

修士論文

ライフサイクル・アセスメントへの
ベイジアン解析の導入

通し番号 1-65 完

平成 14 年 2 月 15 日提出

指導教官 酒井 信介 教授

機械工学専攻 06151 岡本 道雄

目次

1. 序論	6
1.1.研究の背景	7
1.2.LCA 手法の概要	8
1.3.インベントリ分析手法	9
1.4.マトリクス法	10
1.5.LCA の現状	11
1.6.研究の目的	12
1.7.論文の構成	13
2. Bayesian Update と確率変換の LCA への導入	14
2.1.Bayesian Update の導入	15
2.1.1.Bayesian Theorem の特徴	15
2.1.2.Bayesian Update によるプロセス要素の分布推論	16
2.2.LCA における確率分布の変換	18
2.2.1.マトリクス法に基づくインベントリー分析	18
2.2.2.摂動法	21
2.2.3.単一要素の微小変動に伴う環境負荷変動の高精度近似解	23
2.2.4.確率変換	26
3. Bayesian Update を用いた総負荷排出分布の推論の提案	27

4. Bayesian Update を用いた推論の精度検証	30
4.1.Heijungs の例題	31
4.2.Heijungs の例題における前提条件	33
4.3.Heijungs の例題における解析	35
4.3.1.事前確率分布の範囲の影響	37
4.3.2.希少データ数の影響	39
4.3.3.検定値による検証	42
4.3.4.対象要素の総負荷排出に対する感度の影響	44
5. 複写機例題への適用	47
5.1. 複写機例題	48
5.2. 複写機例題の前提条件	50
5.3. 複写機例題の解析例	51
5.4. 複写機例題での検証	55
6. 考察と今後の展望	57
7. 結論	59
付録	61
謝辞	63
参考文献	64

目次

Fig. 2.1 An example of a process tree	18
Fig. 4.1 Inventory flow of a sandwich packaging	31
Fig. 4.2 Influence on β_1 by $f_\sigma^0(x)$	38
Fig. 4.3 Relationship between Bayesian Updated sigma and the number of scarce data	40
Fig. 4.4 Relationship between unbiased variance and the number of scarce data	41
Fig. 4.5 Relationship between number of scarce data and the evaluation number	43
Fig. 4.6 Influence of the sensitivity of a_{ij} for β_4 on the distribution of β_4	46
Fig. 5.1 Inventory flow of a copier	49
Fig. 5.2 Bayesian Update applied to a copier example	53
Fig. 5.3 Relationship between number of scarce data and the evaluation number	55

第1章

序論

1.1 研究の背景

近年、地球環境の保全、資源枯渇の回避は人類にとって解決しなければならない極めて重要な課題となっている。持続的経済発展を進める上には、環境への負荷を把握することが不可欠である。持続可能な発展の実現に向け環境への負荷を評価する手法として、ライフサイクルアセスメント(LCA)が注目を集めてきた。LCAとは、製品の原料採取から製造、使用、リサイクル、廃棄などのライフサイクルを通して環境に与える影響を定量的に分析評価する手法であり、循環型社会を実現する上で非常に有効な手段である。LCA手法は、まだ、新しい概念であり、実施に多くの課題を残しているが、LCA的思考方の浸透が重要である。

LCAの対象としては、単純な製品から複雑なシステムまで目的に応じて自由に設定することができる。また、環境への影響(インパクト)としては、局地的な環境負荷排出だけではなく、資源・エネルギーの消費や人体の健康・生態学的影響も含まれることが大きな特徴である。

1.2 LCA 手法の概要

LCA は方法論としてまだ確定的なものとはなっていないが、ISO14040 に準拠し、実施手順として以下の4点が定められている。

1. 目的と範囲の設定

はじめに、LCA を実施する目的と範囲を明確にすることが重要である。LCA の結果は、これらの設定によって多様な結果を産む。その結果は設定した範囲でのみ有効なものであり、それを利用する際にはこれらの前提条件を踏まえた上で行う必要がある。

2. インベントリ分析

LCA 対象となる製品やサービスに関して、投入される資源やエネルギー(インプット)及び生産または排出される製品・排出物(アウトプット)のデータを収集する。

この時に、いかに信頼できるデータを収集できるかが重要なポイントである。

3. インパクト評価

インベントリ分析で得られたデータをもとに作成された製品の物量単位での環境負荷に、何らかの評価数値を掛け合わせて、個々ばらばらの環境負荷数値を各環境評価カテゴリー(地球温暖化、海洋汚染等)で通算し、意思決定者にとって理解しやすいデータに変換する手続きである。

4. 結果の解釈

インベントリ分析やインパクト評価の結果を単独にまたは総合して評価、解釈する段階である。この解釈結果は、LCA を実施した目的と範囲に対応した結論とすることができる。

1.3 インベントリ分析手法

インベントリ分析には、2つの方法が基本的に考えられる。1つは、製品がどのように作られ廃棄されるかを製品毎に具体的に調べていく方法である。もう一つは、産業連関表と呼ばれる異なる産業の産出投入(金額ベース)が詳細に調べられた表を利用する方法である。

前者は積み上げ法(Process Analysis)と呼ばれ、製品のライフサイクルをボトムアップで調査していく方法で、後者は産業連関分析法(Input-Output Analysis)と呼ばれており、すでに調べられた産業間のインベントリを利用して直接間接の投入エネルギーや環境負荷をトップダウンで求めていくものである。

1. 積み上げ法

積み上げ法とは、ライフサイクルをその各段階のプロセスに分解し、各プロセスにおける環境負荷を求めた上で、ライフサイクル内の全プロセスについて足しあわせを行うという手法である。現在、実用的に利用されている LCA ソフトウェアの大半は、積み上げ法によるものである。

2. 産業連関分析

産業連関法は、積み上げ法の欠点である限られた範囲をより大きくできるものである。それは、国の産業の全てを網羅する産業連関表を利用しているため、もっとも複雑にプロセスである製造工程を統合的に分析することができる。すなわち、ある財のエネルギー消費や環境負荷について、産業部門からの直接・間接の影響を求めるものである。しかし、産業連関表を用いるので、調査対象となっていない分野に関しては、カバーすることはできない。また、産業連関表は原則的に素材の製造から販売までしかカバーしていないので、それ以外のプロセスに関しては、分析ができない。特に、リサイクルなどの分析は行うことができない。もっとも、重要な点は産業連関表はお金の取引を表した表であり、それを物量に換算しているにすぎないことである。

1.4 マトリクス法

インベントリ分析手法において、積み上げ法は、各プロセスの環境負荷を積み上げ足しあわせるだけといった手法であるので、リサイクルなどを含む複雑なライフサイクルを表現したり、何らかのパラメータを分析時に与えて、実行したりすることが困難である。原田の提案するマトリクス法に基づくインベントリ分析手法は、プロセスの流れの中の基本要素として通常のプロセスデータに加えて、製品の出力や、マテリアルの分配等も含めた上で、要素としての定式化を行ない、解が求まるための境界条件の処理も含めて、より一般的な評価方法であり、リサイクルなどを含む複雑なライフサイクルにも容易に対応する非常に有効な手法である。本研究では、インベントリ分析手法として、マトリクス法に基づくインベントリ分析手法を採用する。

1.5 LCA の現状

実際にマトリクスに基づくインベントリ分析を行う際、各プロセス要素の十分なデータが得られない、またはごく少数の希少なデータしか収集できない場合が多い。

データが1つも得られなかった場合、従来は当該データを0として計算していた。しかしこれでは、データが存在しない方が環境負荷排出量などが低く評価されることになり、環境負荷に関するデータを公表したくないという企業の姿勢をつくり出すなど、問題が多い。

また、環境負荷の値が分布を持つと考えられる場合、得られたデータが極めて少ないと分布を推論することが困難で、最終的な系全体からの環境負荷排出分布の予測が適切に行えないなどの問題があった。

1.6 研究の目的

積み上げ法を用いたインベントリ分析に **Bayesian Update** を導入し、分布を持つ要素について希少なデータしか得られていない場合であっても、希少データを有効に活用することで系全体の環境負荷排出評価精度を高められる可能性について検討する。

また、従来解析者の経験として存在したが活用されていなかった、ばらつきの程度の情報を事前確率分布として表現し、推論に取り込むことで評価精度を向上させられる可能性について検討する。

1.7 論文の構成

1. 序論

LCA における基礎的事項と LCA の現状・問題点などについて概説し、本研究の目的を示す。

2. Bayesian Update の LCA への適用

積み上げ法を用いたインベントリ分析に Bayesian Update を導入し、分布を持つ要素について希少なデータしか得られていない場合であっても、当該要素の分布の推論が効果的に行えるように定式化を行う。また、LCA に確率変換を導入し、係数マトリクスのある要素の分布が明らかになったとき、系全体の環境負荷排出の分布を求められるよう、定式化を行う。

3. Bayesian Update を用いた総負荷排出分布の推論の提案

Bayesian Update を用いて、希少なデータと解析者の持つ経験から、総環境負荷排出の分布を推論する方法を提案する。

4. Bayesian Update を用いた推論の精度検証

2章で提案した Bayesian Update の LCA への適用を、Heijungs の例題において行い、分布推論精度の向上について検証する。

5. 複写機例題への適用

3章で提案した Bayesian Update の LCA への適用を、複写機の例題について行う。

6. 考察と今後の展望

Bayesian Update を LCA に適用したことで得られた結果について考察する。また、研究の今後の展望について述べる。

7. 結論

本研究で得られた結論を総括する。

第2章

Bayesian Update と確率変換の

LCA への導入

2.1 Bayesian Update の導入

2.1.1 Bayesian Theorem の特徴

積み上げ法によるインベントリ分析を行う際、プロセスに多数のデータが有る場合は統計処理によって分布の推論を行う。しかし、希少なデータしか得られない場合、本来多数の事象を対象とする通常の統計を希少データに適用することは適切でない。

そこで、非常に希なデータを有効に活用することができ、また、分布のばらつきについておよその情報が存在する場合に事前確率分布として表現し推論に取り込むことができる Bayesian Update の導入を提案する。

一般に事象 A が生起したという条件の下での事象 B_i の生起確率について、以下の式が成り立つ。[1], [2], [3]

$$\Pr[B_i | A] = \frac{\Pr[A \cdot B_i]}{\Pr[A]} = \frac{\Pr[B_i] \Pr[A | B_i]}{\sum_{k=1}^n \Pr[A | B_k] \Pr[B_k]} \quad (2.1)$$

$\Pr[B_i]$ は A が生起する確率である。また $\Pr[B_i | A]$ は、A という事象が生起したという条件の下で B_i が生起する確率、すなわち事後確率である。この $\Pr[B_i | A]$ に対して、 $\Pr[B_i]$ は事前確率と呼ばれる。 $\Pr[A | B_i]$ は、事象 A がいかなる外的状態 B_i の元で起きた可能性が高いのかを示し、尤度と呼ばれる。

