

卒業論文

宇宙往還機断熱材
熱応答解析コードの開発
1p ~ 112p 完

平成 16年 2月 6日提出

指導教官 泉 聡志 講師

20165 小林 尚司

目次

第1章	序論	8
1.1	研究の背景	9
1.1.1	宇宙往還機	9
1.1.2	耐熱設計	9
1.1.3	タイルの熱伝導機構	10
1.2	研究の目的	11
1.3	構成	11
第2章	基礎理論	13
2.1	輻射	14
2.1.1	輻射輸送方程式 (Radiative Transfer Equation)	14
2.1.2	輻射熱流束 (Radiative Heatflux) とエネルギー方程式	18
2.2	熱伝導	18
2.2.1	フーリエの法則	18
2.2.2	エネルギー方程式	18
2.3	輻射解析法	20
2.3.1	2 流束法 (Two Flux Method)	20
2.3.2	拡散近似法 (Diffusion Approximation)	21
2.3.3	Discrete Ordinate Method (DOM)	22
第3章	有限要素法による輻射熱伝導連成コードの開発	24
3.1	連成解析アルゴリズム	25
3.1.1	熱伝導解析の定式化とアルゴリズム	25
3.1.2	輻射解析の定式化とアルゴリズム	30
3.1.3	輻射解析の定式化とアルゴリズム	36
3.2	高速化アルゴリズム	36
第4章	解析コードの検証	38
4.1	2次元解析	39
4.1.1	解析条件	39
4.1.2	解析結果	41
4.1.3	精度検証	51

4.2	3次元解析	53
4.2.1	解析条件	53
4.2.2	解析結果	57
4.2.3	精度検証	60
第5章	実験に対する解析	66
5.1	実験概要	67
5.2	解析条件	68
5.3	解析結果	69
5.4	考察	71
第6章	輻射境界条件変化による温度応答への影響	81
6.1	背景	82
6.2	解析手法	83
6.3	解析条件	84
6.4	解析結果	87
6.4.1	対流加熱	87
6.4.2	輻射加熱	92
6.5	考察	98
第7章	結論	101
	参考文献	103
	あとがき	106
	付録	108

目 次

1.1	金属製 TPS の図	10
2.1	吸収と放射をする微小体積要素	14
2.2	エネルギーが散乱する微小体積要素 (1)	15
2.3	エネルギーが散乱する微小体積要素 (2)	16
2.4	微小検査体積と熱量のつりあい	19
2.5	1 次元輻射の系	21
3.1	温度と時間の関係	29
3.2	各パラメーターの関係	31
4.1	2 次元温度境界条件	39
4.2	2 次元輻射境界条件	39
4.3	アイソパラメトリック 2 次要素	42
4.4	温度分布の N による依存性 (アルベド $\omega=0.0$ の場合)	44
4.5	温度分布のアルベド ω による依存性 ($N=0.01$ の場合)	44
4.6	温度分布のアルベド ω による依存性 ($N=0.1$ の場合)	45
4.7	温度分布のアルベド ω による依存性 ($N=1.0$ の場合)	45
4.8	温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.0$ の場合)	46
4.9	温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.5$ の場合)	46
4.10	温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.75$ の場合)	47
4.11	温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.9$ の場合)	47
4.12	温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.95$ の場合)	47
4.13	温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.99$ の場合)	47
4.14	温度分布 ($N = 0.1, \omega = 0.0$ の場合)	48
4.15	温度分布 ($N = 0.1, \omega = 0.5$ の場合)	48
4.16	温度分布 ($N = 0.1, \omega = 0.75$ の場合)	48
4.17	温度分布 ($N = 0.1, \omega = 0.9$ の場合)	48
4.18	温度分布 ($N = 0.1, \omega = 0.95$ の場合)	49
4.19	温度分布 ($N = 1.0, \omega = 0.0$ の場合)	49
4.20	温度分布 ($N = 1.0, \omega = 0.5$ の場合)	49
4.21	温度分布 ($N = 1.0, \omega = 0.75$ の場合)	50

4.22	温度分布 ($N = 1.0, \omega = 0.9$ の場合)	50
4.23	温度分布 ($N = 1.0, \omega = 0.95$ の場合)	50
4.24	2次元コードの比較 ($N=0.01$ の場合)	51
4.25	2次元コードの比較 ($N=0.1$ の場合)	52
4.26	2次元コードの比較 ($N=1.0$ の場合)	52
4.27	3次元熱伝導境界条件	53
4.28	3次元輻射境界条件	53
4.29	トライリニア 1 次要素	56
4.30	温度分布の N に対する依存性 (アルベド $\omega=0.0$ の場合)	58
4.31	温度分布のアルベド ω に対する依存性 ($N=0.01$ の場合)	59
4.32	温度分布のアルベド ω に対する依存性 ($N=0.1$ の場合)	59
4.33	温度分布のアルベド ω に対する依存性 ($N=1.0$ の場合)	60
4.34	立方体中央断面の温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.0$ の場合)	61
4.35	立方体中央断面の温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.5$ の場合)	61
4.36	立方体中央断面の温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.75$ の場合)	61
4.37	立方体中央断面の温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.9$ の場合)	61
4.38	立方体中央断面の温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.95$ の場合)	62
4.39	立方体中央断面の温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.99$ の場合)	62
4.40	立方体中央断面の温度分布 ($N = 0.1, \omega = 0.0$ の場合)	62
4.41	立方体中央断面の温度分布 ($N = 0.1, \omega = 0.5$ の場合)	62
4.42	立方体中央断面の温度分布 ($N = 0.1, \omega = 0.9$ の場合)	63
4.43	立方体中央断面の温度分布 ($N = 0.1, \omega = 0.95$ の場合)	63
4.44	立方体中央断面の温度分布 ($N = 1.0, \omega = 0.0$ の場合)	63
4.45	立方体中央断面の温度分布 ($N = 1.0, \omega = 0.5$ の場合)	63
4.46	立方体中央断面の温度分布 ($N = 1.0, \omega = 0.9$ の場合)	64
4.47	立方体中央断面の温度分布 ($N = 1.0, \omega = 0.95$ の場合)	64
4.48	3次元コードの検証 ($N=0.01$ の場合)	64
4.49	3次元コードの検証 ($N=0.1$ の場合)	65
4.50	3次元コードの検証 ($N=1.0$ の場合)	65
5.1	実験装置の概要図	67
5.2	測定位置	67
5.3	熱伝導境界条件設定図	68
5.4	輻射境界条件設定図	69
5.5	温度応答の結果 ($L=20[\text{mm}], Q_{ir}=100[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)	72
5.6	温度応答の結果 ($L=20[\text{mm}], Q_{ir}=200[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)	72
5.7	温度応答の結果 ($L=20[\text{mm}], Q_{ir}=300[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)	73
5.8	温度応答の結果 ($L=20[\text{mm}], Q_{ir}=400[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)	73

5.9	温度応答の結果 ($L=30[\text{mm}]$, $Q_{ir}=100[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)	74
5.10	温度応答の結果 ($L=30[\text{mm}]$, $Q_{ir}=200[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)	74
5.11	温度応答の結果 ($L=30[\text{mm}]$, $Q_{ir}=300[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)	75
5.12	温度応答の結果 ($L=30[\text{mm}]$, $Q_{ir}=400[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)	75
5.13	温度応答の結果 ($L=40[\text{mm}]$, $Q_{ir}=100[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)	76
5.14	温度応答の結果 ($L=40[\text{mm}]$, $Q_{ir}=200[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)	76
5.15	温度応答の結果 ($L=40[\text{mm}]$, $Q_{ir}=300[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)	77
5.16	温度応答の結果 ($L=40[\text{mm}]$, $Q_{ir}=400[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)	77
5.17	温度応答の結果 ($r=28\text{mm}$, $L=40\text{mm}$, $Q_{ir}=100[\text{kW}/\text{m}^2]$)	79
5.18	温度応答の結果 ($r=28\text{mm}$, $L=40\text{mm}$, $Q_{ir}=400[\text{kW}/\text{m}^2]$)	79
5.19	温度応答の結果 ($r=28\text{mm}$, $L=40\text{mm}$, $Q_{ir}=100[\text{kW}]$, ρ :公称値)	80
5.20	温度応答の結果 ($r=28\text{mm}$, $L=40\text{mm}$, $Q_{ir}=400[\text{kW}]$, ρ :公称値)	80
6.1	タイルの配置	82
6.2	解析条件の設定	84
6.3	座標設定と面番号	85
6.4	評価点の位置関係	88
6.5	f 断面での温度分布 (内面輻射率 $\rho_i=0.0$ の場合)	89
6.6	輻射流束のタイル内分布 (内面輻射率 $\rho_i=0.0$ の場合)	89
6.7	f 断面での温度分布 (内面輻射率 $\rho_i=1.0$ の場合)	90
6.8	輻射流束のタイル内分布 (内面輻射率 $\rho_i=1.0$ の場合)	90
6.9	温度応答の結果 (対流加熱、 z_0 軸上)	91
6.10	温度応答の結果 (対流加熱、 z_1 軸上)	91
6.11	z_0 軸上における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (対流加熱)	91
6.12	z_1 軸上における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (対流加熱)	91
6.13	(a) 点における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (対流加熱)	92
6.14	(b) 点における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (対流加熱)	92
6.15	(c) 点における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (対流加熱)	93
6.16	f 断面での温度分布 (内面輻射率 $\rho_i=0.0$ の場合)	93
6.17	輻射流束のタイル内分布 (内面輻射率 $\rho_i=0.0$ の場合)	94
6.18	f 断面での温度分布 (内面輻射率 $\rho_i=1.0$ の場合)	94
6.19	輻射流束のタイル内分布 (内面輻射率 $\rho_i=1.0$ の場合)	95
6.20	温度応答の結果 (輻射加熱、 z_0 軸上)	96
6.21	温度応答の結果 (輻射加熱、 z_1 軸上)	96
6.22	z_0 軸上における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (輻射加熱)	96
6.23	z_1 軸上における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (輻射加熱)	96
6.24	(a) 点における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (輻射加熱)	97
6.25	(b) 点における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (輻射加熱)	97

6.26	(c) 点における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (輻射加熱)	97
6.27	温度応答の比較 (z_0 軸上、表面から 3mm 下地点)	98
6.28	温度変化量の比較 (z_0 軸上、表面から 3mm 下地点)	98
6.29	温度応答の比較 (z_0 軸上、中間地点)	99
6.30	温度変化量の比較 (z_0 軸上、中間地点)	99
6.31	温度応答の比較 (z_1 軸上、表面から 3mm 下地点)	99
6.32	温度変化量の比較 (z_1 軸上、表面から 3mm 下地点)	99

表 目 次

3.1	方向余弦 μ 、 ξ 、 η 、及び重み付け値 ω の値の設定	33
3.2	インデックスの再割り当て	34
3.3	インデックスの再割り当て	35
3.4	solver の性能比較	37
4.1	2次元輻射解析用方向離散点	42
4.2	領域分割データ	43
4.3	領域分割データ	57
5.1	材料物性及び輻射諸定数	70
5.2	領域分割データ	70
6.1	解析条件	85
6.2	領域分割条件	87

第1章 序論

1.1 研究の背景

1.1.1 宇宙往還機

近年、情報・通信産業、宇宙科学、宇宙観光といった分野のみならず、無重力という特殊環境の利用を期待した各産業分野（材料、化学、生物 etc）の宇宙開発のニーズは高まりつつある。ここで問題となるのは、宇宙への輸送手段のコストの低減と信頼性の向上である。

しかし、現在主流となっている使い捨てのロケットでは輸送コストの点において限界があり、再使用型宇宙往還機 (Reusable Launch Vehicles ; RLV) の開発が待たれている。運用コスト面において一回使い捨てタイプのロケットに比較し、燃料補給と機体整備のメンテナンスにより複数回の飛行に耐えうる RLV が優れていることは言うまでもない。

ところが現行のスペースシャトルは主として 1970 年代の技術を基盤として作られていて、その信頼性に問題が生じるのは、先日米コロンビア号の事故を見るに明らかである。現状を鑑み、米国のみならず日本でも 2020 年代を目標として、最新の技術を取り込んだ往還機の開発が計画されている。

もっともこうした取り組みは、現在財政逼迫による宇宙関連予算の削減・国産ロケット打ち上げの度重なる失敗という逆風の中で幾分弱火になってしまっている。

1.1.2 耐熱設計

宇宙往還機は大気圏に突入する際に非常に大きな空力加熱を受ける。空力加熱とは、一般に信じられているような機体と大気間の摩擦により生じる加熱ではなく、機体外表を流れる高速気流がせき止められる際にエネルギー保存則により、その大きな運動エネルギーが内部エネルギー（熱エネルギー）に変換される現象のことである。帰還の際大気圏への突入速度は現行のスペースシャトルの計測値でマッハ 25 程度であり、機体表面の最高温度は、よどみ点となる機首・翼端付近で発生し 1200

にも達する。RLV の機体外板に用いられるアルミ合金の使用限界温度は約 150 度であり、飛行時には外板温度を常にこれ以下に保つ必要がある。このため機体表面は熱防護系 (Thermal Protection System ; TPS) で覆われている。

宇宙往還機の構造設計において耐熱構造の設計は最重要課題である。機体部分の最大到達温度・最大荷重（熱応力・空気力・音響圧 etc）により、機首及び翼端部は強化炭素繊維、機体下面には高温耐熱タイル、機体上面には低温耐熱タイル（または繊維状断熱布）、フェルト製再使用型表面断熱材が使い分けられている。現行の耐熱タイルは、シリカファイバを焼き固めた繊維状多孔質材である。これに対するコーティング材で低温タイル / 高温タイルと使い分けられている。

