

はりの曲げ資料

| 番号 | 荷重、弾性線、せん断力図および曲げモーメント図 | 反力Rおよびせん断力F  | 曲げモーメントM   | たわみvおよび傾斜i   |
|----|-------------------------|--|--|--|
| 8  |                         | $R_1 = \frac{Wl_2}{l}$ $R_2 = \frac{Wl_1}{l}$ $0 < x < l_1 : -$ $F = \frac{Wl_2}{l}$ $l_1 < x < l : -$ $F = -\frac{Wl_1}{l}$ | $0 \leq x \leq l_1 : -$ $M = \frac{Wl_2 x}{l}$ $l_1 \leq x \leq l : -$ $M = \frac{Wl_1(l-x)}{l}$ $x = l_1 : -$ $ M _{\max} = \frac{Wl_1 l_2}{l}$ | $0 \leq x \leq l_1 : -$ $v = \frac{Wl_1^2 l_2^2}{6EI} \left( \frac{2x}{l_1} + \frac{x}{l_2} - \frac{x^3}{l_1^2 l_2} \right)$ $l_1 \leq x \leq l : -$ $v = \frac{Wl_1^2 l_2^2}{6EI} \left\{ \frac{2(l-x)}{l_2} + \frac{l-x}{l_1} - \frac{(l-x)^3}{l_1 l_2^2} \right\}$ $l_1 > l_2 \text{ のとき}$ $v_{\max} = \frac{Wl_2(l^2 - l_2^2)^{3/2}}{9\sqrt{3}EI}$ <p style="text-align: center;"><math>(x = \{(l^2 - l_2^2)/3\}^{1/2} \text{にて})</math></p> $v_{x=l_1} = \frac{Wl_2(3l^2 - 4l_2^2)}{48EI}$ $l_1 \cong l_2 \text{ によらず}$ $i_{x=0} = \frac{Wl_2(l^2 - l_2^2)}{6EI}$ $i_{x=l} = -\frac{Wl_1(l^2 - l_1^2)}{6EI}$ $i_{x=l_1} = -\frac{Wl_1 l_2(l_1 - l_2)}{3EI}$ |

|    |  |  |  |   |
|----|--|--|--|---|
| 15 |  | $R_1 = R_2 = \frac{W}{2}$ $0 < x < \frac{l}{2} : -$ $F = \frac{W}{2}$ $\frac{l}{2} < x < l : -$ $F = -\frac{W}{2}$ | $0 \leq x \leq \frac{l}{2} : -$ $M = \frac{Wl}{2} \left( \frac{x}{l} - \frac{1}{4} \right)$ $\frac{l}{2} \leq x \leq l : -$ $M = \frac{Wl}{2} \left( \frac{3}{4} - \frac{x}{l} \right)$ $x = 0 \left. \vphantom{\begin{matrix} x = 0 \\ x = l/2 \\ x = l \end{matrix}} \right\} : -$ $x = \frac{l}{2} \left. \vphantom{\begin{matrix} x = 0 \\ x = l/2 \\ x = l \end{matrix}} \right\} : -$ $x = l \left. \vphantom{\begin{matrix} x = 0 \\ x = l/2 \\ x = l \end{matrix}} \right\} : -$ $ M _{\max} = \frac{Wl}{8}$ | $0 \leq x \leq \frac{l}{2} : -$ $v = \frac{Wl^3}{16EI} \left( \frac{x^2}{l^2} - \frac{4x^3}{3l^3} \right)$ $\frac{l}{2} \leq x \leq l : -$ $v = \frac{Wl^3}{16EI} \left\{ \frac{(l-x)^2}{l^2} - \frac{4(l-x)^3}{3l^3} \right\}$ $x = \frac{l}{2} : -$ $v_{\max} = \frac{Wl^3}{192EI} = \frac{\sigma l^2}{24Ee}$ $x = l/4 \left. \vphantom{\begin{matrix} x = l/4 \\ x = 3l/4 \end{matrix}} \right\} : -$ $x = 3l/4 \left. \vphantom{\begin{matrix} x = l/4 \\ x = 3l/4 \end{matrix}} \right\} : -$ $ i _{\max} = \frac{Wl^2}{64EI}$ |
|----|--|--|--|---|

8・1 応力集中

8・1・1 定義と概説 一様な断面をもつ構造物が引張り、曲げ等の荷重を受けると応力は一様に分布するが、構造物の一部に切欠き(notch)、穴(hole)、空か(①hollow, ②cavity)などが存在し、断面が急変するとその付近に応力分布のかく乱が起り、局部的に応力が増大する。この現象を応力集中(stress concentration)という。