(2.1) 式は、尤度 $\Pr[A | B_i]$ を用いて、事前確率(従来知識) $\Pr[B_i]$ を事後確率 $\Pr[B_i | A]$ へと修正する式と見ることができる。よって、 B_i が生起する確率について知られているおよその情報と、実際に得られた希少な事例の双方を有効に活用し、真の B_i の生起確率に近付けることが可能である。また、新たに得られた希少データを用いて、この過程を繰り返し適用することで、真の生起確率に漸近させることができる。

2.1.2 Bayesian Update によるプロセス要素の分布推論

インベントリ分析において、あるプロセスの一つの要素が式(2.2)に示すような正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従うと考えられる場合について検討する。

$$M(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{t}{\sigma}\right)^2 (t - \mu)^2\right\} \quad (2.2)$$

ここで、この要素の観測データが B_i である、という情報が得られたとする。(事象E) この時、尤度は以下のように書ける。この時、 μ は得られた希少データの平均値を用いる。

$$\Pr[E | \sigma = x] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}\right)^2 (B_i - \mu)^2\right\} \quad (2.3)$$

さらに、事前確率密度関数 $f_\sigma^0(x)$ を解析者が任意に定める。事前確率は「主観確率」とも呼ばれ、通常の「客観確率」とは異なるものである。しかし、ベイズの定理を複数回適用する課程で、真の確率に近づかせることができる。

$$\begin{aligned} f_\sigma^1(x) &= \frac{\Pr[E | \sigma = x] f_\sigma^0(x)}{\int_0^\infty \Pr[E | \sigma = x] f_\sigma^0(x) dx} \\ &= \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}\right)^2 (B_i - \mu)^2\right\} f_\sigma^0(x)}{\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}\right)^2 (B_i - \mu)^2\right\} f_\sigma^0(x) dx} \end{aligned} \quad (2.4)$$

ここで、Bayesian Update により得られる の確からしさを表すパラメタ p を導入する。

$$\int_{\sigma_p^1}^\infty f_\sigma^1(x) dx = p \quad (2.5)$$

p は、真の μ が $\hat{\mu}_p$ より大きいことに $p \times 100$ %の確信を持つことを意味する。本研究では、Bayesian Update により推論される $\hat{\mu}_p$ が真の μ に最も近いことが望ましいので、常に $p = 0.5$ とする。 p を導入することで事後確率分布として与えられる $\hat{\mu}_p$ が取りうる値の範囲から、一つの値を取り出すことができる。

式(2.4), 式(2.5)を σ_p^1 について解くことで、1回の Bayesian Update を行った場合の新しく推論された σ_p^1 が求められる。これを用いて、当該要素の新たに推論される分布は以下のようなになる。

$$M_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_p^1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_p^1} \right)^2 (t - \mu)^2 \right\} \quad (2.6)$$

2.2 LCA における確率分布の変換

2.2.1 マトリクス法に基づくインベントリー解析

マトリクス法に基づくインベントリー解析手法について、その概略を示す。インベントリー解析を行う場合の手順は、まず最小要素単位であるプロセスに分解し、(Fig. 2.1)のようなプロセスツリーを構成する。[4]

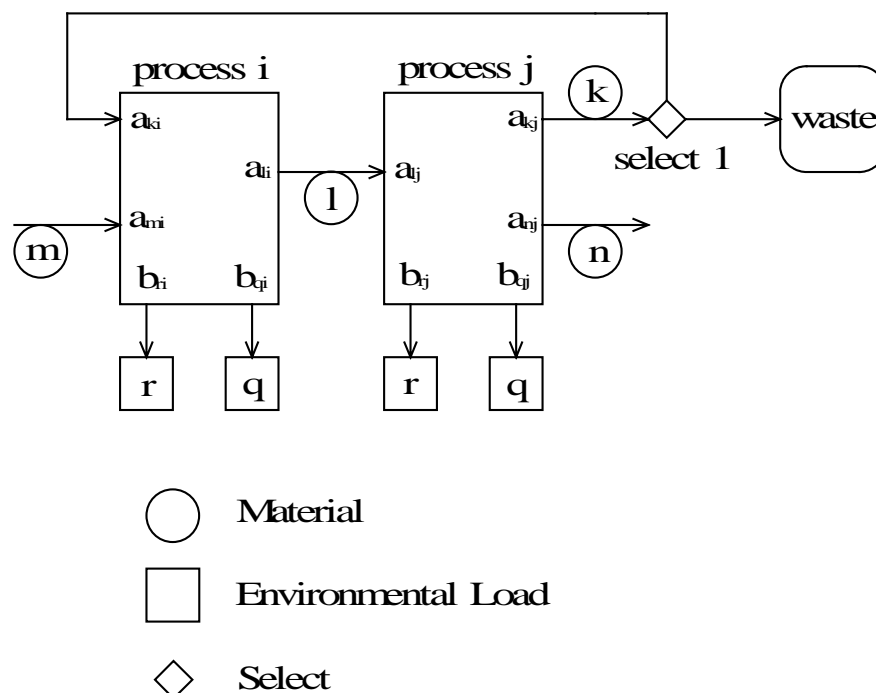


Fig. 2.1 : An example of a process Tree

(Fig. 2.1)では、プロセス*i*とプロセス*j*の2つのプロセスから構成されている。ここに、*i*, *j*はプロセス識別のためのインデックス、*r*, *q*は環境負荷のインデックス、*k*, *l*, *m*, *n*はマテリアル識別のためのインデックスである。プロセス*i*において、マテリアルやエネルギーの投入量の出力製品の単位量に対する割合を(a_{ki} , a_{li} , a_{mi})と表現し、これらを、マテリアル量と呼ぶ、また、同様に、プロセス*i*で発生する環境負荷の出力製品の単位量に対する割合をと表現する。プロセスに投入される量であるとき負、プロセスから出力される量であるとき正であるものと約束する。このようなデータをインベントリーデータといい、インベントリーデータの要素 a_{ki} や b_{ri} は出力製品(プロセス *i* では a_{li})の単位の出力量に対して基準化した値(出力原単位)で収集されている。LCAの評価により、各プロセスの絶対量 p_i が計算

される。 p_i が求まると、各プロセス内のマテリアルの絶対流量はプロセスデータを p_i 倍することにより得ることができる。同様に、環境負荷 r に及ぼす寄与は b_{ri} の p_i 倍により計算される。従って、プロセスツリー全体から評価されるマテリアルの総和 α_k は

$$\alpha_k = \sum_{i=1}^n a_{ki} p_i \quad (2.7)$$

により評価される。同様に、環境負荷 r の総和 β_r は、

$$\beta_r = \sum_{i=1}^n b_{ri} p_i \quad (2.8)$$

により評価できる。ここに n はプロセス数である。マテリアル k が系の中で閉じている場合には $\alpha_k = 0$ となる。従って、 $\alpha_k (k=1, 2, \dots, n)$ について境界条件が与えられた場合、

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \Lambda & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \Lambda & a_{2n} \\ M & M & O & M \\ a_{n1} & a_{n2} & \Lambda & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ M \\ p_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ M \\ \alpha_n \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

を解くことによりプロセス量を評価することができる。式(2.9)を

$$AP = \alpha \quad (2.10)$$

と表現すると、 P は、

$$P = A^{-1} \alpha \quad (2.11)$$

により求まり、環境負荷ベクトル β は

$$\beta = BP = BA^{-1} \alpha \quad (2.12)$$

により求まる。ここに、

$$\beta = \begin{Bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{Bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \Lambda & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \Lambda & b_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{k1} & b_{k2} & \Lambda & b_{kk} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

である。また、 k は環境負荷の数、 B は環境負荷マトリクスである。

環境負荷の変動などのため、インベントリーデータの変更を行うとき、つまり、係数マトリクス A の要素の変更を行うとき、環境負荷がどのように変動するかを求める。

変更後の係数マトリクス A を $A^{(M)}$ と表し、その逆行列を $(A^{(M)})^{-1}$ と表す。この時、式(2.10)よりプロセス量 P は、以下の式を満たす。

$$A^{(M)}P = \alpha \quad (2.14)$$

式(2.11)の様に $A^{(M)}$ の逆行列 $(A^{(M)})^{-1}$ を計算し、式(2.12)より、変更後の環境負荷ベクトル β は、以下のように求まる。

$$\beta = BP = B(A^{(M)})^{-1}\alpha \quad (2.15)$$

このように、環境負荷変動を求める際には、係数マトリクス A の変更のたびに、逆行列を計算しなくてはならず、大きな計算負荷がかかる。このように、 A の変更のたびに逆行列を計算して環境負荷変動を求める手法を本論文では直接法と呼び、後に記す摂動法と区別する。

2.2.2 摂動法

係数マトリクス A の期待値 \bar{A} に対して A の ij 要素が Δa_{ij} 変動したときに、評価されるプロセス量に及ぼす変動率 ΔP を摂動法を用いて誘導する。 \bar{A} に対するプロセス量の解を P^0 とすると、

$$\bar{A}P = \alpha \quad (2.16)$$

を満足する。摂動法では、係数の期待値 \bar{A} からの Δa_{ij} によるずれを次式のように表現する。

$$A^I \Delta a_{ij} \quad (2.17)$$

ここに、

$$A^I = \frac{\partial}{\partial a_{ij}} A \quad (2.18)$$

である。従って、ずれを含む系に対する P の解は

$$\bar{A}P + A^I \Delta a_{ij} P = \alpha \quad (2.19)$$

を解くことで得られる。今、式(2.19)の近似解が Δa_{ij} の級数形として

$$P = P^0 + P^I \Delta a_{ij} + P^{II} \Delta a_{ij}^2 + \Lambda \quad (2.20)$$

と書けるものとする、これを式(2.19)に代入し、

$$\bar{A}P^0 + (A^I P^0 + \bar{A}P^I) \Delta a_{ij} + (A^I P^I + \bar{A}P^{II}) \Delta a_{ij}^2 + \Lambda = \alpha \quad (2.21)$$

を得る。 Δa_{ij} の 0 次項、1 次項、2 次項について両辺を比較することにより、

$$\text{0 次項} \quad \bar{A}P^0 = \alpha \quad (2.22)$$

$$\text{1 次項} \quad A^I P^0 + \bar{A}P^I = 0 \quad (2.23)$$

$$\text{2 次項} \quad A^I P^I + \bar{A}P^{II} = 0 \quad (2.24)$$

これにより、プロセス量の確定項 P^0 、1 次変動率 P^I 、2 次変動率 P^{II} は

$$P^0 = \bar{A}^{-1} \alpha \quad (2.25)$$

$$P^I = -\bar{A}^{-1} A^I P^0 \quad (2.26)$$

$$P^{II} = -\bar{A}^{-1} A^I P^I \quad (2.27)$$

と求まる。式(2.25)は、期待値の係数に対する P を求める計算であるが、ひとたびこの計算を実行して \bar{A}^{-1} と P^0 が求まると、式(2.23)に適用すると 1 次変動率 P^I が求まる。さらに、式(2.27)に適用すると 2 次変動率 P^{II} が求まる。この操作を続けると、さらに高次の変動率も得ることができる。従って、 P の変動率を評価するにあたり、 \bar{A} の逆行列を計算して保存しておきさえすれば、あとは単純なマトリクスの積のみで高次の変動率を逐次計算できる。つまり、あまり大きな計算負荷をかけることなく、変動率を計算できるという利点がある。

