

修士論文

「積層複合材料の圧着圧延の理論解析」

1 P ~ 43 P 完

平成20年2月8日提出

指導教員 酒井信介教授

66200 川口展宏

目次

図目次	3
表目次	4
第1章 序論	5
1 - 1 研究背景	6
1 - 1 - 1 研究背景	6
1 - 1 - 2 研究の目的	6
1 - 2 本論文の構成	7
第2章 基礎圧延理論	8
2 - 1 二次元圧延理論	9
2 - 1 - 1 二次元圧延理論の位置づけ	9
2 - 1 - 2 Karman の圧延理論	9
2 - 1 - 3 Nadai の解	11
2 - 2 初等解析法に基づく三次元圧延理論	14
2 - 2 - 1 ロール変形式	14
2 - 2 - 2 被圧延材とワークロールの間の扁平変形	18
2 - 2 - 3 張力分布の計算	19
2 - 2 - 4 二次元圧延理論の分割モデルへの拡張	20
第3章 初等解析理論に基づく三次元圧延理論の複層圧延への拡張	21
3 - 1 二次元圧延理論の複層圧延への拡張	22
3 - 2 張力分布計算の複層圧延への拡張	25
第4章 解析結果	27
4 - 1 解析モデル・材料条件	28
4 - 2 段差のない一枚板での圧延	29
4 - 3 単一材料での段差のある圧延	31
4 - 4 上層の厚さ・幅が段差のある圧延に与える影響の検討	33
4 - 5 上層と下層の材料の種類が段差のある圧延に与える影響の検討	37
第5章 結論	40
5 - 1 結論	41
5 - 2 今後の課題	41
謝辞	42
参考文献	43

图目录

Fig 2-1 Karman model.....	10
Fig 2-2 Calculated result of pressure of rolling (Karman model)	12
Fig 2-3 Model of bended roll.....	14
Fig 2-4 Deformation of roll by unit concentrated load	15
Fig2-5 Squamous transformation of roll surface.....	18
Fig 2-6 Slit model.....	19
Fig 2-7 Program flow chart	20
Fig 3-1 Multilayer rolling model based on Karman model	22
Fig 3-2 Element in multilayer rolling model.....	23
Fig 3-3 Vertical section of rolled plate	25
Fig 3-4 Top view of rolled plate	25
Fig 4-1 Analytical model.....	28
Fig 4-2 Deflection in flat model.....	29
Fig 4-3 Longitudinal stress in flat model	29
Fig 4-4 Rolling pressure per unit width in flat model.....	30
Fig 4-5 Deflection in uneven model	31
Fig 4-6 Longitudinal stress in uneven model.....	31
Fig 4-7 Rolling pressure per unit width in uneven model	32
Fig 4-8 Slit model divided into steps on the edge of upper layer.....	32
Fig 4-9 Dependence of deflection on thickness of upper layer.....	33
Fig 4-10 Dependence of longitudinal stress on thickness of upper layer	34
Fig 4-11 Dependence of rolling pressure per unit width on thickness of upper layer.....	34
Fig 4-12 Dependence of longitudinal stress on width of upper layer	35
Fig 4-13 Dependence of maximum & minimum longitudinal stress on width of upper layer	36
Fig 4-14 Dependence of deflection on material property	37
Fig 4-15 Dependence of rolling pressure per unit width on material property.....	38
Fig 4-16 Dependence of longitudinal stress on material property	38

表目次

Tabel 4-1 Material properties	2 8
Table 4-2 Materials of upper&lower layer	3 7

第 1 章 序論

1 - 1 研究背景

1 - 1 - 1 研究背景

自動車用の二次電池を製造するラインにおいてアルミ箔の上下に活物質の層をのせ圧延機でプレスする加工工程が存在する。その際活物質層の幅がアルミ箔の幅より小さいため幅方向位置によって圧延される量に大きな分布が生じ、母材（アルミ）と上層（活物質）の境界部においてシワが発生しやすい事が問題となっている。被圧延材を薄板と見たとき圧延方向の圧縮応力が大きいと平坦度不良が発生しやすいと考えられている¹⁵。集電性の良い二次電池を製造するために解析的にシワの発生限界や、圧延後の引張り矯正の最適値を求めたいという要求がある。

1 - 1 - 2 研究の目的

現在圧延の三次元解析においては圧延過程が定常状態であることとほぼ全域で材料が塑性域での変形をしていることを利用して剛塑性FEMを用いることが多いが計算コストが大きく複層に適用することも困難であるため簡便な手法が必要である。そこで本研究では、従来の2次元計算モデル¹を複層での圧延に拡張し、圧延ロール下流において材料にかかる圧延方向への応力分布を求める手法の開発をおこなう。さらに上下層の幅や厚さの比、材料物性などの圧延条件が前方張力分布に与える影響について考察する。

1 - 2 本論文の構成

初等解析法に基づく三次元圧延理論²を複層の圧延に拡張するための基礎理論として第2章では二次元圧延理論と、ロールの幅方向にロールと被圧延材料をスリット化して三次元的に解析する手法について述べる。次いで第3章では第2章で説明した初等解析法に基づく三次元圧延理論を複層での圧延解析に適應するためのモデルの説明をおこない、第4章で様々な圧延条件が複層圧延・段差のある圧延に与える影響について考察した。最後に第5章で結論とこれからの課題を述べる。

第 2 章 基礎圧延理論

2 - 1 二次元圧延理論

2 - 1 - 1 二次元圧延理論の位置づけ

板材の圧延において板の平坦度を決定づける幅方向への板厚分布（以下板クラウン）は最大の関心を払われて長年研究がなされてきた。板幅方向の位置による圧下量の差が耳波や中伸びと言った板の形状不良の原因となることは古くから知られており、圧延荷重によるロール変形を打ち消すようなロールクラウンを付けるなどの方法がとられている。

圧延加工は被圧延材を厚さ方向に圧下し圧延方向に伸ばす加工で材料は幅方向にも広がる。すなわち圧延時には連続的な三次元塑性変形が起こっている。材料の三次元変形に関しては材料の弾性変形を無視した剛塑性有限要素法をはじめとする手法で三次元の応力場、塑性変形場を解くのが今日では一般的となっているが、一方で板幅が板厚の10倍以上であるような通常の薄板・厚板の圧延時では幅方向への変形が比較的小さいのでこれを無視して板幅・板厚より決まる二次元平面内での変形を対象とした解析もおこなわれ、その為の理論は二次元圧延理論と呼ばれる。二次元圧延理論では被圧延材内部の断面内応力分布、ワークロールに被圧延材から働く圧延荷重の分布、中立点（材料の速度とロールの速度が等しくなる点）の位置等の計算が可能であり、初等解析法による二次元圧延理論（特にOrowanの理論³）でも電子計算機を用いた解析¹⁴をおこなうことで剛塑性有限要素法にも迫る高い精度での解析が可能⁴である。

2 - 1 - 2 Karman の圧延理論

平面ひずみ状態での圧延はKarmanもしくはOrowanが提示した圧延理論で解くことが可能である。Karmanの理論では板厚方向に均一な応力場を考えロールバイト内での面内せん断応力を無視している。一方でOrowanの理論では板厚方向の応力分布があり、せん断応力はロールとの接触面では摩擦応力に等しく内部ではロール表面からの距離に応じて減じ板厚中央で0となると仮定している。ここでは複層圧延に比較的拡張しやすいKarmanの理論¹について述べる。

Karmanの理論ではワークロールに挟まれているロールバイト内でFig2-1のように切った微小要素に注目し力の釣り合いを考える。微小要素には圧延方向前後面に働く圧延方向応力に加え、ロールから接触面に作用する圧下力と摩擦力が作用しておりこれらの力が釣り合っていると考えられる。摩擦力がクーロンの法則に従うとすれば式（2 - 1）のように表され、微小要素の幅を dx とし圧延方向の力の釣り合い式を立てると式（2 - 2）のようになる。

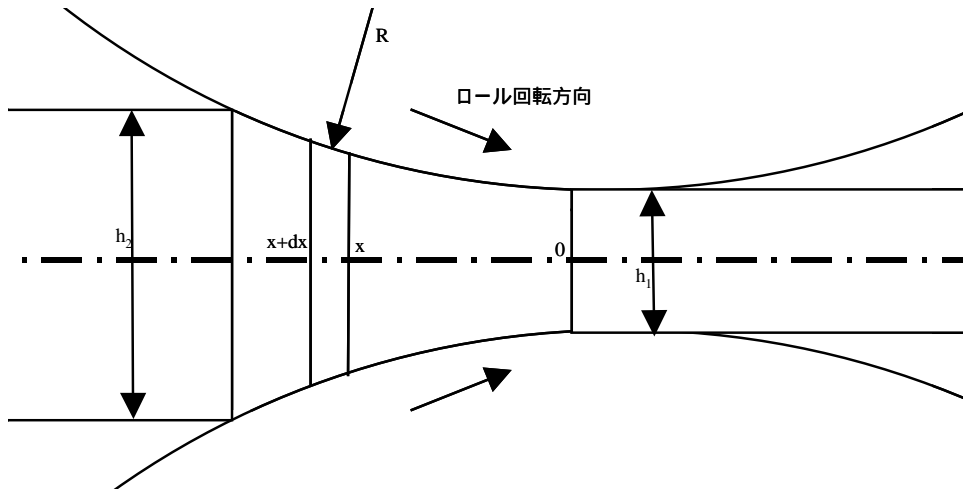


Fig 2-1 Karman model

$$\tau_f = \mu p \quad (2-1)$$

$$d(h\sigma_{xx}) + 2p \frac{dx}{\cos \theta} \cdot \sin \theta \mp 2\mu p \frac{dx}{\cos \theta} \cdot \cos \theta = 0 \quad (2-2)$$

式(2-2)を変形すると(2-3)の様になりこれを Karman の圧延方程式と呼ぶ。

$$\frac{d(h\sigma_{xx})}{dx} + 2p(\tan \theta \mp \mu) = 0 \quad (2-3)$$

このままの式では変数が p と σ_{xx} の二つあって解けないのでロールバイト内での被圧延材は塑性変形していることから Tresca の降伏条件を用いて変数を減らす。一軸降伏応力を σ_0 とし板厚方向応力 σ_{yy} は式(2-4)の様に近似できるのでこの場合の降伏条件は式(2-5)で表すことができる。

$$\sigma_{yy} = -p \quad (2-4)$$

$$\sigma_{xx} + p = \sigma_0 \quad (2-5)$$

この二式を(2-2)に代入して整理することで次の(2-6)式が得られる。

$$\frac{d(h(\sigma_0 - p))}{dx} + 2p(\tan \theta \mp \mu) = 0 \quad (2-6)$$

2 - 1 - 3 Nadai の解

以下に式 (2 - 6) を解くためのNadaiの解法⁵を示す。

ワークロール半径に比べ接触弧長 Ld が十分に小さいとき、角度とワークロール表面円弧に関して次の近似が出来る。

$$\tan \theta \approx \sin \theta = \frac{x}{R} \quad (2 - 7)$$

$$h = h_1 + \frac{x^2}{R} \quad (2 - 8)$$

一軸降伏応力が場所によらず一定であるとするとき式 (2 - 7)、(2 - 8) を代入して解くべき式は次のように整理できる。

$$\left(h_1 + \frac{x^2}{R} \right) \frac{dp}{dx} \pm 2\mu p - 2 \frac{x}{R} \sigma_0 = 0 \quad (2 - 9)$$

