

有限要素法のノウハウ (基礎編)

1. はじめに

- 有限要素法はポピュラーなツールである一方、解析で苦勞している人が多い
- 高度な利用技術が必要（解析の流れに沿って説明）
 - 2. モデル化・要素の選択
 - 3. メッシュ分割の工夫
 - 4. 境界条件の設定
 - 5. 材料物性の入力
 - 6. 7. 解析の結果の検証と分析

2. モデル化・要素の選択

モデルを単純化していかに解析を効率的・高精度に行うか？

2-1. 適当な要素の選択(次元の低減)

- 平面応力・ひずみ要素(面内変形)
- シェル要素(面外変形)
- 軸対称要素(軸対称構造物)
- トラス要素、ビーム要素(一次元構造物)

- ※詳細は有限要素法の要素を参照

2. モデル化・要素の選択

2-2. 適当な要素の選択

- 一次要素or二次要素
- 三角形要素or四辺形要素

二次元解析で最も実用性が高い要素

アイソパラメトリック四辺形要素(二次要素)

→EASY σ の

2. モデル化・要素の選択

2-3. 対称条件の考慮

対称性を利用すれば解析領域が減り、効率的な解析が全く精度を落とさずに可能になる。
→境界条件に注意が必要

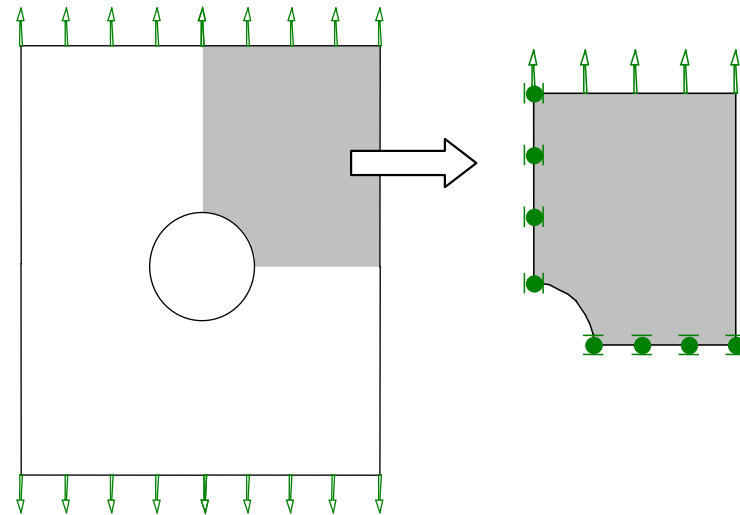


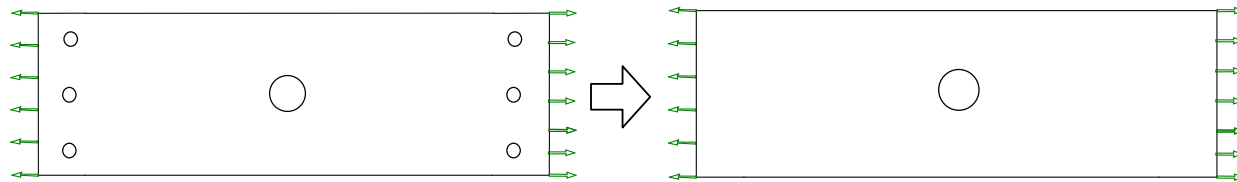
図1 対称性を利用したモデル化（左の円孔つき帯板モデルは右のように1/4にモデル化可能。ただし、対称軸の境界条件の設定が必要）