以上により、 P の変動率 ΔP は

$$\Delta P = P^I \Delta a_{ij} + P^{II} \Delta a_{ij}^2 + \Lambda \quad (2.28)$$

によって求まり、さらにこれから、環境負荷ベクトルの変動 $\Delta \beta$ は、

$$\Delta \beta = B \Delta P \quad (2.29)$$

により得られる。

2.2.3 単一要素の微小変動に伴う環境負荷変動の高精度近似解

マトリクス A の単一要素 a_{ij} が Δa_{ij} だけ微小変動したときの、環境負荷変動の第一次近似 $\Delta\beta$ を、摂動法を用いることで少ない計算量で Δa_{ij} から β の高精度近似解も閉じた形式で表現できることを示す。ここでは、式の簡便性を優先するため、 Δa_{ij} のことを ε と記述する。

$$\bar{A} \sum_{n=0}^{\infty} P^n \varepsilon^n + A^I \varepsilon \sum_{n=0}^{\infty} P^n \varepsilon^n = \alpha \quad (2.30)$$

これを ε の項で整理すると、

$$\bar{A}P^0 + \sum_{n=1}^{\infty} (\bar{A}P^n + A^I P^{n-1}) \varepsilon^n = \alpha \quad (2.31)$$

両辺の ε の 0 次項の比較により、

$$\bar{A}P^0 = \alpha \quad (2.32)$$

よって、

$$P^0 = \bar{A}^{-1} \alpha \quad (2.33)$$

また、 ε の n 次項の比較により、

$$\bar{A}P^n + A^I P^{n-1} = 0 \quad (2.34)$$

よって、

$$P^n = -\bar{A}^{-1} A^I P^{n-1} \quad (2.35)$$

と書けるので、一般的に P^n は、

$$P^n = (-1)^n (\bar{A}^{-1} A^T)^n P^0 \quad (2.36)$$

と表せる。

この n 次変動率を用いて ΔP の n 次近似解を求める。式(2.35)より、

$$\begin{aligned} P^n &= (-1)^n (\bar{A}^{-1} A^T)^n P^0 \\ &= (-1)^n (a_{ji}^{-1})^{n-1} p_j^0 A_j^{-1} \end{aligned} \quad (2.37)$$

ここで、

$$A_i^{-1} = \begin{Bmatrix} a_{1i}^{-1} \\ \mathbf{M} \\ a_{ni}^{-1} \end{Bmatrix} \quad (2.38)$$

と置いた。これを式(2.28)に代入して ΔP の n 次近似解 $\Delta P^{(n)}$ として次式が得られる。

$$\begin{aligned} \Delta P^{(n)} &= \sum_{i=1}^n P^i \varepsilon^i \\ &= -\varepsilon p_j^0 A_i^{-1} \sum_{i=0}^n (-\varepsilon a_{ji}^{-1})^i \\ &= -\varepsilon p_j^0 A_i^{-1} \frac{1 - (-a_{ji}^{-1} \varepsilon)^n}{1 + a_{ji}^{-1} \varepsilon} \end{aligned} \quad (2.39)$$

この式で $|a_{ji}^{-1} \varepsilon| \ll 1$ の条件を満足する範囲では、

$$\begin{aligned} \Delta P &= \lim_{n \rightarrow \infty} \Delta P^{(n)} \\ &= -\frac{p_j^0 \varepsilon}{1 + a_{ji}^{-1} \varepsilon} B A_i^{-1} \end{aligned} \quad (2.40)$$

なぜなら、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-a_{ji}^{-1} \varepsilon)^{n+1} = 0 \quad (2.41)$$

だからである。式(2.40)は、 ε の微小変動に伴うプロセス量の高精度近似解を与える。一方、対応する環境負荷量は式(2.15)に代入することにより、

$$\Delta \beta = -\frac{p_j^0 \varepsilon}{1 + a_{ji}^{-1} \varepsilon} B A_i^{-1} \quad (2.42)$$

と閉じた形で解を求めることができる。

2.2.4 確率変換

マトリクス A の単一要素 a_{ij} が分布を持つとき、環境負荷ベクトルの各要素も確率変数になり、分布を持つ。環境負荷ベクトルの一つの要素 β_m が従う確率分布を求める。

β_m と a_{ij} の関係が $\beta_m = g(a_{ij})$ と表せるとする。また、 β_m の累積分布関数を $F_{\beta_m}(y)$ とすると定義より、

$$F_{\beta_m}(y) = \int_{g(x) < y} f_{a_{ij}}(x) dx \quad (2.43)$$

となる。この式を y で微分すると $f_{\beta_m}(y)$ が求められる。 a_{ij} と β_m は共に連続変数なので、

$$\begin{aligned} f_{\beta_m}(y) &= \frac{dF_{\beta_m}(y)}{dy} \\ &= f_{a_{ij}}(h(y)) |h'(y)| \end{aligned} \quad (2.44)$$

ここで $h(y)$ は $\beta_m = g(a_{ij})$ の逆関数である。

第3章

Bayesian Update を用いた

総負荷排出分布の推論の提案

インベントリ分析において、あるプロセスの一つの要素 a_{ij} が式(2.45)に示すような正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従うと考えられる場合について検討する。

$$X(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma}\right)^2 (s - \mu)^2\right\} \quad (3.1)$$

2.1.2で示した **Bayesian Update** を複数回行うことで、分布は以下のように推論される。

$$X_n(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_p^n} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_p^n}\right)^2 (s - \mu)^2\right\} \quad (3.2)$$

ここで σ_p^n は以下の式を σ_p^n について解くことで求められる。

$$\int_{\sigma_p^n}^{\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}\right)^2 (B_i - \mu)^2\right\} f_{\sigma_p^{n-1}}^0(x)}{\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}\right)^2 (B_i - \mu)^2\right\} f_{\sigma_p^{n-1}}^0(x) dx} dx = p \quad (3.3)$$

さらに、 Δa_{ij} と環境負荷ベクトルの要素 $\Delta \beta_m$ の関係式(2.42)から、以下の式が成り立つ。
 Δa_{ij} は簡単のため ε と表す。

$$\begin{aligned} \beta_m &= g(a_{ij}) \\ &= \bar{\beta}_m + \Delta \beta_m \\ &= \bar{\beta}_m - \frac{p_j^0 \varepsilon}{1 + a_{ji}^{-1} \varepsilon} B_m A_i^{-1} \\ &= \bar{\beta}_m - \frac{p_j^0 (a_{ij} - \bar{a}_{ij})}{1 + a_{ji}^{-1} (a_{ij} - \bar{a}_{ij})} B_m A_i^{-1} \end{aligned} \quad (3.4)$$

ここで、 A_i^{-1} は係数マトリクス A の逆行列の i 列目である。 B_m は環境負荷マトリクス B の m 行目である。また式(2.44)より、環境負荷 β_m の総負荷排出分布 $f_{\beta_s}(y)$ は以下のようになる。

$$\begin{aligned} f_{\beta_s}(y) &= \frac{dF_{\beta_s}(y)}{dy} \\ &= f_{a_{ij}}(h(y)) |h'(y)| \end{aligned} \tag{3.5}$$

ここで、 $h(y)$ は式(2.48)に示した $\beta_m = g(a_{ij})$ の逆関数である。

以上より、積み上げ法を用いたインベントリ分析に、希少なデータを有効に活用し推論の精度を高める **Bayesian Update** が導入された。これにより、分布を持つプロセス要素 a_{ij} について希少なデータしか得られていない場合であっても、それが正規分布に従うと仮定した場合の原分布を効果的に推論できるようになった。さらに、系全体の環境負荷排出の分布が求められた。

インベントリ分析に **Bayesian Update** を導入した総負荷排出分布の推論では、従来解析者の経験として存在したが活用されていなかった、ばらつきの程度の情報を事前確率分布として表現し推論に取り込むことも可能になった。

第4章

Bayesian Update を用いた推論の精度検証

4.1 Heijungs の例題

Heijungs の論文[5]に示されている(Fig. 4.1)の様なインベントリーフローを例題のモデルとし、本研究で提案する Bayesian Update を用いた総負荷排出分布推論の有用性を検証する。

係数マトリクスAの単一要素 a_{12} の分布が不明で、希少な標本データのみ得られた場合について考える。 a_{12} は正規分布に従うと仮定し、希少データから Bayesian Update により推論する。また正規分布に従うデータの分散を推定する際に一般的に用いられる不偏分散により推論する。二つの方法で推論された a_{12} の分布から、2.3 で示した方法によりそれぞれ β_1 の分布を求め、真の分布との差を評価する。

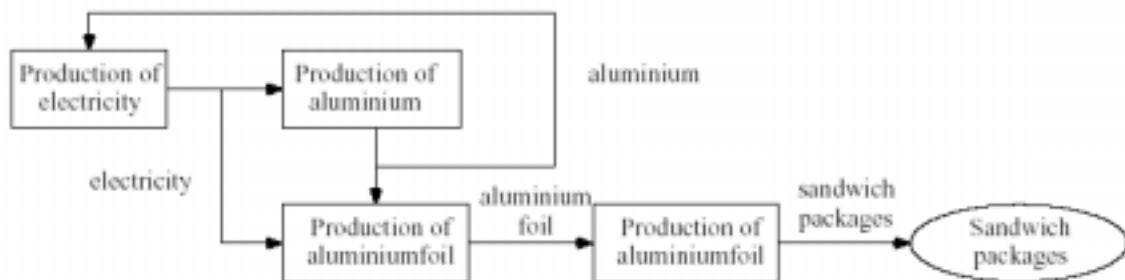


Fig. 4.1 : Inventory flow of a sandwich packaging

Table.4.1 : Inventory data of this example

マテリアル	process				マテリアルの総和
	production of electricity	production of aluminium	production of aluminium foil	usage of aluminium foil	
electricity	1	-50	-1	0	0
aluminium	-0.01	1	-1	0	0
aluminium foil	0	0	1	-1	0
sandwich packages	0	0	0	1	0.1
環境負荷					
bauxite	0	-5	0	0	
crude oil	-0.5	0	0	0	
CO ₂	3	0	0	0	
solid waste	2	10	0	1	

Table 4.1 で示したインベントリーデータから \bar{A}, α, B を表すと、以下のようになる。

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & -50 & -1 & 0 \\ -0.01 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \alpha = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -5 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 10 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

\bar{A} の逆行列および環境負荷ベクトル β は、以下のように計算される。

$$\bar{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 100 & 102 & 102 \\ 0.02 & 2 & 2.02 & 2.02 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} -1.01 \\ -5.1 \\ 30.6 \\ 22.52 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

4.2 Heijungs の例題における前提条件

a_{12} の真の分布を仮定し、それより β_1 の分布を求める。 a_{12} の確率密度関数 $f_{a_{12}}(x)_{true}$ を $N(-50, 10^2)$ と定める。

Δa_{12} と $\Delta \beta$ の関係について、式(2.42), 式(4.1), 式(4.2)から、以下のようになる。

$$\begin{aligned}
 \Delta \beta &= -\frac{p_2^0 \varepsilon}{1 + a_{21}^{-1} \varepsilon} B A_1^{-1} \\
 &= -\frac{0.202 \varepsilon}{1 + 0.02 \varepsilon} \begin{bmatrix} 0 & -5 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 10 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0.02 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 &= -\frac{0.202 \varepsilon}{1 + 0.02 \varepsilon} \begin{pmatrix} -0.1 \\ -1 \\ 6 \\ 4.2 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