ここで次の式 (2 - 10) ~ (2 - 12) の様に変数を無次元化し整理すると式 (2 - 9) は式 (2 - 13) になる。

$$z = \frac{x}{\sqrt{Rh_1}} = \tan v \quad (2 - 10)$$

$$g = \frac{p}{\sigma_0} \quad (2 - 11)$$

$$a = 2\mu \sqrt{\frac{R}{h_1}} \quad (2 - 12)$$

$$\frac{dg}{dv} \pm ag = 2 \tan v \quad (2 - 13)$$

積分定数を K とすると次のように積分できる。

$$g = \exp(\mp av) \left[K + 2 \int \exp(\pm av) \tan v dv \right] \quad (2 - 14)$$

さらに $\tan v$ と近似すると次のように変形できる。

$$g = K \exp(\mp av) - \frac{2(1 \mp av)}{a^2} \quad (2 - 15)$$

前後方張力をそれぞれ σ_f 、 σ_b とすると境界条件は入口面 $x=Ld$ で (2 - 16)、出口面 $x=0$ で (2 - 17) となる。

$$g|_{x=Ld} = g_b = \frac{p|_{x=Ld}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_0 - \sigma_b}{\sigma_0} \quad (2 - 16)$$

$$g|_{x=0} = g_f = \frac{p|_{x=0}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_0 - \sigma_f}{\sigma_0} \quad (2-17)$$

これから積分定数Kを決めると無次元化圧力gは次のようになる。但し v_b は式 (2-20) のように定義する。

$$g = \left(g_b + \frac{2(1-av_b)}{a^2} \right) \exp[a(v_b - v)] - \frac{2(1-av)}{a^2} \quad (2-18)$$

$$g = \left(g_f + \frac{2}{a^2} \right) \exp[av] - \frac{2(1+av)}{a^2} \quad (2-19)$$

$$v_b = \tan^{-1} \frac{Ld}{\sqrt{Rh_1}} \quad (2-20)$$

入口面側からは式 (2-18)、出口面側からは式 (2-19) を用いて計算することで圧延方向への圧延圧力分布が求まる。以下の Fig2-1 に具体的な計算例を示す。ロール半径は 200mm、初期板厚 2mm、圧下率 10%、一軸降伏応力 200MPa、摩擦係数 0.2 として前後方張力を変化させた時の圧延圧力のグラフである。

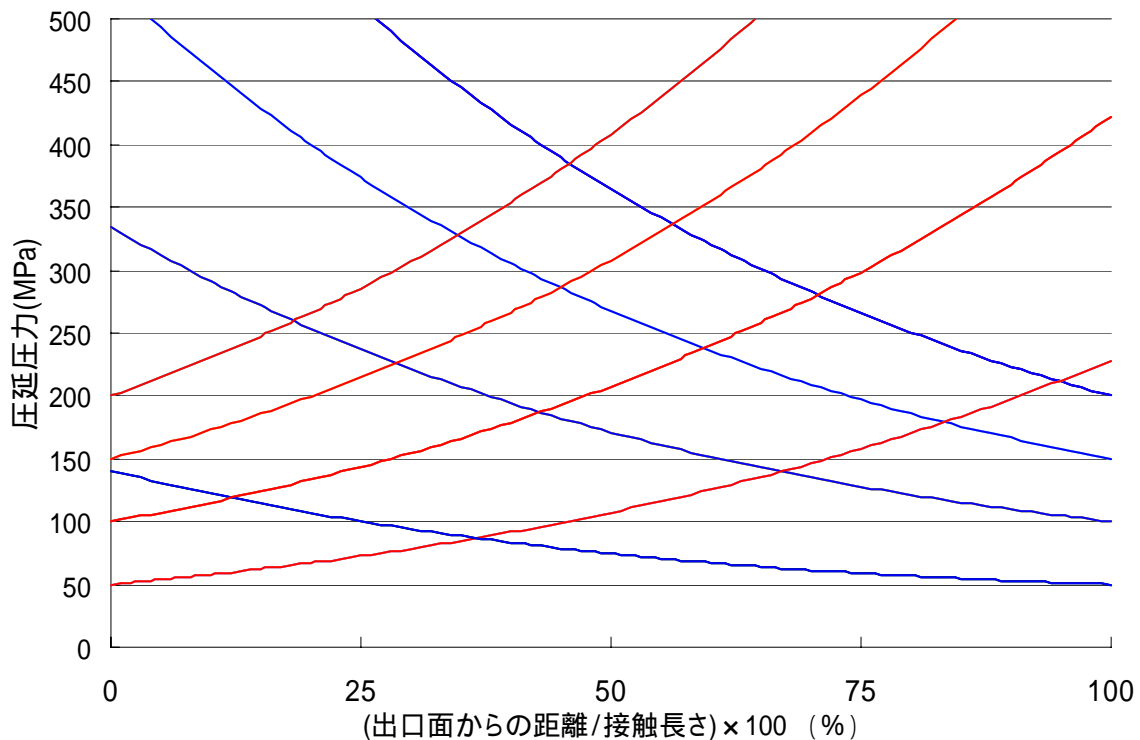


Fig 2-2 Calculated result of pressure of rolling (Karman model)

Fig 2-1 において出口面側から計算した圧延圧力分布は赤、入口面から計算した分布は青で表示してある。出口面・入口面それぞれから計算し低い方の値を

取った山形のグラフが実際の圧延圧力の分布となる。また赤、青ともに上から順に前方張力（青では後方張力）が 0,50,100,150Mpa の時の計算結果である。出口面ともかけた引張りの前方張力の分だけ圧延圧力値が下がり、入口面では後方張力の分だけ下がる。そのため引張りの前方張力をかけると圧延圧力のピーク（中立点）は入口面側に寄り、引張りの後方応力をかけるとピークは出口面側に寄る。また引張りの前後方張力をかけることによって圧延圧力は接触領域で全体的に下がることも計算から確認できる。

2 - 2 初等解析法に基づく三次元圧延理論

2 - 2 - 1 ロール変形式⁶

圧延において目標とする板厚は定まっておらず通常は圧延後の板厚分布を測定しロール支持部をフィードバックで制御し板厚を調整する。そのためロールの変形については幅方向への相対的な変位のみを考えればよいことになる。二段圧延機ではワークロールのたわみ変形と、被圧延材とワークロール間の接触扁平が板プロフィールを決定づける主な要因となる。ここでは古典的なBernoulli-Eulerの梁理論⁷を元にワークロールのたわみ変形を計算する方法について示す。扁平変形に関しては次の項にて示す。

ワークロールは被圧延材に与える圧延力の反力を受けてたわむ。そのたわみ変形はロールを両端支持された梁としてみたときの曲げ変形 $y_b(x)$ とせん断変形 $y_s(x)$ に分けて考えることができる。Eをロールのヤング率、Rをロール半径、Iを断面二次モーメントとすると各断面にかかるモーメント $M(x)$ と変形の曲げ成分 $y_b(x)$ は次のような関係になる。

$$EI = \frac{d^2 y_b}{dx^2} = M(x) \quad (2-21)$$

$$I = \frac{\pi}{4} R^4 \quad (2-22)$$

ロール変形条件式は荷重分布 $p(x)$ とロール変形との関係を与える式であるから $p(x)$ は既知であるとして下の Fig 2.2 の様に各寸法を決める。

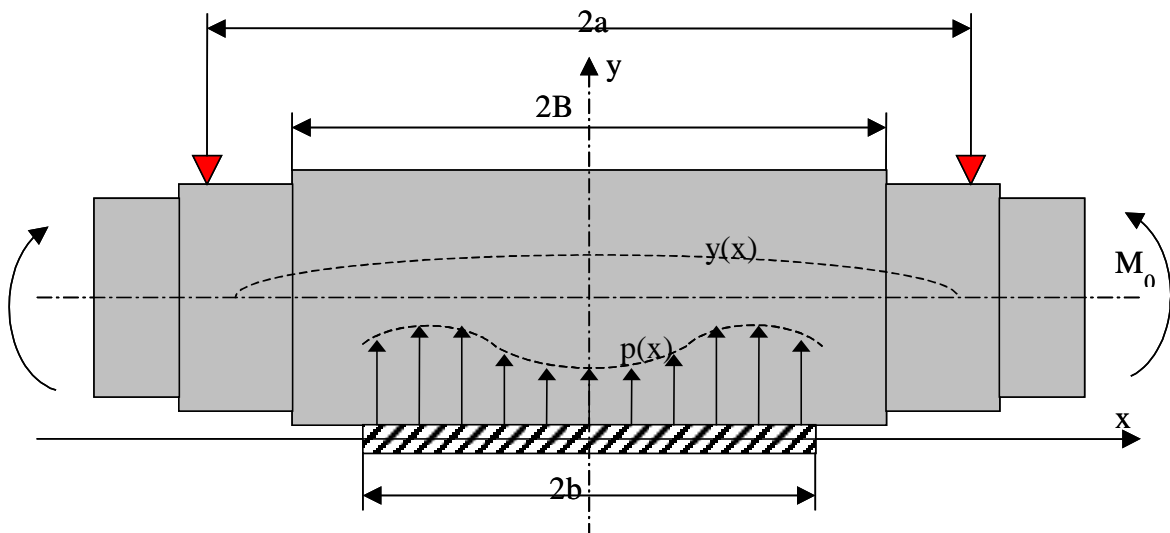


Fig 2-3 Model of bended roll

$p(x)$ が与えられれば $M(x)$ は支点における境界条件を考慮して分布荷重 $p(x)$ に

よるモーメントを積分して求められる。よって曲げたわみ分布 $y_b(x)$ は式(2-21)を二回積分することで求められる。 $P(x)$ が任意の分布をする場合にも適応するため方程式の線形性を利用しGreen関数を用いて単位荷重による変形解の重ね合わせとしてたわみを計算する。

ここでは Fig 2-3 の様に $x=0$ の位置に単位集中荷重が加わったときの変形 $K_b(x, \xi)$ を考える。このとき支点に加わる力は図中に示したとおりになりロールにかかる力の分布から決まる $M(x)$ の分布は支点でのモーメントを 0 とすると式(2-23)の様になる。

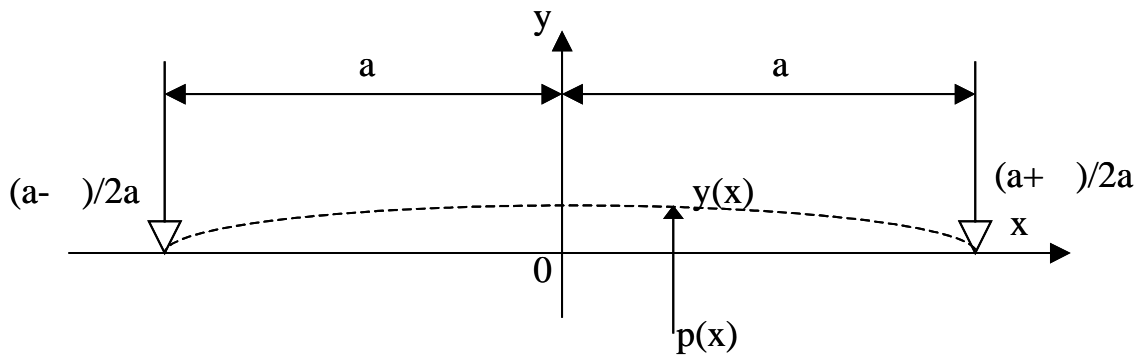


Fig 2-4 Deformation of roll by unit concentrated load

$$M(x) = -\frac{1}{2a}(a-\xi)(a+x) \quad (\text{上式は } x < 0, \text{ 下式は } x > 0) \quad (2-23)$$

$$M(x) = -\frac{1}{2a}(a-x)(a+\xi)$$

これを積分して得られる Green 関数は式(2-24)の通りである。一般に圧延にともなう変形は左右対称であるのでこの場合は $x=0$ にも単位集中荷重が加わっている時の変形で Green 関数を定義する。

$$K_b(x, \xi) = \frac{1}{EI} \cdot \frac{(a-\xi)(a+x)}{6a} \cdot \left\{ a^2 - \frac{1}{2}(\xi^2 + x^2) + a(\xi - x) \right\} \quad (2-24)$$

$$K_b(x, \xi) = \frac{1}{EI} \cdot \frac{(a-x)(a+\xi)}{6a} \cdot \left\{ a^2 - \frac{1}{2}(x^2 + \xi^2) + a(x - \xi) \right\}$$

