lambda \frac{\partial^2 T^e}{\partial z^2} + Q - \rho c \frac{\partial T^e}{\partial t} \right\} dz = 0, \quad i = 1, 2 \quad (3.28)$$

が得られる．式(3.28)の右辺第1項を部分積分し，式(2.36)と式(3.25)を代入すると次式が得られる．

$$\int_{z_1^e}^{z_2^e} \lambda N_i \frac{\partial^2 T^e}{\partial z^2} dz = - \sum_{j=1}^2 \int_{z_1^e}^{z_2^e} \lambda \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} dz T_j - q N_i \quad (3.29)$$

ここで， q は境界上での熱流束であり，境界上で熱流束 q_0 が与えられているとき，

$$q = q_0 \quad (3.30)$$

また，温度 T の境界上で熱放射がある場合，

$$q = \sigma \varepsilon (T^4 - T_r) \quad (3.31)$$

ここで， σ はステファン・ボルツマン定数， ε は修正形態係数， T_r は放射源温度である．

式 (3.28) に式 (3.25) と式 (3.29) を代入することによって次式が得られる .

$$\sum_{j=1}^2 C_{ij}^e \frac{\partial T_j^e}{\partial t} + \sum_{j=1}^2 K_{ij}^e(T) T_j^e = F_i^e(T) \quad (3.32)$$

ここで ,

$$C_{ij}^e = \int_{z_1^e}^{z_2^e} \rho c N_i(z) N_j(z) dz \quad (3.33)$$

$$K_{ij}^e = \int_{z_1^e}^{z_2^e} \lambda(T) \frac{dN_i(z)}{dz} \frac{dN_j(z)}{dz} dz \quad (3.34)$$

$$F_i^e = \int_{z_1^e}^{z_2^e} Q(z) N_i(z) dz - \left[q_0 - \sigma \varepsilon (T(z_0 \text{ or } z_1)^4 - T_r^4) \right] N_i(z) \Big|_{z=z_0 \text{ OR } z_1} \quad (3.35)$$

であり , 式 (3.35) 右辺第二項は表面での輻射を考慮する端部でのみ計算される .

熱伝導率 $\lambda(T)$ は一般に温度の非線形関数であるので , 式 (3.34) の積分については , 要素内でやはり式 (3.7) の関数を用いて次のように内挿して計算した .

$$\lambda^e(T(z)) = \sum_{n=1}^2 \lambda_n^e N_n(z) \quad (3.36)$$

ここで ,

$$\lambda_n^e = \lambda(T_n^e), \quad n = 1, 2 \quad (3.37)$$

は節点温度に対する熱伝導率である . これにより式 (3.34) は以下のようになる .

$$\begin{aligned} K_{ij}^e &= \int_{z_1^e}^{z_2^e} \lambda(T(z)) \frac{\partial N_i(z)}{\partial z} \frac{\partial N_j(z)}{\partial z} dz = \int_{z_1^e}^{z_2^e} \sum_{n=1}^2 \lambda_n^e N_n(z) \frac{\partial N_i(z)}{\partial z} \frac{\partial N_j(z)}{\partial z} dz \\ &= \sum_{n=1}^2 \lambda_n^e \int_{z_1^e}^{z_2^e} N_n(z) \frac{\partial N_i(z)}{\partial z} \frac{\partial N_j(z)}{\partial z} dz \end{aligned} \quad (3.38)$$

式 (3.32) を全ての要素について計算することによって全系に対する連立方程式

$$\sum_{j=1}^N C_{ij} \frac{\partial T_j}{\partial t} + \sum_{j=1}^N K_{ij}(T) T_j = F_i(T), \quad i = 1, \dots, N \quad (3.39)$$

を得る . ここで , N は z 方向の全節点数である .

時間に関しては , クランク・ニコルソン法を用いて離散化した . すなわち , 時刻 $t + \frac{\Delta t}{2}$ における節点温度と , その時間微分を ,

$$\left. \begin{aligned} T_j \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) &= \frac{1}{2} \{ T_j(t + \Delta t) + T_j(t) \} \\ \frac{\partial}{\partial t} T_j \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) &= \frac{T_j(t + \Delta t) - T_j(t)}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \quad (3.40)$$

で表し，式 (3.40) を式 (3.39) の T_j と $\frac{\partial T_j}{\partial t}$ に代入することによって，時間に関して離散化された次式が導かれた．

$$\sum_{j=1}^N \left(\frac{1}{\Delta t} C_{ij} + \frac{1}{2} K_{ij} \right) T_j(t + \Delta t) = \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{\Delta t} C_{ij} - \frac{1}{2} K_{ij} \right] T_j(t) + F_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (3.41)$$

各時間において，すぐ前の時間ステップでの温度を用いて式 (3.41) を $T(t + \Delta t)$ について解き，次に，得られた温度を式 (3.41) に代入して再び $T(t + \Delta t)$ について解く．これを，温度 $T(t + \Delta t)$ が収束するまで繰り返すことによって，式 (3.41) を解く．

3.4 連成解析

輻射及び熱伝導の有限要素法の式を連成させる．基礎方程式は式 (3.1) と式 (3.2) である．ある時間において温度分布 $T(z)$ が与えられたとすると，輻射解析のルーチンで輻射強度分布 $I(z, \mu)$ が得られる．そして，これと式 (3.3) を用いて熱流束 q_r を計算し，熱伝導方程式 (3.2) に代入して熱伝導解析のルーチンを用いて解く．

実際には，式 (3.2) より， q_r の発散 dq_r/dz が必要であるが，これは輻射の基礎方程式 (3.1) を用いて次のように求められる．

$$\begin{aligned} \frac{dq_r}{dz} &= 2\pi \frac{d}{dz} \int_{-1}^1 \mu I(z, \mu) d\mu = 2\pi \int_{-1}^1 \mu \frac{dI}{dz} d\mu \\ &= 2\pi K_e \int_{-1}^1 \left[-I(z, \mu) + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 I(z, \mu') d\mu' + (1 - \omega) I_b(T) \right] d\mu \\ &= (1 - \omega) K_e \left[4\sigma T^4 - 2\pi \int_{-1}^1 I(z, \mu) d\mu \right] \end{aligned} \quad (3.42)$$

一方，式 (3.2) より

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{d}{dz} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{dq_r}{dz} \quad (3.43)$$

であるので，通常の熱伝導方程式 (??) と比較すると，内部発熱 Q を $-dq_r/dz$ に置き換えればよいことが分かる．すなわち，

$$\begin{aligned} -Q &= \frac{dq_r}{dz} \\ &= (1 - \omega) K_e \left[4\sigma T^4 - 2\pi \int_{-1}^1 I(z, \mu) d\mu \right] \end{aligned} \quad (3.44)$$

あとは，先述の熱伝導解析のルーチンで解くことができる．ただし，輻射 $I(z, \mu)$ の解析には温度分布が必要であるので，輻射解析は先述した非線形熱伝導方程式についての反復法に含める必要がある．

3.5 熱応力解析

3.5.1 変位増分とひずみ増分

要素内変位増分ベクトル $\{\Delta u\}$ を，節点変位増分ベクトル $\{\Delta d\}$ で表すと， $[N]$ を変位関数として，

$$\{\Delta u\} = [N]\{\Delta d\} \quad (3.45)$$

で与えられる．さらに，ひずみ増分 $\{\Delta \varepsilon\}$ は，節点変位増分ベクトル $\{\Delta d\}$ によって，次式で与えられる．ここで， $[B]$ は，ひずみ-変位マトリックスと呼ばれる．

$$\{\Delta \varepsilon\} = [B]\{\Delta d\} \quad (3.46)$$

3.5.2 構成則

構成方程式は，応力ベクトルとひずみベクトルの間の関係として定式化される．全ひずみ増分 $\{\Delta \varepsilon\}$ は弾性ひずみ増分 $\{\Delta \varepsilon^e\}$ と熱ひずみ増分 $\{\Delta \varepsilon^{th}\}$ の和として，次式で与えられる．

$$\{\Delta \varepsilon\} = \{\Delta \varepsilon^e\} + \{\Delta \varepsilon^{th}\} \quad (3.47)$$