これに対し将来有望とされて金属 TPS は主としてこの耐熱タイルに取って代わる

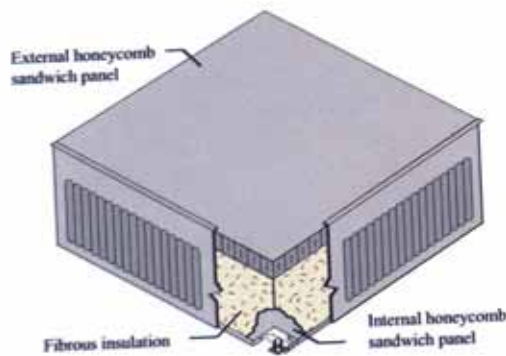


図 1.1: 金属製 TPS の図

ものである。その構造は、合金製の箱に断熱材を閉じ込めたもので、主として機械荷重は金属部、断熱は内部繊維質断熱材が受け持つ（図 1.1）。ねじ止め式で固定される。セラミックタイルに比べて耐久性・メンテナンスに優れる。これらの効果として信頼性の向上、飛行間隔の短縮化やフライトコストの低減化が期待できる。

1.1.3 タイルの熱伝導機構

RLV 胴体下面・側面、および翼の下面・側面で採用されている断熱タイルはシリカファイバを固めてつくった繊維質状の多孔質材である。このためタイルの伝熱機構は、固体（ファイバ）による熱伝導、大気圏内においては空気による熱伝導、輻射の熱輸送による伝導の組み合わせによっている。このうち高温時に支配的になるのは輻射による熱伝導である。

現状では GHP (保護熱板) 法などを用いてこの輻射による影響を有効熱伝導率として組み込む簡易解析手法で評価することが主流となっているが、このような手法で輻射を含めた熱伝導機構が充分反映されているかかねてから指摘がある。これは GHP 法で得られた定常解析における熱伝導率を用いた非定常熱伝導解析結果と実験結果の整合性が必ずしも充分でないことに起因している。

実際の RLV の耐熱構造設計を考える際には、わずか数 cm の断熱材間にかかる 1000 以上及び大きな温度勾配、外部気体の層流・乱流境界層遷移に伴う強い非定常性をもった加熱履歴を扱わなければならないことを考慮するならば、このような解析に対して GHP 法等で決定した熱物性値を用いる有効熱伝導率による輻射影響のモデリングの有効性には問題があると考えられる。

よって TPS の熱応答解析においては伝熱機構に関する研究の必要性が指摘されてきた。より物理現象を精巧に反映しているモデリングとして輻射と熱伝導の連成によって伝熱機構を説明しようとする試みが行われている。過去二年間の研究により、

輻射と熱伝導連成解析法の開発、およびセラミックタイル断熱材の加熱実験値との比較・検証が行われ、熱応答解析法としての有効性が示された。ちなみにタイル内の輻射熱伝導解析には、一般の熱構造解析コードで扱える外部表面の熱放射を扱うのではなく、ファイバ内の輻射の散乱・吸収項を考慮した熱輸送方程式を解いて輻射場を決定する必要がある、これは汎用コードでは扱うことができない。

1.2 研究の目的

先に述べたように過去2年間の研究により、輻射・熱伝導連成解析1次元コードが作成され、その理論的な整合性が、併せて行われたセラミックタイル断熱材の赤外線照射加熱実験との検証により示された。本研究では、過去二年間の研究成果を受けて、一次元で行われていた輻射・熱伝導連成解析コードの二次元、三次元への多次元化を行うことで、TPS熱応答解析コードの一層の高度化を目的とする。

なお多次元化は、特に境界面の影響を強く受ける箇所の解析を行う上で重要である。現在耐熱設計においては、簡易的な有効熱伝導率モデルなどを持ちいて、1次元の熱応答を調べることにより、耐熱設計を行っている。これは擬似的な1次元環境の成立するタイル中央部付近では、ある程度その応答を正確に見積もることができるが、タイル境界付近の熱応答の影響までは見積もることはできない。実際の機体へのタイル取り付けの際には、熱応力緩和し、機体主構造の変形からタイルを保護するために、若干隙間を空けて取り付けられている。飛行の際には、空力加熱によって加熱された空気が、こうしたギャップに入り込み、対流加熱が起こる（ギャップ加熱）。このため加熱の方向は必ずしも1次元的に解析できる上方からのものだけではない。また断熱材の壁面はガラスのコーティング材で覆われているため、輻射場はこの壁面での反射からの影響も受ける。上記のような影響は、特にタイルのコーナー部でその影響を最も強く受けているものと思われるが、本研究で開発した多次元コードを用いることで評価できるとおもわれる。そこで本研究では、開発したコードの解析例として、このような境界面の性質が温度分布に及ぼす影響を評価することを目的として、3次元コードでの擬似的な系を想定して反射率の変化に対するパラメトリック解析を行った。

なお、余談であるが、本研究の内では、その境界面の影響を調べるような実験の解析を行うことはできなかったが、宇宙航空研究開発機構において、これに対応するようなタイルの照射実験を行う予定であり、その解析には本研究で作成した解析コードが使用される予定である。

1.3 構成

本論文の構成を以下に示す。

第一章 序論では, 研究の背景を概説し、本研究の目的を述べる

第二章 基礎理論では, 輻射熱輸送、熱伝導の基礎理論を述べる

第三章 有限要素法による輻射熱伝導連成コードの開発では, 数値解析用の基礎方程式の離散化手法・定式化について述べる

第四章 解析コードの検証では, 無次元状況下での論文値との精度検証、ならびにパラメトリック解析を行い、内部輻射の状態が温度場に及ぼす影響を示す

第五章 実験に対する解析では, 過去に行われた実験に対する 2 次元連成解析をおこなってみることで境界条件が解析に及ぼす影響を示す

第六章 輻射境界条件変化による温度応答への影響では輻射境界条件が温度場に与える影響を 3 次元連成解析を通じて定性的に評価する

第七章 結論では, 本研究で得られた結論を示す

第2章 基礎理論

本章では輻射熱輸送、熱伝導の基礎理論について説明する

2.1 輻射

2.1.1 輻射輸送方程式 (Radiative Transfer Equation)

以下諸式は厳密には各波長で議論されるべきものであるが、ここでは波長依存性は簡単のため考慮しない。また過渡状態ではなく定常状態を考える。

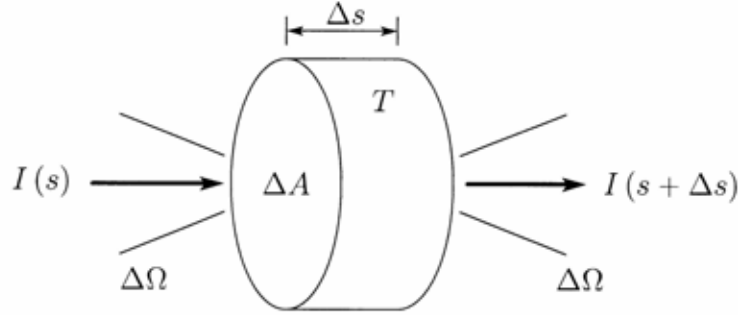


図 2.1: 吸収と放射をする微小体積要素

与えられた方向の単位射影面積、単位立体角あたりの射出される熱放射エネルギーを放射強度 (Radiative Intensity) といい、単位は $W/(m^2 sr)$ で与えられる。経路 s に沿う放射 $I(s)$ について考える。この放射は図 2.1 のように、断面積 ΔA 、長さ Δs の微小体積要素 $\Delta V = \Delta A \Delta s$ に立体角 $\Delta \Omega$ で入射する。この放射強度は ΔV で、経路 s に沿って、吸収によって減衰するものとする。ここで吸収係数 (Absorption Coefficient) K_a を次のように定義する。

$$K_a = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta V \text{ で吸収されたエネルギー}}{(\Delta V \text{ で吸収されたエネルギー}) \Delta s} \quad (2.1)$$

単位は、 m^{-1} である。式 2.1 を用いると放射エネルギーの減衰は次式 2.2 のように表すことができる。

$$\frac{dI}{ds} = -K_a I \quad (2.2)$$

K_a が s に依存しないとすると、式 2.2 の解は、ビアの法則により次のように得られる

$$I(s) = I_0 \exp(-K_a s) \quad (2.3)$$

透過率 (Transmissivity) τ 、吸収率 (Absorptivity) α は次式で定義される

$$\tau = \frac{I \Delta \Omega dA}{I_0 \Delta \Omega dA} = \exp(-K_a s) \quad (2.4)$$

$$\alpha = 1 - \tau = 1 - \exp(-K_a s) \quad (2.5)$$

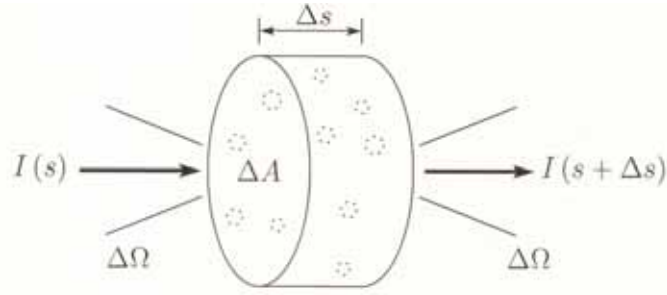


図 2.2: エネルギーが散乱する微小体積要素 (1)

キルヒホッフの法則により、温度が一定であれば、輻射率 (Emissivity) ε と吸収率は等しいので、

$$\varepsilon = \alpha = 1 - \exp(-K_a s) \quad (2.6)$$

微小な経路長 Δs における減衰を考えたとき、式 2.4, 2.5, 2.6 を Taylor 展開て

$$\tau = 1 - K_a \Delta s + \dots \quad (2.7)$$

$$\alpha = K_a \Delta s + \dots \quad (2.8)$$

$$\varepsilon = K_a \Delta s + \dots \quad (2.9)$$

つぎに図 2.1 の系において、 ΔV で吸収 (Absorption) と放射 (Emission) が生じる場合を考える。このとき、 ΔV におけるエネルギーの保存は入力エネルギーと放射エネルギーの和が、出力エネルギーと吸収エネルギーの和に等しいことから次のようになる。

$$I(s) \Delta A \Delta \Omega + \varepsilon n^2 I_b(T) \Delta A \Delta \Omega = I(s + \Delta s) \Delta A \Delta \Omega + \alpha I(s) \Delta A \Delta \Omega \quad (2.10)$$

ここで、 I_b 黒体の放射強度で

$$I_b(T) = \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (2.11)$$

であり、 n は物質の屈折率である。式 2.10 に 2.8 と 2.9 を代入し、辺々 $\Delta A \Delta \Omega \Delta s$ で割り、さらに、 $\Delta s \rightarrow 0$ とすると、次の輸送方程式 (Transfer Equation) が得られる。

$$\frac{dI}{ds} = -K_a I + K_a n^2 I_b(T) \quad (2.12)$$

続いて、散乱について考える。図 2.2 の系について、 ΔV で散乱のみ生じるとする。すなわち、吸収と放射はないものとしてエネルギーの保存は

$$\begin{aligned} & \Omega \text{方向からの入力エネルギー} + \Omega \text{方向へ散乱されるエネルギー} \\ & = \Omega \text{方向への出力エネルギー} + \Omega \text{以外の方向へ散乱されるエネルギー} \end{aligned} \quad (2.13)$$

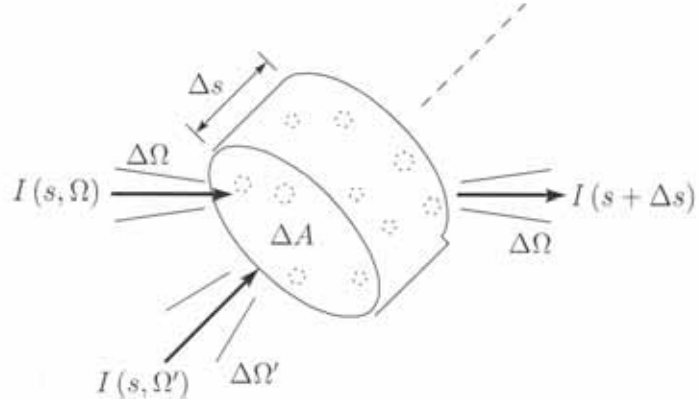


図 2.3: エネルギーが散乱する微小体積要素 (2)

である。ここで散乱係数 (Scattering Coefficient) K_s を式 2.1 と同様に、次式で定義する。

$$K_s = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta V \text{ から散乱で逃げていくエネルギー}}{(\Delta V \text{ に入射したエネルギー}) \Delta s} \quad (2.14)$$

式 2.13 を定式化する前に、式 2.13 の左辺第 2 項を考える。これは図 2.3 のように、全ての Ω' 方向から Ω 方向へと散乱される (in-scattering) エネルギーであり、次式で表現される。

$$\begin{aligned} & \text{全ての } \Omega' \text{ から } \Omega \text{ 方向へと散乱されるエネルギー} \\ &= \frac{\Delta \Omega}{4\pi} K_s \Delta s \Delta A \int_{4\pi} I(\Omega') p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' \end{aligned} \quad (2.15)$$

ここで、関数 $p(\Omega' \rightarrow \Omega)$ は

$$p(\Omega' \rightarrow \Omega) \equiv \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\text{方向 } \Omega' \text{ から } \Omega \text{ へ散乱されるエネルギー}}{\text{散乱が等方的である場合に } \Omega \text{ へ散乱されるエネルギー}} \quad (2.16)$$