(但し、上式は $x < 0$, 下式は $x > 0$)

$$\begin{aligned}\bar{K}_b(x, \xi) &= K_b(x, \xi) + K_b(x, -\xi) \\ &= \frac{1}{EI} \cdot \frac{a - \xi}{6a} \cdot \{3(a^2 - x^2) - (a - \xi)^2\}\end{aligned}\quad (2 - 25)$$

$$\bar{K}_b(x, \xi) = \frac{1}{EI} \cdot \frac{a - x}{6a} \cdot \{3(a^2 - \xi^2) - (a - x)^2\}$$

(但し、上式は $0 < x < \xi$, 下式は $x > \xi$)

このGreen関数を用いて曲げたわみ分布 $y_b(x)$ は次のように表される。

$$y_b(x) = \int \bar{K}_b(x, \xi) \cdot p(\xi) d\xi + \frac{M_0}{2EI} (x^2 - a^2) \quad (2 - 26)$$

次にせん断たわみは x 断面にかかる全せん断力を $S(x)$ とすると

$$\frac{dy_s(x)}{dx} = \frac{4}{3} \frac{S(x)}{GA} \quad (2 - 27)$$

のように表される。 G はロールの剛性率、 A は断面積、 ν はポアソン比で次の式で定まる。

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2 - 28)$$

$$A = \pi R^2 \quad (2 - 29)$$

ロール表面ではせん断応力が 0 であるため軸心上のせん断応力は平均値 S/A より大きくなり、このため円形断面の場合の補正係数 $4/3$ が用いられる⁸。せん断変形に関するGreen関数も曲げ変形の時と同様に単位集中荷重がかかっている場合で考えて定義する。位置 x でのせん断力 $S(x)$ は式 (2 - 30) で表されるのでこれを積分するとGreen関数は式 (2 - 31) で定義することが出来る。

$$S(x) = \frac{1}{2a} (a - \xi) \quad (\text{上式は } x < \xi, \text{ 下式は } x > \xi) \quad (2 - 30)$$

$$S(x) = -\frac{1}{2a} (a + \xi)$$

$$K_s(x, \xi) = \frac{2}{3GA} \frac{(a - \xi)(a + x)}{a} \left(= -\frac{4}{3GA} \cdot M(x) \right) \quad (2 - 31)$$

$$K_s(x, \xi) = \frac{2}{3GA} \frac{(a - x)(a + \xi)}{a}$$

(但し、上式は $x < \xi$, 下式は $x > \xi$)

せん断変形に関しても y 軸に対して左右対称であると考えれば Green 関数は次の式 (2 - 3 2) のようになる。

$$\begin{aligned}\bar{K}_s(x, \xi) &= K_s(x, \xi) + K_s(x, -\xi) \\ &= \frac{4}{3GA}(a - \xi)\end{aligned}\quad (2 - 3 2)$$

$$\bar{K}_s(x, \xi) = \frac{4}{3GA}(a - x)$$

(但し、上式は $0 < x < \xi$, 下式は $x < 0$)

これよりせん断変形は曲げ変形と同様にして次のように表される。

$$y_s(x) = \int \bar{K}_s(x, \xi) \cdot p(\xi) d\xi \quad (2 - 3 3)$$

軸心変形は曲げによる変形とせん断による変形からなると考えると

$$\bar{K}(x, \xi) = \bar{K}_b(x, \xi) + \bar{K}_s(x, \xi) \quad (2 - 3 4)$$

$$\begin{aligned}y(x) &= y_b(x) + y_s(x) \\ &= \int \bar{K}(x, \xi) p(\xi) d\xi + \frac{M_0}{2EI}(x^2 - a^2)\end{aligned}\quad (2 - 3 5)$$

2 - 2 - 2 被圧延材とワークロールの間の扁平変形

被圧延材により作用する圧延圧力によりワークロールはロール扁平と呼ばれる局所的な弾性変形を起こす。通常ロールと被圧延材との接触弧長はロール半径に比較して十分に小さいので、ロールを下Fig 2-4 の様に半無限弾性体と見なし式(2-36)で表される集中荷重が作用したときの表面変位⁹を重ね合わせることでワークロール表面の扁平変形を近似することがおこなわれる。

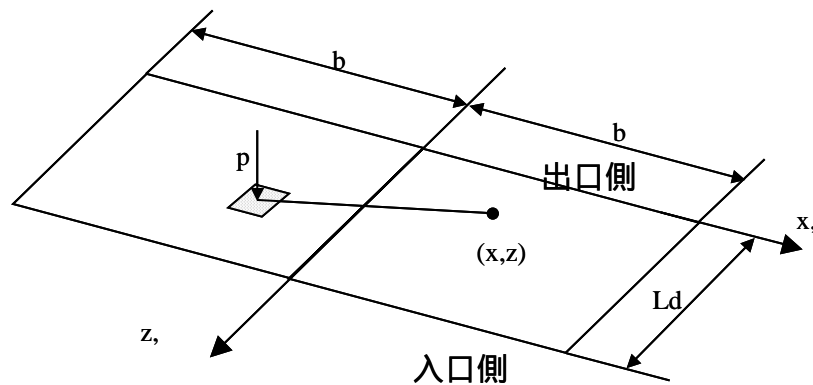


Fig2-5 Squamous transformation of roll surface

$$u(x, z) = \frac{1-\nu^2}{\pi E} \int_s \frac{p(\xi, \zeta)}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2}} d\xi d\zeta \quad (2-36)$$

接触弧長はロール半径と比較して十分に小さいが板幅はロールの幅に近いので実際はロールを半無限弾性体としてみたときの式(2-36)に補正項を加えた式(2-37)が用いられる事も多い¹⁰。eは自然対数の底である。

$$u(x, z) = \frac{1-\nu^2}{\pi E} \int_s \left(\frac{p(\xi, \zeta)}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2}} - \frac{p(\xi, \zeta)}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (2R/e)^2}} \right) d\xi d\zeta \quad (2-37)$$

また、ロール形状は変形後も円弧であるとしても通常は解析精度を損なわない事が知られており、その変形後の半径R'を与えるHitchcockのロール扁平式¹¹(2-38)が用いられる。Rは扁平考慮前のロール半径、 ν はポアソン比、Eはロールのヤング率、p*は単位幅圧延圧力、h₂とh₁は圧延前後の板厚である。

$$R' = R \cdot \left(1 + \frac{16(1-\nu^2)}{\pi E} \cdot \frac{p^*}{h_2 - h_1} \right) \quad (2-38)$$

2 - 2 - 3 張力分布の計算

幅方向に圧下量の分布が存在することによってロール下流の圧延方向応力にも幅方向の分布が存在する。一般的な単層の薄板圧延の場合ロールは弾性変形により幅方向中心付近で端部付近よりもワークロール間の距離（以下ロールギャップ）が大きくなる。そのため幅方向中心付近では相対的に圧下率 r （圧延前の板厚と減少分の板厚の比）は小さいことになる。ところが圧延過程では圧延方向のひずみは幅方向に均一なので、圧延方向への伸びの差を解消するように幅方向中心付近では引張りの応力が働き、端部付近では圧縮の応力が働くことになる。この機構を張力のフィードバック機構と呼ぶ。そこで今Fig 2-4 の様に板を幅に短冊状の要素（以下スリット）に分割し、各スリットで隣の影響を受けずに自由に圧延方向に材料が伸びることが可能であると考ええる。その際生じる圧延方向ひずみの差を弾性範囲内で解消しひずみの差を0にするという考え方を以下スリットモデル²と呼ぶ。

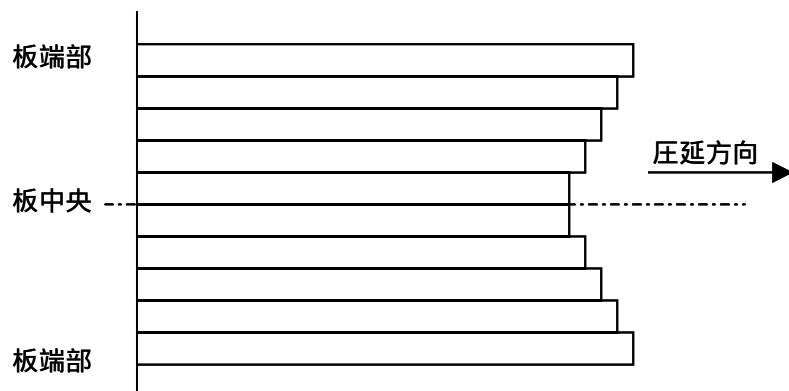


Fig 2-6 Slit model

スリット番号 i を幅方向中心から端部へ向かって与える。圧延前の板厚分布を $H(i)$ 、圧延後の板厚分布を $h(i)$ 、単位時間に圧延される長さ（圧延前の長さ）を L とする。また幅方向の拘束がないとして単位時間あたりに圧延されて出てくる長さを $l(i)$ とする。このとき材料の幅方向流れは無いとしているので次の式 (2 - 38) が成り立つ。

$$LH(i) = l(i)h(i) \quad (2 - 38)$$

i 番目のスリットにかかる前方張力（応力）を $f(i)$ 、スリットの幅を $z(i)$ 、単位時間に実際に圧延されて出てくる長さを l とすると式 (2 - 38) を使って次の式 (2 - 39) が成り立つ。

$$\begin{aligned}\sigma_f(i) \cdot \Delta z(i) \cdot h(i) &= E \cdot \frac{l-l(i)}{l(i)} \cdot \Delta z(i) \cdot h(i) \\ &= E \cdot \frac{l/L - H(i)/h(i)}{H(i)/h(i)} \cdot \Delta z(i) \cdot h(i)\end{aligned}\tag{2-39}$$

また、前方張力の平均値を σ_{ave} とすると次の (2-40) が成り立つ。

$$\sum_i \sigma_f(i) \cdot \Delta z(i) \cdot h(i) = \sigma_{ave} \cdot \sum_i \Delta z(i) \cdot h(i)\tag{2-40}$$

式 (2-39) は各スリットにかかる圧延方向の張力を表す式であるがどのスリットにも未知数 l/L が存在するので式 (2-40) と連立してまず l/L を求めることで $\sigma_f(i)$ も求めることが可能である。

2-2-4 二次元圧延理論の分割モデルへの拡張

二次元圧延理論によって求めた単位幅圧延荷重を元に梁のたわみと扁平の式からロールギャップの分布を計算する²。次に得られたロールギャップ分布からスリットモデルで前方張力の分布を求める。一般に圧延では前方張力と後方張力の分布形状はほぼ相似であることがわかっているので平均後方張力から後方張力分布も求まる。各スリットの前後方張力を元に再度二次元圧延理論により単位幅圧延圧力を計算し、前方張力の分布が収束するまで計算を繰り返す。下の Fig 2-6 の様に計算が収束したとき、前方張力分布とロールギャップ分布と単位幅圧延圧力分布のバランスがとれた解が得られると考える。