応力増分とひずみ増分の間の関係は次のようになる．

$$\{\Delta \sigma\} = [D^e] (\{\Delta \varepsilon\} - \{\Delta \varepsilon^{th}\}) \quad (3.48)$$

$[D^e]$ は弾性応力-ひずみマトリックス (Elastic Stress-Strain Matrix) と呼ばれ，一般化 Hooke の法則により容易に求められる．

熱ひずみ増分 $\{\Delta \varepsilon^{th}\}$ は，線膨張係数のベクトル $\{\alpha\} = (\alpha \ \alpha \ \alpha \ 0 \ 0 \ 0)^T$ (垂直成分のみ有意)， $\Delta \theta$ を温度増分として，次式で与えられる．

$$\{\Delta \varepsilon^{th}\} = \{\alpha\} \Delta \theta \quad (3.49)$$

3.5.3 平衡方程式

仮想仕事の原理により，次の平衡方程式が導かれる．

$$[K^e]\{\Delta d\} = \{\Delta F_s\} + \{\Delta F_v\} + \{\Delta F_{th}^{ep}\} \quad (3.50)$$

$$[K^e] = \sum_{\text{all element}} \int_{V^e} [B]^T [D^e] [B] dV$$

: 弾性剛性マトリックス

$$\begin{aligned}
\{\Delta F_s\} &= \sum_{\text{all element}} \int_{S^e} [N]^T \{\Delta T\} dS \\
&: \text{表面力増分 } \{\Delta T\} \text{ による節点荷重増分ベクトル} \\
\{\Delta F_v\} &= \sum_{\text{all element}} \int_{V^e} [N]^T \{\Delta F\} dV \\
&: \text{体積力増分 } \{\Delta F\} \text{ による節点荷重増分ベクトル} \\
\{\Delta F_{th}^{ep}\} &= \sum_{\text{all element}} \int_{V^e} [B]^T [D^e] \{\Delta \varepsilon^{th}\} dV \\
&: \text{熱ひずみによる見かけの節点荷重増分ベクトル}
\end{aligned}
\tag{3.51}$$

ただし， $\{T\}$ ， $\{\Delta T\}$ は表面力ベクトルとその増分である．

3.5.4 ANSYS での解析

本研究では熱応力解析は有限要素法解析ソフト ANSYS を用いて行った．その際，図 3.2 に示すようなタイルを含む熱防護系を考え，対称性を考慮して，図 3.2 の点線で囲まれた部分を切り出した図 3.3 のような 3 次元モデルを作成し，輻射・熱伝導連成解析で得られた 1 次元の温度分布をタイルの厚さ方向に与えた．解析モデルの節点数および要素数は表 3.2 に示す通りである．

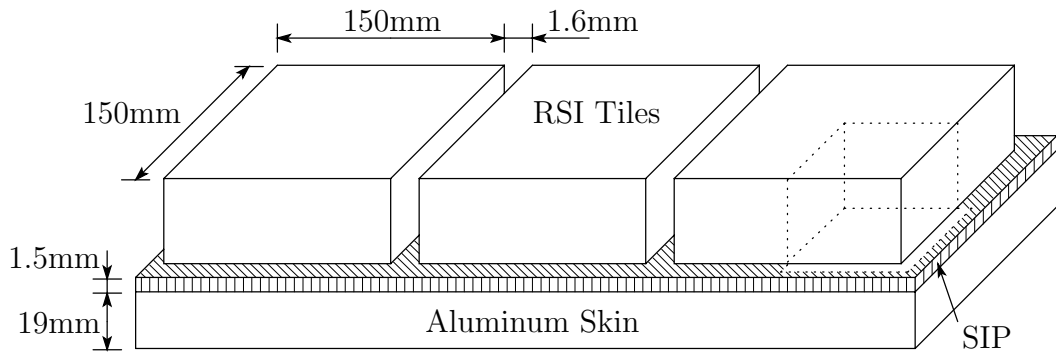


図 3.2: タイルを含む熱防護系の概要

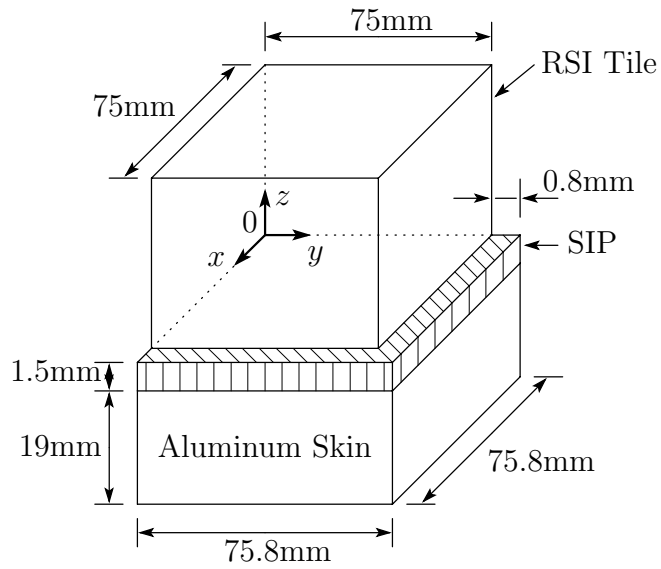


図 3.3: 3次元解析モデルの概要

表 3.2: 有限要素モデルの節点, 要素, 自由度数

	各軸方向の節点数			総節点数	総要素数	総自由度数
	x 方向	y 方向	z 方向			
タイル	21	21	26	11466	10000	30000
SIP	23	23	3	1587	968	4761
アルミ外板	23	23	10	5290	4356	15870
全体				17463	15324	52389

(a) タイル厚さ 20mm 以下

	各軸方向の節点数			総節点数	総要素数	総自由度数
	x 方向	y 方向	z 方向			
タイル	11	11	51	6171	5000	18513
SIP	13	13	3	507	242	1521
アルミ外板	13	13	10	1690	1296	5070
全体				8078	6538	24234

(b) タイル厚さ 20mm 以上

第4章 解析条件

本章では解析で使った物性値，境界条件，およびパラメータなどの解析条件について述べる．

4.1 物性値

物性値としてスペースシャトルで用いられている断熱タイル LI-900 のものを使用した [1][7][8] . 用いた物性値を表 4.1 に示す .

表 4.1: 使用した断熱タイルの物性値

Properties	Value
Porosity	0.93
Density	144.2 kg/m ³
Specific Heat	628.0 J/kgK
Solid Heat Conductivity	0.0124log(T)-0.0406 W/mK
Surface Emissivity	0.5
Young's Modulus(x,y)	4.136×10 ⁸ Pa
Young's Modulus(z)	4136×10 ⁷ Pa
Coefficient of linear expansion	6.246×10 ⁻⁷ K ⁻¹
Poisson's ratio(xy)	0.01
Poisson's ratio(xz,yz)	0.49

4.2 境界条件

4.2.1 輻射・非定常熱伝導連成解析

タイル上面に照射エネルギーを与え，下面の温度を一定とした．また，上面では反射を考慮し，下面は黒体とした．

4.2.2 熱応力解析

図 3.3 に示した座標系において，次のような境界条件を設定した．

- $x = 0$ の面： y 方向固定
- $y = 0$ の面： x 方向固定
- $x = 75.8\text{mm}$ の面： y 方向固定
- $y = 75.8\text{mm}$ の面： x 方向固定
- アルミニウム外板下面の $x = 0, y = 0$ の点：全自由度固定

4.3 解析条件

4.3.1 輻射・非定常熱伝導連成解析

タイル下面を 300K に固定し，上面から図 4.1 に示すように照射エネルギー $200\text{kW}/\text{m}^2$ の一定加熱の ON-OFF を与える解析と，最大照射エネルギー $200\text{kW}/\text{m}^2$ のランプ波を与える解析の 2 種類を行った．照射エネルギーの $200\text{kW}/\text{m}^2$ については，航空宇宙技術研究所と宇宙開発事業団が共同で行った極超音速飛行実験 (HYFLEX) で最大加熱率が $200\sim 250\text{kW}/\text{m}^2$ 程度であることを考慮して設定した．