応力集中部の最大応力(これを集中応力という)は、弾性計算や光弾性法などの応力測定法により求められる<sup>(138)</sup>。垂直応力 $\sigma$ あるいはせん断応力 $\tau$ についてその集中応力 $\sigma_{max}$ あるいは $\tau_{max}$ を基準となる応力 $\sigma_0$ あるいは $\tau_0$ で除した値を応力集中係数(stress concentration factor)(応力集中率、形状係数ともいう) $\alpha$ といい、 $\alpha = \sigma_{max}/\sigma_0$ あるいは $\alpha = \tau_{max}/\tau_0$ と表す。 $\sigma_0$ 、 $\tau_0$ は応力集中が生じないとして最小断面積などに基つて計算される公称応力(nominal stress)であり、これを応力集中係数の基準応力という。応力集中係数を扱う場合、基準応力として何を採ったかを常に明確にする必要がある。等方等質の二次元弾性体の場合、形状および荷重形式が与えられと荷重の大きさ、絶対寸法の大小および材料の弾性係数(材料の種類)にかかわらず一定の応力集中係数が定まるので $\alpha$ のことを形状係数(form factor)とも呼ぶが、接触問題、介在物問題、三次元応力集中においては材料のせん断弾性係数 $\nu$ 、ポアソン比 $\nu$ などの影響を受ける。

両側に切欠きをもつ帯板の引張りの場合(二次元応力集中)と、これと類似の円周切欠きをもつ丸棒の引張りの場合(三次元応力集中)の $\alpha$ を比較すると、一般に二次元の $\alpha$ が三次元の $\alpha$ より0~50%高い。さらに荷重形式からみると、同一形状に対して、引張り、曲げ、せん断、ねじりの順に $\alpha$ の値が小さくなる。丸棒などの三次元応力集中ではポアソン比(Poisson's ratio) $\nu$ の影響を受けるが $\nu$ の相違による違いはあまり大きくない。軸対称ねじりの場合では $\nu$ の影響を受けない。二次元問題では変位が境界で与えられる場合などを除いては多くの場合ポアソン比の影響を受けない。

で $\alpha=3$ をとり、円孔が大きくなるにつれ $\alpha$ は減少し $\alpha=2$ となる。なお基準応力として円孔がないときの応力 $\sigma_0 = P/2bh$ をとれば、 $\alpha$ は3から無限大へと増加する(図160参照)。

iii. 円孔を有する帯板の曲げ 直径 $2a$ の円孔をもつ幅 $2b$ の帯板が面内に曲げモーメントを受けるとき、応力分布は図155および図156のようになる。円孔縁A点の応力 $\sigma_A$ は円孔がない場合よりも大きくなるが必ずしも最大応力ではなく帯板裏面に生じるB、C点の応力 $\sigma_B$ 、 $\sigma_C$ と比較しなければならない。直線線ではB点よりもその左右のC点において引張応力が高い。

円孔がないとしたときに生ずる最大引張応力 $\sigma'_0 = 3M/(2b^2 \times h)$ を基準応力として $\alpha'_A = \sigma_A/\sigma'_0$ 、 $\alpha'_B = \sigma_B/\sigma'_0$ 、 $\alpha'_C = \sigma_C/\sigma'_0$ として示したのが図156である。 $a/b < 0.5$ では $\alpha'_C > \alpha'_A$ で

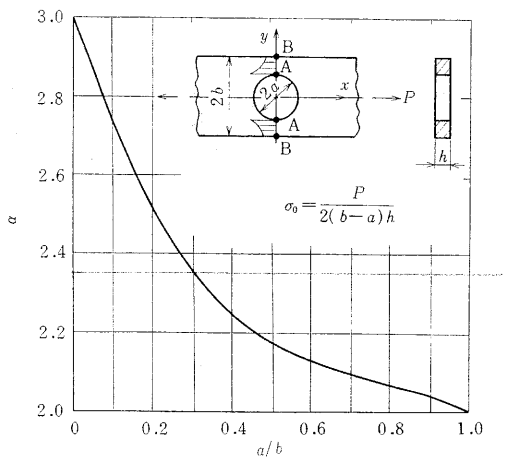


図154 円孔をもつ帯板の引張りの応力集中係数

8・1・2 応力集中の例

a. 孔を有する平板

i. 円孔を有する無限板 図153のように直径 $2a$ の円孔(circular hole)をもつ無限板(infinite plate)を $y$ 軸方向に単位面積当たり $\sigma_0$ で一様に引張れば $x$ 軸上では次の応力を生じる。