2. モデル化・要素の選択

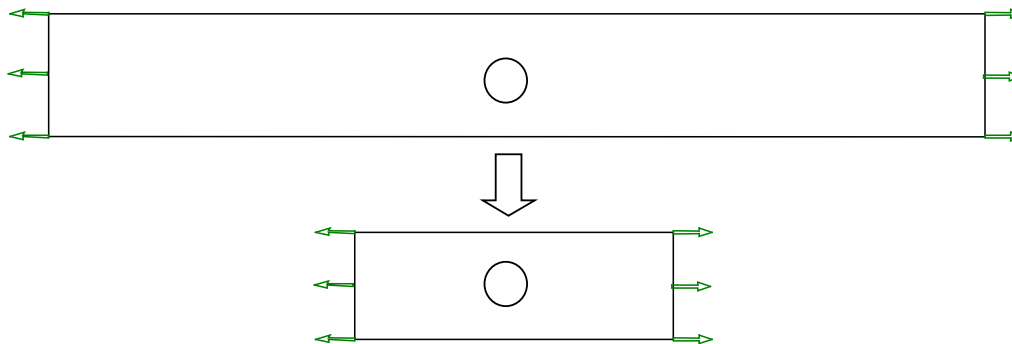
2-4. 形状の単純化

Saint-Venant(サンブナン)の原理

「物体の一部分に作用している荷重を、その荷重と等価な異なった分布荷重で置き換えても、荷重の作用域から十分離れたところでは、この2つの荷重系の効果の差は無視できる」



a) 形状の単純化 (荷重負荷部の小円孔は中心の円孔に対して無視できる)



b) 形状の省略 (左右の領域は応力が一定なので省略できる)

図2 サンブナンの原理を使ったモデルの単純化

3. メッシュの作成

- ・ メッシュを無限に細かく分割→弾性理論解
 - ・ メッシュは有限→結果は近似解
 - ・ 粗いメッシュによる検証→詳細メッシュによる解析
 - ・ 自動メッシュ分割機能
 - 四面体要素(精度が低い)
 - 六面体要素(精度が高いが、すべてを六面体分割することは不可能)
- どちらにしても精度の検証はユーザーに任される

3. メッシュの作成

- ・ 応力勾配が大きな領域や評価点は細かくメッシュを分割する。
- ・ 応力勾配が小さい・評価領域より遠くはなれたところは粗くメッシュを分割する

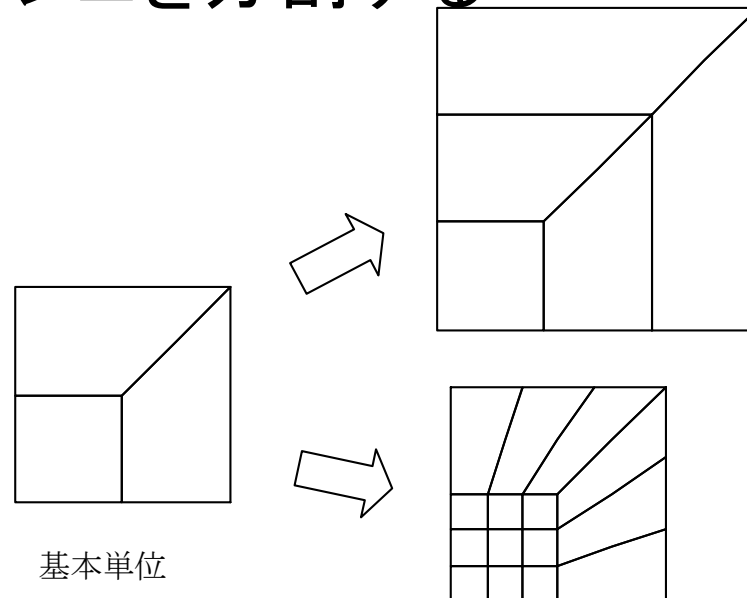
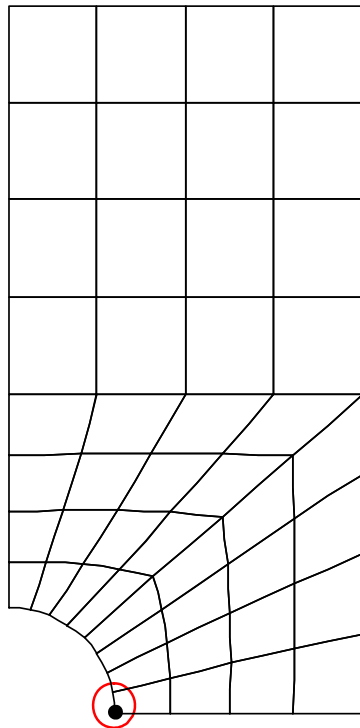