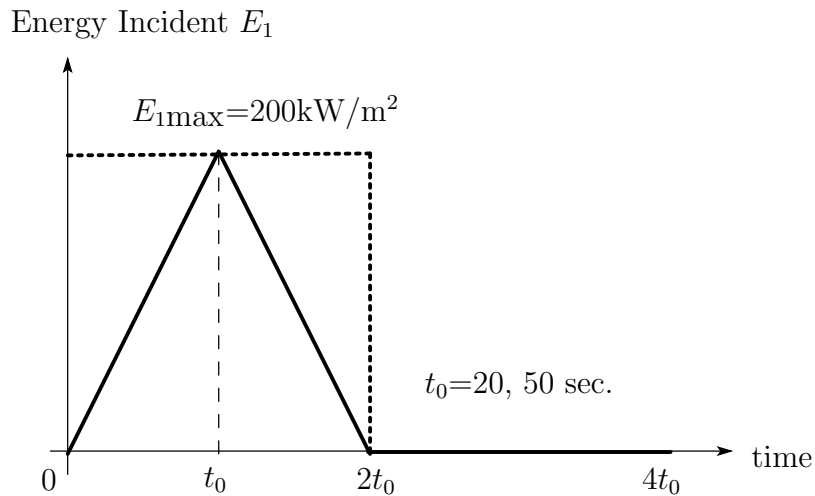


図 4.1: 定常および非定常加熱履歴

タイルの厚さ，輻射の減衰係数とアルベドの 3 つの値をパラメータとし，パラメトリックに解析を行った．その際，以下のようにパラメータを設定し，3 つの値のそれぞれの組み合わせについて解析を行った．減衰係数は $2000\sim 9000\text{m}^{-1}$ であり，アルベドは 1 に非常に近い [1] ことを考慮して設定した．

- 定常加熱
 - タイル厚さ (mm) : 5,10,25,80
 - 減衰係数 (m^{-1}) : 500,1000,3000,5000,9000
 - アルベド : 0.8,0.9,0.95,0.99,0.995
- 非定常加熱
 - タイル厚さ (mm) : 25
 - 減衰係数 (m^{-1}) : 1000,3000
 - アルベド : 0.9,0.99,0.995

4.3.2 熱応力解析

熱応力解析のパラメータとしては熱応力に与えるタイル厚さ，減衰係数，アルベドの影響を調べるために定常加熱については表 4.2，非定常加熱については表 4.3 のように設定した．

表 4.2: 定常加熱の解析条件

タイル厚さ (mm)	減衰係数 (m^{-1})	アルベド	
5	3000	0.8	
		0.9	
		0.99	
		0.995	
10	3000	0.99	
15	3000	0.99	
20	3000	0.99	
25	500	0.99	
		1000	0.8
			0.9
			0.99
	0.995		
	2000	0.99	
		3000	0.8
	0.9		
	0.99		
	0.995		
	4000	0.99	
		5000	0.99
30	3000	0.99	
40	3000	0.99	
50	3000	0.99	
60	3000	0.99	
70	3000	0.99	
80	3000	0.9	
		0.99	
		0.995	

表 4.3: 非定常加熱の解析条件

タイル厚さ (mm)	減衰係数 (m^{-1})	アルベド	t_0 (sec)
25	1000	0.99	20
			100
	3000	0.99	20
			100
	5000	0.99	20
			100

第5章 解析結果

本章では有限要素法を用いた輻射・非定常熱伝導連成解析および熱応力解析で得られた結果を示す。

5.1 輻射・非定常熱伝導連成解析

以下に輻射非定常熱伝導連成解析で得られた結果を示す。

図 5.1 はタイル厚さ方向の温度分布の変化であり，横軸には温度を固定している点からの距離，縦軸には温度をとっている。

図 5.2, 5.3, 5.4 は温度分布が定常状態になるまで一定加熱を与えた場合のタイル厚さ方向の温度分布の変化であり，3つの図はそれぞれ等しいタイル厚さ，減衰係数の下で，複数のアルベドの値について解析を行った結果である。横軸には温度を固定している点からの距離，縦軸には温度をとっている。

図 5.5, 5.6, 5.7 はタイルの表面(加熱面)，中間，下部の温度の時間変化であり，3つの図は同じタイル厚さ，減衰係数の下で異なった加熱履歴を与えたものである。即ち図 5.5 は定常加熱，図 5.6 と図 5.7 は非定常加熱を与えた結果である。横軸には加熱開始後からの時間を，縦軸には温度をとっている。

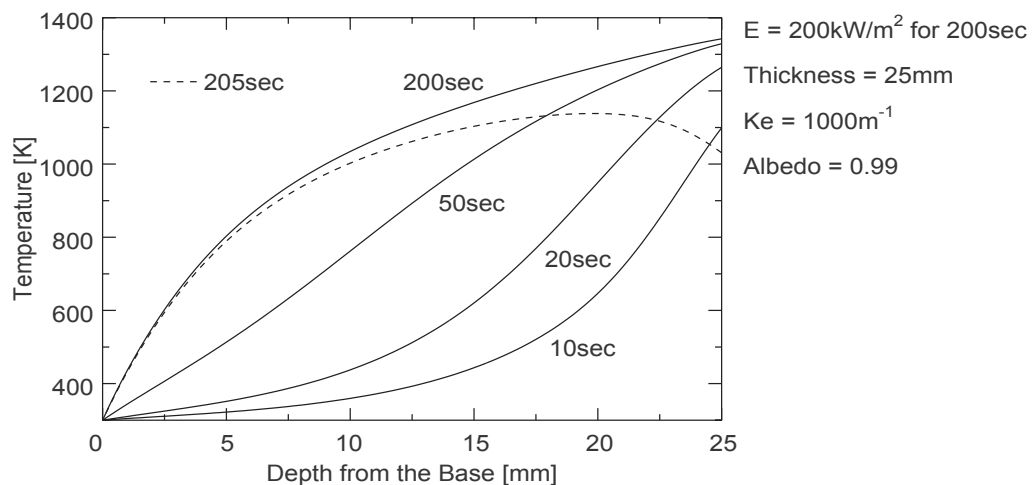
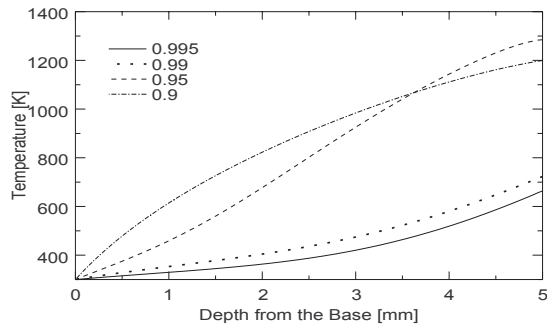
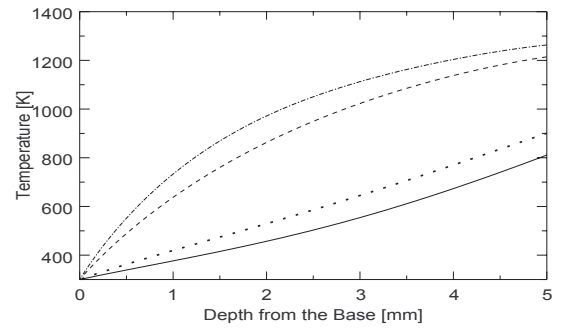