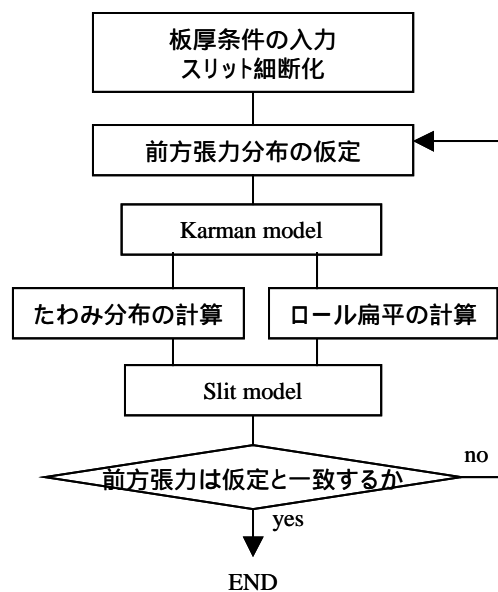


Fig 2-7 Program flow chart

第3章 初等解析法に基づく三次元圧延理論の 複層圧延への拡張

3 - 1 二次元圧延理論の複層圧延への拡張

異種材料を接合する為に圧着する圧延モデルに関してはTzouらの研究¹²などがおこなわれているが二層でなおかつ上層と下層の幅が同じものである。そのため平面ひずみモデルで考慮しており単層の場合のKarmanのモデルと同じように圧延圧力の圧延方向分布や中立点などを求めるもので、幅方向の分布を考慮した三次元的な解析ではない。そこで本研究では三層で層の幅が異なっても考慮しやすいモデルとしてはじめから接合されたバイメタルを圧延で一枚板にする過程を解析する。

ここでは複層での圧延を取り扱う為に比較的複層での圧延に拡張しやすいと考えられる Karman のモデルをベースにした複層圧延モデルを取り扱う。Karman のモデルと同様に Fig 3-1、Fig3-2 の様にロールに挟まれた材料部分を圧延方向に微小要素に切り力の釣り合いを考える。

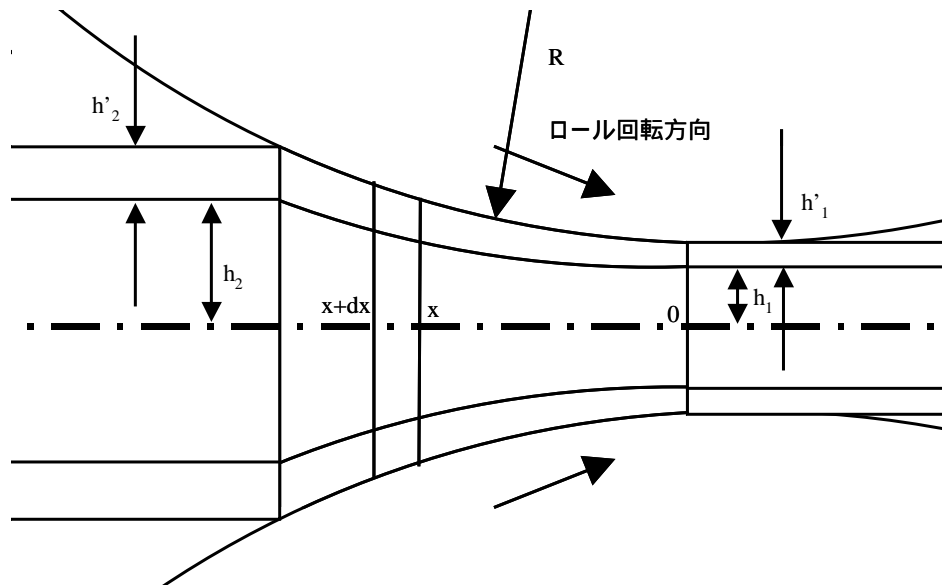


Fig 3-1 Multilayer rolling model based on Karman model

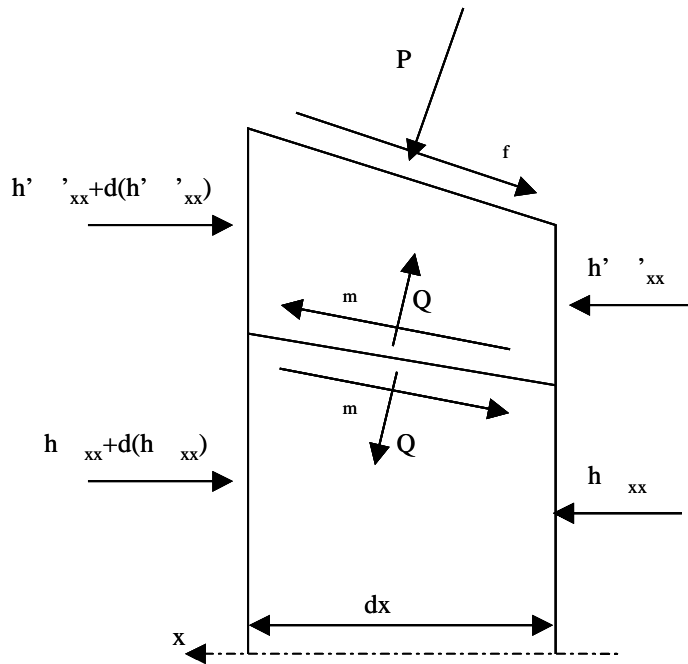


Fig 3-2 Element in multilayer rolling model

今回は密度が不変でかつ圧延過程で上層と下層の間にずれが起こらないと仮定する。この仮定から上層と下層の厚さの比は各スリットごとに常に一定であると考えることが出来る。上層・下層についての圧延方向の力の釣り合い式を立て整理したものが式(3-1)と(3-2)で、上層についての板厚方向についての力の釣り合いは式(3-3)で表現できる。但し、ロールとの接触面のx軸との傾きを θ 、上層と下層の境界面のx軸との傾きを θ' とする。

$$\frac{d(h'\sigma'_{xx})}{dx} + P \tan \theta - Q \tan \theta' + \tau_f + \tau_m = 0 \quad (3-1)$$

$$\frac{d(h\sigma_{xx})}{dx} + Q \tan \theta' - \tau_m = 0 \quad (3-2)$$

$$P - Q \pm \tau_f \tan \theta - \tau_m \tan \theta' = 0 \quad (3-3)$$

変数の数が多いのでTrescaの降伏条件を用い変数の数を減らす。板厚方向の応力は場所によらず $\sigma'_{yy} = -P$ 、 $\sigma_{yy} = -P$ と近似出来るとすれば

$$\sigma'_{xx} = -P + \sigma'_0 \quad (3-4)$$

$$\sigma_{xx} = -P + \sigma_0 \quad (3-5)$$

この二式と (3 - 1) , (3 - 2) から次のように式が整理できる。

$$\frac{d(h'(\sigma'_0 - P))}{dx} + \frac{d(h(\sigma_0 - P))}{dx} + P \tan \theta \mp \mu P = 0 \quad (3 - 6)$$

ここで Karman の理論と同様に

$$\tan \theta \approx \sin \theta = \frac{x}{R} \quad (3 - 7)$$

$$(h + h') \approx (h_1 + h'_1) + \frac{x^2}{R} \quad (3 - 8)$$

として式 (3 - 6) に代入して整理すると式 (3 - 9) の様になる。

$$\left\{ (h_1 + h'_1) + \frac{x^2}{R} \right\} \frac{dP}{dx} \pm \mu P - \frac{x}{R} \left(\frac{h_1}{h_1 + h'_1} \sigma_0 + \frac{h'_1}{h_1 + h'_1} \sigma'_0 \right) = 0 \quad (3 - 9)$$

ここで $h_1 + h'_1 = \frac{H}{2}$, $\frac{h_1}{h_1 + h'_1} \sigma_0 + \frac{h'_1}{h_1 + h'_1} \sigma'_0 = \sigma''_0$ として定義し直すと Karman の方程式と類似の方程式になり、Nadai の解法と同様にして圧延圧力 P の分布を計算することが可能である。

3 - 2 張力分布計算の複層圧延への拡張

二次元圧延理論を元に圧延圧力分布を求めることが出来ればロールの変形に関しては単層でも複層でも変わらずロールギャップを求めることが出来る。しかし張力分布に関しては単層でのモデルを複層に拡張する必要がある。ここでは単層の時と同様ロールギャップが求まっているとして前方張力の分布を求める方法について述べる。

単層の時と同様幅方向中心から外側に向かってスリットの番号 i を与える。Fig 3-3 は圧延方向に垂直な断面であり、Fig 3-4 は板厚方向に垂直な断面の図である。

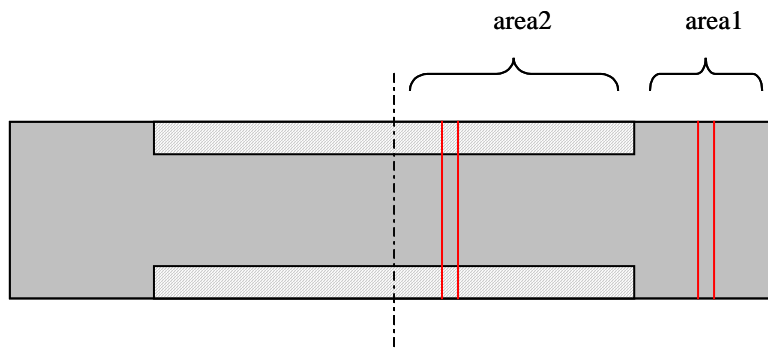


Fig 3-3 Vertical section of rolled plate

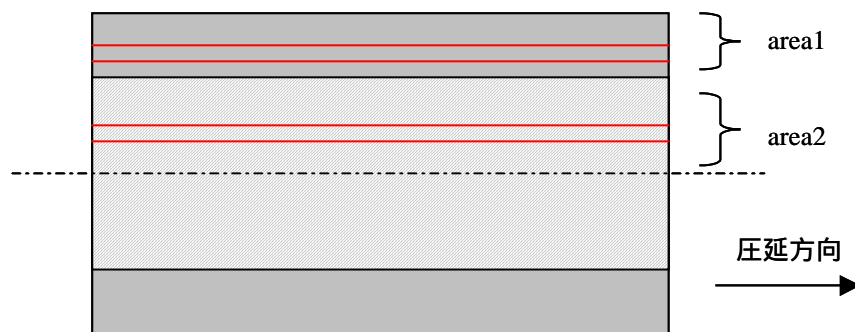


Fig 3-4 Top view of rolled plate

area 1 では被圧延材料は単層なので前章と全く同様に次の関係式が成り立つ

$$\begin{aligned} \sigma_f(i) \cdot \Delta z(i) \cdot h(i) &= E_1 \cdot \frac{l-l(i)}{l(i)} \cdot \Delta z(i) \cdot h(i) \\ &= E_1 \cdot \frac{l/L - H(i)/h(i)}{H(i)/h(i)} \cdot \Delta z(i) \cdot h(i) \end{aligned} \quad (3 - 10)$$

area2 では圧延前後の内層の板厚を H_1 、 h_1 、外層の板厚を H_2 、 h_2 とすると厚さの比は変わらないと前節の仮定から出来るので次のような式が成り立つ。

$$\frac{H_1(i)}{h_1(i)} = \frac{H_2(i)}{h_2(i)} = \frac{H_1(i) + 2 \cdot H_2(i)}{h_1(i) + 2 \cdot h_2(i)} \quad (3 - 11)$$