図3 効率的なメッシュの切り方の例（上は粗く分割したいとき、下は特定領域を細かく分割したいときに有効）

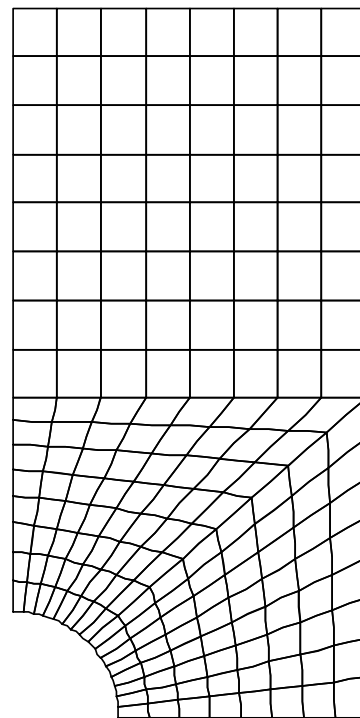
3. メッシュの作成

円孔付き帯板の解析メッシュ図（結果は表1参照・*a*の丸で示した場所の値を比較している）



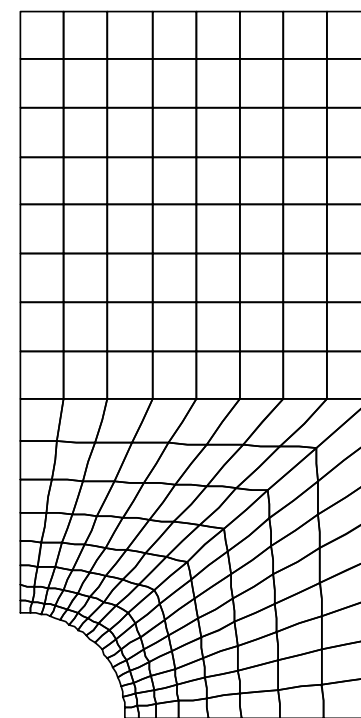
a) 粗メッシュ

×



b) 詳細メッシュ

△

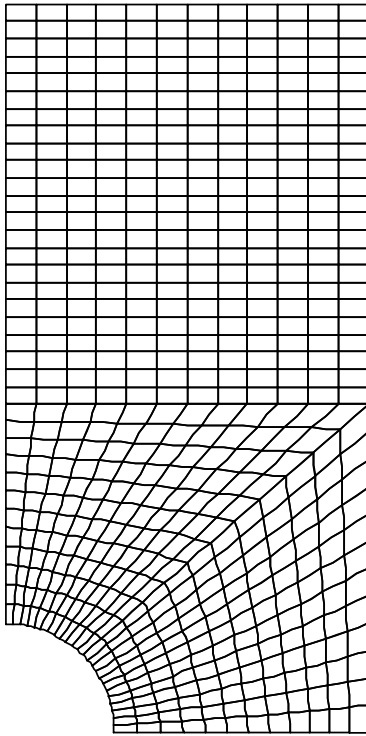


c) 応力集中部詳細

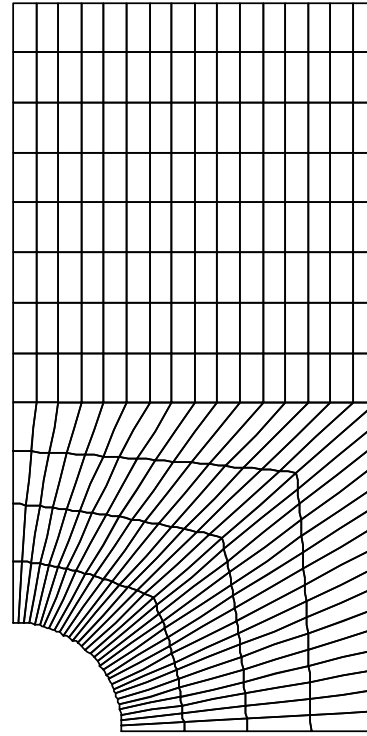
メッシュ

○

3. メッシュの作成



d) 全体詳細メッシュ
△



e) 高アスペクト比
メッシュ ×

3. メッシュの作成

表1 解析精度のメッシュ依存性

	節点数	要素数	誤差(応力集中係数)
a) 粗メッシュ	177	48	8.2%
b) 詳細メッシュ	641	192	3.9%
c) 応力集中部詳細	641	192	0.6%
d) 全体詳細	1811	564	2.6%
e) 高アスペクト比	857	256	10.7%