$\bar{a}_{12} = -50, \bar{\beta}_1 = -1.01$ であるから、 a_{12} と β_1 の関係は以下のように書ける。

$$\begin{aligned}
 \beta_1 &= \bar{\beta}_1 + \Delta \beta_1 \\
 &= \bar{\beta}_1 - \frac{p_2^0 \varepsilon}{1 + a_{21}^{-1} \varepsilon} B_1 A_1^{-1} \\
 &= -1.01 + \frac{0.0202(a_{12} + 50)}{1 + 0.02(a_{12} + 50)} \\
 &= -\frac{1.01}{0.02 a_{12} + 2}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

ここで、 $\beta_1 = g(a_{12})$ とすると、

$$\begin{aligned} a_{12} &= g^{-1}(\beta_1) \\ &= h(\beta_1) \\ &= -\frac{50.5}{\beta_1} - 100 \end{aligned} \tag{4.5}$$

式(2.44)より、 β の確率密度関数 $f_{\beta_1}(y)_{true}$ は以下の様に求められる。

$$\begin{aligned} f_{\beta}(y)_{true} &= f_x(h(y))|h'(y)| \\ &= \frac{5.05}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{y^2} \exp\left\{-\frac{1}{200}\left(\frac{50.5}{y} + 50\right)^2\right\} \end{aligned} \tag{4.6}$$

式(4.6)が前提とする真の β_1 の分布である。

4.3 Heijungs の例題における解析

Heijungs の例題において、 a_{12} の分布が明らかでなく、いくつかの希少な標本データ B_1, B_2, \dots, B_i のみが得られた場合について考える。 a_{12} は正規分布に従うと考える。

得られた希少データの平均を \bar{a} とする。

$$\bar{a} = \frac{\sum_{n=1}^i B_n}{i} \quad (4.7)$$

係数マトリクス A , 境界条件 α , 環境負荷マトリクス B はそれぞれ以下のようにになる。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \bar{a} & -1 & 0 \\ -0.01 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \alpha = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -5 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 10 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

A の逆行列および環境負荷ベクトル β は、以下のように計算される。

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{100}{\bar{a}+100} & -\frac{100\bar{a}}{\bar{a}+100} & -\frac{102\bar{a}+100}{\bar{a}+100} & -\frac{102\bar{a}+100}{\bar{a}+100} \\ 1 & 100 & 101 & 101 \\ \frac{1}{\bar{a}+100} & \frac{1}{\bar{a}+100} & \frac{1}{\bar{a}+100} & \frac{1}{\bar{a}+100} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} -\frac{50.5}{\bar{a}+100} \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Δa_{12} と $\Delta\beta$ の関係について、式(2.42)、式(4.8)、式(4.9)から、以下のようになる。

$$\begin{aligned}
 \Delta\beta_1 &= -\frac{p_2^0 \varepsilon}{1 + a_{21}^{-1} \varepsilon} B_1 A_1^{-1} \\
 &= -\frac{\frac{10.1}{a+100} \varepsilon}{1 + \frac{1}{a+100} \varepsilon} \frac{-5}{a+100} \\
 &= -\frac{50.5 \varepsilon}{(a+100)(a+100 + \varepsilon)}
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

$\bar{\beta}_1 = -\frac{50.5}{a+100}$ であるから、 a_{12} と β_1 の関係は以下のように書ける。

$$\begin{aligned}
 \beta_1 &= \bar{\beta}_1 + \Delta\beta_1 \\
 &= -\frac{50.5}{a+100} + \frac{50.5(a_{12} - \bar{a})}{(a+100)(a_{12} + 100)}
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

さらに式(2.44)より、環境負荷 β_1 の総負荷排出分布 $f_{\beta_1}(y)$ は以下のようになる。

$$\begin{aligned}
 f_{\beta_1}(y)_{Updated_m_times} &= \frac{dF_{\beta_1}(y)}{dy} \\
 &= f_{a_{12}}(h(y)) |h'(y)| \\
 &= \frac{50.5}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_p^m} \frac{1}{y^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{1}{(\sigma_p^m)^2} \left(-\frac{50.5}{y} - \frac{\bar{a}}{a+100} \right)^2 \right\}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

これによって、 a_{12} が従う正規分布の $\sigma_{a_{12}}$ が、Bayesian Update または不偏分散によって推論されたとき、それぞれの場合の β_1 の分布が明らかになった。

4.3.1 事前確率分布の影響

式(2.47)から、 a_{12} が正規分布に従うと考えて一回 **Bayesian Update** を行った場合の $\sigma_{a_{12}}^1$ は以下の式を満たす。

$$\frac{\int_{\sigma_p^1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}\right)^2 (B_1 - \mu)^2\right\} f_{\sigma_p}^0(x) dx}{\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}\right)^2 (B_1 - \mu)^2\right\} f_{\sigma_p}^0(x) dx} = 0.5 \quad (4.13)$$

この式は解析的に解くことが出来ないので、数値的に $\sigma_{a_{12}}^1$ を求めるプログラムを作成した。

この式において事前確率分布 $f_{\sigma_{a_{12}}}^0(x)$ の影響を調べる。 $f_{\sigma_{a_{12}}}^0(x)$ は a_{12} が従うと考えられる正規分布の σ の範囲を示す確率密度関数で、解析者が任意に定めることができる。 $f_{\sigma_{a_{12}}}^0(x)$ の範囲を狭く限定できるほど **Bayesian Update** がより精度良く行われると考えられる。また、本研究では $f_{\sigma_{a_{12}}}^0(x)$ は上限の値と下限の値の間で一定であるとする。

前提としている真の a_{12} の確率密度関数 $N(-50, 10^2)$ に従う乱数を発生させ、それを希少データとして用いて、 $\sigma_{a_{12}}^1$ を算出した。また、 $f_{\sigma_{a_{12}}}^0(x)$ が一定である範囲を変えて計算を行った。

Table. 4.2 : Influence on β_1 by $f_{\sigma}^0(x)$

$f_{\sigma}^0(x) = \text{const}$ の範囲	Bayesian Updateにより求められた
1 < < 100	5.593
5 < < 20	6.802
5.5 < < 18	7.248
6 < < 16.67	7.703
7 < < 14.28	8.605
8 < < 12.5	9.362

本研究において、乱数の発生には九州大学大学院の松本らが開発したアルゴリズムを使用した。

ここで、前提となる真の $\sigma_{a_{12}(true)} = 10$ である。また、正規分布に従うデータの分散を推定する際に一般的に用いられる不偏分散では、 $\sigma_{a_{12}} = 7.244$ であった。

Bayesian Update により求められた $\sigma_{a_{12}}^1$ から、式(4.12)を用いて β_1 の分布をそれぞれ求めた。その結果をグラフにして以下に示す。

Fig. 4.2 : β_1 の分布における $f_{\sigma_{a_{12}}}^0(x)$ の影響

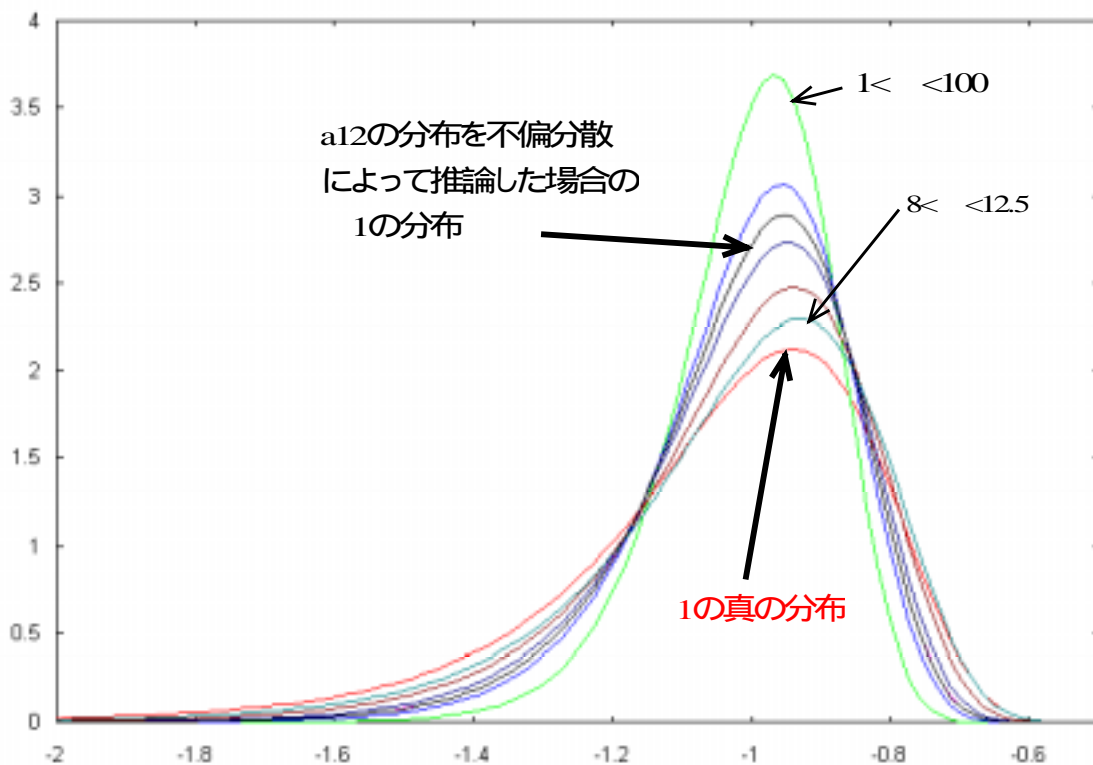


Fig.4.2 から、事前確率分布 $f_{\sigma_{a_{12}}}^0(x)$ の範囲が狭いほど真の β_1 に推論された分布が近づいていることが分かる。また、事前確率分布 $f_{\sigma_{a_{12}}}^0(x)$ の範囲を $5.5 < <18$ 程度に限定できたとき、不偏分散と同程度の推論が行え、それよりも狭い範囲に事前確率分布を限定できた場合は Bayesian Update を用いた推論の方がより精度の高い推論が行えることが分かる。

4.3.2 希少データ数の影響

a_{12} について、1~5 個の希少データが得られた場合について考える。また、事前確率分布 $f_{\sigma_{a_{12}}}^0(x) = \text{const}(5 \leq x \leq 20)$ とした。計算結果の一例を以下に示す。

Table 4.3 : Relationship between estimated sigma
and the number of scarce data.