で定義され、散乱位相関数 (Scattering Phase Function) と呼ばれる。この関数はエネルギーの保存により、次式を満たす必要がある

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' = 1 \quad (2.17)$$

特に、表面が乱反射に類似して、散乱が等方的、すなわち、あらゆる方向に等しくエネルギーが散乱していく場合には、

$$p = 1 \quad (2.18)$$

式 2.15 を用いて式 2.13 を定式化すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} & I(s) \Delta A \Delta \Omega + \frac{\Omega}{4\pi} K_s \Delta s \Delta A \int_{4\pi} I(\Omega') p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' \\ &= I(s + \Delta s) \Delta A \Delta \Omega + K_s I(s) \Delta \Omega \Delta V \end{aligned} \quad (2.19)$$

これにより、次の輸送方程式を得る。

$$\frac{d\mathbf{I}(\Omega)}{ds} = -K_s \mathbf{I}(\Omega) + \frac{K_s}{4\pi} \int_{4\pi} \mathbf{I}(\Omega') p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' \quad (2.20)$$

最終的に、吸収、放射および散乱を伴う系における輸送方程式は、式 2.12、および 2.20 により次のようになる。

$$\frac{d\mathbf{I}(\Omega)}{ds} = -(K_a + K_s) \mathbf{I}(\Omega) + \frac{K_s}{4\pi} \int_{4\pi} \mathbf{I}(\Omega') p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' + K_a n^2 \mathbf{I}_b(T) \quad (2.21)$$

放射エネルギーの減衰は吸収と散乱からなるので、減衰係数は吸収係数と散乱係数を用いて、

$$K_e = K_a + K_s \quad (2.22)$$

と表現することができる。これらの係数の単位はいずれも m^{-1} である。また、減衰に対する散乱の割合を表す無次元パラメーターをアルベド (Albedo) ω といい、その定義は

$$\omega = \frac{K_s}{K_e} = \frac{K_s}{K_a + K_s} \quad (2.23)$$

である。したがって、減衰に対する吸収 (放射) の割合は次のように表現することができる。

$$1 - \omega = \frac{K_a}{K_e} = \frac{K_a}{K_a + K_s} \quad (2.24)$$

これらの式を用いて式 2.21 を書き換えると

$$\frac{1}{K_e} \frac{d\mathbf{I}(\Omega)}{ds} = -\mathbf{I}(\Omega) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} \mathbf{I}(\Omega') p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' + (1 - \omega) \mathbf{I}_b(T) \quad (2.25)$$

なお、次式で定義されるパラメーターを光学厚さ (Optical Depth) という。

$$\int_0^s K_e(s') ds' \quad (2.26)$$

このパラメーターを用いて方程式の無次元化を行う。また一般的には $\mathbf{I}$ は位置による変数でもあるはずである。式 2.25 はある Ω 方向の経路 s に沿う輸送方程式である。これを距離を光学厚さで無次元化した一般座標系で表すと次のようになる。

$$\vec{e}_\Omega \cdot \nabla \mathbf{I}(s, \Omega) = -\mathbf{I}(s, \Omega) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} \mathbf{I}(s, \Omega') p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' + (1 - \omega) n^2 \mathbf{I}_b(T(s)) \quad (2.27)$$

ここで、 $\vec{e}_\Omega$ は Ω 方向の単位ベクトルである。

2.1.2 輻射熱流束 (Radiative Heatflux) とエネルギー方程式

輻射によって輸送されるエネルギー (熱流束ベクトル) は次式で計算される。

$$\vec{q}_r = \int_{4\pi} \mathbf{I}(\Omega) d\Omega \quad (2.28)$$

これを内部発熱項同様にエネルギー方程式 (熱伝導方程式) に組み込む。従って、輻射熱輸送を考慮したエネルギー方程式は、簡単のため内部発熱を省略した形で次のようになる。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T - \vec{q}_r) \quad (2.29)$$

ここで、 $-\lambda \nabla T$ はフーリエの法則に従って流れるエネルギー (熱流束 : Heatflux) であり、これに輻射により輸送されるエネルギー $\vec{q}_r$ が内部発熱項と等価の扱いで加算される形式になっている。

2.2 熱伝導

2.2.1 フーリエの法則

フーリエの法則によると、物質内のある位置において、熱伝導によって伝えられる熱の移動量はその位置の温度勾配に依存し、

$$\mathbf{q} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{s}} \right) \quad (2.30)$$

のように表現できる。ここで、 $\mathbf{q}$ は単位面積、単位時間あたりの熱の移動量であって熱流束 (Heatflux) と呼ばれている。 $\mathbf{s}$ は、流束方向にとった座標系、 λ は熱伝導率であり、直感的には熱の伝わりの程度を表す物理量である。

2.2.2 エネルギー方程式

2.4 のような点 (x, y, z) を中心とする微小な検査体積 $\Delta x \Delta y \Delta z$ をとった時、検査体積の温度が微小時間 Δt の間に ΔT だけ変化する。いま簡略のため熱の流れの方向を x のみに限って検査体積の熱量のつりあいを考えると、次式のようなになる。

$$\rho c \Delta x \Delta A \frac{\Delta T}{\Delta t} = - \left(\mathbf{q}_{x-\frac{\Delta x}{2}} - \mathbf{q}_{x+\frac{\Delta x}{2}} \right) \Delta A + \omega \Delta A \Delta x \quad (2.31)$$

ここで ΔA は検査体積の微小面積のことなので図 2.4 によるならば、 $\Delta y \Delta z$ のことであり、 ρ, c はそれぞれ物質の密度および比熱、 ω は単位時間、単位体積あたり

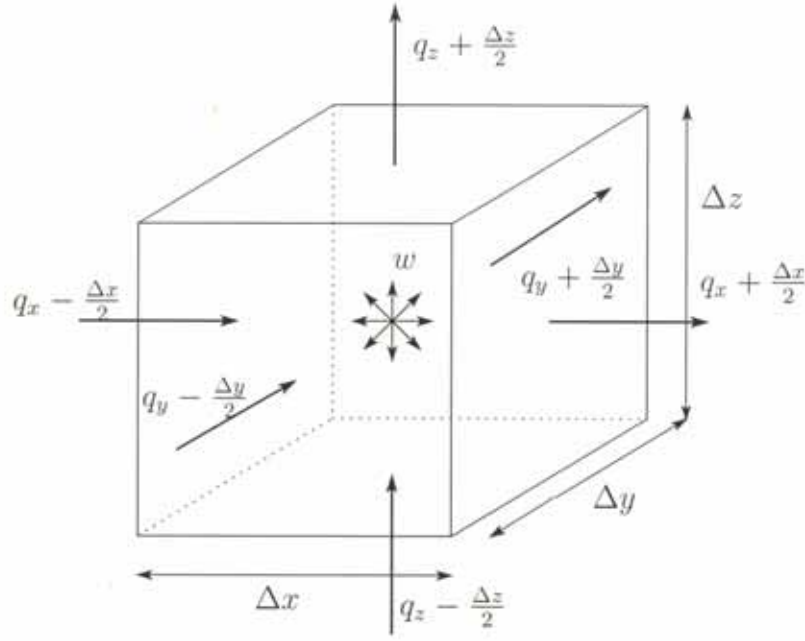


図 2.4: 微小検査体積と熱量のつりあい

の発熱量である。ここで式 2.31 の右辺第 1 項に式 2.30 を適応すると、次式のようにになる

$$q_{x-\frac{\Delta x}{2}} - q_{x+\frac{\Delta x}{2}} = - \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x-\frac{\Delta x}{2}} + \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x+\frac{\Delta x}{2}} \quad (2.32)$$

ここで、 λ_x は x 方向の熱伝導率を表している。式 2.32 の右辺 2 つの項は点 (x, y, z) 近傍における Taylor 展開から

$$\left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x \pm \frac{\Delta x}{2}} = \left(\left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right)_x \pm \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right)_x \frac{\Delta x}{2} + O(\Delta x^2) \right) \quad (2.33)$$

$O(\Delta x^2)$ は Δx 2 次以上の高次の微小項である。従って Δx を十分に小さくとりならば、式 2.31 の右辺の () 内は、式 2.33 を用いて次のように書き換えられる。

$$q_{x-\frac{\Delta x}{2}} - q_{x+\frac{\Delta x}{2}} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right)_x \Delta x \quad (2.34)$$

式 2.34 を式 2.31 に代入し、 $\Delta t \rightarrow 0$ の極限を考えると、次の熱伝導方程式が得られる。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + w \quad (2.35)$$

以上を一般座標系に拡張して考えるなら、次式のようにエネルギー方程式は表記できる。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \omega \quad (2.36)$$

2.3 輻射解析法

refeq2.26 で見たように輻射解析は、その基礎方程式が微積分方程式であり、かつ、位置及び方向に対して5つのパラメーター（位置に3つ、方向に2つ）を含む方程式であるので、離散化して数値解析を行うのが非常に困難である。しかしながら、古くから研究が行われている分野であり、幾つかの近似解析法が提唱されている。それらは主として1次元のものだが、以下にそのうち代表的な手法についてその概略を示す。

2.3.1 2 流束法 (Two Flux Method)

2 流束法はよく用いられる近似解析法であるが、その近似法から1次元でのみ解析可能である。その概略を言うならば、輻射強度分布を前後2方向のみに近似して解く方法である（後述する DOM; Discrete Ordinate Method の求積近似点を2点に限ったものとする）。

以下では1次元の系を考えているので、角度パラメーター Ω は1成分しかもっておらず、輻射強度 I は距離座標軸に対して軸対称性を仮定していることに留意する。

まず一次元輸送方程式は式 2.26 を書き直すと以下ようになる。ただし式 2.17 に見られるような散乱位相関数 p の簡略化を行ったとする。

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial I(s, \mu)}{\partial s} = & -I(s, \mu) + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 I(s, \mu') d\mu' \\ & + (1 - \omega) n^2 I_b(T) \end{aligned} \quad (2.37)$$

ただし、ここで角度 Ω に依存するパラメーター μ は 2.5 に見られるように、天頂角 θ に対して

$$\mu = \cos \theta \quad (2.38)$$

ととったものであり、光学厚さ s は距離座標 x に対して

$$s = \int_0^s K_e(x) dx \quad (2.39)$$

のように置き換えたものである。このとき上記の二流束法の仮定により、

$$I(s, \mu) = \begin{cases} I^+(s) & 0 < \mu < 1 \\ I^-(s) & -1 < \mu < 0 \end{cases} \quad (2.40)$$

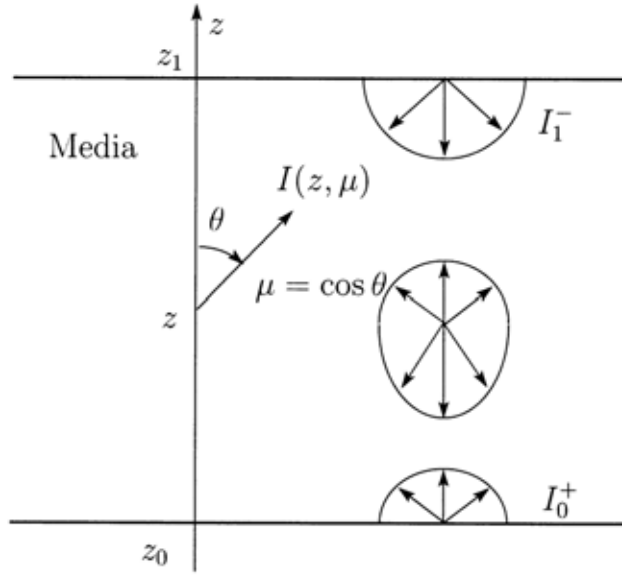


図 2.5: 1次元輻射の系

この仮定により式 2.37 は次のように書き直すことができる。

$$\begin{cases} \frac{dI^+}{ds} = -(2 - \frac{\omega}{2})I^+ + \omega I^- + 2(1 - \omega)n^2 I_b T(s) \\ -\frac{dI^-}{ds} = -(2 - \frac{\omega}{2})I^- + \omega I^+ + 2(1 - \omega)n^2 I_b T(s) \end{cases} \quad (2.41)$$

これを有限要素法 (FEM; Finite Element Method) などの手法で空間方向に離散化してやり、温度場と連成して、適当な境界条件のもとで解いてやればよい。ちなみに輻射熱流束は式 2.28 より

$$q_r = 2\pi \int_{-1}^1 I \mu d\mu = \pi(I^+ - I^-) \quad (2.42)$$

となる。この手法は輻射強度の角度離散点数が2点と極めて少ないため近似の精度が悪く、1次元の系でしかもちいられない。

2.3.2 拡散近似法 (Diffusion Approximation)

拡散近似法は光学厚さが十分に厚い場合に適応される。輻射輸送方程式を光学厚さの逆数について展開して摂動法により、

$$I = -\mu \frac{dI_b}{ds} \quad (2.43)$$

が得られる。これにより熱流束は、もとの距離座標系に戻すと

$$q_r = -\frac{16\sigma T^3}{3K_e} \frac{dT}{dx} \quad (2.44)$$

となる。これは熱流束に関するフーリエの式 2.30 と同じ形式であり、従って熱伝導率に対応する係数

$$\lambda_r = -\frac{16\sigma T^3}{3K_e} \quad (2.45)$$

を輻射による熱伝達と等価な熱伝導率として、全体として

$$\lambda = \lambda_s + \lambda_r \quad (2.46)$$

(ただし λ_s は固体の熱伝導率) とすることにより、輻射を伴う熱伝導率は通常の熱伝導方程式の形式に帰着する。式 2.46 の熱伝導率は有効熱伝導率と呼ばれることがある。ただし、熱伝導率は温度と非線形関数になる。この近似手法は、光学厚さの逆数に関する摂動法によるので、厳密にはこうして得られた近似解は光学厚さの深い領域で成立し、境界付近では成立しない。そのため温度スリップという境界条件の修正が必要になる。また式 2.45 にはアルベド ω が含まれていない。したがって輻射の影響は減衰率 K_e のみによって評価されていることになる。