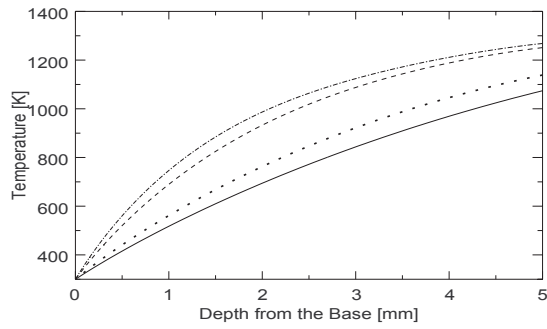
図 5.1: タイル厚さ方向の温度分布の変化



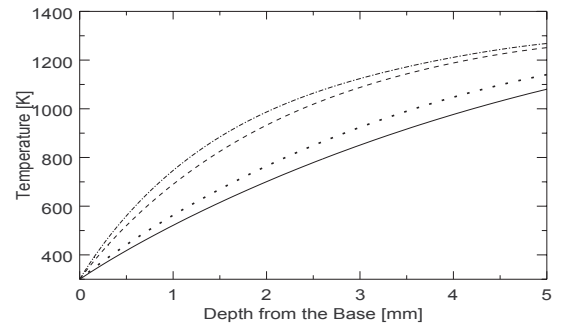
(a) 5sec



(b) 10sec



(c) 50sec

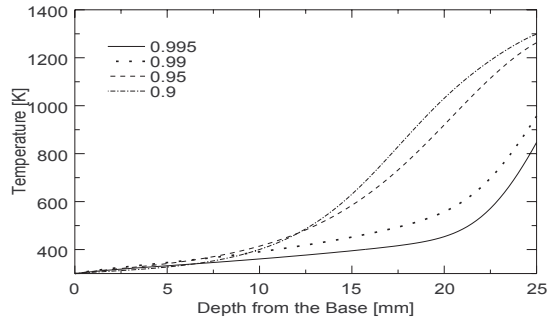


(d) 100sec

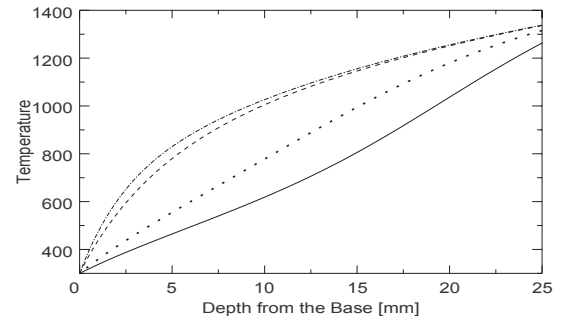
図 5.2: 温度分布のアルベドへの依存 (1)

表 5.1: 図 5.2 における解析の解析条件

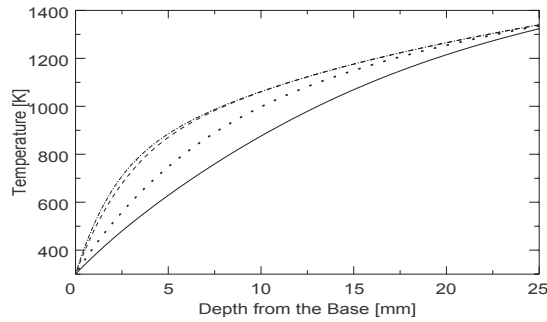
Heating Process	Steady, $E = 200\text{kW/m}^2$ for 100sec
Thickness	5mm
Extinction Coefficient	500m^{-1}
Albedo	0.9, 0.95, 0.99, 0.995



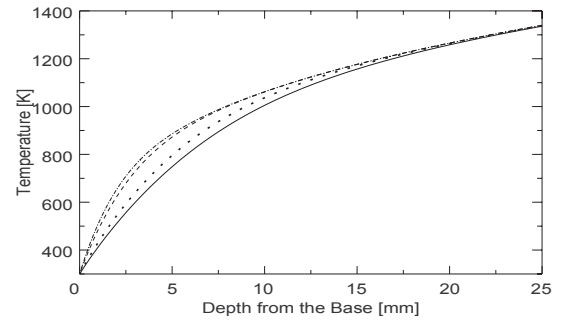
(a) 10sec



(b) 50sec



(c) 100sec

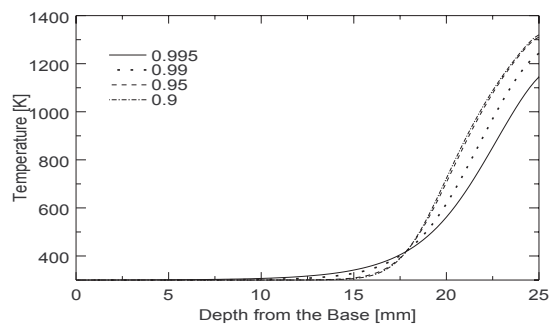


(d) 300sec

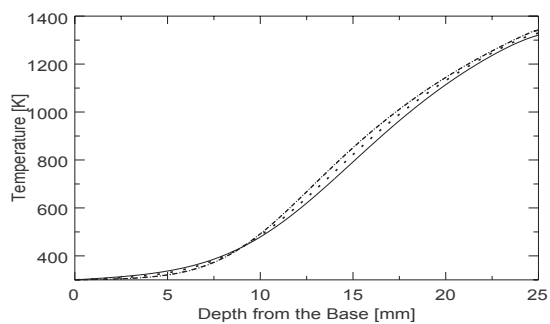
図 5.3: 温度分布のアルベドへの依存 (2)

表 5.2: 図 5.1 における解析の解析条件

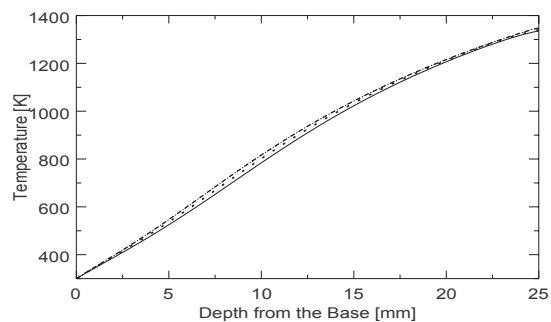
Heating Process	Steady, $E = 200\text{kW/m}^2$ for 300sec
Thickness	25mm
Extinction Coefficient	500m^{-1}
Albedo	0.9, 0.95, 0.99, 0.995



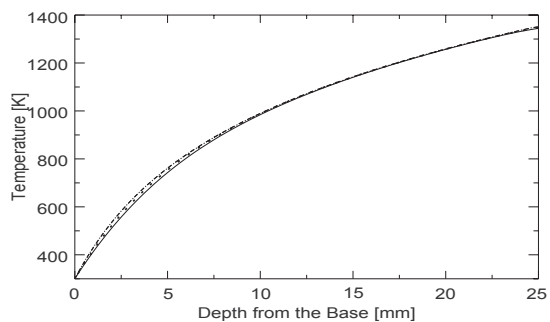
(a) 10sec



(b) 50sec



(c) 100sec

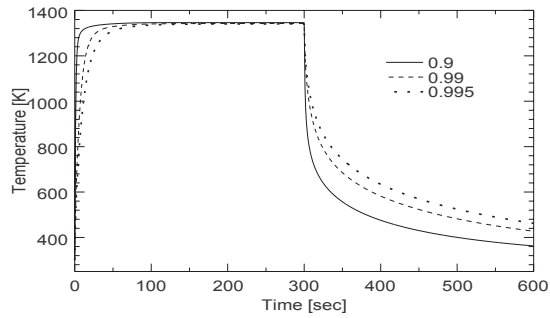


(d) 300sec

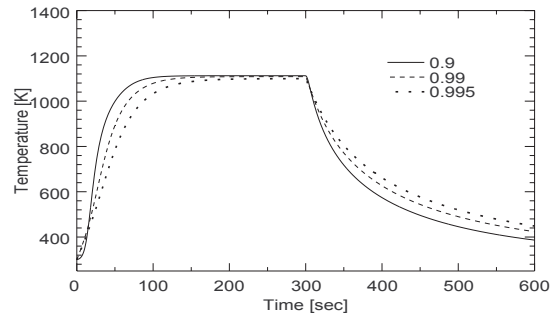
図 5.4: 温度分布のアルベドへの依存 (3)

表 5.3: 図 5.4 における解析の解析条件

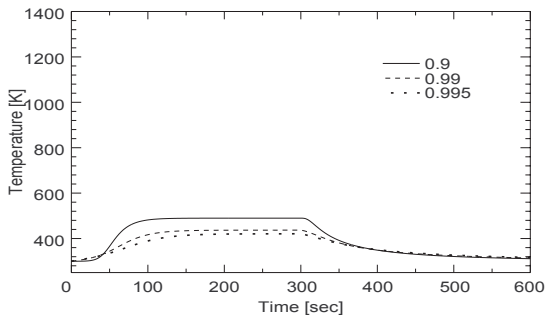
Heating Process	Steady, $E = 200\text{kW/m}^2$ for 300sec
Thickness	25mm
Extinction Coefficient	3000m^{-1}
Albedo	0.9, 0.95, 0.99, 0.995