3. メッシュの作成

- ・ 正方形に近いメッシュにする
- ・ アスペクト比を高くしない

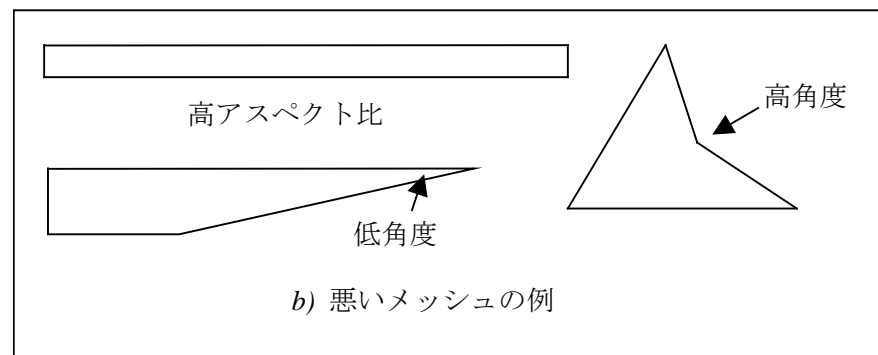
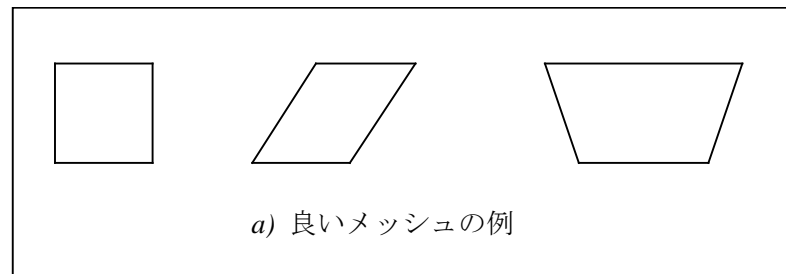


図5 良いメッシュと悪いメッシュの例

4. 境界条件の設定

- ・ 有限要素法は境界値問題
- ・ 境界条件のモデル化が結果を決める

- ・ 荷重境界条件
 - 剛性方程式の右辺
- ・ 変位境界条件
 - 剛性方程式の左辺

The diagram shows the finite element equation $[K]\{U\} = \{F\}$. The terms $[K]$, $\{U\}$, and $\{F\}$ are each enclosed in a circle. Two curved arrows originate from the text on the left: one points from '剛性方程式の右辺' (right-hand side of the stiffness equation) to the $\{F\}$ circle, and the other points from '剛性方程式の左辺' (left-hand side of the stiffness equation) to the $\{U\}$ circle.

※荷重と変位境界条件を同時に節点に与えることは出来ない！！

4. 境界条件の設定

・ 荷重境界条件

- 集中荷重(節点荷重)
- 分布荷重(面荷重) → 実際は等価節点力として節点に振り分けられている(自動)