2.3.3 Discrete Ordinate Method (DOM)

この手法は輻射輸送方程式に含まれる球面積分項を区分求積法によって置き換える手法である。一般性があり、2次元、3次元にも拡張できるので、ここでも1次元のみにとらわれなくて、一般性もって考えてみる。この手法の要点は、球面上の何点か代表点を選出し、これに重み付けして加え合わせることで積分に置き換えるというものである。なお、離散点の角度に依存する係数をかけ合せることで位相関数 p も評価することができるが、ここでは簡単のため式 2.17 同様の仮定行うものとする。このとき積分項は、離散点数を N 、重み付けを $\omega_j (0 \leq j \leq N)$ 離散角を $\Omega_j (0 \leq j \leq N)$ とすると

$$\frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} I(s, \Omega') d\Omega' = \frac{\omega}{4\pi} \sum_{j=1}^N \omega_j I(s, \Omega_j) \quad (2.47)$$

これを式 2.29 に代入して

$$\begin{aligned} \vec{e}_{\Omega_i} \cdot \nabla I(s, \Omega_i) &= -I(s, \Omega_i) + \frac{\omega}{4\pi} \sum_{j=1}^N \omega_j I(s, \Omega_j) + (1 - \omega)n^2 I_b(T(s)) \\ (0 \leq i, j \leq N) \end{aligned} \quad (2.48)$$

となる。輻射強度の係数は、この式を有限要素法を使って空間的に離散化するならば、全て離散点における角度、節点の位置情報によるものであり、温度分布が既知であるならば輻射場を決定することができる。今回はこの手法を用いて輻射方向の離散化を行った。

第3章 有限要素法による輻射熱伝導連成コードの開発

本章では, 数値解析用の基礎方程式の離散化手法・定式化について述べる

3.1 連成解析アルゴリズム

前年度までの一連の断熱材熱応答解析コード開発により DOM をもちいた FEM1 次元解析コードが開発された。本研究ではこれを同様の前述 DOM および FEM をもちいて、2 次元および 3 次元解析コードを開発したので以下に熱伝導解析、輻射解析と順を追ってこれらの定式化を示す。

3.1.1 熱伝導解析の定式化とアルゴリズム

FEM による熱伝導解析はよく知られているので、以下にガラーキン法による立式の概略を示す。支配方程式である 3 次元の熱伝導方程式は、3 次元直交座標系で式 2.36 を書き直して以下のようになる。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{Q} \quad (3.1)$$

ただしここでは内部発熱を $\dot{Q}$ とする。また熱流束 q は式 2.30 より

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \quad (3.2)$$

ここで、 n は境界上での上向き法線方向である。以下簡単のため熱伝導率が等方的で物質内全てで一定、すなわち $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda$ (定数) の場合を考える。このとき以上の仮定より式 3.1 は次のようになる。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{Q} \quad (3.3)$$

ここで対象を有限な要素に分割し、要素内の温度分布を次式のように表現する。

$$T(x, y, z, t) = [N(x, y, z)] \{ \phi \} \quad (3.4)$$

ここで $[N]$ は節点温度と要素内温度を結びつける内挿関数マトリクスであり、領域分割要素に固有なものである。また $\{ \phi \}$ は時刻 t における要素の節点温度ベクトルのことである。以上の式 3.3 に 3.4 を代入して、重み関数を $[N]^T$ としてガラーキン法を適応する。

$$\int_{V^e} [N]^T \left\{ \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{Q} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right\} dV = 0 \quad (3.5)$$

ここで添え字 T は転置を、 V^e は要素領域を示すものとする。式 3.4 は 2 階微分項を含むので、次の部分積分の公式を用いて 1 階微分形式に変換する。

$$\int_{V^e} B \nabla^2 A dV + \int_{V^e} \nabla B \cdot \nabla A dV = \int_{S^e} B \nabla A \cdot n dS \quad (3.6)$$

なお、ここで S^e は領域 V^e を囲む要素境界である。これを用いて式 3.4 の 2 階微分項は

$$\begin{aligned} & \int_{V^e} \lambda [N]^T \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \\ &= - \int_{V^e} \lambda \left(\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial [N]^T}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV \\ &+ \int_{S^e} \lambda [N]^T \frac{\partial T}{\partial n} dS \end{aligned} \quad (3.7)$$

ここにフーリエの法則 式 3.2、および式 3.4 を代入して、式 3.1 を整備すると、

$$\begin{aligned} & \int_{V^e} \lambda \left(\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} + \frac{\partial [N]^T}{\partial z} \frac{\partial [N]}{\partial z} \right) dV \{ \phi(t) \} \\ &+ \int_{V^e} \rho [N]^T [N] dV \{ \phi(t) \} \\ &= - \int_{S^e} q [N]^T dS + \int_{V^e} \dot{Q} [N]^T dV \end{aligned} \quad (3.8)$$

以上より非定常熱伝導問題における要素の有限要素式は結局下のようになる。

$$[k] \phi + [c] \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial t} \right\} = f \quad (3.9)$$

$$[k] = \int_{V^e} \lambda \left(\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} + \frac{\partial [N]^T}{\partial z} \frac{\partial [N]}{\partial z} \right) dV \quad (3.10)$$

$$[c] = \int_{V^e} \rho [N]^T [N] dV \quad (3.11)$$

$$\{f\} = - \int_{S^e} q [N]^T dS + \int_{V^e} \dot{Q} [N]^T dV \quad (3.12)$$

これらを全て集めてきて、全体有限要素式を得ることができるが、式 3.12 の第 1 項は隣接する要素の境界でお互いに相殺して外部境界要素の寄与分だけ残る。よって以下では一般に熱伝導問題に関しては、温度固定条件、熱流束条件、熱伝達条件、熱輻射条件の 4 種の境界条件が考慮されるので以下に見ていく。

- 温度固定条件

境界 S_1 上で温度が規定される場合：Dirichlet 境界条件 (固定境界条件)

$$T = T_{fix} \quad (3.13)$$

- 熱流束境界条件

境界 S_2 上で熱流束 q_o が流入 (出) する場合：

$$q = q_o \quad (3.14)$$

このとき式 3.12 の境界積分項は次のように変換される。

$$\int_{S^2} q[N]^T dS = \int_{S^2} q_o[N]^T dS \quad (3.15)$$

- 熱伝達境界条件

境界 S_3 上で固体と周辺流体間で熱伝達が行われる場合：

$$q = \alpha_c (T - T_{fluid}) \quad (3.16)$$

ここで α_c は熱伝達率であり、 T_{fluid} は周辺温度である。このとき式 3.12 の境界積分項は次のように変換される。

$$\begin{aligned} \int_{S^3} q[N]^T dS &= \int_{S^3} \alpha_c (T - T_{fluid}) [N]^T dS \\ &= \int_{S^3} \alpha_c ([N]^T [N]) dS \{\phi\} - \int_{S^3} \alpha_c T_{fluid} [N]^T dS \end{aligned} \quad (3.17)$$

- 熱輻射境界条件

境界 S_4 上で周辺環境に対して熱輻射が行われる場合：

$$q = \sigma F (T^4 - T_{env}^4) \quad (3.18)$$

ただし σ は、Stefan-Boltzmann 定数、 F は修正形態係数、 T_{env} は周辺温度である。このとき

$$\alpha_r = \sigma F (T + T_{env}) (T^2 + T_{env}^2) \quad (3.19)$$

なる置き換えを行うことで、式 3.18 は次のようになる。

$$q = \alpha_r (T - T_{env}) \quad (3.20)$$

ここで α_r は熱輻射率である。このとき式 3.12 の境界積分項は次のように変換される。

$$\begin{aligned} \int_{S^4} q[N]^T dS &= \int_{S^4} \alpha_r (T - T_{env}) [N]^T dS \\ &= \int_{S^4} \alpha_r ([N]^T [N]) dS \{\phi\} - \int_{S^4} \alpha_r T_{env} [N]^T dS \end{aligned} \quad (3.21)$$

以上式 3.15、3.17、3.21 を式 3.9 ~ 3.12 に代入して整備すると以下の式を得る。

$$[k]\{\phi\} + [c]\frac{\partial\phi}{\partial t} = \{f\} \quad (3.22)$$

$$[k] = \int_{V^e} \lambda \left(\frac{\partial[N]^T}{\partial x} \frac{\partial[N]}{\partial x} + \frac{\partial[N]^T}{\partial y} \frac{\partial[N]}{\partial y} + \frac{\partial[N]^T}{\partial z} \frac{\partial[N]}{\partial z} \right) dV \quad (3.23)$$

$$+ \int_{S^3} \alpha_c ([N]^T[N]) dS + \int_{S^4} \alpha_r ([N]^T[N]) dS$$

$$[c] = \int_{V^e} \rho [N]^T [N] dV \quad (3.24)$$

$$\{f\} = \int_{V^e} \dot{Q} [N]^T dV - \int_{S^2} q_o [N]^T dS + \int_{S^3} \alpha_c T_{fluid} [N]^T dS + \int_{S^4} \alpha_r T_{env} [N]^T dS \quad (3.25)$$

以上の式 3.23, 3.24, 3.25 以上によって要素の有限要素式を、境界条件を含めたマトリクスの形で求めることができた。これらの体積分、面積分の際には、数値計算においては各要素に対して決まった積分点の値に対して重み付けして足し合わせることで、近似して求めることができる。数値積分公式 (例えばガウスルジャンドル (Gauss-Legendre) の積分公式) 解析対象全体の有限要素式は式 3.22 を全ての要素に対して集めて組み立てることによって得られる。組み立てられた有限要素式は次のように表現できる。

$$[K]\{\Phi\} + [C]\left\{\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right\} = \{F\} \quad (3.26)$$

なお、 $\{\Phi\}$ は全体の節点温度ベクトル、 $[K]$ は熱伝導マトリクス (Heat Conductivity Matrix)、 $[C]$ は熱容量マトリクス (Heat Capacity Matrix)、 $\{F\}$ は熱流束ベクトル (Heat Flux Vector) と呼ばれ、それぞれ以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} \{\Phi\} &= \sum_e \phi \\ [K] &= \sum_e [k] \\ [C] &= \sum_e [c] \\ \{F\} &= \sum_e [f] \end{aligned} \quad (3.27)$$

で与えられる。ここで、 $\sum_e$ は全要素について加え合わせることを意味する。

次に時間軸に対する離散化について

有限要素法による非定常熱伝導解析においては、空間に対する離散化は有限要素について離散化を行い、時間方向にたいしては差分法で行う。熱伝導問題で現れる時間依存項は、式 3.26 を見ると分かるとおり 1 階の微分項であり、この離散化について次の 3 つのスキームがある。

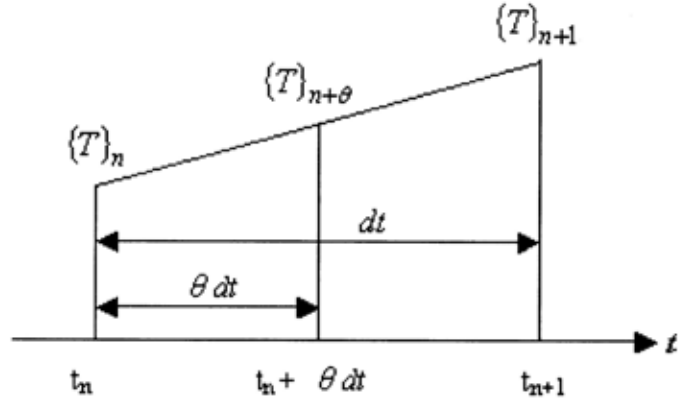


図 3.1: 温度と時間の関係

- 陽解法：アルゴリズム的には簡単だが精度が悪い
- 準陰解法 (クランクニコルソン (Crank-Nicolson) 法)：一般的な市販ソフトで default に採用
- 完全陰解法：市販ソフトで option に採用

時間方向の刻み幅を $dt[\text{sec}]$ 、パラメーターを $\theta (0.0 \leq \theta \leq 1.0)$ 、N Step での時刻を t_n とすると、時刻 t は次のように表すことができる。

$$t = t_n + \theta dt \quad (3.28)$$

$$(t_n \leq t \leq t_{n+1})$$

時刻 t における微分方程式は、添え字 $n + \theta$ を使用して次のようになる。

$$[K]\{\Phi\}_{n+\theta} + [C]\left\{\frac{\partial\{\Phi\}_{n+\theta}}{\partial t}\right\} = \{F\} \quad (3.29)$$

ここで、時刻 t_n と t_{n+1} の関係を下の図 3.1 のように線形近似すれば以下のようになる。

このとき Time Step $N + \theta$ を仮想的に考えた場合、温度は次式で近似される。

$$\{\Phi\}_{n+\theta} = (1 - \theta)\{\Phi\}_n + \theta\{\Phi\}_{n+1} \quad (3.30)$$

またこの時の温度の時間変化率は次式で近似される。

$$\frac{\partial\{\Phi\}_{n+\theta}}{\partial t} = \frac{\{\Phi\}_{n+1} - \{\Phi\}_n}{dt} \quad (3.31)$$

式 3.30、3.30 を式 3.29 に代入して整理すると、

$$\left[\theta[K] + \frac{1}{dt}[C] \right] \{\Phi\}_{n+1} + \left[(1-\theta)[K] - \frac{1}{dt}[C] \right] \{\Phi\}_n = \{F\} \quad (3.32)$$