(a) 表面 (25mm)



(b) 中間 (12.5mm)

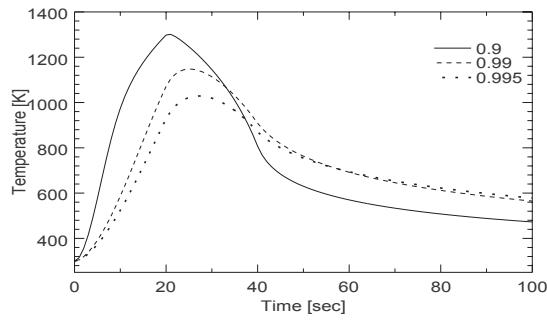


(c) 下部 (1mm)

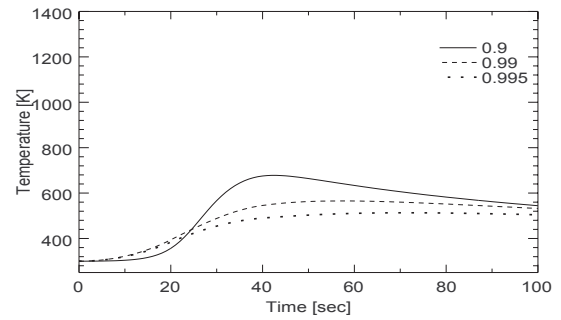
図 5.5: 定常加熱時のアルベドの値による温度の時間変化

表 5.4: 図 5.5 における解析の解析条件

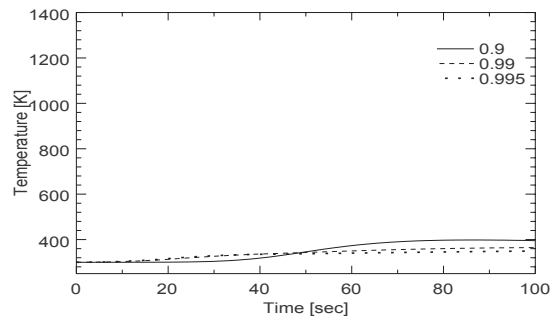
Heating Process	Steady, $E = 200\text{kW/m}^2$ for 300sec
Thickness	25mm
Extinction Coefficient	1000m^{-1}
Albedo	0.9, 0.99, 0.995



(a) 表面 (25mm)



(b) 中間 (12.5mm)

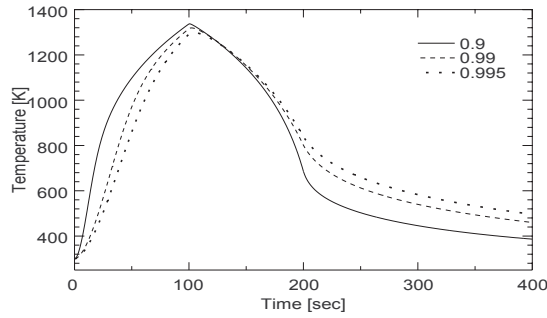


(c) 下部 (3mm)

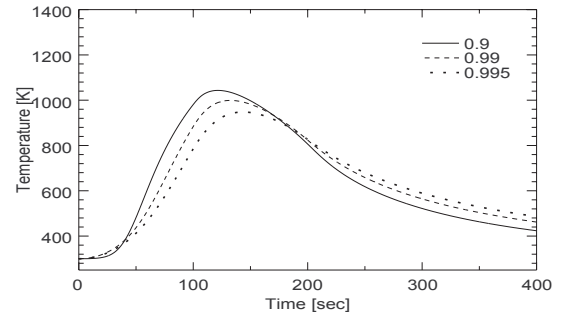
図 5.6: 非定常加熱時のアルベドの値による温度の時間変化 (1)

表 5.5: 図 5.6 における解析の解析条件

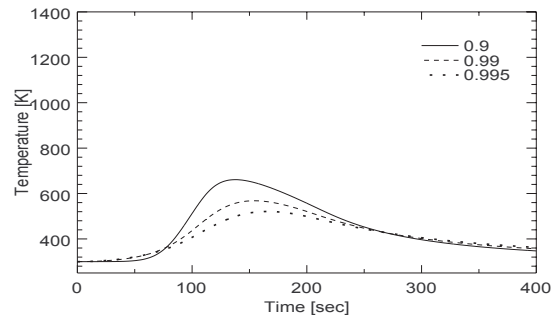
Heating Process	Unsteady, $E = 200\text{kW/m}^2, t_0=20\text{sec}$
Thickness	25mm
Extinction Coefficient	1000m^{-1}
Albedo	0.9, 0.99, 0.995



(a) 表面 (25mm)



(b) 中間 (12.5mm)



(c) 下部 (3mm)

図 5.7: 非定常加熱時のアルベドの値による温度の時間変化 (2)

表 5.6: 図 5.7 における解析の解析条件

Heating Process	Unsteady, $E = 200\text{kW/m}^2, t_0=100\text{sec}$
Thickness	25mm
Extinction Coefficient	1000m^{-1}
Albedo	0.9, 0.99, 0.995

5.2 熱応力解析

以下に熱応力解析で得られた結果を示す。

図 5.8 は定常加熱を与えた場合のタイル上部，中間，下部，で発生した面内方向熱応力の時間変化である。

図 5.9，5.10，5.11 は定常加熱を与えた場合のタイルの上部と下部で発生した面内方向熱応力の時間変化である。パラメータとして図 5.9 と図 5.10 ではアルベドを，図 5.11 では減衰係数をとって，それぞれ複数の値について解析した結果である。

図 5.12，5.13，5.14 はそれぞれアルベド，減衰係数，断熱材厚さをパラメータとしてとったとき，定常加熱を与えた場合の，タイル上面で発生した最大圧縮応力である。縦軸は圧縮応力なので符号はマイナスになっている。