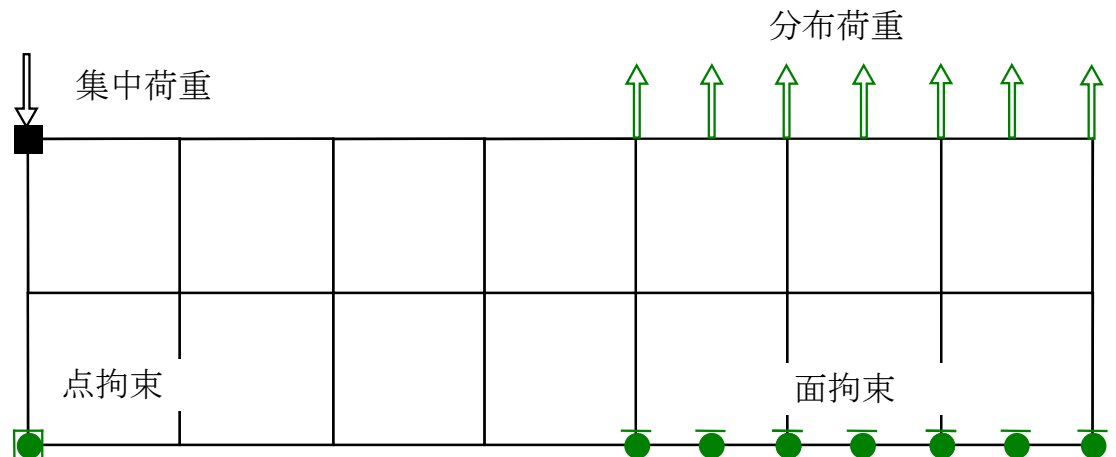


図6 境界条件の種類

4. 境界条件の設定

・ 変位境界条件

－ 点拘束

－ 面拘束

変位ゼロでない拘束＝強制変位

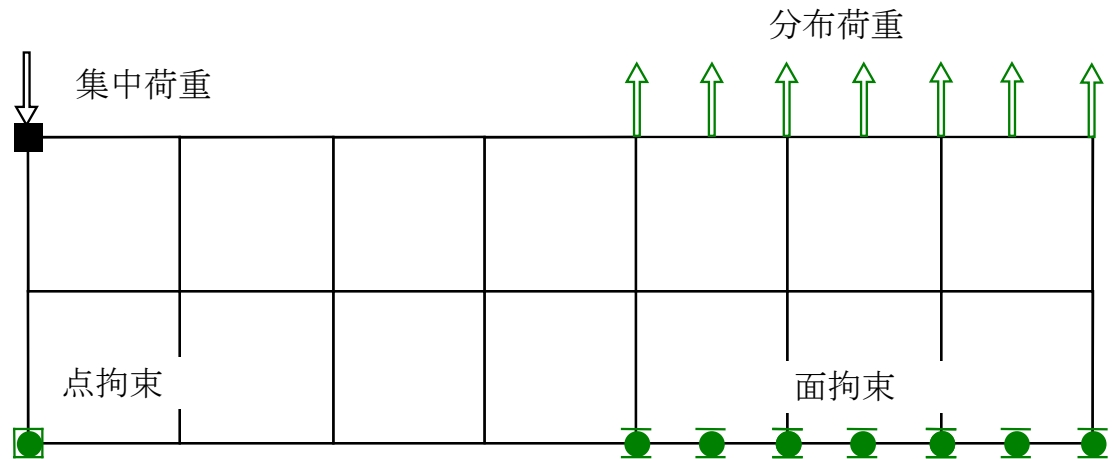


図 6 境界条件の種類

4. 境界条件の設定

・ 剛体変位の回避

- 二次元では最低3自由度を拘束しないと、並進(x, y)または回転の剛体変位が生じる
- 対称条件を使っている場合は対称軸の変位を拘束

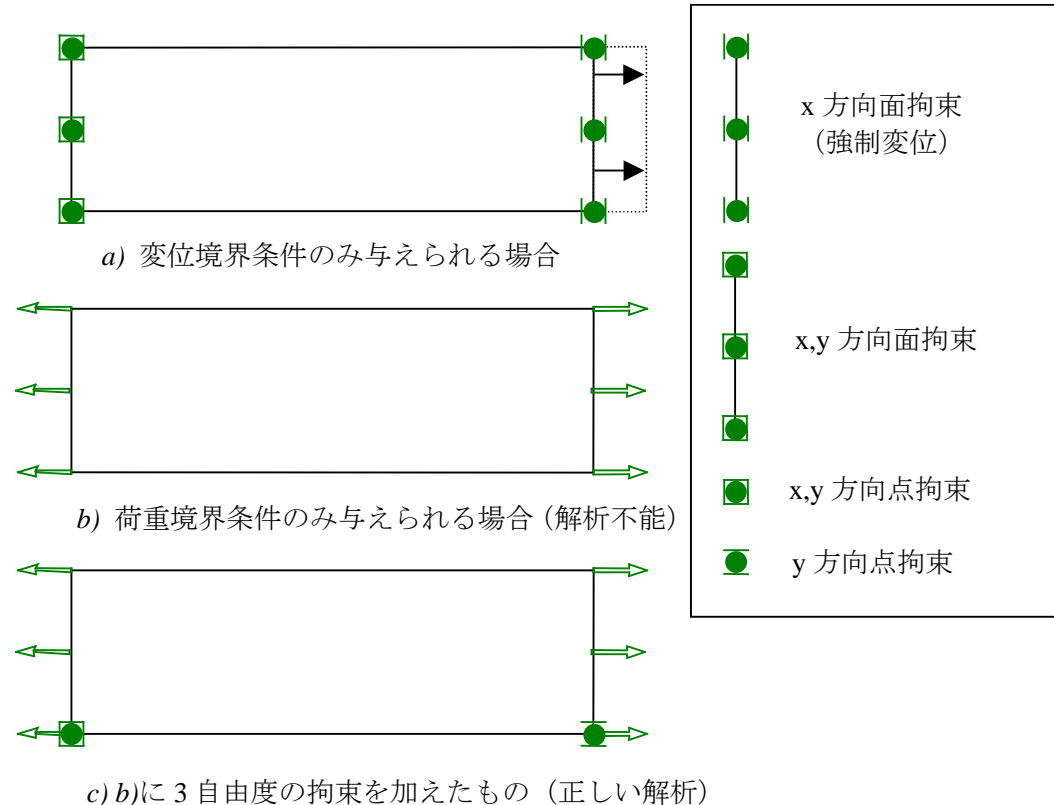


図7 境界条件の設定方法

5. 材料物性値の入力

- ・ 物性値の入力が必須
 - ヤング率 E とポアソン比 ν (弾性解析)
 - その他、熱膨張率、密度、非弾性特性
- ・ 単位系に十分な注意が必要
 - 汎用ソフトの次元は、解析者の責任に任せられている。
 - 静的解析の場合→「力」と「長さ」の単位の設定が必要
(例) 長さの単位を[mm]、力の単位を[N]に設定した場合、
応力は[力/(長さ²)]の単位なので、 $[N/mm^2]=[10^6 N/m^2]$
=[MPa]の単位。
→弾性定数の入力は[MPa]で!
→出力の応力の単位も[MPa]!

6. 結果の検証

- ・ 有限要素法の結果を信用してよいかどうかの判断は解析者の責任で行う。