内層に関しては

$$\begin{aligned} \sigma_{f1}(i) \cdot \Delta z(i) \cdot h_1(i) &= E_1 \frac{l - l(i)}{l(i)} \cdot \Delta z(i) \cdot h_1(i) \\ &= E_1 \frac{l/L - H_1(i)/h_1(i)}{H_1(i)/h_1(i)} \cdot \Delta z(i) \cdot h_1(i) \end{aligned} \quad (3 - 12)$$

外層に関しては

$$\sigma_{f2}(i) \cdot \Delta z(i) \cdot h_2(i) = E_2 \frac{l/L - H_2(i)/h_2(i)}{H_2(i)/h_2(i)} \cdot \Delta z(i) \cdot h_2(i) \quad (3 - 13)$$

が(3 - 10)と同様に成り立つので結局単層の時と同様未知数は l/L のみと言うことになる。そのため各スリットにかかる張力の和を式(2 - 40)と同様平均前方張力から求めることで l/L を求めることが出来、その値を(3 - 12)、(3 - 13)に代入することで各スリットにかかる前方張力の分布を計算することが可能である。

第 4 章 解析結果

4 - 1 解析モデル・材料条件

下の Fig 4-1 は圧延前の板の形状である。材料については軟鋼板とアルミニウム板を用い材料定数等は Table4-1 に記す。

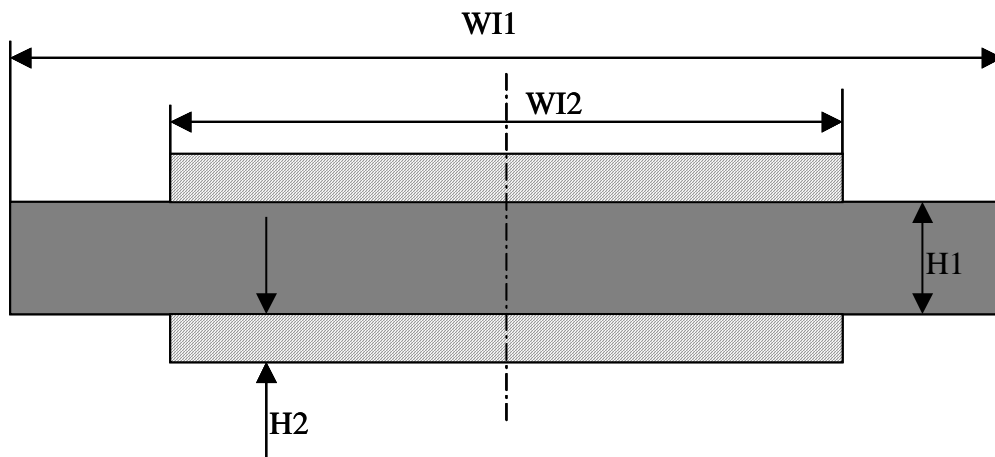


Fig 4-1 Analytical model

Table 4-1 Material properties

材料	一軸降伏応力 σ_0 [Mpa]	ヤング率 [Gpa]
Fe	340	210
Al	150	70

本解析では内外層の幅、厚さ、材質、また Hitchcock の扁平を考慮するかしないか、などの条件でケーススタディーをおこなった。またロールと被圧延材の間の摩擦係数は 0.2 とし内層の幅 $W1$ は 150mm、ロール半径 R は 200mm、平均前方張力と平均後方張力は 0、ロールの幅は 250mm でポアソン比は 0.3 で統一した。

4 - 2 段差のない一枚板での圧延

比較的实验データの得やすい、段差のない一枚板のモデルで被圧延材として Fe を用い解析をおこない Hitchcock の扁平を考慮する場合としない場合で比較した。元板厚 2mm で圧下率は 12% とした。

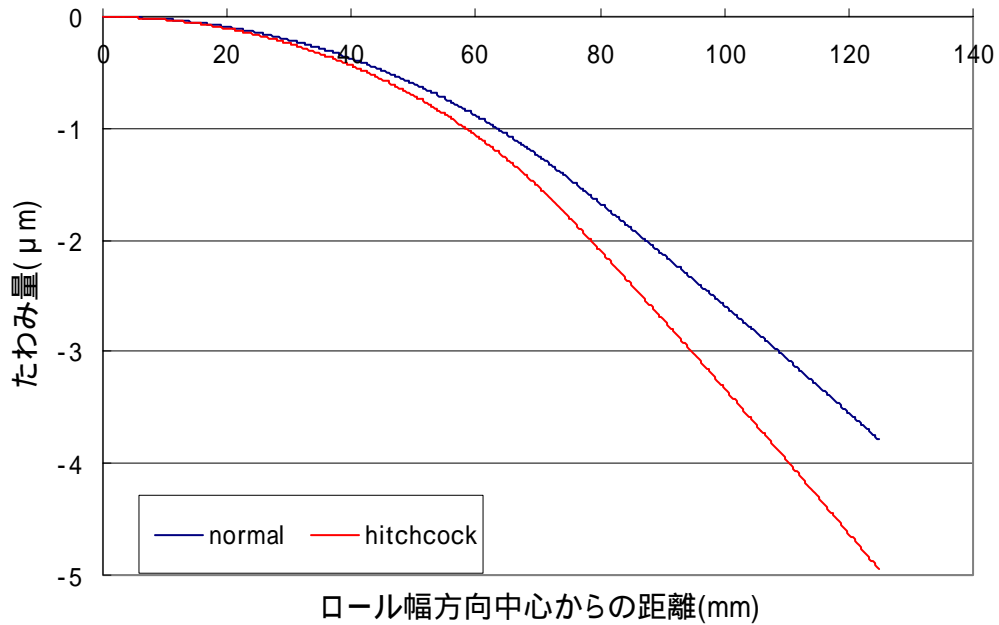


Fig 4-2 Deflection in flat model

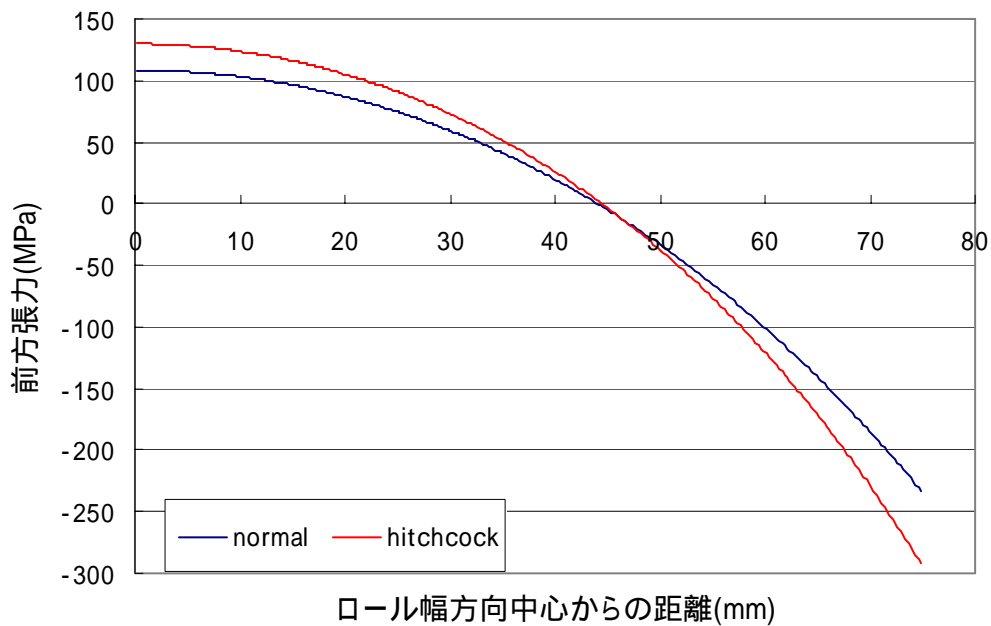


Fig 4-3 Longitudinal stress in flat model

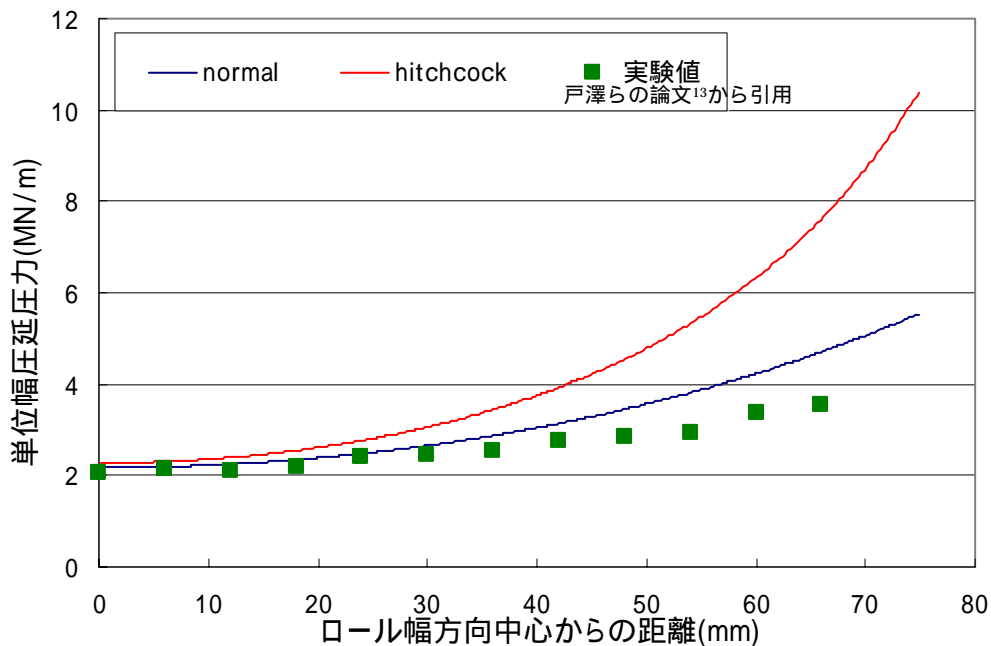


Fig 4-4 Rolling pressure per unit width in flat model

たわみは幅方向中心で 0 となるように相対変位で見た。扁平を考慮している方が扁平たわみが大きく計算されているのがわかる。幅方向中心でロールギャップは元板厚に目標圧下率をかけた値になるよう設定しているのでどちらで計算しても中心のロールギャップは同じだが、扁平を考慮するとたわみが大きくなる分端に近づくとつれてロールギャップはより小さくなる。その結果圧延方向のひずみを釣り合わせるための前方張力も扁平を考慮したときの方が大きな値となっていることがわかる。また、同様の条件で圧延した場合の測定値と解析結果を比較する戸澤らの論文から測定値¹³をFig4-4 上にプロットした。今回の解析結果では、板幅中心付近では測定値に近い値が得られたが端部付近では測定よりも大きな単位幅圧延圧力が算出された。戸澤らの研究では幅広がり を考慮してあるので実験値よりやや低い値が得られている。これは薄板の圧延の場合、幅中心付近では材料は幅方向への拘束が大きい流れにくい、幅端部では幅方向に材料が流れやすく幅方向のひずみの分だけ板厚方向のひずみが小さくなるからと考えることができる。またHitchcockの扁平を考慮したときは考慮しないときよりも端部付近でのロールギャップが小さくなるので単位幅圧延圧力は大きな値となっている。