希少データ数	希少データ					$\mu_{a_{12}}$	BU	不偏
1	-54.474					-54.474	6.866	-
2	-54.474	-51.881				-53.188	6.299	1.833
3	-54.474	-51.881	-40.834			-49.065	6.802	7.244
4	-54.474	-51.881	-40.834	-71.989		-54.796	10.455	12.898
5	-54.474	-51.881	-40.834	-71.989	-36.825	-51.202	11.585	13.753

BU = Bayesian Updateにより求められた a_{12}
不偏 = 不偏分散により求められた a_{12}

この計算では、5 つの $N(-50, 10^2)$ に従う乱数を発生させ、「希少データ数 1」の場合には最初の 1 つを、「希少データ数 2」の場合は先頭から 2 つめまでの乱数を希少データとして採用している。

Fig. 4.3 : Relationship between Bayesian Updated sigma
and the number of scarce data.

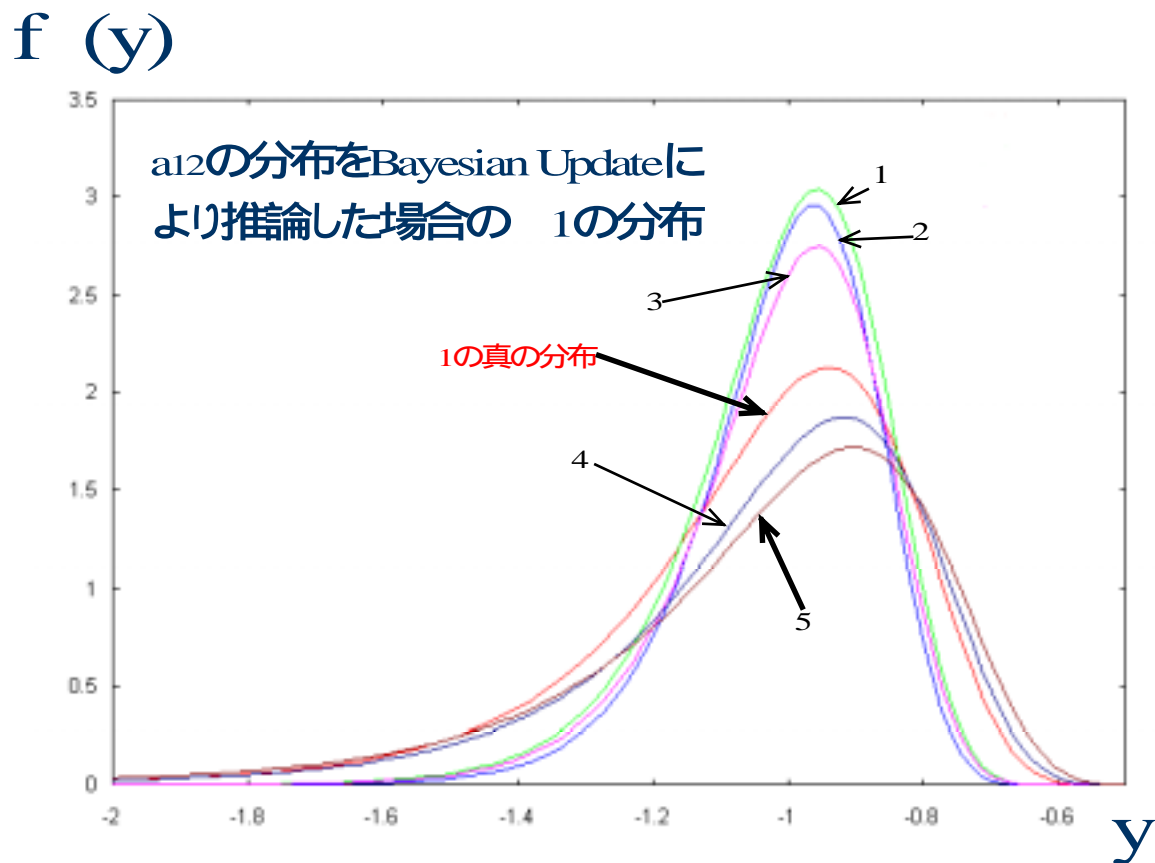


Fig.4.3 は Bayesian Update を用いて $\sigma_{a_{12}}$ を推論した場合である。図中の番号 1 ~ 5 はそれぞれ、用いた希少データの数である。

Fig.4.4 : Relationship between unbiased variance
and the number of scarce data

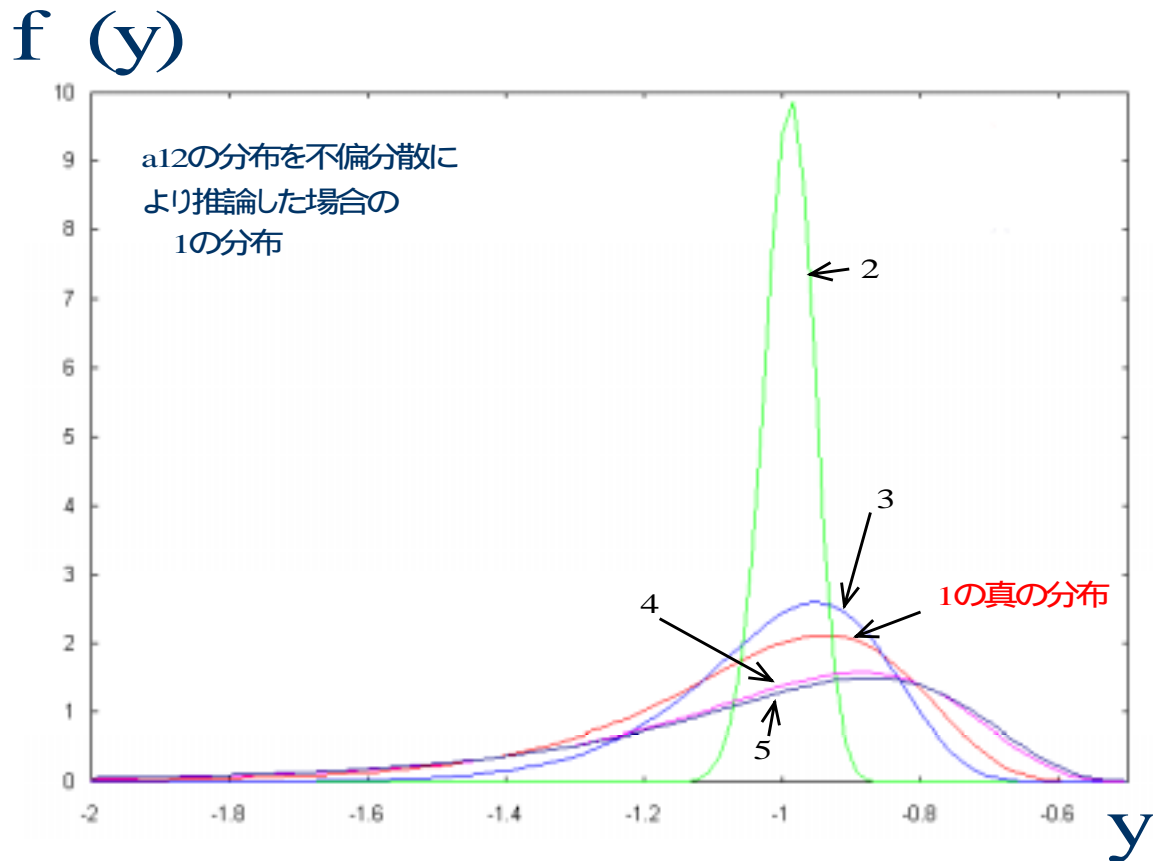


Fig.4.4 は不偏分散を用いて $\sigma_{a_{12}}$ を推論した場合である。図中の番号 2 ~ 5 はそれぞれ、用いた希少データの数である。(希少データが一つの場合は、不偏分散を求めることが出来ない。)

このグラフから、希少データの数が多いほど真の分布に近づいてゆく傾向にあることが分かる。たが不偏分散を用いた場合、希少データ数が 2 個の場合などは真の分布とは大きく異なった推論しかできないことが分かる。

4.3.3 検定値による検証

Bayesian Update または不偏分散により推論された β の分布と、前提としている真の β の分布の相関を以下の検定値 T を定義して評価する。[6], [7], [8]

$$T = \int_{-\infty}^{\infty} \{(f_{\beta}(y)_{estimated}) - (f_{\beta}(y)_{true})\}^2 dy \quad (4.14)$$

T は小さいほど真の分布を良く推論できていることになる。

事前確率分布 $f_{\sigma_{a_{12}}}^0(x)$ と希少データの数を変えて **Bayesian Update** による β_1 の分布を推論し、各場合において真の β_1 の分布と検定を行う。また一方で、希少データの数を換え、各場合について不偏分散を用いて β_1 の分布を推論し、真の β_1 の分布と検定を行う。この操作を希少データを変えて 50 回繰り返し、検定値の平均を求めた。その結果を Fig.4.5 に示す。

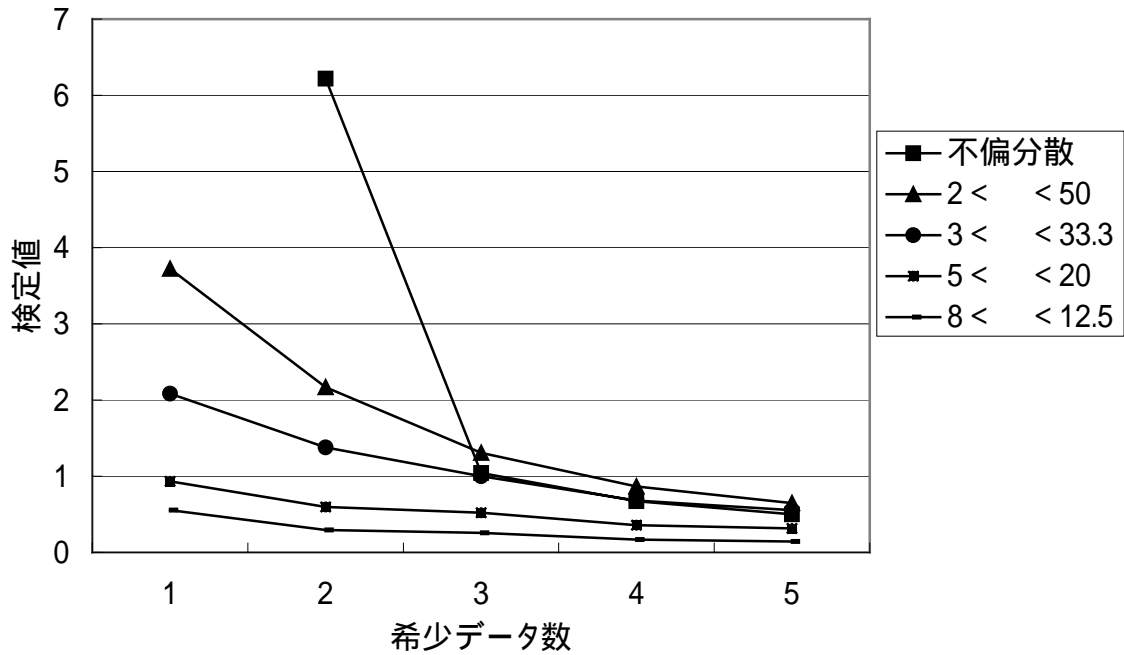
また、この検証では $f_{\sigma_{a_{12}}}^0(x)$ の範囲を、真の $\sigma_{a_{12}} = 10$ を中心として、以下のように設定している。