- ・ 間違った解析に気づかず重大な設計ミスや事故を起こすことがあるため、結果の検証は慎重に行うべきである。
 - － 作業を迅速に行うためには、結果を視覚的に理解できるポストプロセッサーを活用したい。

6. 結果の検証

6-1. 計算ソルバについて

－直接法

- スカイライン法、ウェーブフロント法、スパースマトリックス法
- 誤差が少ない。非線形計算で信頼性がある

－間接法

- 前処理つき共役勾配法
- 誤差は生じる。非線形計算では信頼性が低い
- メモリ使用量が少なく、計算時間が速い

問題に応じた選択を！

6. 結果の検証

6-2. 計算エラーが生じる場合

- ・ 節点や領域の二重定義
- ・ 節点間の接続の不備(要素の面積が負になる等)
- ・ 境界条件の設定ミス・入れ忘れ

→ソフトのエラーメッセージをもとに検討が必要

(日頃よりワーニングなどもこまめにチェックする習慣が重要である。ワーニングが多い解析は間違っている可能性が高くなる)

6. 結果の検証

6-3. 変形・反力のチェック

- ・ 変形図のチェック→直感的に理解しやすい
- ・ 反力のチェック(釣り合いのチェック)
- ・ よくある間違い
 - － 剛体変位

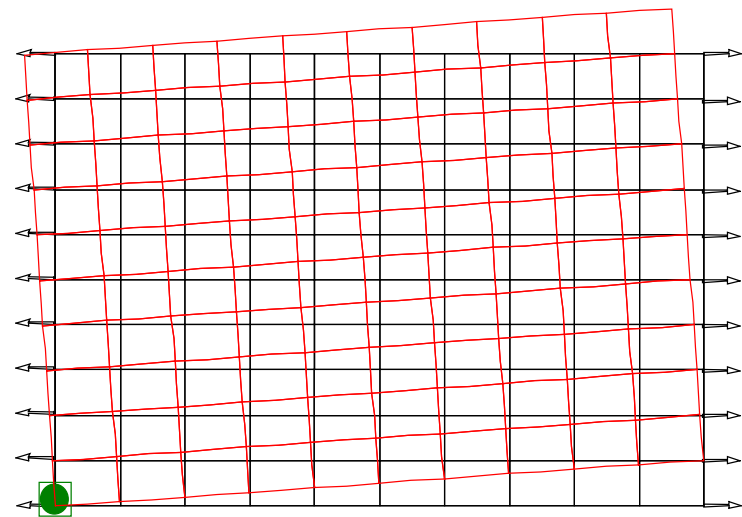
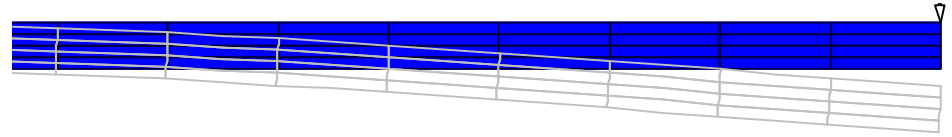