4 - 3 単一材料での段差のある圧延

上層幅 $W12 = 100(\text{mm})$ 、上層厚さ $H2 = 2.5(\mu\text{m})$ 、三層合わせた元の板厚を 2mm 、圧下率 12% とし、単一材料で段差があるモデルでの解析をおこなった。

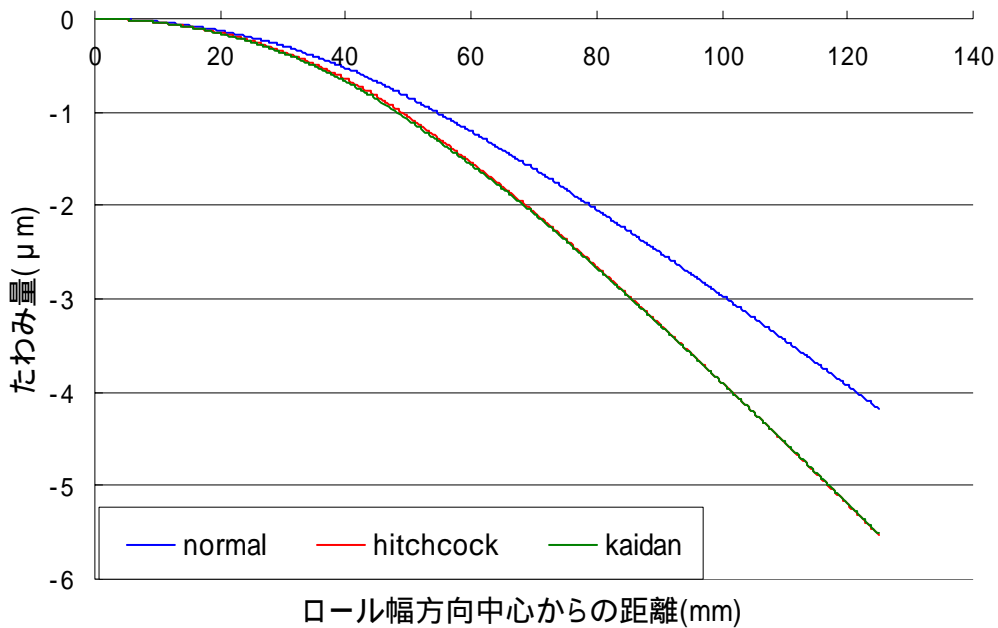


Fig 4-5 Deflection in uneven model

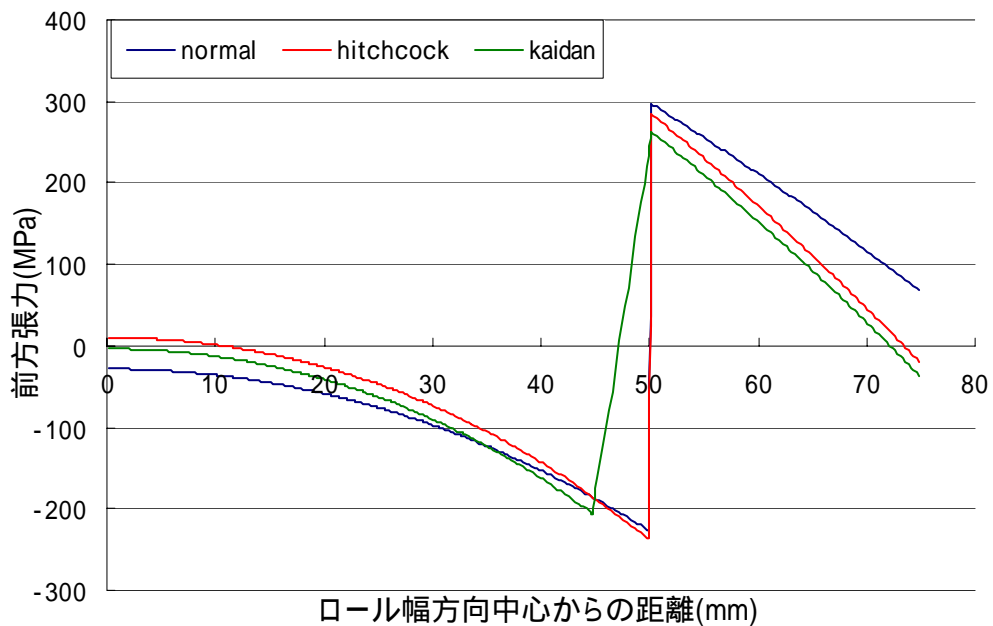


Fig 4-6 Longitudinal stress in uneven model

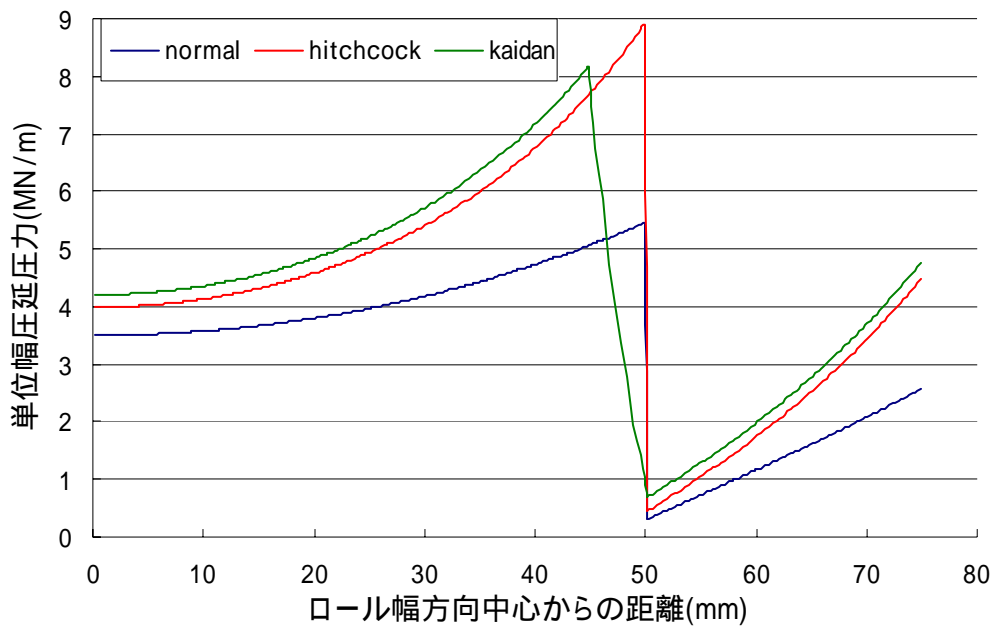


Fig 4-7 Rolling pressure per unit width in uneven model

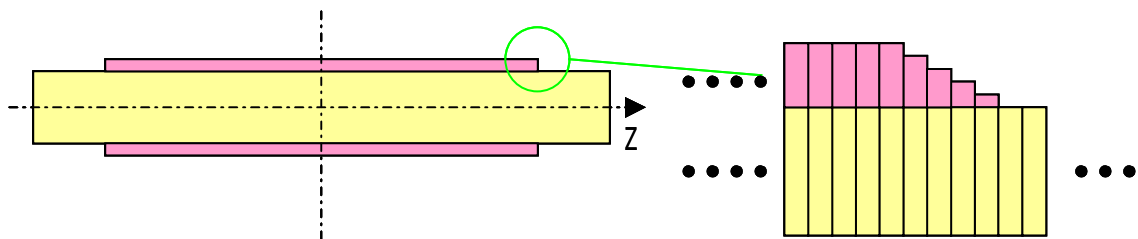


Fig 4-8 Slit model divided into steps on the edge of upper layer

段差無しの時と同様扁平を考慮したときの方がたわみは大きくなり、前方張力は複層部分で圧縮、単層部分で引っ張りに大きな値が出た。どちらのモデルでもたわみは最大でも板端（75mm）で $1.5 \sim 2.5 \mu\text{m}$ 程度であるのでたわみを考慮しても元の段差($2.5 \mu\text{m}$)の方の影響が大きく、複層部分では圧下率大、単層部分では圧下率小となる為このような分布になると考えられる。また、単層部分・複層部分だけに着目すると各々のエリアで元板厚は均一でたわみにより幅方向中心から離れるほどロールギャップは小さくなるので、段差のない一枚板の圧延の時と同じように外側（端部に近い側）になるほど前方張力は圧縮寄りの値を示している。

また $2.5 \mu\text{m}$ という非常に小さな段差であるにもかかわらず前方張力は圧縮側にも引っ張り側にも非常に大きな値を示した。単層段差無しの圧延でも幅端付近では材料の幅方向流れを考慮していない分エッジ部分で圧延圧力が大きく見積もられていたが、このモデルでも上層のエッジ、下層のエッジともに同様の

ことが言えると考えられる。特に上層のエッジ部分で幅流れが起きることによって実際は圧下率の急激な変化が低減され前方張力のピーク値はもっと小さい値になっていると考えることができる。

そこで簡易的に幅方向の流れを考慮するために Fig 4-8 の様に上層のエッジ部分をあらかじめ階段状に積層したとするモデルで解析をおこなった（グラフ中の kaidan）。階段状に積層したモデルに関しては Hitchcock の扁平を考慮している。たわみだけを考慮した場合に比べて Hitchcock の扁平を考慮した場合は引っ張り側の前方張力値がわずかだが小さな値を示した。加えて階段状の積層にしたときは全体的に前方張力値は小さい値になり実際の挙動に近づいたと考えることができる。

4 - 4 上層の厚さ・幅が段差のある圧延に与える影響の検討

4 - 4 - 1 上層の厚さが段差のある圧延に与える影響

上層の幅 $W12=100(\text{mm})$ 、単一材料で Hitchcock のロール扁平を考慮したモデルで上層の厚さ $H2$ を変えて解析をおこなった。三層合わせた元の板厚を 2mm 、圧下率 12% とした。 $H2$ は 1.25 、 2.5 、 $3.75 \mu\text{m}$ の三種類と段差が無い場合とで比較をおこなった。