$$\sigma_y = \sigma_0(2 + a^2/x^2 + 3a^4/x^4)/2$$

最大引張応力は円孔縁のA点に生じ $(\sigma_y)_{max} = 3\sigma_0$ であり、 $\sigma_y$ は円孔を離れるにつれ急速に減少し $\sigma_0$ に近づく。この応力集中の原因は円孔がない場合にAA断面が負担していた力がAB断面で一様に負担されず主にA点近傍で負担されるためである。A点における応力を集中応力、A点における応力分布曲線のこう配 $\chi = -1/(\sigma_y)_{max} (d\sigma_y/dx)_{x=a}$ を応力こう配という。この場合 $\chi = 2.3/a$ であり $a$ が小さい程 $\chi$ は大きくなる。基準応力を $\sigma_0$ とすれば応力集中係数は $\alpha = \sigma_{max}/\sigma_0 = 3$ となる。

ii. 円孔を有する帯板の引張り 直径 $2a$ の円孔をもつ幅 $2b$ の帯板(strip)を $x$ 軸方向に荷重 $P$ で引張ると図154のようにBB断面には $\sigma_x$ が分布し、A点の応力が最大となる。基準応力としてBB断面の平均応力 $\sigma_0 = P/2(b-a)h$ ( $h$ :板厚)をとり $\alpha = \sigma_{max}/\sigma_0$ と表せば、図154のように $a/b=0$

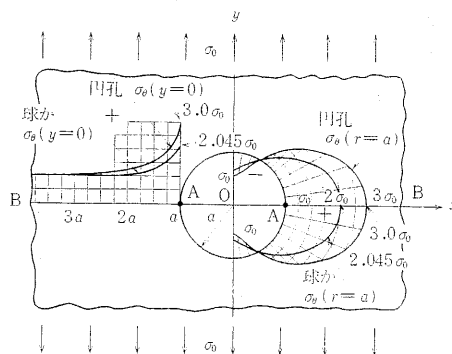


図153 円孔をもつ無限板および球かをもつ無限体の1軸引張り

$a/b > 0.5$ では $\alpha'_A > \alpha'_C$ となる。また基準応力を最小断面BBと同じ断面をもつ一様な板のB点に生ずる応力 $\sigma_0 = 3bM/\{2(b^3 - a^3)h\}$ として $\alpha_A = \sigma_A/\sigma_0$ と表せば図示のように $\sigma_A$ は $a/b$ にほぼ比例する。

iv. 円孔を有する半無限板 自由境界の近くに円孔が存在し、引張り、曲げを受けると非常に大きな応力集中を生じる。

図157は半径 $a$ の円孔をもつ半無限板(semi-infinite plate)が一軸引張り $\sigma_0$ を受ける場合に、 $\alpha_A = \sigma_A/\sigma_0$ 、 $\alpha'_A = \sigma'_A/\sigma_0$ 、 $\alpha_B = \sigma_B/\sigma_0$ 、 $\alpha_C = \sigma_C/\sigma_0$ と円孔の位置 $e/a$ との関係を示したものである。ここで、C点は直線線上の $\sigma_x$ の最大となる点である。円孔が自由境界に近づく $\alpha_A$ 、 $\alpha_C$ が無窮大となる。

v. だ円孔を有する無限板 長短軸の長さが $2b$ 、 $2a$ のだ円孔(elliptic hole)をもつ無限板を $y$ 軸方向に単位面積当たり $\sigma_0$ で引張ると図158の長軸端Aの $\sigma_y$ が最大値 $\sigma_A$ をとり、基準応力を $\sigma_0$ とすると $\alpha$ は

$$\alpha = \sigma_A/\sigma_0 = 1 + 2(b/a) = 1 + 2\sqrt{b/\rho}$$

ここで、 $\rho$ は長軸端の曲率半径である。 $a=b$ のときだ円は円となり $\alpha=3$ となる。 $a/b$ が小さくなり扁平化するにつれ $\alpha$ は大きくなり、 $a=0$ で線き裂になると $\alpha=\infty$ となる。

図159のように引張方向がだ円の長軸と傾いているときは長軸両端A点に生じる $\sigma_A$ は $\phi$ が増大するにつれ減少し

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_0} = \left(1 + 2\frac{b}{a}\right) - 2\left(1 + \frac{b}{a}\right)\cos^2\phi$$

となる。しかしこの場合の最大応力は $\sigma_A$ でなく長軸端Aと、 $y$ 軸と平行な接線の接点Cとの中間のD点に生じている応力である。

vi. だ円孔を有する帯板 長、短軸長 $2b$ 、 $2a$ のだ円孔をもつ帯板が引張りを受けるときA点に生じる最大引張応力