あとはこの式 3.31 のパラメーターをとってやればよい。

- $\theta = 0$ のとき

$$\frac{1}{dt}[C]\{\Phi\}_{n+1} = \left[-[K] + \frac{1}{dt}[C] \right] \{\Phi\}_n + \{F\} \quad (3.33)$$

- $\theta = \frac{1}{2}$ のとき：準陰解法

$$\left[\frac{1}{2}[K] + \frac{1}{dt}[C] \right] \{\Phi\}_{n+1} = \left[-\frac{1}{2}[K] + \frac{1}{dt}[C] \right] \{\Phi\}_n + \{F\} \quad (3.34)$$

- $\theta = 1$ のとき：完全陰解法

$$\left[[K] + \frac{1}{dt}[C] \right] \{\Phi\}_{n+1} = \frac{1}{dt}[C]\{\Phi\}_n + \{F\} \quad (3.35)$$

となる。ここで各 Step で $\{\Phi\}_n$ は既知であるので、式 3.31 をとくことにより、逐次、次 Step $\{\Phi\}_{n+1}$ をもとめることができる。なお、物性値 $\lambda, \rho, c, \alpha_c$ などに温度依存性がある場合や、熱放射境界条件がかかっている場合は $[k], [c], \{F\}$ は温度依存性があるので、各時間 Step において、これらを修正して節点温度 $\{\Phi\}_{n+1}$ が収束するまで解く必要がある。

3.1.2 輻射解析の定式化とアルゴリズム

本研究では輻射連成熱伝導解析コードの開発をおこなった。この輻射部の解析においても熱伝導同様 FEM によって支配方程式を空間について離散化をおこなった。以下にガラーキン法による立式の概略を示す。3 次元解析コードのアルゴリズムを示すが、2 次元コードも輻射場の面对称性を考慮して簡略化をおこなっているだけで、輻射強度の方向に立体性をもたせていることに変わりはない。これは散乱の影響を考慮するためである。

1 次元解析コードではこの輻射の座標の自由度を 1 として散乱の方向を同一平面上に限っているのに対して、本 2,3 次元解析コードは座標の自由度は 2 であり、その代表離散点は球面上に散らばっている。このため離散点数は 1 次元に比べて飛躍的に増加した。過渡状態を含めた輸送方程式は以下のようなものである。

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{I}(s, \Omega, t)}{\partial t} + \vec{e}_\Omega \cdot \nabla \mathbf{I}(s, \Omega, t) = -\mathbf{I}(s, \Omega, t) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} \mathbf{I}(s, \Omega', t) p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' + (1-\omega) n^2 \mathbf{I}_b(T(s, t)) \quad (3.36)$$

であるが、光速で伝播し、熱的な現象に比べて十分に速いので、輻射自体の過渡応答は考慮しない。すなわち定常のもの式 2.27 のみを考慮すればよい。支配方程式である 3 次元の輻射輸送方程式は、式 2.27 を再度記述すると以下のようになる。

$$\vec{e}_\Omega \cdot \nabla \mathbf{I}(\mathbf{s}, \Omega) = -\mathbf{I}(\mathbf{s}, \Omega) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} \mathbf{I}(\mathbf{s}, \Omega') p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' + (1-\omega)n^2 \mathbf{I}_b(T(\mathbf{s})) \quad (3.37)$$

本来断熱材解析においてはファイバの方向は完全にランダムであるわけではなく、その生成プロセスにおける圧縮方向と直角方向で性質が異なる。したがって散乱位相関数、および熱伝導率は本来その異方性を評価すべきであるが今回簡単のため $p = 1$ とする。また、輻射諸定数である $K_{e,\omega}$ についても、その温度依存性を考慮しない。

以上の仮定にもとづいて式 3.37 を 3 次元直交座標系で書き直す。なお、座標系は光学厚さをもちいて一般化してもいいが、熱伝導解析を通常座標系でおこなっているため、ここでも通常座標系で評価する。ちなみに各位置および角度パラメータは図 3.2 のようにとった。

基礎方程式

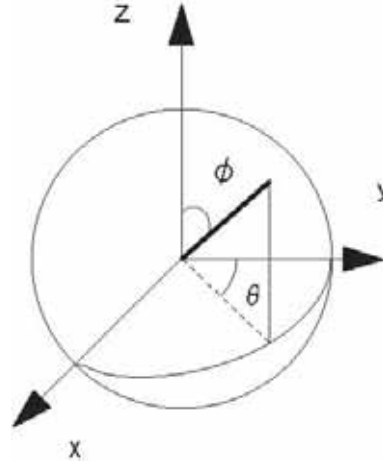


図 3.2: 各パラメータの関係

$$\begin{aligned} & \frac{1}{K_e} \cos \phi \sin \theta \frac{\partial \mathbf{I}(\mathbf{r}, \Omega)}{\partial x} + \frac{1}{K_e} \cos \phi \cos \theta \frac{\partial \mathbf{I}(\mathbf{r}, \Omega)}{\partial y} + \frac{1}{K_e} \sin \phi \frac{\partial \mathbf{I}(\mathbf{r}, \Omega)}{\partial z} \\ &= -\mathbf{I}(\mathbf{s}, \Omega) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} \mathbf{I}(\mathbf{r}, \Omega') d\Omega' + (1-\omega)n^2 \mathbf{I}_b(T(\mathbf{r})) \end{aligned} \quad (3.38)$$

上式 3.38 の積分項を DOM により離散化して

$$\frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} \mathbf{I}(\mathbf{r}, \Omega') d\Omega' = \sum_{i=1}^M \omega_i \mathbf{I}(\mathbf{r})_i \quad (0 \leq l \leq M) \quad (3.39)$$

ここで添え字 l はある離散点方向を示すものとする。また離散点数は M とする。

次にこれを FEM で解析する。

ここで対象を有限な要素に分割し、要素内の輻射強度分布を次式のように表現する。

$$I(x, y, z) = [N(x, y, z)] \{I_l^e\} \quad (3.40)$$

ここで $[N]$ は節点輻射強度方向成分と要素内輻射強度方向成分を結びつける内挿関数マトリクスであり、領域分割要素に固有なものである。節点の温度データが必要なため便宜上、熱伝導解析に用いたのと同じ種類の要素で同様な領域分割を行うものとする。また $\{I_l^e\}$ は 1 方向成分に対する節点輻射強度ベクトルである。また以下、下のような式の置き換えを行って式を略記する。これらの意味するところは各方向軸にたいする方向余弦である。

$$\begin{aligned} \cos \phi \sin \theta &= \mu_l \\ \cos \phi \cos \theta &= \xi_l \\ \sin \phi &= \eta_l \end{aligned} \quad (3.41)$$

今回各 μ 、 ξ 、 θ の値は文献 [5] を参考に以下表 3.1 のようにとった。なおこの値は、球面積分の値をよく近似できる選点であればよく、ガウス求積法などを用いてもよいと思われる。以上の措置により式 3.39 は重み付け関数を $[N]^T$ とするガラーキン法によって次式のようになる。

$$\begin{aligned} &\int_{V^e} [N]^T \left\{ \mu_l \frac{\partial I_l^e}{\partial x} + \xi_l \frac{\partial I_l^e}{\partial y} + \eta_l \frac{\partial I_l^e}{\partial z} + \right. \\ &\left. K_e I_l^e - \frac{K_e \omega}{4\pi} \sum_{i=1}^M \omega_i I_i^e - K_e (1 - \omega) n^2 I_b(T(\mathbf{r})) \right\} dV = 0 \\ &l = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (3.42)$$

これに式 3.40 を代入して

$$\begin{aligned} &\int_{V^e} \left\{ \left\{ \mu_l [N]^T \frac{\partial [N]}{\partial x} + \xi_l [N]^T \frac{\partial [N]}{\partial y} + \eta_l [N]^T \frac{\partial [N]}{\partial z} + K_e [N]^T [N] \right\} I_l^e \right. \\ &\left. - \frac{K_e \omega}{4\pi} \sum_{i=1}^M M \omega_i [N]^T [N] \{I_i^e\} \right\} dV = \int_{V^e} \{K_e (1 - \omega) n^2 [N]^T I_b(T(\mathbf{r}))\} dV \quad (3.43) \\ &l = 1, \dots, M \end{aligned}$$

このとき式 3.43 左辺第 1 項～3 項までは方向 Ω と位置のみによる項で第 5 項がその相互干渉項である。以下要素によって固有な節点数を E として以下の $E \times E$ 行列、

表 3.1: 方向余弦 μ 、 ξ 、 η 、及び重み付け値 ω の値の設定

number	ϕ	θ	μ	ξ	η	ω
1	65.26	45.00	0.29588	0.29588	0.90825	0.52360
2	17.21	18.04	0.90825	0.29588	0.29588	0.52360
3	17.21	71.96	0.29588	0.90825	0.29588	0.52360
4	114.74	45.00	0.29588	0.29588	-0.90825	0.52360
5	162.79	18.04	0.90825	0.29588	-0.29588	0.52360
6	162.79	71.96	0.29588	0.90825	-0.29588	0.52360
7	114.74	315.00	-0.29588	0.29588	-0.90825	0.52360
8	162.79	341.96	-0.90825	0.29588	-0.29588	0.52360
9	162.79	288.04	-0.29588	0.90825	-0.29588	0.52360
10	65.26	315.00	-0.29588	0.29588	0.90825	0.52360
11	17.21	341.96	-0.90825	0.29588	0.29588	0.52360
12	17.21	288.04	-0.29588	0.90825	0.29588	0.52360
13	65.26	135.00	0.29588	-0.29588	0.90825	0.52360
14	17.21	161.96	0.90825	-0.90825	0.29588	0.52360
15	17.21	108.04	0.29588	-0.29588	0.29588	0.52360
16	114.74	135.00	0.29588	-0.29588	-0.90825	0.52360
17	162.79	161.96	0.90825	-0.90825	-0.29588	0.52360
18	162.79	108.04	0.29588	-0.29588	-0.29588	0.52360
19	114.74	225.00	-0.29588	-0.29588	-0.90825	0.52360
20	162.79	198.04	-0.90825	-0.90825	-0.29588	0.52360
21	162.79	251.96	-0.29588	-0.29588	-0.29588	0.52360
22	65.26	225.00	-0.29588	-0.29588	0.90825	0.52360
23	17.21	198.04	-0.90825	-0.90825	0.29588	0.52360
24	17.21	251.96	-0.29588	-0.29588	0.29588	0.52360

および E 列ベクトルを定義する。

$$[A] = \int_{V^e} \left\{ \mu_l [N]^T \frac{\partial [N]}{\partial x} + \xi_l [N]^T \frac{\partial [N]}{\partial y} + \eta_l [N]^T \frac{\partial I_l}{\partial z} + K_e [N]^T [N] \right\} dV \quad (3.44)$$

$$[B] = -\frac{K_e \omega}{4\pi} \int_{V^e} [N]^T [N] dV \quad (3.45)$$

$$\{r\} = K_e (1 - \omega) n^2 \int_{V^e} [N]^T I_b([N] \{\phi\}) \quad (3.46)$$

この際に式 3.46 の $\{\phi\}$ は、連成する温度場にもって来る節点温度ベクトルである。これらを用いて式 3.43 を表記すると次式のようにになる。

$$[A] \{I_l^e\} + [B] \sum_{i=1}^M \omega_i \{I_i^e\} = \{r\} \quad (3.47)$$

$$l = 1, \dots, M$$

このままでは、計算に不向きなので以下インデックスの変換を用いて、変数の並び替えを行う。これ以降行列・ベクトルは成分表記する。下の添え字は方向・行・列の順で表す。

$$\sum_{i=1}^E \sum_{j=1}^M (a_{lim} \delta_{lj} + b_{jim}) I_{ji}^e = r_{li} \quad (3.48)$$

$$l = 1, \dots, M$$

ただし以降 r_{li} は方向によらず一定なので単に r_i と記すことにする。また δ_{lj} は Kroneker Symbol である。 I は $ji2$ つのインデックスをもつので並び替えによって 1 つのインデックスで表せるようにする。

$$\left(\begin{array}{c} j = 1, \dots, M \\ i = 1, \dots, E \end{array} \right) \Rightarrow k = 1, \dots, EM$$

とする。 $(n, j) \rightarrow k$ の対応は下の表 3.2 の通りである。この対応による新たなインデックスを用いて

$$f_{lik} = a_{lim} \delta_{jl} + b_{jim} \quad (3.49)$$

表 3.2: インデックスの再割り当て

k	1	2	...	M	...	(E-1)M+1	(E-1)M+2	...	EM
j	1	2	...	M	...	1	2	...	M
i	1				...	E			

これを用いると式 3.48 は以下のようにかける。

$$\sum_{k=1}^{EM} f_{lik} \mathbf{I}_k^e = \mathbf{r}_i \quad (3.50)$$

$$l = 1, \dots, M$$

これにより式は今、一方向についての輸送方程式が、左辺 EM 列ベクトルの $\{\mathbf{I}^e\}$, $E \times EM$ の係数行列 $[F]$, 右辺の E 列ベクトルの $\{\mathbf{r}\}$ で表されたことを意味する。このままではコンピューターで計算する際に配列データとして扱いにくいので、方向について式を整理してまとめる。つまりは、各離散方向が節点自由度を意味するように式を並べ替える。この際に il を 1 つのインデックスで示せるように新たなインデックスを定義する。

$$\left(\begin{array}{c} i = 1, \dots, M \\ l = 1, \dots, E \end{array} \right) \Rightarrow p = 1, \dots, EM$$

とする。 $(i, l) \rightarrow p$ の対応は下の表 3.3 の通りである。

$$g_{pk} = f_{lik} \quad (3.51)$$

この定義によって

$$\sum_{k=1}^{EM} g_{pk} \mathbf{I}^e = \mathbf{r}'_p \quad (3.52)$$

$$p = 1, \dots, EM$$

このとき

$$\mathbf{r}'^T = (\underbrace{r_1 \dots r_1}_M \dots \underbrace{r_E \dots r_E}_M) \quad (3.53)$$