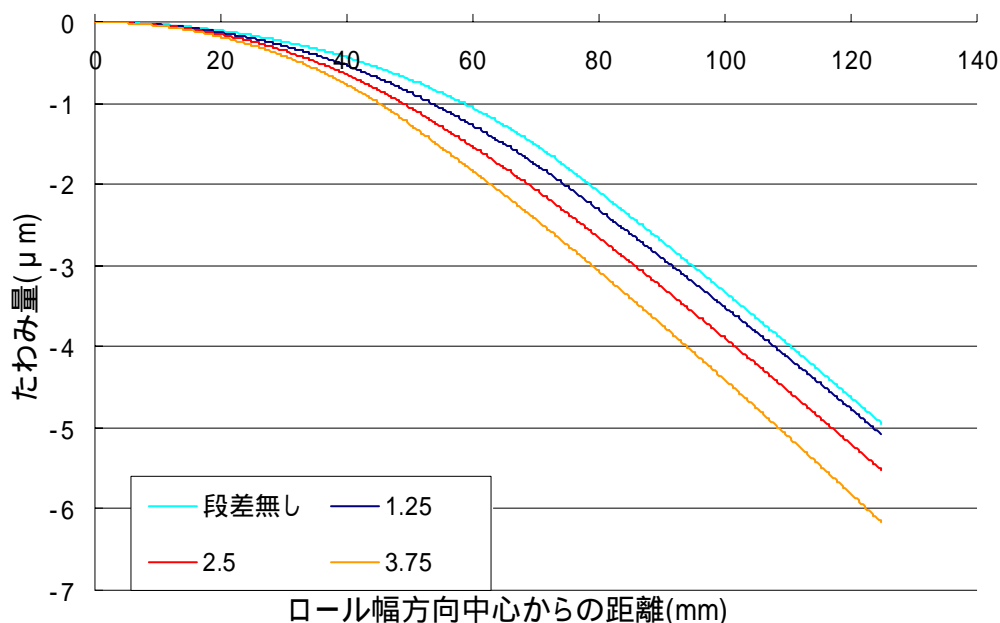


Fig 4-9 Dependence of deflection on thickness of upper layer

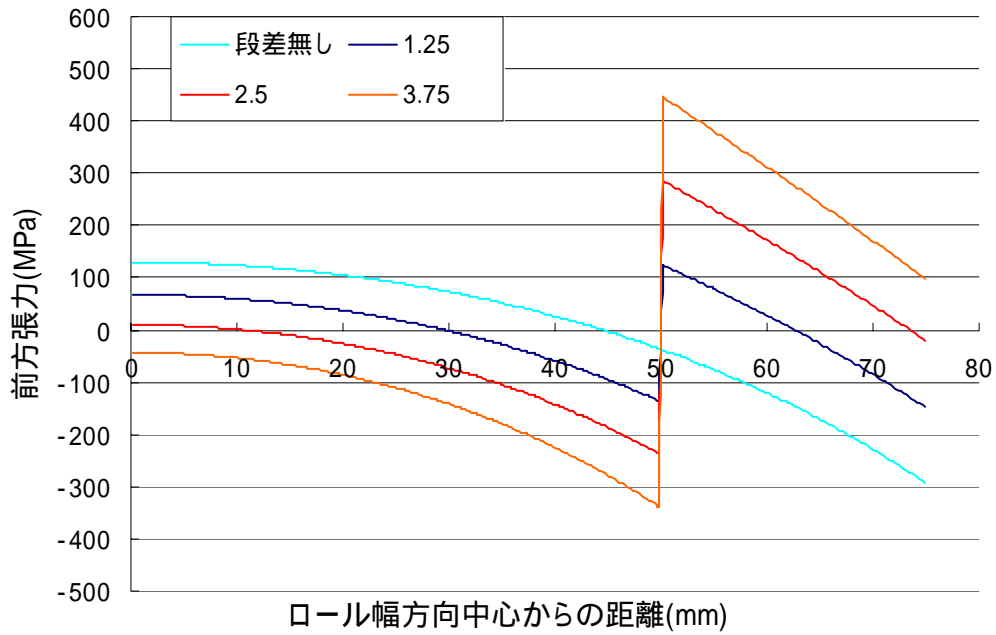


Fig 4-10 Dependence of longitudinal stress on thickness of upper layer

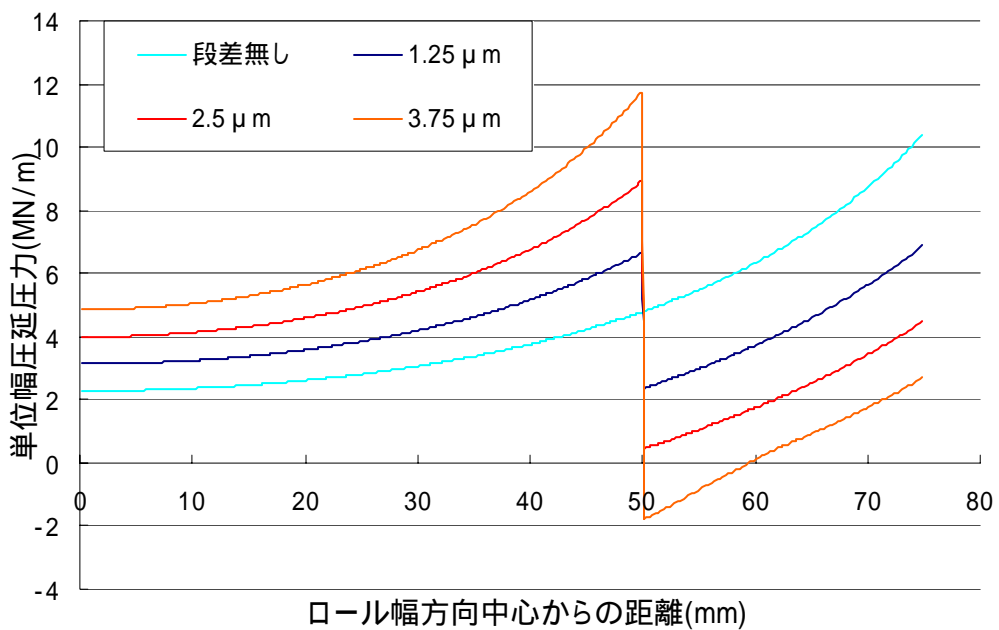


Fig 4-11 Dependence of rolling pressure per unit width on thickness of upper layer

段差が大きくなるにつれロールにかかる圧延力の反力も大きくなり、そのためロールがよりたわむようになり圧下率にも大きな幅方向分布が出ることになる。その結果前方張力も段差が大きいくほど引張り側にも圧縮側にも大きい値を

示す。また、今回のモデルでは上層厚さ H_2 を $3.75 \mu\text{m}$ にしたときでは前方張力の引張り側の最大値は材料の一軸降伏応力を超える値が算出された。これは弾性的に圧延方向ひずみの差を解消するという条件に矛盾する。今回はそのまま計算をおこなったので、計算過程で一部のスリットでは Karman モデルで計算される圧延圧力が負の値になるという矛盾も生じた。これに関して 2 章 1 節の Fig 2-1 で考えれば、引張りの前後方張力がかかると圧延圧力は下がっていくが Karman のモデルでは降伏応力に等しい前後方張力が作用したときちょうど出入り口面で圧延圧力が 0 になる。数式の上ではそれ以上の張力が作用した時も計算が可能であり、圧力として負の値が計算されてしまう。実際にこのように圧力が負になるということはあるはずロールと材料が離れてしまっているとして計算をすることも可能であるだろうが、今回の条件程度の段差でロールと材料のはく離が起こっているとは考えられないのでモデルを変更しないまま解析をおこなった。なお、図中には示していないが更に段差を大きくすると更に前方張力は大きな値を示し計算が収束しなくなった。

4 - 4 - 2 上層の幅が段差のある圧延に与える影響

上層の厚さ $H_2=2.5(\mu\text{m})$ 、単一材料で Hitchcock のロール扁平を考慮したモデルで上層の幅 W_{I2} を変えて解析をおこなった。 W_{I2} は 10mm から 120mm まで 10mm 刻みに変えて、上層幅が段差のある圧延に与える影響を検討した。

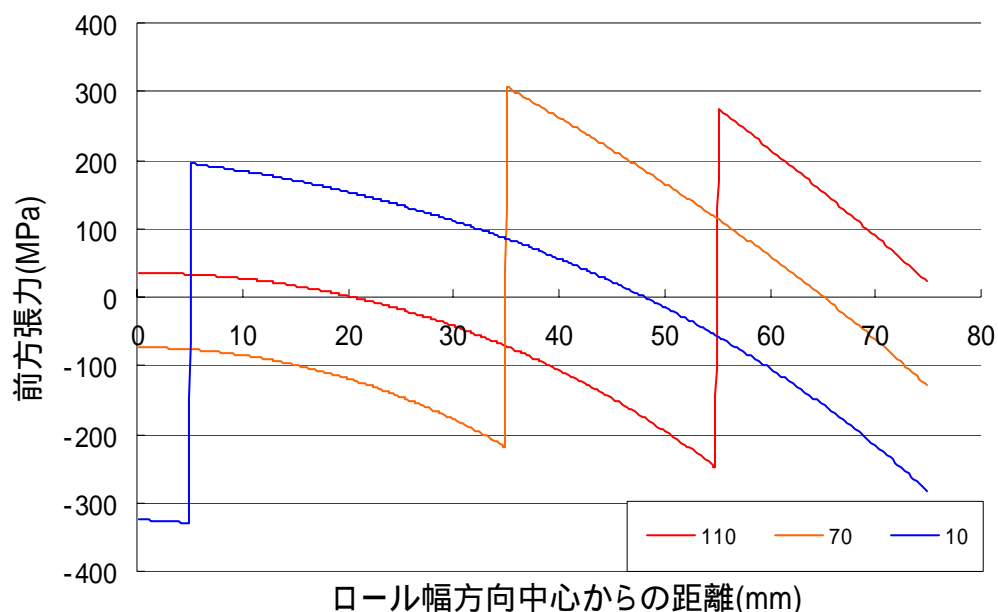


Fig 4-12 Dependence of longitudinal stress on width of upper layer

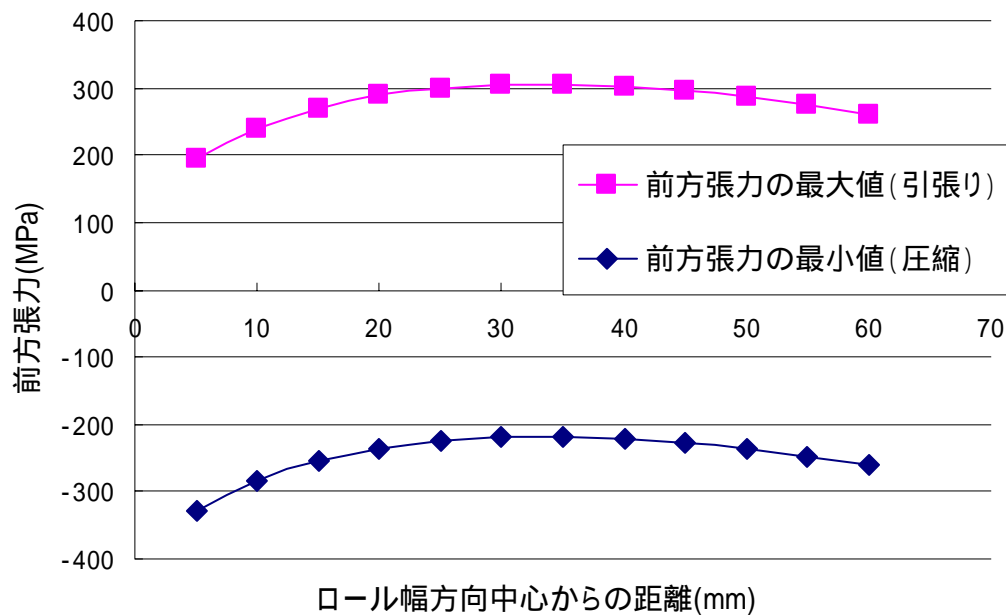


Fig 4-13 Dependence of maximum & minimum longitudinal stress on width of upper layer

Fig 4-12 は代表として W12 が 110mm、70mm、10mm の時の前方張力分布の図である。また、Fig 4-13 は各々の板幅で解析した結果の前方張力の最大値と最小値をプロットしたものである。上層の板幅が狭いと複層部分での前方張力がより大きな圧縮になり、板幅が広くても同様な結果になった。また、引張り側に寄るピークの板幅が存在し、板幅を変えても前方応力の最大値と最小値がほとんど変わらない領域が存在することがわかった。

但し上層幅が極端に狭いことは実際の挙動としては上層の全域もしくは大半がエッジ付近であることに対応しており、幅方向のひずみを考慮していない分圧延方向のひずみが軽減されず極端に上層エッジ付近で圧縮側に前方張力が算出されてしまう現象が上層全域で起こっていると考えることが出来る。そのため上層幅が数 mm など極端に狭い条件で解析をおこなったときは圧延圧力が高くなり過ぎて計算が収束しなかった。