Table 4.4 : 事前確率分布の範囲設定

$\sigma_{a_{12}} \times 0.2$	$2 < \sigma < 50$	$\sigma_{a_{12}} \times 5$
$\sigma_{a_{12}} \times 0.3$	$3 < \sigma < 33.3$	$\sigma_{a_{12}} \times 3.33$
$\sigma_{a_{12}} \times 0.5$	$5 < \sigma < 20$	$\sigma_{a_{12}} \times 2$
$\sigma_{a_{12}} \times 0.8$	$8 < \sigma < 12.5$	$\sigma_{a_{12}} \times 1.25$

また、この範囲で $f_{\sigma_{a_{12}}}^0(x)$ は一定(const)としている。

Fig.4.5 : 希少データ数と検定値の関係
Relationship between number of scarce data
and the evaluation number



このグラフにおいて、「不偏分散」とは、不偏分散を用いて β_1 の分布を推論した場合の検定値を示す。また、「 $2 < \sigma < 50$ 」とは、事前確率分布 $f_{\sigma_{a_{12}}}^0(x)$ の範囲を $2 < \sigma_{a_{12}} < 50$ として Bayesian Update を用いて β_1 の分布を推論した場合の検定値を意味する。

このグラフから、真の $\mu = 10$ に対し事前に $f_{\sigma_{a_{12}}}^0(x) = \text{const}(5 \leq x \leq 20)$ 程度の μ の範囲に対する確信が有る場合は、希少データ数 5 程度まで、Bayesian Update を用いた方が不偏分散による推論に比べ精度が高いことが分かった。また事前に $f_{\sigma_{a_{12}}}^0(x) = \text{const}(2 \leq x \leq 50)$ 程度しか μ の範囲についての確信を持ってない場合でも、希少データ数が 1, 2 個の場合は不偏分散に比べ有利な推論が行えることが分かった。

4.3.4 対象要素の総負荷排出に対する感度の影響

Heijungs の例題において、係数マトリクス A の要素 a_{12} が分布を持つ場合と、 a_{13} が分布を持つ場合のそれぞれについて、 β_4 の分布を求める。

a_{12} の β_4 に対する感度は 1.844 で 16 要素中 3 位である。 a_{13} の β_4 に対する感度は 0.019 で、16 要素中 9 位である。また、 a_{12} の前提となる真の分布を $N(-50, 10^2)$ 、 a_{13} の前提となる真の分布を $N(-1, 0.2^2)$ と定める。

Δa_{12} と $\Delta \beta$ の関係について、式(2.42), 式(4.1), 式(4.2)から、以下のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta \beta &= -\frac{p_2^0 \varepsilon}{1 + a_{21}^{-1} \varepsilon} B A_1^{-1} \\ &= -\frac{0.202 \varepsilon}{1 + 0.02 \varepsilon} \begin{pmatrix} -0.1 \\ -1 \\ 6 \\ 4.2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.15)$$

また、 Δa_{13} と $\Delta \beta$ の関係について同様に、以下のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta \beta &= -\frac{p_3^0 \varepsilon}{1 + a_{31}^{-1} \varepsilon} B A_1^{-1} \\ &= -0.1 \varepsilon \begin{pmatrix} -0.1 \\ -1 \\ 6 \\ 4.2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.16)$$

よって、

$$\Delta \beta_4 = -\frac{0.8484 \Delta a_{12}}{1 + 0.02 \Delta a_{12}} \quad (4.17)$$

$$\Delta \beta_4 = -0.42 \Delta a_{13} \quad (4.18)$$

である。

式(4.17)より、 a_{12} と β_4 の関係は以下のように書ける。

$$\begin{aligned}
 \beta_4 &= \bar{\beta}_4 + \Delta\beta_4 \\
 &= 22.52 - \frac{0.8484(a_{12} + 50)}{1 + 0.02(a_{12} + 50)} \\
 &= -\frac{21.21}{0.01a_{12} + 1} - 19.9
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

(4.18)より、 a_{13} と β_4 の関係は以下のように書ける。

$$\begin{aligned}
 \beta_4 &= \bar{\beta}_4 + \Delta\beta_4 \\
 &= 22.52 - 0.42(a_{13} + 1) \\
 &= -0.42a_{13} + 22.1
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

式(4.19)より、 a_{12} が正規分布に従う場合の β_4 の確率密度関数 $f_{\beta_1}(y)_{(a_{12})}$ は以下の様に求められる。

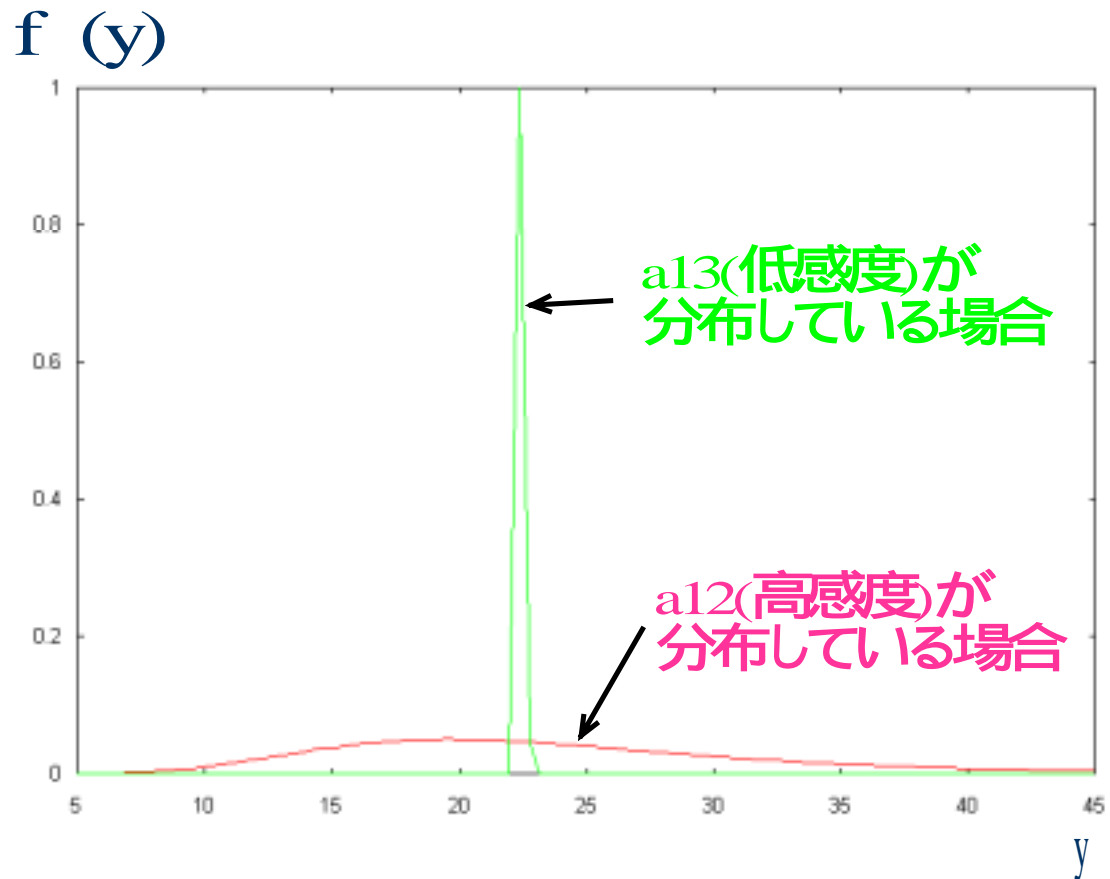
$$\begin{aligned}
 f_{\beta}(y)_{(a_{12})} &= f_X(h(y))|h'(y)| \\
 &= \frac{84.62}{(y + 19.9)^2} \exp\left\{-\frac{1}{200}\left(\frac{2121}{y + 19.9} - 50\right)^2\right\}
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

式(4.20)より、 a_{13} が正規分布に従う場合の β_4 の確率密度関数 $f_{\beta_1}(y)_{(a_{13})}$ は以下の様に求められる。

$$\begin{aligned}
 f_{\beta}(y)_{(a_{13})} &= f_X(h(y))|h'(y)| \\
 &= 4.749 \exp\{-12.5(2.38y - 53.62)^2\}
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

式(4.21)と式(4.22)をグラフにして(Fig4.6)に示す。

Fig.4.6 : β_4 の分布における a_{ij} の β_4 に対する感度の影響



(Fig. 4.6)から、 a_{12} の様に β_4 に対して高い感度を持つ要素が分布する場合、系全体の環境負荷排出の分布も広範囲に渡ることが分かる。また逆に、 a_{13} の様に比較的感度が低い要素が分布している場合、 β_4 の分布は狭い範囲の値しか取らないことが分かる。

よって、係数マトリクスの要素の分布を推論し、それから系全体の環境負荷排出を求める Bayesian Update の LCA への適用を行う際は、感度の高い要素から優先的に推論を行った方が良いことが分かる。

第5章

複写機例題への適用

5.1 複写機例題

複写機は、複写機メーカーが、部品の設計・選択から、製品の組立、販売、使用時のメンテナンス、そして、使用済み製品の廃棄まで、製品のライフサイクルにわたる多くの工程に関与しているという点において、非常に LCA が効果を発揮することができる製品である。[10]しかし、複写機の部品点数は図面レベルで数千～数万点あり、この部品点数の多さが LCA の実施を極めて困難にしている。部品点数が多いので、以下のような点に注意して LCA を行わなければならない。

- 部品の大部分を外部から調達しているため、データの信頼性に注意を払いながら、データ収集を行う必要がある。
- 多くの部品が、素材から部品を作り上げるまでに多くの処理工程を経ている。

これらを全ての材料について考慮して、データを収集し、LCA を実施することは、現実的には極めて困難である。

日本事務機械工業会の報告書[11]では、各部品に対し、該当する産業連関法による排出原単位を探し出し、積算することによって、各工程における CO_2 排出量を算定している。産業連関法を使うことによって、部品点数の多い複写機の LCA を簡略化して実施することができるが、あくまでも概算値を得られるのみである。ここで、感度解析を実施し、環境負荷に対する感度の大きいものについては、希少データから分布の推論を行い、系全体の分布を求めるのが望ましい。つまり、バックグラウンドデータを用いて、まず LCA を実施し、感度の大きいデータについてフォアグラウンドデータの収集を行い系全体の総負荷排出の分布を推論するという手順となる。

ここで、フォアグラウンドデータとは、調査に係わった実際の単位プロセスに対して、直接的な調査から採取されたデータのことであり、バックグラウンドデータは、ある範囲で LCA に用いることが可能であることを一般的に認められているデータである。