以上により、輸送方程式は、

$$[g]\{I\} = \{r'\} \quad (3.54)$$

という EM 元の連立方程式になった。この意味するところは、節点数 E 、自由度 M の FEM の要素方程式である。これを組み合わせることで、総節点数 N とすると、

表 3.3: インデックスの再割り当て

i	1	2	...	M	...	(E-1)M+1	(E-1)M+2	...	EM
l	1	2	...	M	...	1	2	...	M
p	1				...	E			

NM 元の全体要素方程式を得る。

$$[G]\{I\} = \{R\} \quad (3.55)$$

この式 eq3.67 を適切な境界条件のもとで解くとある温度場に対する輻射場を求めることができる。

3.1.3 輻射解析の定式化とアルゴリズム

以上の輻射および、熱伝導有限要素コードを連成させる。ある時間において境界条件と温度分布が与えられるとき、輻射解析のルーチンを通じて輻射強度分布が得られる。これと式 2.29 をもちいて輻射熱流束 $\vec{q}_r$ を計算し、内部発熱条件同様に熱伝導ルーチンに組み込んで次の時間 Step に移行する。この際必要に応じて収束するまで繰り返す。式 2.29 を再記すると、

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T - \vec{q}_r) \quad (3.56)$$

であり、組み込むには輻射熱流束 $\vec{q}_r$ の発散、 $\nabla \cdot \vec{q}_r$ が必要であることがわかる。この発散は輸送方程式より次のように求められる。

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{q}_r &= \int_{4\pi} \vec{e}_{\Omega} \cdot \nabla I(\mathbf{x}, \Omega) d\Omega' \\ &= 4\pi(1 - \omega)K_e \left[n^2 I_b(T) - \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} I(\mathbf{x}, \Omega') d\Omega' \right] \end{aligned} \quad (3.57)$$

このとき熱伝導方程式 3.2 と比較するとわかる通り、内部発熱項 $\dot{Q}$ として組み込めば良いことがわかる。つまり以下ようになる。

$$\begin{aligned} -\dot{Q} &= \nabla \cdot \vec{q}_r \\ &= 4\pi(1 - \omega)K_e \left[n^2 I_b(T) - \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} I(\mathbf{x}, \Omega') d\Omega' \right] \end{aligned} \quad (3.58)$$

あとは熱伝導のルーチンで解くことができる。ただし輻射の解析には温度分布が必要であるので、輻射解析は非線形熱伝導方程式の反復ルーチンに含める必要がある。

3.2 高速化アルゴリズム

FEM プログラムを自作した場合、実行の高速化において連立一次方程式の高速 solver ルーチンは不可欠のものである。そのアルゴリズムにより直接法・反復法が存在する。温度場の決定には熱伝導方程式を、輻射場の決定には輻射輸送方程式をそれぞれ FEM で離散化して解くのだが、この際にそれぞれ連立一次方程式を解く必要が存

表 3.4: solver の性能比較

					SuperLU	
性質	一辺の長さ	帯幅	非ゼロ成分数	ガウス消去法	LU 分解	Solve
対称	96	32	1100	0.00	0.00	0.00
対称	341	57	4555	0.01	0.01	0.00
対称	1281	107	18513	0.20	0.05	0.00
非対称	1152	756	136176	3.71	0.36	0.01
非対称	4092	1356	608682	82.07	4.33	0.02
非対称	15372	2556	2565807	1395.33	64.52	0.91

在する。特に今回は非定常解析を行うので、収束計算を含めて多数回連立一次方程式を解く必要が生じる。1 節点の自由度が 1 でしかも係数行列に対称性がある熱伝導にくらべて、1 節点の自由度が複数 (12 ~ 24: 多いほど近似の精度が上がる) あり、しかも係数行列が非対称となっている輻射部は極めて扱いづらい。今回は計算の高速化を計るために、net 上で無償公開している SuperLU (<http://crd.lbl.gov/~xiaoye/SuperLU/> 及び文献 [15]) を使用したので以下に、それまで用いていた自作したガウスの消去法 (行列の格納法としては band matrix をもちいている) 性能の比較を行う。

まず SuperLU のアルゴリズムであるが、名前にもあるように直接法の LU 分解を用いている。行列の格納方式は CRS 形式で non-zero 成分と位置情報の 3 つの配列に分けて格納している。これと以下のガウスの消去法との計算時間の比較は以下の表 3.4 にあるとおりである。有限要素法で生成する連立一次方程式の係数行列は前述したように疎な行列であり、非零成分の計算を行列計算から省くことにより高速化が行われているものと思われる。だいたいガウスの消去法に対して 20 倍ほど高速あることがわかる。やはり直接法なので、LU 分解するのに係数行列の大きさの 3 乗に比例して時間がかかる。さらなる高速化に対してはほかに非対称行列を扱える反復法の gmres(m) 法などが考えられる。しかし今回非定常解析に対しては、輻射係数行列が形状のみに依存し温度依存項がないことを (もちろん輻射ベクトルには温度 4 乗に対する依存性が存在する) 利用し、計算機の memory に余裕がある場合には、LU 分解値を保持することにさらに 100 倍 (実際には $20 \times 100 = 2000$ 倍) 近い高速化をはかることが可能となった。

第4章 解析コードの検証

この章では、物性値によらない無次元化を行うことで、輻射諸定数である減衰係数 K_e 、アルベド ω が温度分布に及ぼす影響を見積もった。あわせて文献値と比較することでコードの輻射ルーチンの精度検証をおこなった。なお非定常熱伝導ルーチンの精度検証は、これに先立って1次元の厳密解との比較により行い、良好な結果を得た。

4.1 2次元解析

4.1.1 解析条件

本研究で開発した2次元輻射連成解析コードに対して下のような境界条件を設けて解析を行った。

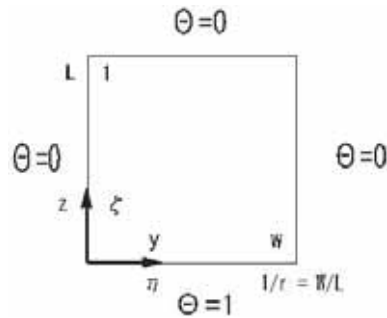


図 4.1: 2次元温度境界条件

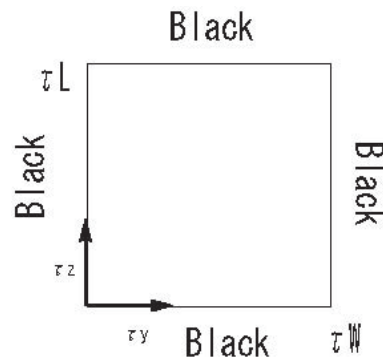


図 4.2: 2次元輻射境界条件

すなわち、下面のみ温度1の Hot Wall であり他の面は温度0の Cold Wall であり、面の属性はいずれも黒体を仮定している。以下に無次元化した支配方程式、境界条件、評価パラメーター（なお、以下では減衰係数 (Extinction Coefficient) $K_e = \beta$ と表記する）などを列記する。なお基本的には第3章の連成解析アルゴリズムで述べたものを無次元化したものである。

熱伝導方程式

支配方程式支配方程式である2次元熱伝導方程式は図4.1のような領域において無

次元距離パラメーターである η 、 ζ を用いて以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Theta(\eta, \zeta)}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \Theta(\eta, \zeta)}{\partial \zeta^2} &= \frac{1}{N} \nabla Q^r(\eta, \zeta) \\ 0 \leq \eta \leq \frac{1}{r}, 0 \leq \zeta \leq 1 \\ \nabla Q^r(\eta, \zeta) &= \beta L(1 - \omega) [4\Theta^4(\tau_y, \tau_z) - G(\tau_y, \tau_z)] \end{aligned} \quad (4.1)$$

ここで先述したように β は減衰係数であり、 ω はアルベドである。下面のみ無次元温度 1.0 の Hot wall を、その他の面においては温度 0.0 の Cold Wall を設定しているので、また境界条件は各境界において以下のように式で表すことができる。

境界条件

$$\Theta(0, \zeta) = 0 \quad \text{for } 0 \leq \zeta \leq 1 \quad (4.2)$$

$$\Theta\left(\frac{1}{r}, \zeta\right) = 0 \quad \text{for } 0 \leq \zeta \leq 1 \quad (4.3)$$

$$\Theta(\eta, 1) = 0 \quad \text{for } 0 \leq \eta \leq \frac{1}{r} \quad (4.4)$$

$$\Theta(\eta, 0) = 1 \quad \text{for } 0 \leq \eta \leq \frac{1}{r} \quad (4.5)$$

上記の説明で用いたパラメーターは以下のようなものである。

無次元量

$$\eta = \frac{y}{L} \quad (4.6)$$

$$\zeta = \frac{z}{L} \quad (4.7)$$

$$\Theta = \frac{T(y, z)}{T_o} = \text{dimensionless temperature} \quad (4.8)$$

$$N = \frac{kT_o/L}{n^2 \sigma T_o^4} = \text{conduction-to-radiation parameter} \quad (4.9)$$

$$Q^r = \frac{q^r}{n^2 \sigma T_o^4} = \text{dimensionless radiation flux} \quad (4.10)$$

$$r = \frac{L}{W} = \text{aspect ratio} \quad (4.11)$$

輸送方程式

領域図 4.2 において支配方程式である 2 次元輻射輸送方程式は以下のように表すことができる。

支配方程式

$$\begin{aligned}
& \cos \phi \cos \theta \frac{\partial}{\partial \tau_y} \Psi(\tau_y, \tau_z, \phi, \theta) + \sin \phi \frac{\partial}{\partial \tau_z} \Psi(\tau_y, \tau_z, \phi, \theta) + \Phi(\tau_y, \tau_z, \phi, \theta) \\
& = (1 - \omega) \Theta^4(\tau_y, \tau_z) + \frac{\omega}{4} G(\tau_y, \tau_z) \\
& - \tau_W \leq \tau_y \leq \tau_W, -\tau_L \leq \tau_z \leq \tau_L \\
& G(\tau_y, \tau_z) = \frac{1}{\pi} \int_{\phi=0}^{\pi} \int_{\theta=-\pi}^{\pi} \Psi(\tau_y, \tau_z, \phi, \theta) \cos \phi d\theta d\phi
\end{aligned} \tag{4.12}$$

面の属性としては黒体を仮定しているので、図 4.2 に示される境界において、Hot Wall の下面からのみ輻射強度は面内方向に対して 1.0、あとの Cold Wall の面からの面内方向の輻射強度に対して 0.0 の境界条件が存在するこれを式にして表すと以下のようになる。

境界条件

$$\Psi(\tau_y, 0, \delta, \phi) = 1 \quad 0 \leq \tau_y \leq \tau_W, 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}, -\pi \leq \theta \leq \pi \tag{4.13}$$

$$\Psi(\tau_y, \tau_L, \delta, \phi) = 0 \quad 0 \leq \tau_y \leq \tau_W, \frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \pi, -\pi \leq \theta \leq \pi \tag{4.14}$$

$$\Psi(\tau_W, \tau_z, \delta, \phi) = 0 \quad 0 \leq \tau_z \leq \tau_L, 0 \leq \phi \leq \pi, -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \tag{4.15}$$

$$\Psi(0, \tau_z, \delta, \phi) = 0 \quad 0 \leq \tau_z \leq \tau_L, 0 \leq \phi \leq \pi, -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \tag{4.16}$$

無次元量

$$\tau_y = \beta L \eta \tag{4.17}$$

$$\tau_z = \beta L \zeta \tag{4.18}$$

$$\Psi = \frac{I}{n^2 \sigma T_o^4 / \pi} \tag{4.19}$$

なお解析に用いた要素は下図 4.3 のようなアイソパラメトリック 2 次要素である。積分点は 2 次要素なので各方向パラメータに対して 3 点ずつ、 3×3 で都合 9 点ガウス積分点をとっている。ここで輻射の方向の離散化については、前述した DOM の離散点を表 3.1 にならってとればいいのだが、ここでは 2 次元解析なので領域の領域の x 軸対称性を考慮して下表 4.1 のような 12 点で行った。

4.1.2 解析結果

以下では

$$\begin{aligned}
\beta &= L = 1.0 \\
r &= 1.0
\end{aligned} \tag{4.20}$$

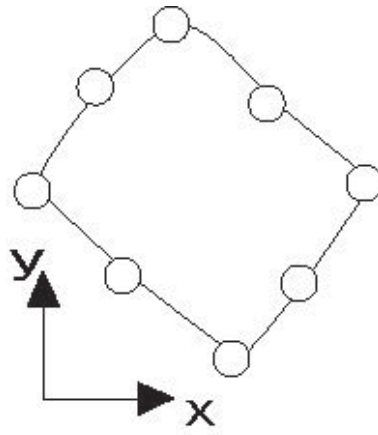


図 4.3: アイソパラメトリック 2 次要素

表 4.1: 2 次元輻射解析用方向離散点

number	ϕ	θ	μ	ξ	η	ω
1	65.26	45.00	0.29588	0.29588	0.90825	0.5236
2	17.21	18.04	0.90825	0.29588	0.29588	0.5236
3	17.21	71.96	0.29588	0.90825	0.29588	0.5236
4	114.74	45.00	0.29588	0.29588	-0.90825	0.5236
5	162.79	18.04	0.90825	0.29588	-0.29588	0.5236
6	162.79	71.96	0.29588	0.90825	-0.29588	0.5236
7	65.26	135.00	0.29588	-0.29588	0.90825	0.5236
8	17.21	161.96	0.90825	-0.90825	0.29588	0.5236
9	17.21	108.04	0.29588	-0.29588	0.29588	0.5236
10	114.74	135.00	0.29588	-0.29588	-0.90825	0.5236
11	162.79	161.96	0.90825	-0.90825	-0.29588	0.5236
12	162.79	108.04	0.29588	-0.29588	-0.29588	0.5236