図8 剛体運動を起こした単純引張解析の変形図

6. 結果の検証



よくある間違い

- 微小変形の範囲からの逸脱

「微小変形解析と幾何学的非線形解析」

– 微小変形解析

- 変形前の位置を基準に、仮想仕事の原理による仮想変位を考えており、変位の値は外力に対して線形(外力が二倍になると、変位は二倍 $[K]\{U\}=\{F\} \rightarrow [K]\{2U\}=2\{F\}$)
- 変形することによる力学的なつりあいの変化は一切考慮されていない
- 線形解析と呼ばれる

– 幾何学的非線形解析

- 変形後の幾何学的形状を考慮した解析
- ひずみが数%と大きい場合(大変形)や変位が大きく変形後の形状が変形前と大きく異なる場合(大变位)に必要な解析
- 解析モデルは同一で、条件の設定でのみ対応する(幾何学的非線形のフラグを立てる)

6. 結果の検証

6-4. オーダーエスティメーション

結果に重大なミスがないかのチェックであり、必ず行うべき作業である

- ・ 得られた解のオーダーを材料力学等の他の手法で見積もり比較する。
- ・ 解析対象を材料力学で扱える単純な形に近似する
- ・ ハンドブックから弾性論・実験の類似解を探す
- ・ 材料力学で扱える程度の単純化した有限要素法モデルで解の一致を確認する予備解析を行う。

6. 結果の検証

6-5. 応力のチェック

- ・主応力図

- 解析対象の応力分布を直感的に理解するために有用。
定量的な表示には向かない

- ・コンター図(色分け図)