図 5.15 は非定常加熱を与えた場合にタイル上部と下部で発生した面内方向熱応力の時間変化である。

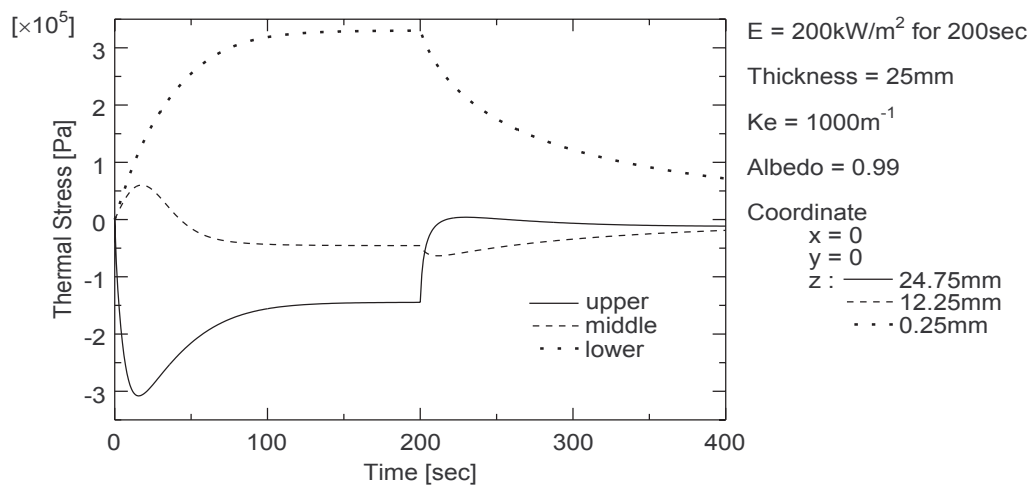


図 5.8: 面内方向熱応力の時間変化

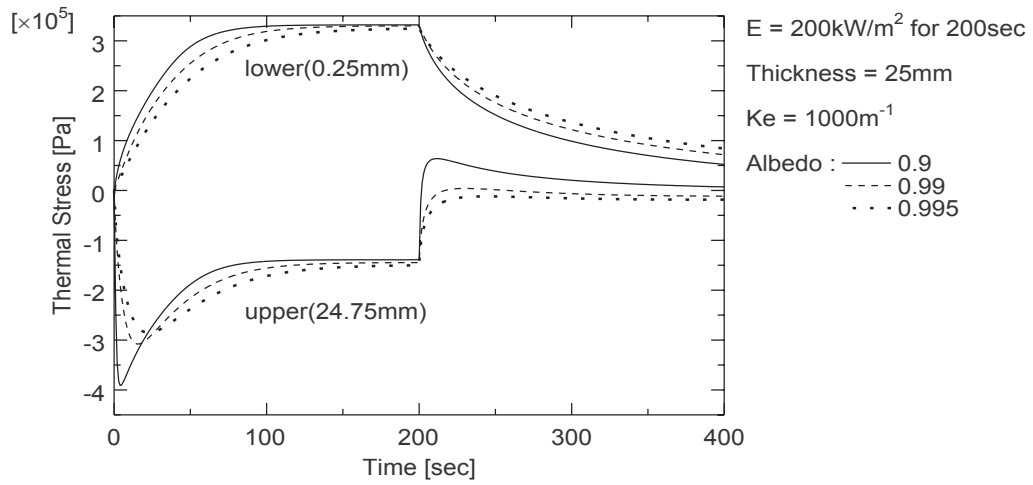


図 5.9: 面内方向熱応力の時間変化のアルベドへの依存 (1)

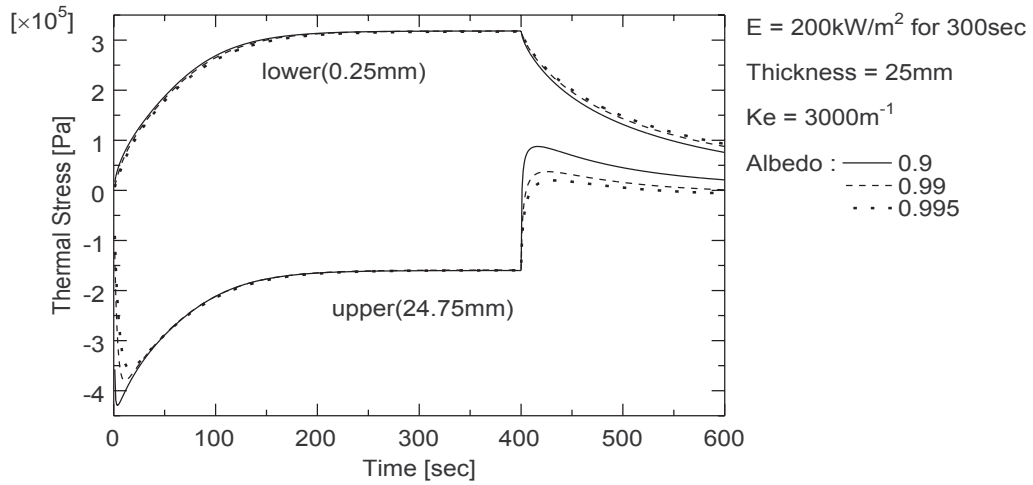


図 5.10: 面内方向熱応力の時間変化のアルベドへの依存 (2)