すなわち

$$\tau_W = \tau_L = 1.0 \quad (4.21)$$

のような光学深さと距離が等倍で一致した座標系での、辺の長さが 1 で規格化された正方形領域での解析結果を示す。なお領域分割は 10×10 でおこない、節点数、要素点数は下の表 4.2 のように行った。

表 4.2: 領域分割データ

使用要素	アイソパラメトリック二次要素
積分点	3*3
要素数	100
節点数	341
輻射方向離散点	12

温度分布の N 依存性

$\omega = 0.0$ 、 $L = 1.0$ で ω 、 L の値を固定した上で N を変動させて、温度の N 依存性について調べた。図 4.4 を見ると、分かるとおり N の値が小さくなり、内部輻射の影響が強くなるにつれ、領域の深部まで熱が伝わっているのが分かる。また図中の normal とは輻射を考慮しない固体熱伝導のみの場合の温度分布である。

温度分布の ω 依存性

N 同様に温度分布はアルベド ω の値によっても変化する。以下の図 4.5 ~ 4.7 をみるとわかる通り、アルベド ω の値が温度分布に及ぼす影響は N の値が小さいほど、言い換えれば、内部輻射が熱伝導に対して果たす役割が大きければ大きいほど、その効果は大きい。特に $N=0.01$ とした図 4.5 の場合と $N=1.0$ とした図 4.7 の場合のパラメーター ω を変化させたときの中心温度変化を見ると顕著なように、 ω の値が 0 に近づくとつれて N の値のより小さな、言い換えれば熱伝導に果たす内部輻射の影響の大きな、図 4.5 の方が図 4.7 よりも内部へ広く熱が伝わっているのが分かる。これは例えば対応する温度分布を可視化した図 4.8 ($N=0.01, \omega=0.0$ の時の温度分布) を図 4.19 ($N=1.0, \omega=0.0$ の時の温度分布) を見比べても分かる通り、高温領域の赤や黄色の領域が内部にまで浸透していつているのが見て取れる。以下に代表的な N 、 ω の値の時の温度分布を可視化した図 4.8 ~ 4.23 を示す。先の図 4.5 ~ 4.7 などと併せて見ると、具体的な温度分布の広がりの方が分かると思われる。図 4.8 ~ 4.13 はこの順に $N=0.01$ の状態に対して ω の値が 0 から 1 まで大きくなっていくときの温

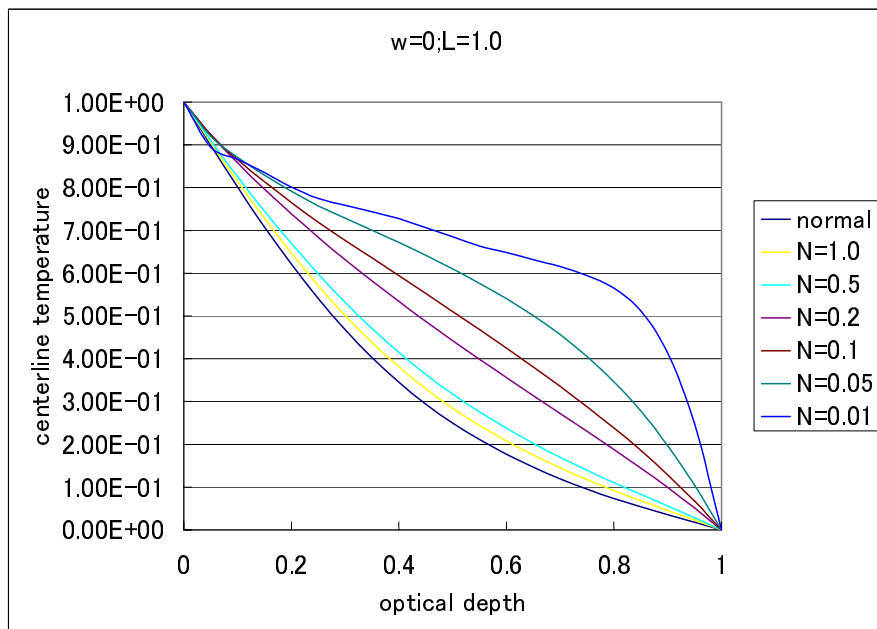


図 4.4: 温度分布の N による依存性 (アルベド $\omega=0.0$ の場合)

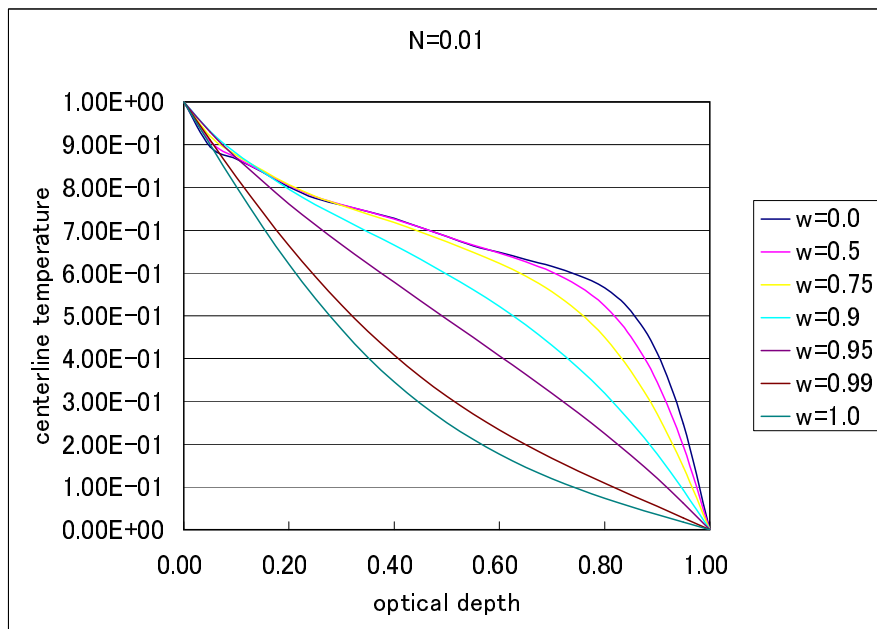


図 4.5: 温度分布のアルベド ω による依存性 ($N=0.01$ の場合)

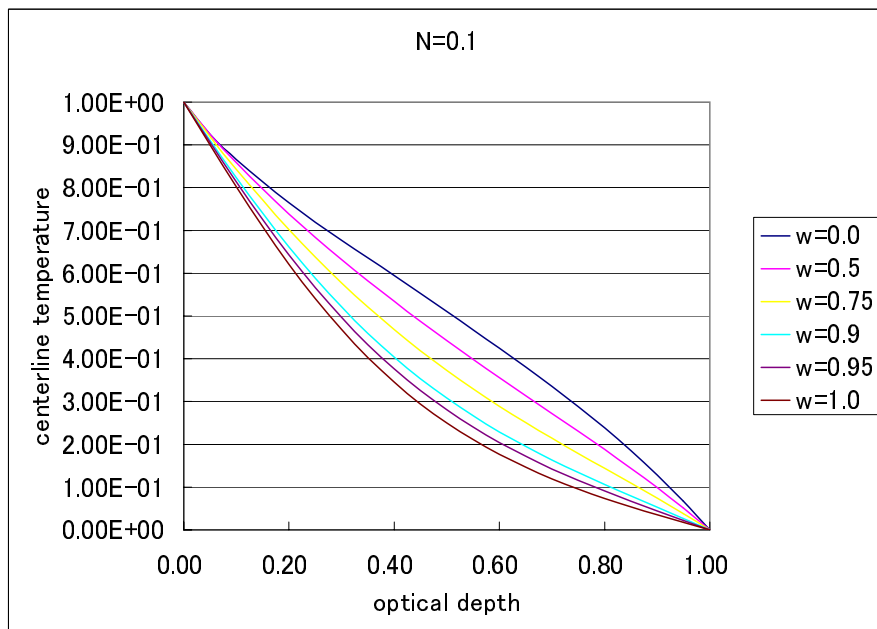


図 4.6: 温度分布のアルベド ω による依存性 ($N=0.1$ の場合)

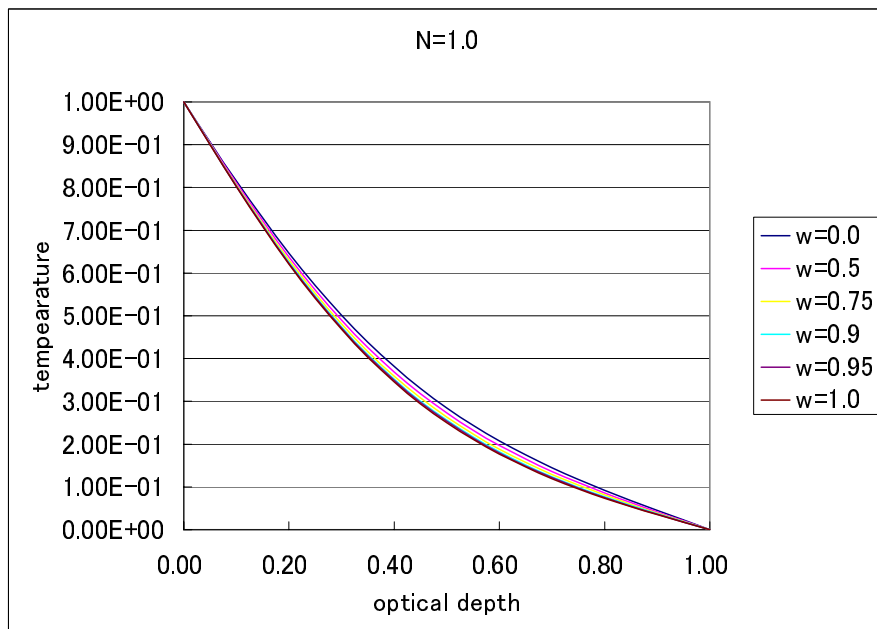


図 4.7: 温度分布のアルベド ω による依存性 ($N=1.0$ の場合)

度分布を示すものであるが、徐々に高温部の広がりが小さくなっている。先述したように N の大きさは、輻射熱伝導が熱輸送に果たす割合を示すパラメーターでこの値が小さくなるほどその影響が強くなる訳だが、 $N=0.01$ ぐらいの値になると、この増幅具合が大きいので、アルベド ω が 1 に近づき輻射流束のそのものの値が小さくなっても、 N による増幅によって領域の内部の方まで熱が届いていることがわかる。アルベド $\omega=0.75$ 辺りまでほとんど同じような温度分布を取っていることはこのようなことによっていると思われる。また図 4.14 ~ 4.18 は、 $N = 0.1$ 時の ω の値の 0 から 1 までの変化に対する温度分布を可視化した図である。増幅パラメーター N の値が先の値に対して一桁大きくなって、相対的に輻射熱流束の熱輸送の役割も低下するので、先ほどの図と同じアルベド ω の値の図を比較しても高温部の広がりが小さくなっているのがわかる。また、アルベド ω の値の変動に対して温度の変動が小さい(図にあまり変化がない)ということも、熱輸送に対する輻射輸送の働きが低下していることを示している。図 4.19 ~ 4.23 は $N = 1.0$ 時の ω の値が 0 から 1 まで変化する際の温度分布を可視化した図であるが、 N がこの値になるともうすでにほとんど ω の変化に対して温度分布はほとんど変化することはない。これはこの状態においてはもはや輻射流束は熱輸送に占める役割はほとんどなくなっていると言うことができる。

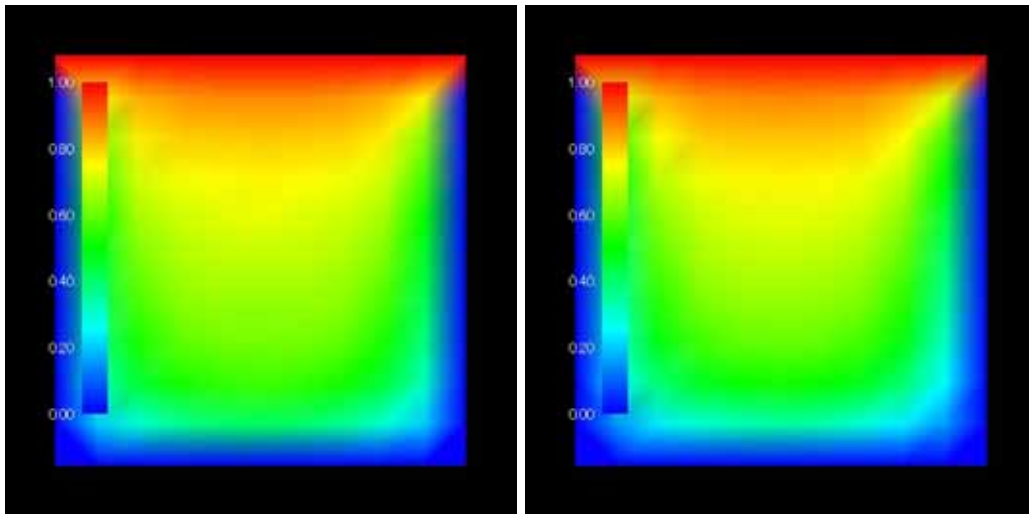


図 4.8: 温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.0$ の場合) 図 4.9: 温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.5$ の場合)