4 - 5 上層と下層の材料の種類が段差のある圧延に与える影響の検討

上層の厚さ $H2=2$ (μm)、上層幅 $WI2=100$ (mm)に固定して Hitchcock のロール扁平を考慮したモデルで上層・下層の材質を変えて解析をおこなった。下の Table 4-2 は上層と下層の条件分けを表している。

Table 4-2 Materials of upper&lower layer

	Case1	Case2	Case3	Case4
上層	Fe	Al	Fe	Al
下層	Fe	Al	Al	Fe

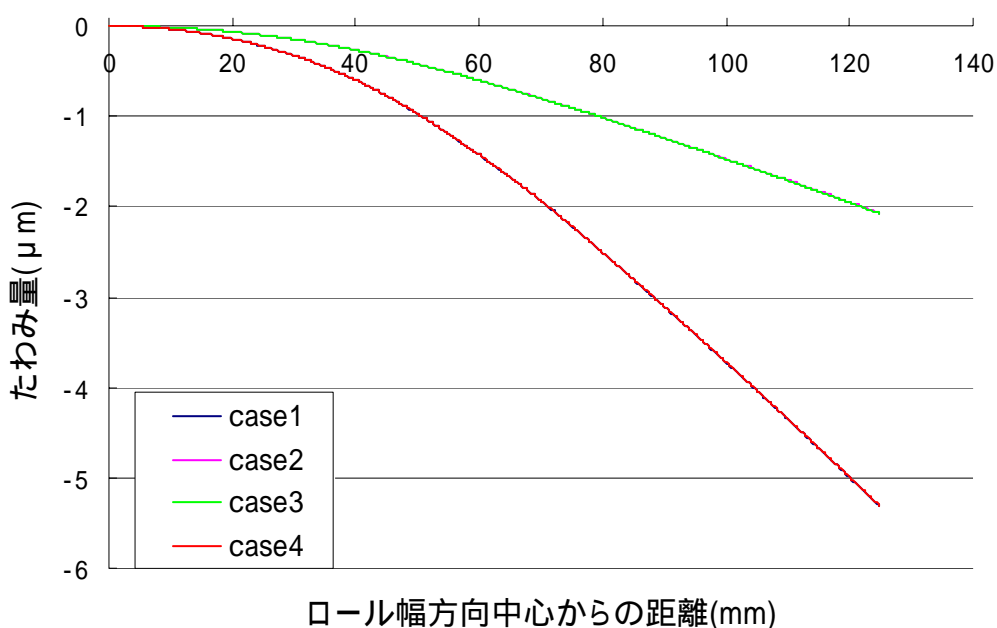


Fig 4-14 Dependence of deflection on material property

複層での解析をおこなったが Case1 は Case4 と、Case3 は Case2 とほぼ同じ結果になった。これは解析でモデルが破綻しないよう上層の厚さを薄くして計算しているので母材となっている下層が体積の面で支配的であることから説明できる。残念ながら今回のモデルでは大きな段差があるときは計算が出来なかったため、異種材料での圧延での影響をあまり見ることは出来なかった。この点に関しては今後ある程度大きな段差がある圧延で解析が出来るとなれば定性的な評価は可能であると考えられるが、今回はあまり意味をなすほどの

差が出なかったの以下の方張力と単位幅圧延圧力のグラフに関しては Case1 と Case2 のみを取り扱った。

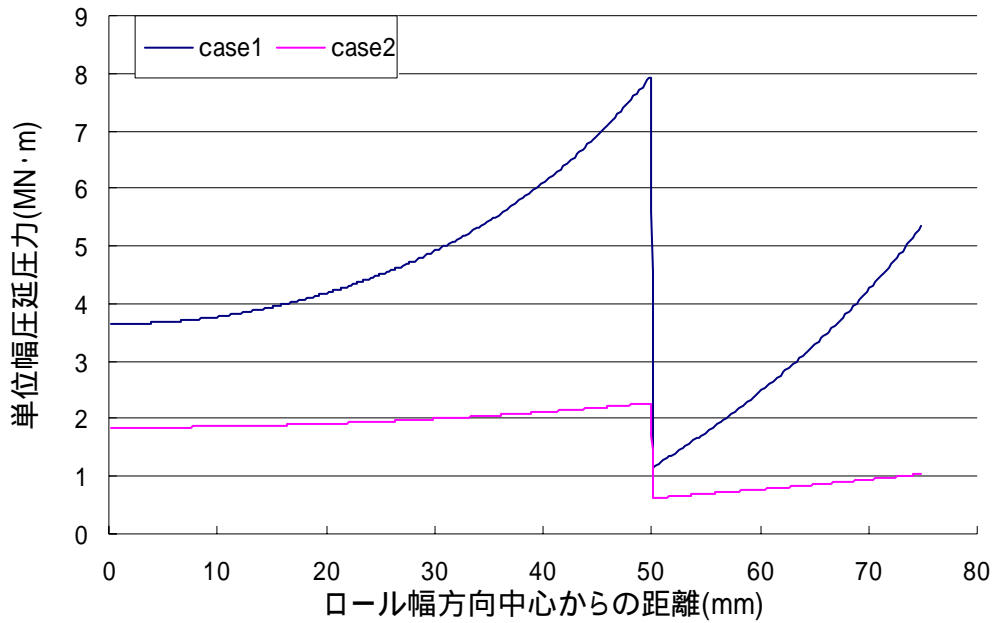


Fig 4-15 Dependence of rolling pressure per unit width on material property

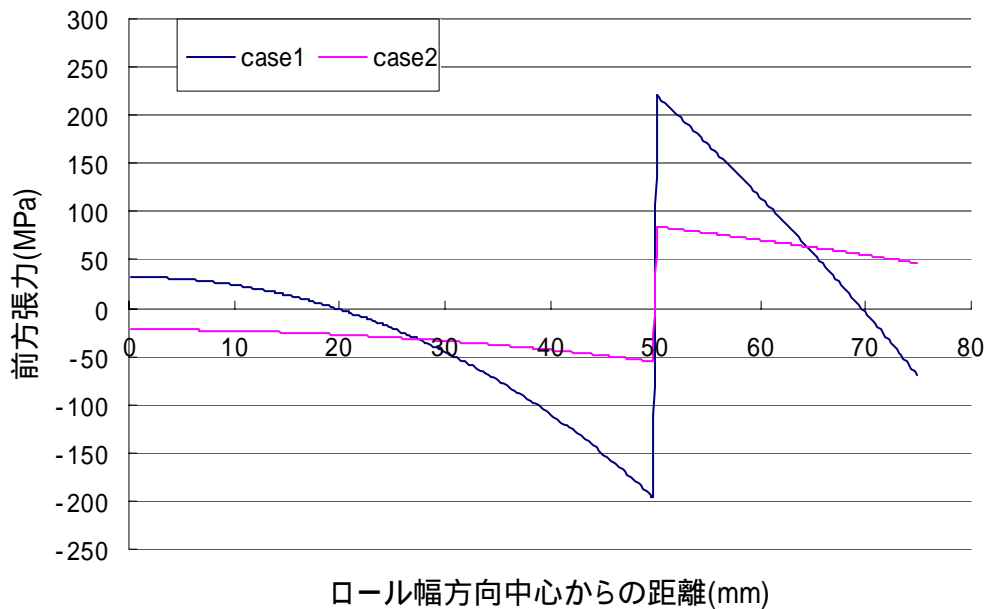


Fig 4-16 Dependence of longitudinal stress on material property

Fig 4-14 からたわみに関しては Al の圧延の方が圧延圧力値が大きく出ない

ので小さい値を示しているといえる。たわみの分布が少ない分段差以外であまり前方張力に分布を生む要因が無く幅方向エッジ部分とボディ部分（エッジでない部分）の間で軟鋼の時ほど大きな前方張力の差が生じなかった。また AI の方がヤング率が低いので、Slit model で考えるとところ圧延方向のひずみの差を弾性的に吸収しても軟鋼の時より前方張力は引張り側にも圧縮側にも小さめの値を示した。

第 5 章 結論

5 - 1 結論

従来の2次元圧延理論に複層での Karman model と slit model を適用し前方張力分布を得ることができた。幅方向へのひずみを考慮していないので実際より大きな前方張力値が算出され、上層の厚さが大きいときには材料の降伏応力を超え、モデルが破綻することもあった。また Hitchcock のロール扁平式は本来平面ひずみ状態で考えられているので複層での圧延に適用した場合でも材料変形の幅方向への変化が大きい為、扁平を考慮していない場合と比べてもあまり大きな差が得られなかった。平坦度不良を発生させないためには上層は薄い方が全体的に前方張力分布が全体的に小さくなるので良く、幅方向端部付近を緩やかに薄くして行くことも効果があると考えられる。上層の板幅に関しては、板幅を変えても前方応力の最大値と最小値がほとんど変わらない領域が存在することがわかった。

5 - 2 今後の課題

今後ロールを半無限弾性体と見なした時の弾性変形量として扁平を計算することで、局所的な扁平がより正確に計算でき張力分布を押し下げる結果を得られることが期待できる。これは複層部分では圧延圧力が単層部分より大きいので局所的な扁平を正確に考慮できれば、単層部と複層部の元板厚の差を扁平量の差がある程度打ち消し、圧下率の分布が小さくなることが期待できるからである。

また単層のモデルでも幅方向エッジ付近では圧延圧力と板厚分布が大きく計算されてしまうので、幅方向の材料ひずみを考慮したモデルを複層での解析に拡張することでもより現実の前方張力分布に即した結果を得ることが出来るようになることが期待できる。

謝辞

本論文を書くにあたって多くの方にお世話になったのでこの場を借りてお礼の言葉を申し上げます。特に何度も直接ご指導頂いた柳本教授には大変感謝しております。ありがとうございました。

参考文献

- 1) Karman, T.: Z. Math. Mech., 5(1925), 139.
- 2) Shohet, K.N and Townsend, N.A.: J. Iron & Steel Inst., 206-11(1968), 1088
- 3) Orowan, E.: Proc. Inst. Mech. Engr., 150(1943), 140.
- 4) http://www.iis.u-tokyo.ac.jp/~yanlab/Index_J.html
- 5) Nadai, A.: J. Appl. Mech., 6(1939), A54.
- 6) 松本紘美：板圧延における板プロフィール及び形状の理論、西山記念講座、日本鉄鋼協会、(1983)
- 7) Y.P. Chiu, A.S. Weinstein, & C.F. Zorowski: Int. J. Mech. Sci., 5(1963), p.119
- 8) S. Timoshenko: Strength of Materials, (1956) [Van Nostrand Co.]
- 9) S. Timoshenko, & J. Goodier: Theory of Elasticity, 3rd Ed. [McGraw-Hill Co]
- 10) 中島浩衛、松本紘美：第24回塑性加工講演会(1973), p.29, 第23回塑性加工講演会(1972), p.371、昭和48年度春期講演会(1973), p.25
- 11) Edited by J.H. Hitchcock : Roll Neck Bearings, (1935), Published by ASME
- 12) Gow, Yi. Tzou. & Ming. Nan. Hung : Analytical modified model of the cold bond rolling of unbounded double-layers sheet considering hybrid friction, Journal of Materials Processing Technology 140 (2003) 622-627
- 13) 戸澤康壽、石川孝司、岩田徳利：薄板圧延の3次元変形に対する改良した解析、塑性と加工 vol.23 no263(1982-12)
- 14) 柳本・青木：塑性と加工、34-395(1993), 1314
- 15) 湯川伸樹、石川孝司、戸澤康壽：平板の内部応力による座屈限界、塑性と加工 vol.28 no314(1987-3)