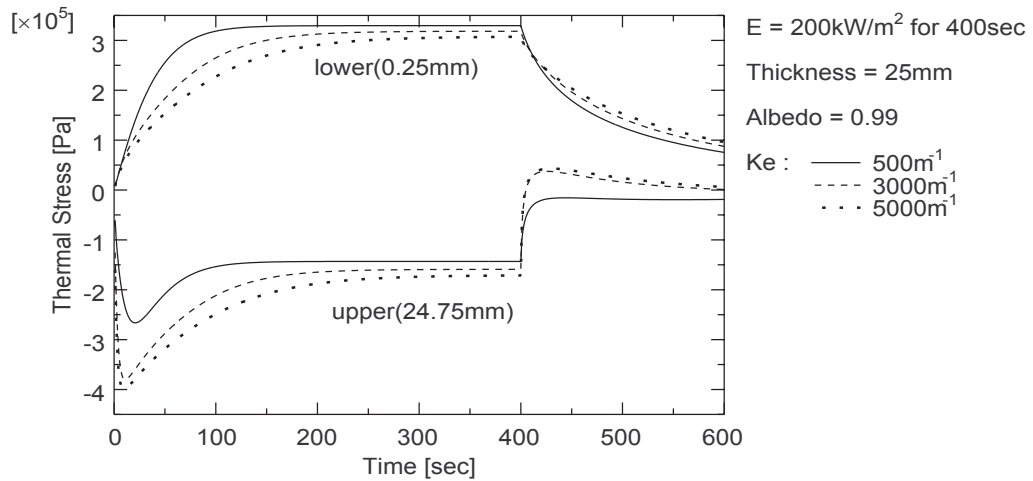


図 5.11: 面内方向熱応力の時間変化減衰係数への依存

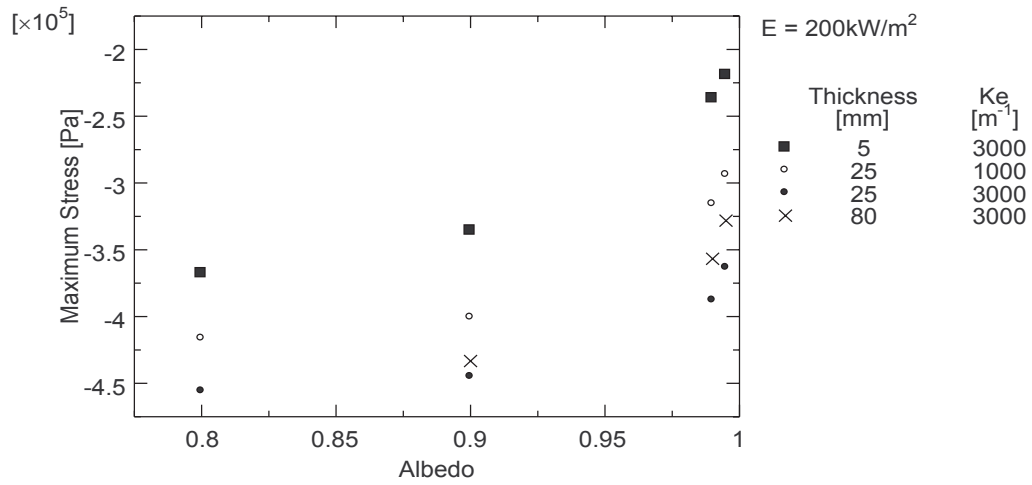


図 5.12: タイル表面の面内熱応力の最大値のアルベドへの依存

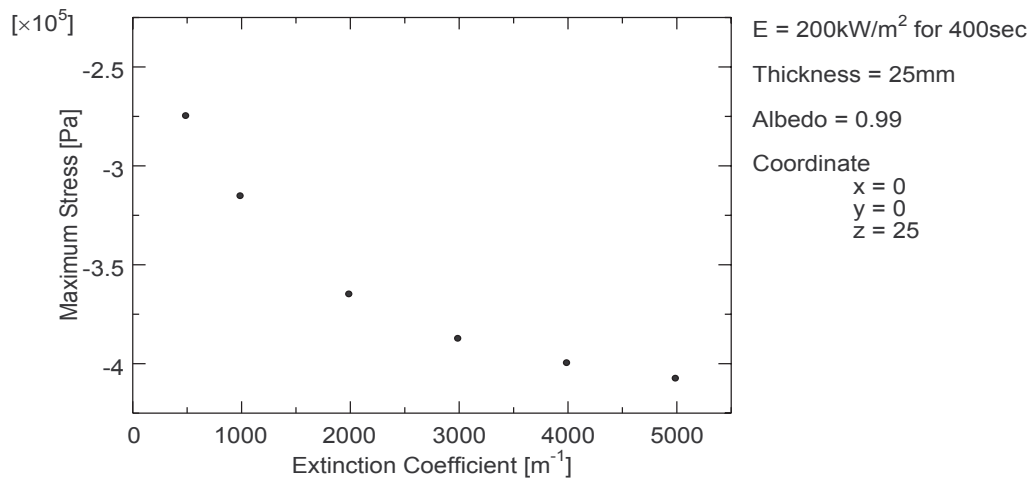


図 5.13: タイル表面の面内熱応力の最大値のアルベドへの依存

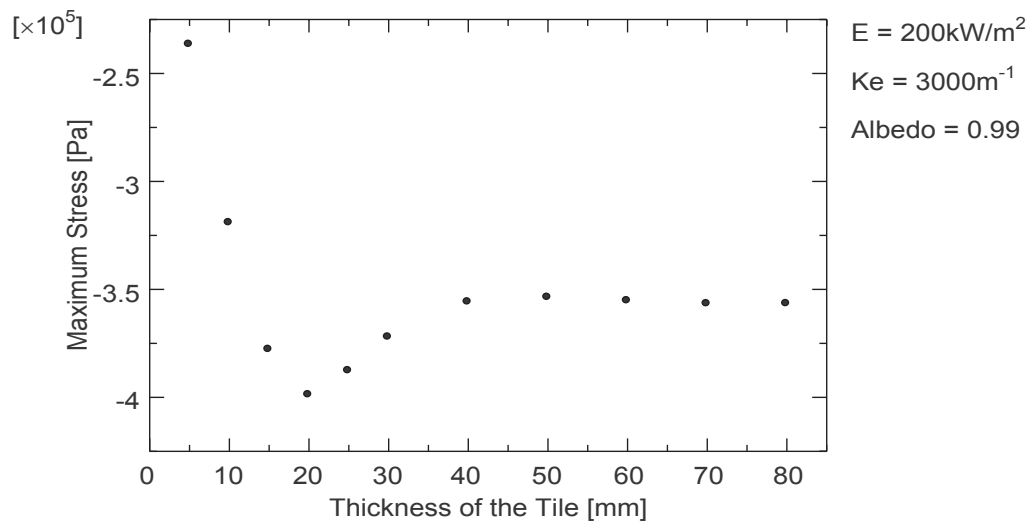
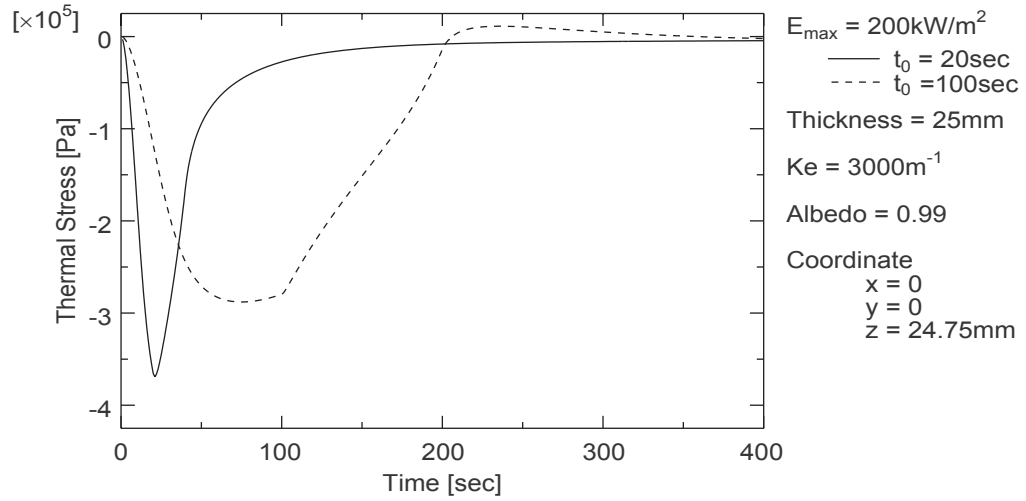
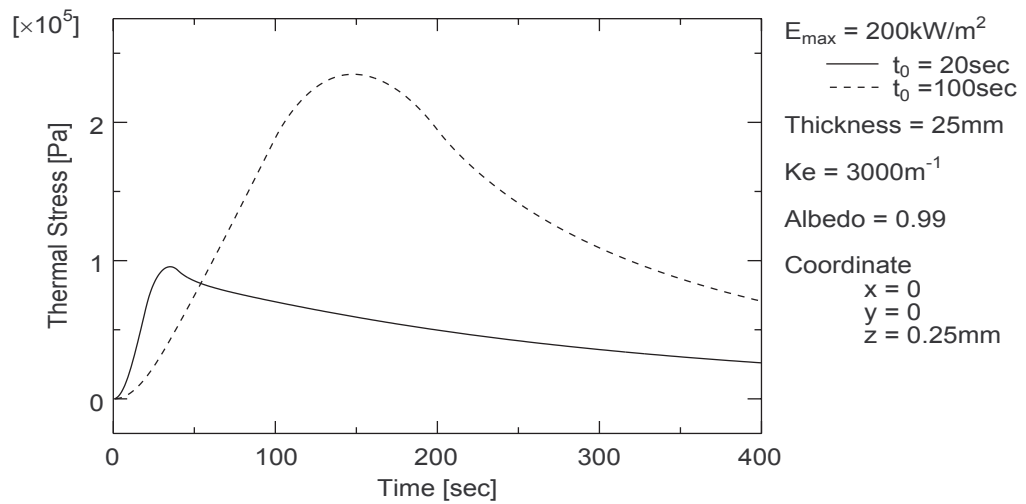


図 5.14: タイル表面の面内熱応力の最大値のタイル厚さへの依存



(a) タイル上部



(b) タイル下部

図 5.15: 非定常加熱による面内方向熱応力の時間変化

第6章 考察

本章では輻射・非定常熱伝導連成解析および熱応力解析の結果より，輻射がタイルの温度分布と熱応力に与える影響について考察する．

6.1 輻射・非定常熱伝導連成解析

アルベドがタイルの温度分布に与える影響

アルベドとは輻射の減衰に占める散乱の割合である。図 5.2, 5.3, 5.4 から分かるようにアルベドが小さいとき、即ち輻射の減衰に占める吸収の割合が大きく、散乱の割合が小さいとき、アルベドが大きい場合に比べてタイル内の温度上昇が早い。これは吸収の割合が大きいほどタイルの温度が上がりやすいためであると考えられる。

光学厚さがタイルの温度分布に与える影響

式 (2.26) で表される光学厚さは、ここでの解析ではタイルの減衰係数は一定であるとしているため、タイル厚さと減衰係数の積になる。図 5.2 と図 5.3 との比較から減衰係数が等しい場合は、タイルの厚さが小さいほどアルベドの違いによる温度分布の違いは顕著であり、図 5.3 と図 5.4 との比較から厚さが等しい場合は、減衰係数が小さい方が温度分布の違いは顕著であることが分かる。これらは、温度分布が定常状態であるときにははっきりと確認できる。つまり、光学厚さが小さいときに輻射の影響が大きくなっている。これは、光学厚さが小さいほど、境界条件に設定した黒体面に吸収される放射エネルギーが大きくなり、アルベドの値によって境界から流出する放射エネルギーが大きく変化するためであると考えられる。

非定常加熱がタイルの温度分布に与える影響

図 5.5, 5.6, 5.7 の解析は加熱条件以外の解析条件はすべて同じであるが、定常加熱を加えた解析結果の図 5.5 よりも非定常加熱の解析結果の図 5.6, 5.7 の方がタイルの温度分布のアルベドへの依存性が大きくなっていることが分かる。また、同じ非定常加熱でも、より大きな非定常性を伴った加熱を加えた図 5.6 の方がアルベドによる温度分布の違いが顕著である。即ち加熱の非定常性が強くなるほどタイルの温度分布におよぼす輻射の影響が大きくなっている。これは、宇宙往還機の境界層遷移を伴う強い非定常加熱履歴を受ける耐熱構造の設計においては、輻射の影響を考慮した解析を行うことが重要であることを示していると考えられる。

6.2 熱応力解析

熱応力の時間変化

図 5.8 での解析は図 5.1 で示される温度履歴をタイルに与えたものである。加熱開始直後はタイルの上面付近の温度勾配が大きくなっており、下面付近では緩やかであるが、加熱を続けると上面付近の温度勾配が小さく、下面付近の温度勾配が大き

くなっている．そのため加熱開始直後，上面付近では急激に大きな圧縮応力が発生し，だんだんと小さくなっていく．また，下面付近では，徐々に引張応力が大きくなっている．加熱を止めた直後 (200sec) に上部と下部で急激に応力が小さくなっているが，これは加熱を止めた直後にタイル表面からの放射放熱の影響で表面付近の温度が急激に下がった (図 5.1，点線) ためであると考えられる．