複写機のインベントリーフローの概略は(Fig. 4.1)の様にかかる。本研究で提案する Bayesian Update を用いた総負荷排出分布推論を適用する。

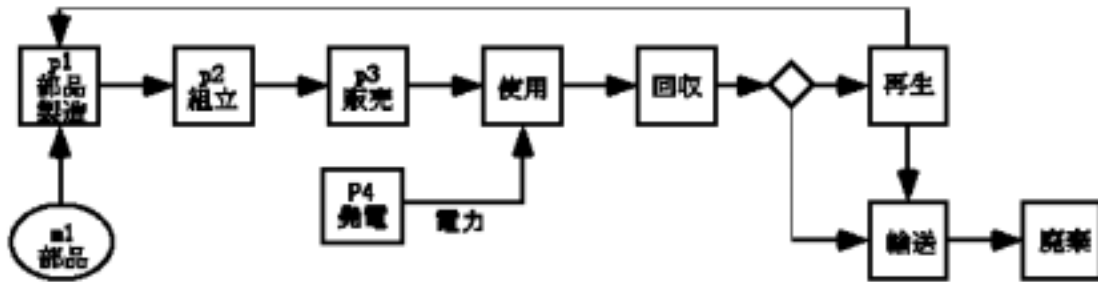


Fig. 5.1 : Inventory Flow of a copier

係数マトリクス A の単一要素 $a_{3,15}$ の分布が不明で、希少な標本データのみ得られた場合について考える。 $a_{3,15}$ は紙生産プロセスにおける CO_2 のマテリアル量である。 $a_{3,15}$ が正規分布に従うと仮定し、希少データから Bayesian Update により $\sigma_{a_{3,15}}$ を推論する。また正規分布に従うデータの分散を推定する際に一般的に用いられる不偏分散により $\sigma_{a_{3,15}}$ を推論する。二つの方法で推論された $\sigma_{a_{3,15}}$ の分布から、2.3 で示した方法によりそれぞれ β_1 の分布を求め、前提とした真の分布との差を評価する。ここで、 β_1 は環境負荷 CO_2 である。

5.2 複写機例題の前提条件

日本事務機械工業会の資料[9]のデータを用い、 $a_{3,15}$ の前提となる真の分布を $N(2.532, 0.616^2)$ と定める。これは、実際に得られたばらつきに関するデータのうち、最大のものが 3σ の範囲に入るよう定めた結果である。

$\Delta a_{3,15}$ と $\Delta \beta_1$ の関係について、式(2.42)から、以下のようになる。

$$\Delta \beta_1 = 2.304 \times 10^5 \times \Delta a_{3,15} \quad (5.1)$$

ここで、 $\overline{a_{3,15}} = 2.532 \left[\frac{g - C}{\text{枚}} \right]$ の時、 $\overline{\beta_1} = 1.479 \times 10^6 [g]$ であるから、 $a_{3,15}$ と β_1 の関係は以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \overline{\beta_1} + \Delta \beta_1 \\ &= 1.479 \times 10^6 + 2.304 \times 10^5 \times (a_{3,15} - \overline{a_{3,15}}) \\ &= 2.304 \times 10^5 \times a_{3,15} + 8.953 \times 10^5 \end{aligned} \quad (5.2)$$

式(2.44)より、 β_1 の前提となる真の確率密度関数 $f_{\beta_1}(y)_{true}$ は以下の様に求められる。

$$\begin{aligned} f_{\beta_1}(y)_{true} &= f_x(h(y)) |h'(y)| \\ &= 2.811 \times 10^{-6} \times \exp \left\{ -1.318 (4.340 \times 10^{-6} \times y - 6.418)^2 \right\} \end{aligned} \quad (5.3)$$

5.3 複写機例題の解析例

分布を持つ $a_{3,15}$ について、2 個の希少なデータが得られた場合について考える。本研究では、前提としている真の分布 $N(2.532, 0.616^2)$ に従う乱数を発生させ、それを希少データとして用いる。

$a_{3,15}$ が正規分布に従うと考え、事前確率分布 $f_{\sigma_{a_{3,15}}}^0(x) = \text{const}(0.2 \leq x \leq 20)$ として Bayesian Update を適用する。式(2.47)から、 $a_{3,15}$ が正規分布に従うと考えて一回 Bayesian Update を行った場合の $\sigma_{a_{3,15}}^1$ は以下の式を満たす。 B_1 は一つ目の希少データである。

$$\int_{\sigma_{a_{3,15}}^1}^{\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}\right)^2 (B_1 - \mu)^2\right\} f_{\sigma_{a_{3,15}}}^0(x)}{\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}\right)^2 (B_1 - \mu)^2\right\} f_{\sigma_{a_{3,15}}}^0(x) dx} dx = 0.5 \quad (5.4)$$

この式を $\sigma_{a_{3,15}}^1$ について数値的に解くことで、1 回 Bayesian Update を適用した場合の a_{12} が従うと考えられる正規分布の σ が得られる。今、希少データが 2 個存在するので、事前確率分布として $f_{\sigma_{a_{3,15}}}^1(x)$ を用いて 2 度目の Bayesian Update を行い、 $\sigma_{a_{3,15}}^2$ を推論した。その結果、 $\sigma_{a_{3,15}}^2 = 0.2551$ となった。一方、正規分布に従うデータの分散を推定する際に一般的に用いられる不偏分散により $\sigma_{a_{3,15}}^2$ を推論した結果、 $\sigma_{a_{3,15}}^2 = 0.1131$ となった。

$\Delta a_{3,15}$ と $\Delta \beta_1$ の関係について、以下が成り立つ。

$$\Delta \beta_1 = 2.304 \times 10^5 \times \Delta a_{3,15} \quad (5.5)$$

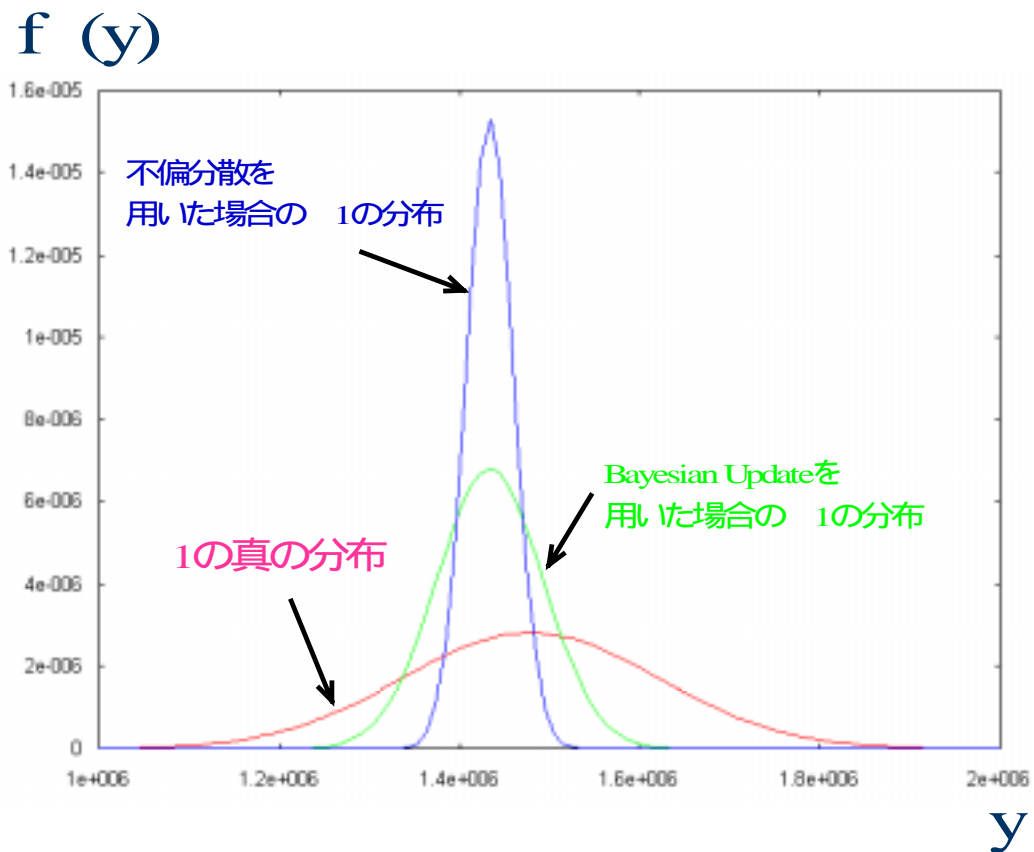
ここで、得られた希少データの平均を a とすると、 $a_{3,15}$ と β_1 の関係は以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \bar{\beta}_1 + \Delta \beta_1 \\ &= 2.304 \times 10^5 \times (a_{3,15} - a) + 1.479 \times 10^6 \end{aligned} \quad (5.6)$$

式(2.44)より、環境負荷 β_1 の総負荷排出分布 $f_{\beta_1}(y)$ は以下ようになる。

$$\begin{aligned} f_{\beta_1}(y)_{Updated_m_times} &= f_X(h(y)) |h'(y)| \\ &= 1.732 \times 10^{-6} \times \frac{1}{\sigma_{a_{3,15}}^m} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{1}{(\sigma_{a_{3,15}}^m)^2} (4.340 \times 10^{-6} \times y - a - 3.886)^2 \right\} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Fig. 5.2 : Bayesian Update applied to a copier example



(Fig. 5.2)では、紙生産プロセスにおける CO_2 のマテリアル量 $a_{3,15}$ について2つの希少データが得られた例において、Bayesian Updateを用いて CO_2 の総負荷排出量 β_1 を推論した場合の方が、不偏分散による推論を行った場合に比べて、前提としている真の分布により近い分布を推論できている。

また、式(3.14)に定めた検定値は、以下のようになった。

Table 5.1 : 検定値の比較

Bayesian Update を用いて推論を行った場合

$$1.811 \times 10^{-6}$$

不偏分散を用いて推論を行った場合

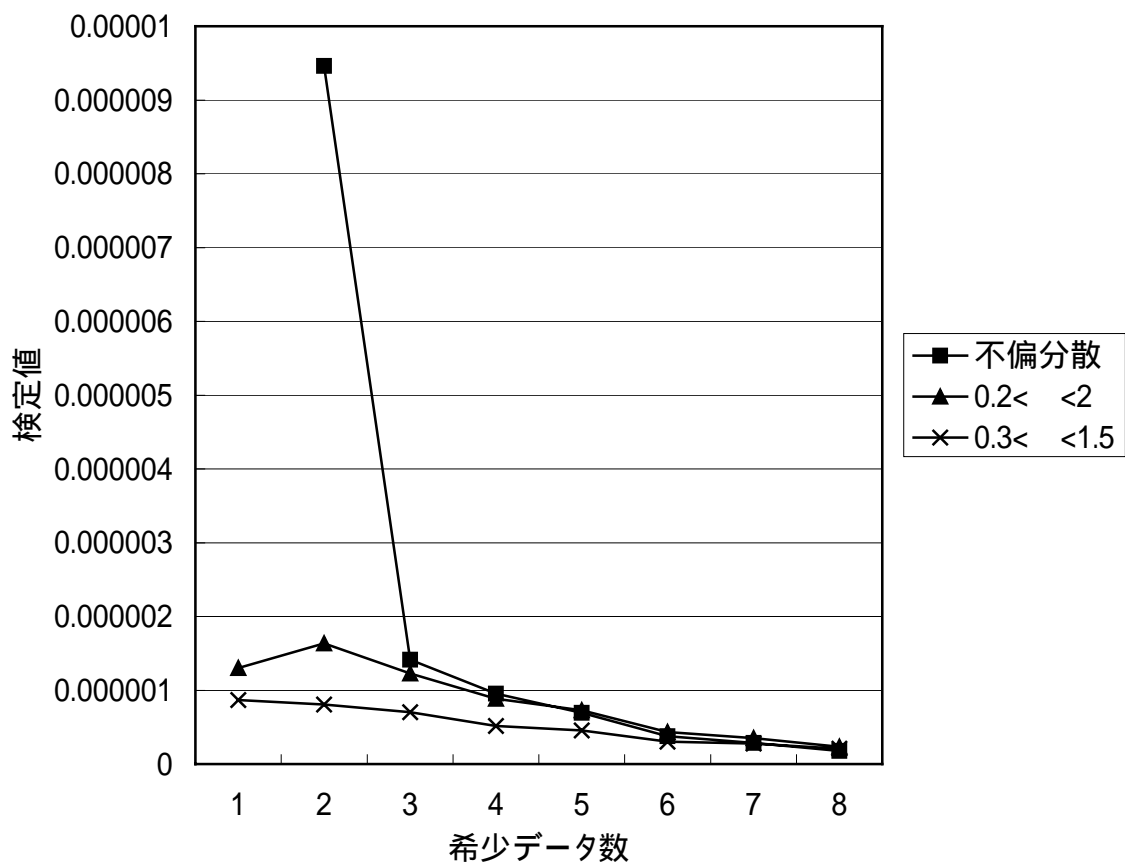
$$7.458 \times 10^{-6}$$

検定の結果からも、Bayesian Update を用いて CO_2 の総負荷排出量 β_1 を推論した場合の方が、不偏分散による推論を行った場合に比べて、前提としている真の分布により近い分布を推論できていることが分かる。