- 補間を多用するので精度には欠けるが、応力成分の分布を定量的に捉えることができる。

- ・ 表面の面力がゼロになっているか、降伏応力を超えていないかなど、解析のチェックにも使える

6. 結果の検証

・ 主応力図

- 線の方向と長さは、主応力の方向と大きさを示す。赤は引っぱり、青は圧縮。

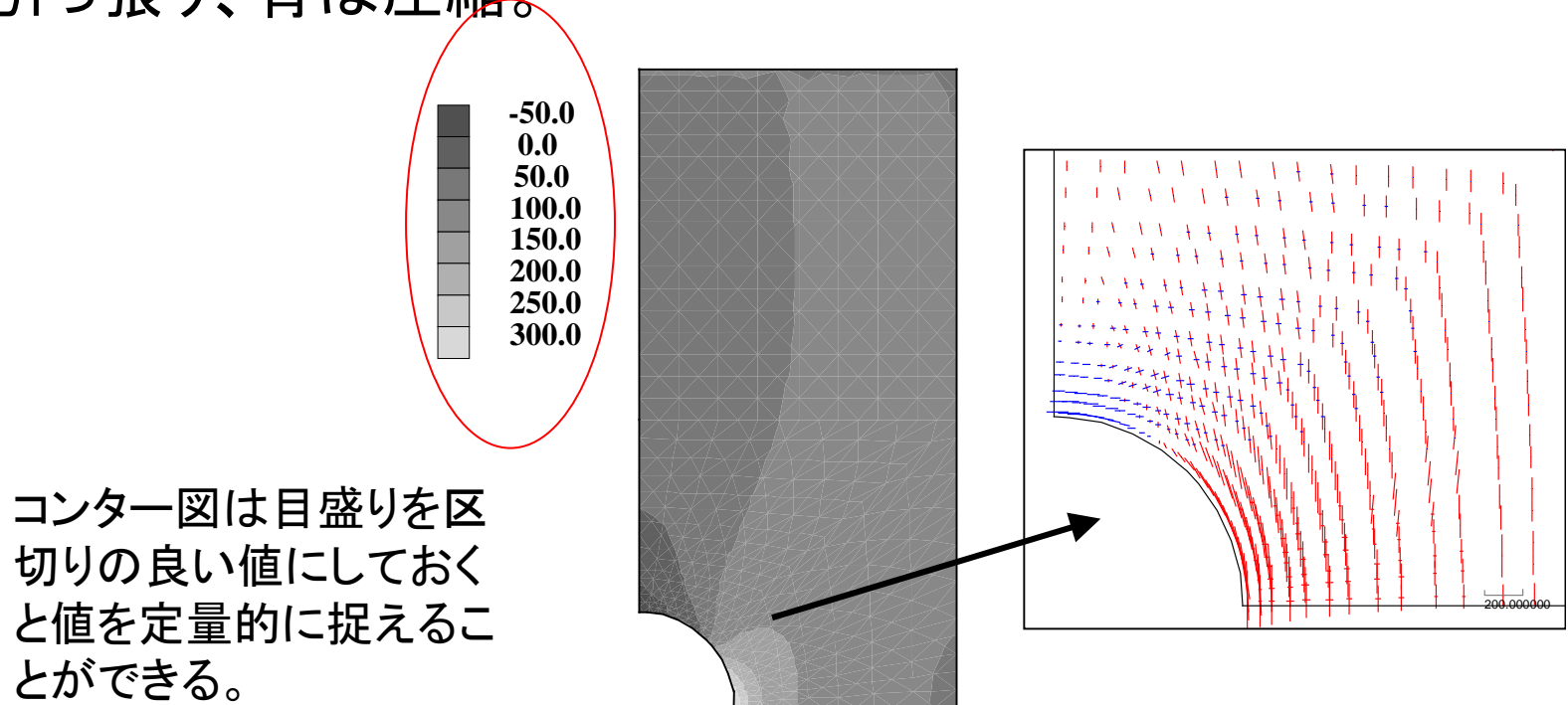


図9 図4の円孔つき帯板解析の応力 σ_y の色分け図(左)と、応力集中部の主応力図(右) 色分け図はレベルを調整して見やすくしている。単位は[MPa]

7. 結果の分析

- ・ 検証が終わったら、得られた結果の最終的な分析を行う。
- ・ 設計仕様の最終的な評価として使用するべき指標が決定

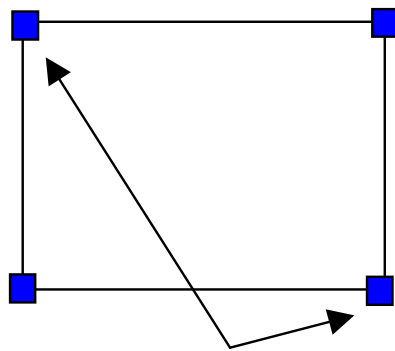
7-1. 色分け図の出力

- － レベルを統一したコンター図は、パラメータの異なる解析結果間の比較に最適

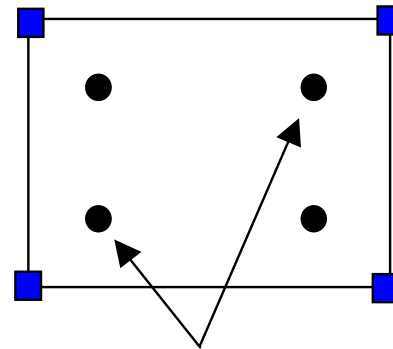
7. 結果の分析

7-2. 変位値・応力値の出力

- 変位は節点で出力、応力・ひずみは積分点で出力される
- 平均節点応力値が用いられることが多い(便利だが外挿のため、精度が落ちることがある)



変位は節点で出力



応力は積分点で出力

図 10 変位と応力の出力位置の違い

7. 結果の分析

- 応力値の取り扱いの注意
 - 有限要素法のノウハウⅡを参照
 - 集中荷重点・変位拘束点→計算特異点が生じる
 - 集中荷重点のごく近傍(1メッシュの範囲内)で応力の値が跳んでしまう
 - き裂等の形状不連続点→応力の特異性が生じる
 - き裂先端に二次要素を使用すると応力値が振動する
 - 特異点から十分離れると、その影響は及ばない(サンブナンの定理)。
 - 特異点付近を評価対象にすべきではない。

7. 結果の分析

7-3. 強度評価

- 静的破壊と疲労破壊
 - － 静的破壊
 - 短時間で破壊する引張破壊や塑性崩壊
 - － 疲労破壊
 - き裂の発生評価 SN線図の疲労限度などの評価
 - き裂の進展評価 パリス則等の応力拡大係数による破壊力学的評価
- 脆性破壊と延性破壊
 - － 脆性破壊
 - き裂の高速進展→引張の主応力で評価
 - － 延性破壊
 - 転位の増殖による塑性域の形成→ミーゼス相当応力等で評価

$$\begin{aligned}\sigma_{Mises} &= \sqrt{\frac{1}{2} \{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2\}} \quad : \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \text{は主応力} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2\} + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)}\end{aligned}$$