アルベドが熱応力に与える影響

図 5.12 から分かるように断熱材厚さ、減衰係数が等しいときはアルベドの値が小さいほど上面で発生する圧縮応力の最大値が大きくなっていた．アルベドが小さい，即ち輻射の減衰に占める吸収の割合が大きく散乱の割合が小さいとき，タイルの加熱面付近の温度は急激に大きくなるが，タイル内部の温度上昇は始めは緩やかである．そのため，アルベドが小さいほどタイルには大きな温度勾配がつき，より大きな熱応力が発生し，また，アルベドが小さいほど散乱によって失われるエネルギーが小さくなるので最終的にはアルベドが小さい方が早く定常状態に達する．そのためタイル下面の引張応力はアルベドが小さいほど早く上昇した (図 5.9) と考えられる．

減衰係数が熱応力に与える影響

図 5.13 から分かるように断熱材厚さとアルベドが等しい場合は，減衰係数が大きいほど発生する応力は大きくなった．これは減衰係数が大きいほどアルベドが小さい場合と同様に，加熱面付近の温度の上昇が早く，内部の温度上昇は緩やかになり，タイルに大きな温度勾配が発生するためであると考えられる．また，図 5.9 と図 5.10 との比較から減衰係数が小さいほどアルベドの違いによる熱応力の変化は大きくなることが分かった．減衰係数が小さいということは，瞬間的にタイルの内部に輻射によって伝えられるエネルギーが大きくなるということである．そのため，アルベドがタイルの温度分布に与える影響が大きくなったと考えられる．

タイルの厚さと熱応力の関係

図 5.14 のようにタイル厚さに対してタイル表面で発生した面内方向熱応力は厚さが 20mm 程度以下では厚くなるにつれてより大きな圧縮応力が発生しているが，20 ~ 40mm では小さくなっており，40mm を超えると少しずつではあるが大きくなっていく．これはタイルの厚さが大きくなるにつれてタイル表面に及ぼすタイル下面境界の影響が小さくなるためであると考えられる．そこで，図 5.14 と同じ条件で境界条件のみを変えて解析を行った．ここで解析したモデルはタイルのみを考慮した図 6.1 のようなもので，境界条件は以下の通り．

- $x = 0, y = 0, z = 0$ の点：完全固定

- $x = 0$ の面 : y 方向固定
- $y = 0$ の面 : x 方向固定

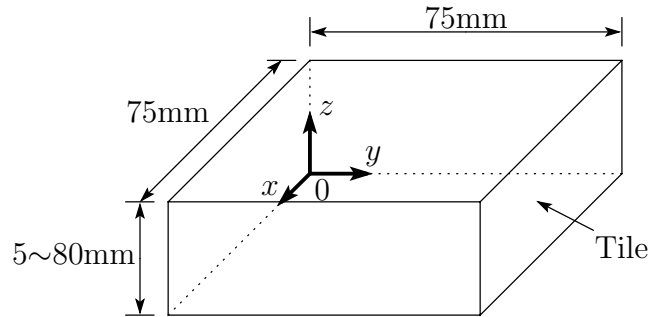


図 6.1: 境界を完全自由としたタイルの解析モデル

すなわち、タイルの下面を完全に自由として解析を行った。解析結果を図 6.2 に示す。

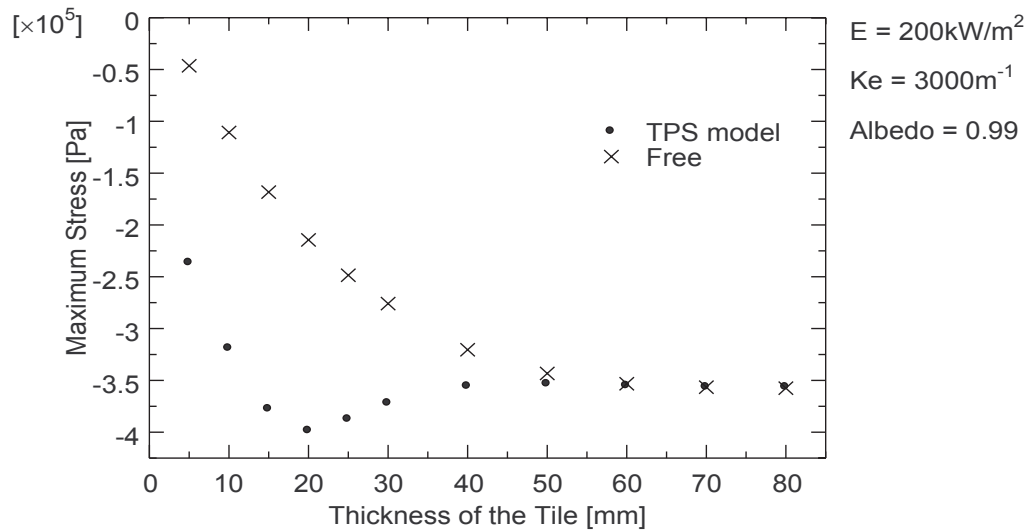


図 6.2: 境界条件の違いによる面内方向熱応力の比較

図 6.2 からタイルが 60mm よりも厚くなるとタイル下面の境界条件は表面で発生した圧縮応力にはほとんど影響を与えていないということが確認できた。

非定常加熱を与えたときの熱応力

非定常加熱を与えた場合，図 5.15 から分かるように，より急激な加熱量の変化があったときに上面でより大きな圧縮応力が発生したが，下面では温度の上昇が小さかったために，発生した引張応力は小さくなった．

第7章 結論

本章では前章の考察より導かれる結論を示し，今後の課題について述べる．

7.1 結論

本研究での結論は以下の通りである.

- 宇宙往還機の断熱タイルに発生する熱応力は輻射の影響という点からは,
 - － アルベドが小さい
 - － 減衰係数が大きい

ときに大きくなる.

- 減衰係数が小さいほどタイルの温度分布や熱応力に与えるアルベドの影響は大きくなる.
- タイル表面で発生する圧縮応力はタイルの厚さに強く依存しており,境界条件の影響が無視できる厚さになれば急激に小さくなる.

7.2 今後の課題

今後の課題としては以下の点が挙げられる.

- アルミニウム外板と SIP の温度変化を考慮した解析の実施.
- タイル表面のコーティングを含めた輻射・非定常熱伝導解析プログラムの作成および熱応力解析の実施.
- 空力加熱のメカニズム (化学反応をする高温気体からの対流熱伝達と輻射熱伝達) を考慮した解析の実施.

参考文献

- [1] 中村俊哉，輻射・非定常熱伝導連成解析プログラムの開発，2001.
- [2] 矢川元基，宮崎則幸，有限要素法による熱応力・クリープ・熱伝導解析，サイエンス社，1985．
- [3] 小林繁夫，宇宙工学概論，丸善，2001．
- [4] 竹内洋一郎，熱応力，日新出版，1971．
- [5] 谷口博，Wen-Jei Yang，工藤一彦，黒田明慈，持田明野，放射伝熱解析，コロナ社，1994．
- [6] 庄司正弘，伝熱工学，東京大学出版会，1995．
- [7] Stanley D.Williams，Donald M.Curry，Prediction of Rigid Silica Based Insulation Conductivity，NASA TP-3276，1993．
- [8] I.U.Ojalvo，A.Levy，F.Austin，A Method for the Dynamic and Thermal Stress Analysis of Space Shuttle Surface Insulation，AIAA PAPER No.75-801，1975．

あとかき

謝辞

研究を進めるにあたって、酒井先生、泉さんをはじめ研究室のみなさんには大変お世話になりました。そして、研修生として私を受け入れてくださった航空宇宙技術研究所の甲斐さん、非常に有意義な時間を過ごすことが出来ました。同じく航空宇宙技術研究所の中村さんには非常に多くの助言をいただき、このように論文を完成するに至りました。本当にお世話になりました。ありがとうございました。

以上

1～62 ページ 完

卒業論文

平成14年 2月8日 提出

00208 塩崎 聖治