5.4 複写機例題での検証

事前確率分布 $f_{\sigma_{12}}^0(x)$ と希少データの数を変えて Bayesian Update による β_1 の分布を推論し、各場合において真の β_1 の分布と検定を行った。また一方で、希少データの数を変え、各場合について不偏分散を用いて β_1 の分布を推論し、真の β_1 の分布と検定を行った。この操作を希少データを変えて 50 回繰り返し、検定値の平均を求めた。その結果を Fig5.3 に示す。

Fig 5.3 : 希少データ数と検定値の関係



このグラフにおいて、「不偏分散」とは、不偏分散を用いて β_1 の分布を推論した場合の検定値を示す。また、「 $0.2 < \sigma < 2$ 」とは、事前確率分布 $f_{\sigma_{a_{3,15}}}^0(x)$ の範囲を $0.2 < \sigma_{a_{3,15}} < 2$ として Bayesian Update を用いて β_1 の分布を推論した場合の検定値である。

このグラフから、真の $\sigma_{a_{3,15}} = 0.616$ に対し事前に $f_{\sigma_{a_{3,15}}}^0(x) = \text{const}(0.3 \leq x \leq 1.5)$ 程度の $\sigma_{a_{3,15}}$ の範囲に対する確信が有る場合は、希少データ数 6 程度まで Bayesian Update を用いた方が不偏分散に比べ精度の高い推論が行えることが分かった。また事前に $f_{\sigma_{a_{3,15}}}^0(x) = \text{const}(0.2 \leq x \leq 2)$ 程度しか $\sigma_{a_{3,15}}$ の範囲についての確信を持ってない場合でも、希少データ数が 4 個程度までの場合は不偏分散に比べ有利な推論が行えることが分かった。

第6章

考察と今後の展望

前提とした真の分布に従う乱数を発生させ、それをを用いて Bayesian Update による系全体の環境負荷排出分布を推論することを 50 回繰り返し、その平均を取ることで Bayesian Update による推論の傾向が明らかにされた。また、検定値 T を用いて評価することで、推論された分布の真の分布との相違の程度が数値的に定量された。

Bayesian Update は極めて希少なデータ、具体的には 1, 2 個しか要素に関する標本データが得られていない場合に有効だとされている。しかし、インベントリ分析への適用を行い、系全体の総負荷排出の分布について検討した結果、事前確率分布が比較的狭く限定できている場合は、希少データ数が 3 以上の場合においても不偏分散に比較して十分有効であることが分かった。よって、希少データが比較的多い場合であっても、不偏分散による推論を行う場合に比べ精度が逆に悪化する恐れはなく、広く Bayesian Update を用いた系全体の環境負荷排出分布の推論は導入されるべきだと考えられる。

今後の展望について

現状では解析者が持つ経験から事前確率分布を定め、Bayesian Update を行うことになるが、LCA 解析に熟練した者でなくても事前確率分布を一定の範囲で指定することが出来るような、補助的な方法が有るとさらに望ましいと考えられる。

また、現在 Bayesian Update を行うプログラムは過剰な精度で計算を行っているため、不偏分散を求める場合と比較すると計算時間が大幅に長くなっている。希少データからの推論という操作の性格上、計算精度より計算速度の方を優先させた方が望ましいとも考えられ、プログラムのその点の改良も望まれる。

第7章

結論

本研究では、積み上げ法を用いたインベントリ分析に **Bayesian Update** を導入し、分布を持つ要素について希少なデータしか得られていない場合であっても、系全体の環境負荷排出を精度良く推論できる事を示した。また、従来解析者の経験として存在したが活用されていなかった、ばらつきの程度の情報を事前確率分布として表現することで推論に取り込み、評価精度を向上させられることを示した。

- 積み上げ法解析に、希少なデータを有効に活用する **Bayesian Update** を適用しプロセス量の分布を推論し、その分布から系全体の環境負荷排出分布を算出した。これにより、希少なデータを有効に活用し、高い精度で系全体の環境負荷排出の分布を推論できるようになった。
- 積み上げ法解析に、**Bayesian Update** を導入することで、従来解析者の経験として存在したが活用されていなかった、ばらつきの程度の情報を事前確率分布として表現し、推論の過程に取り込むことができるようになった。
- **Bayesian Update** のインベントリ分析への適用において、事前確率 $f_{\sigma}^0(x)$ と希少データ数の影響を調べた。Heijungs の例題と複写機の例題ともに、前提とした真の分布の σ に対し、小さい方はおよそ 0.3 倍、大きい方におよそ 3.3 倍の範囲程度に事前確率分布を限定できると、希少データ数 3 程度まで不偏分散よりも精度良く系全体の環境負荷排出分布を推論できることが分かった。また、真の σ に対し事前にその 0.5 倍から 2 倍程度に σ の範囲を限定することが出来る場合は、希少データ数 5 程度まで **Bayesian Update** を用いた方が、不偏分散による推論に比べ精度が高いことが分かった。さらに、事前に真の σ に対し 0.1 倍から 10 倍程度にしか σ の範囲を限定できない場合でも、希少データ数が 1,2 個の場合は不偏分散に比べ有利な推論が行えることが分かった。
- インベントリ分析において **Bayesian Update** を用いた総環境負荷排出分布の推論を行う際は、分布を持つ係数マトリクス要素の内、感度の高いものを優先的に対象とした方が、総環境負荷排出分布に与える影響が大きく、有効であることが分かった。
- 本研究の手法を用いて、実際に調査されたインベントリーデータに基づく複写機の LCA への適用例を示した。
- インベントリ分析における、**Bayesian Update** を用いた系全体の環境負荷排出分布の推論に関し、今後さらに改良されるべき点を示した。

付録

複写機例題で用いた諸数値

係数マトリクス A を以下に示す。

	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7	p8	p9	p10	p11	p12	p13	p14	p15	p16	p17	p18	p19	p20	p21	p22	p23	p24	p25	m1	m2		
部品	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
部品群	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CO2	141.040	23,886	4,140	301,000	1,660	0	2,967	0	0	580,000	4392,000	4392,000	0	2,532	0	0.400	7500,000	442,860	1200,000	9239,000	442,860	3980,000	3260,000	0.005	0	0.014	0	0	
新品	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
購入品	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
電力	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
原トナー	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
トナー交換作業	0	0	0	0	0	-0.001	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
トナー	0	0	0	0	0	1	0	-0.050	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
キャリア	0	0	0	0	0	0	1	-0.950	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
現像剤	0	0	0	0	0	0	0	1	-800,000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
現像剤本	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
ドラム	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
使用済段ボール	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	110,000	0	50,000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
廃ブラ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	300,000	800,000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	
現像剤交換作業	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
ドラム交換作業	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
使用済ドラム	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	170,000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
メンテ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
紙	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
廃棄用紙	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
廃棄紙	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,000	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
中古	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
回収品	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
再生用	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
再生二次回収品	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	
分解品	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	
再生部品	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
シュレッダ輸送品	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	
シュレッダ用	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	
シュレッダ済み	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	
Waste	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	73,200	0	0	0	0	
再生用紙	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	
再生用段ボール	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
再生用ドラム	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
印刷紙	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
回収紙	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
fix1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
fix2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

環境負荷マトリクス B を以下に示す。

	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7	p8	p9	p10	p11	p12	p13	p14	p15	p16	p17	p18	p19	p20	p21	p22	p23	p24	p25	m1	m2	m3	m4	m5	m6	m7	m8	s1	s2		
CO2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
WASTE	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0

謝辞

修士の2年間、酒井信介教授には大変お世話になりました。数多くの点で至らぬ私に、絶えず親切に御指導いただいたこと、心から感謝いたします。有り難うございました。

また泉先生にも、いろいろと御指導をいただきました。有り難うございました。

研究室の皆様、いつも変な話ばかりしている私を暖かい目で見守っていただき、助かりました。どうも有り難う。

山際さん、車の運転は慎重にね。

原しよ、ドクターがんばれよ。

ムーランとカンチ、就活と研究、どっちも頑張れよ。

B4、君たちは何も言わなくても完璧にできそうだからいいや。

それでは、失礼します。

参考文献

- [1] 鈴木雪夫, 国友直人, “ベイズ統計学とその応用”, 東京大学出版会 1989
- [2] 鈴木雪夫, “統計学”, 朝倉書店, 1987
- [3] 岡村弘之, “機械力学と材料強度講座 強度の統計的取り扱い”, 培風館, p13-p35, 1979.
- [4] 横山晃治, 酒井信介, “ライフサイクルアセスメントにおける感度および不確定性解析”, 1999年東京大学工学部修士論文, p27-p28, 1999.
- [5] R.Heijungs, “A generic method for the identification of options for cleaner products.”, *Ecological Economics*, No.10, p.69-p81, 1994.
- [6] 宮川雅巳, “統計技法”, 工系数学講座第14巻, 共立出版株式会社, 1998
- [7] 久米均, “統計解析への出発”, シリーズ入門統計的方法1, 岩波書店, 1989
- [8] 竹村彰通, “統計”, 共立講座21世紀の数学第14巻, 共立出版株式会社, 1997
- [9] 日本事務機械工業会内部資料(非公開)
- [10] Itoh K, “LCA on Copier”, In Proc.3rd Inter. Conf. Ecobalance, p271-274, 1998.
- [11] (社)日本事務機械工業会, 複写機へのライフサイクルアセスメント適用事例報告書, 1998.

通し番号 1-65 完

平成 14 年 2 月 15 日提出

指導教官 酒井 信介 教授

機械工学専攻 06151 岡本 道雄

以上