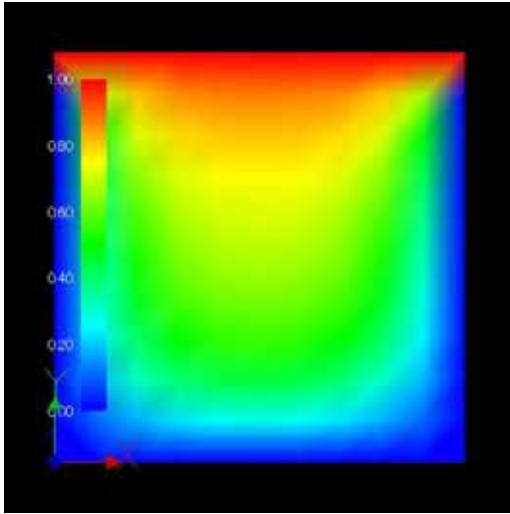


図 4.10: 温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.75$ の場合)

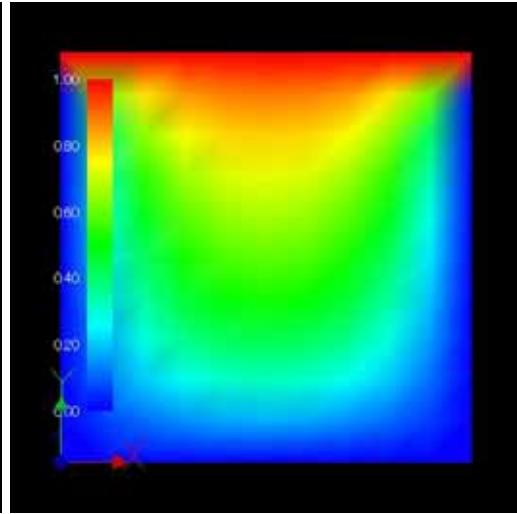


図 4.11: 温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.9$ の場合)

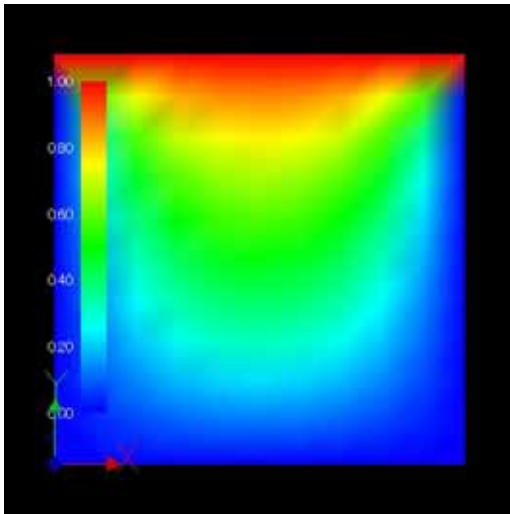


図 4.12: 温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.95$ の場合)

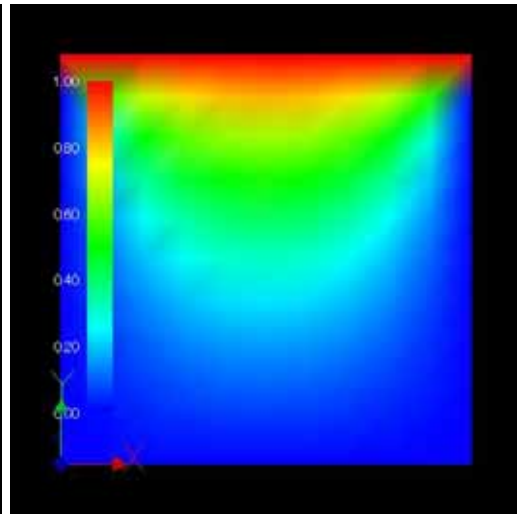


図 4.13: 温度分布 ($N = 0.01, \omega = 0.99$ の場合)

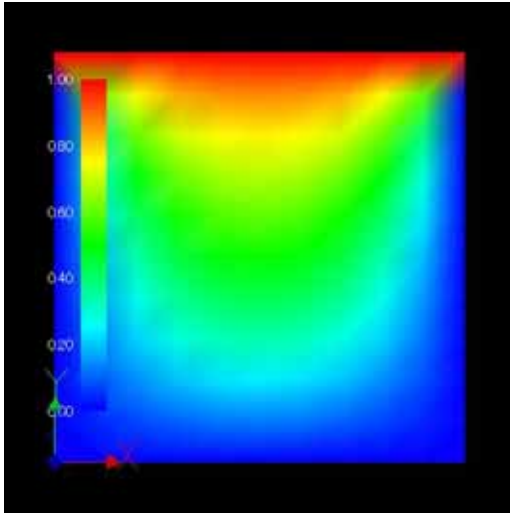


図 4.14: 温度分布 ($N = 0.1, \omega = 0.0$ の場合)

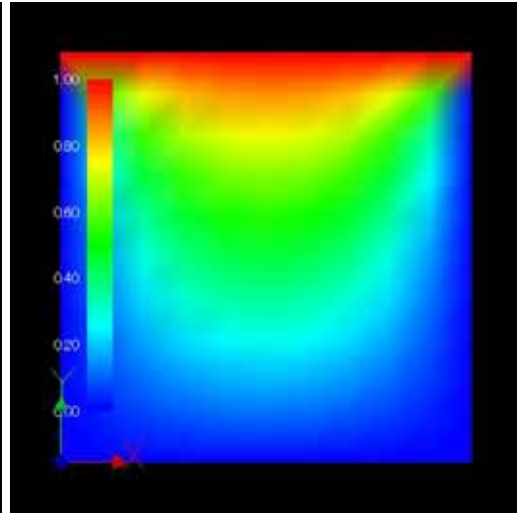


図 4.15: 温度分布 ($N = 0.1, \omega = 0.5$ の場合)

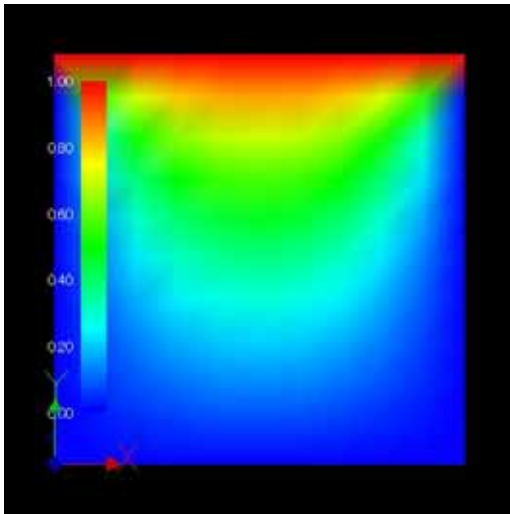


図 4.16: 温度分布 ($N = 0.1, \omega = 0.75$ の場合)

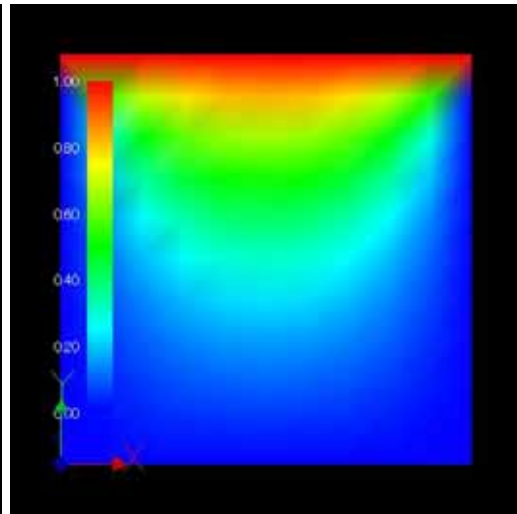


図 4.17: 温度分布 ($N = 0.1, \omega = 0.9$ の場合)

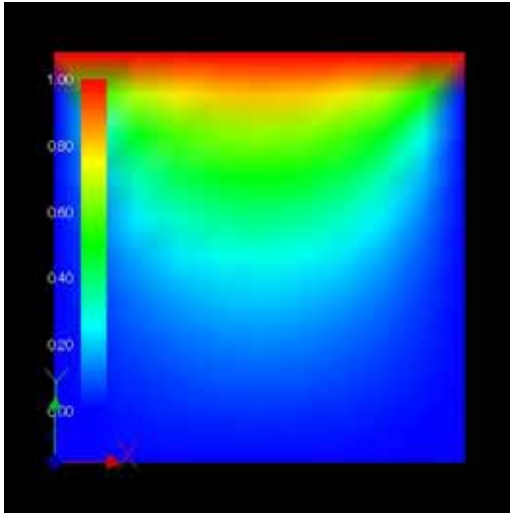


図 4.18: 温度分布 ($N = 0.1, \omega = 0.95$ の場合)

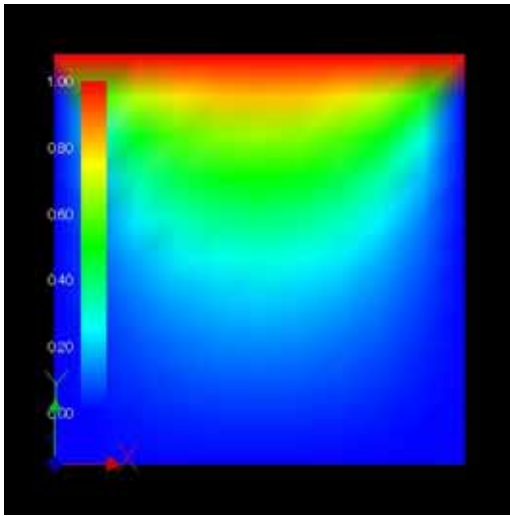


図 4.19: 温度分布 ($N = 1.0, \omega = 0.0$ の場合)

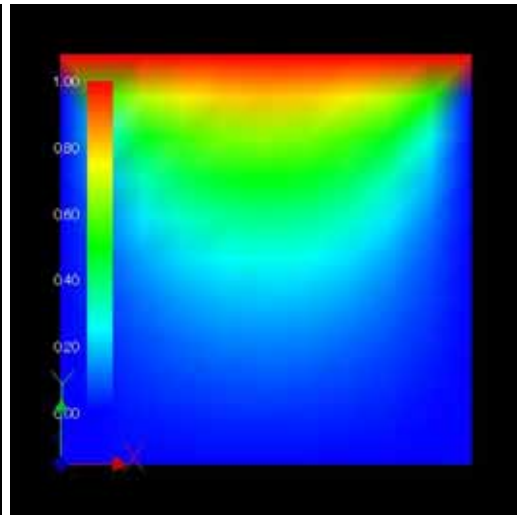


図 4.20: 温度分布 ($N = 1.0, \omega = 0.5$ の場合)

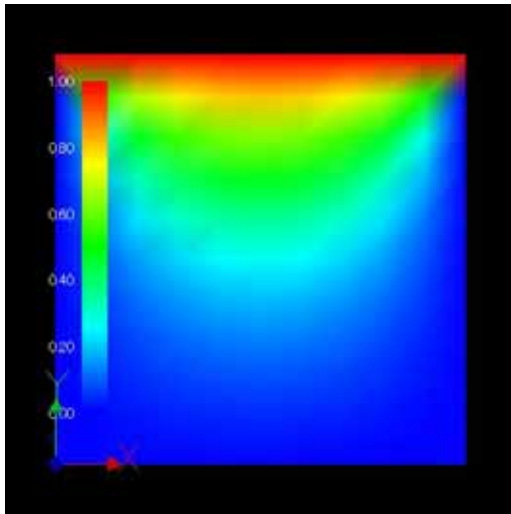


図 4.21: 温度分布 ($N = 1.0, \omega = 0.75$ の場合)

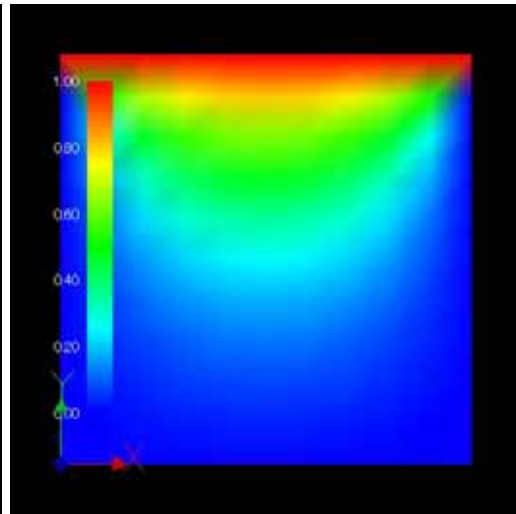


図 4.22: 温度分布 ($N = 1.0, \omega = 0.9$ の場合)

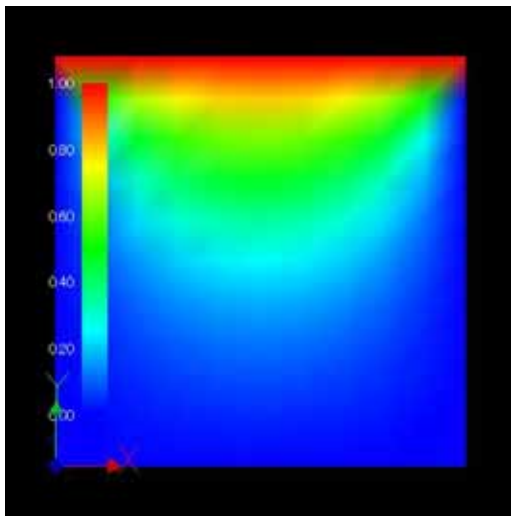


図 4.23: 温度分布 ($N = 1.0, \omega = 0.95$ の場合)

4.1.3 精度検証

C.-H Ho らは文献 [3] において

$$\begin{aligned} 2\tau_W &= 2\tau_L = 1.0 \\ L &= 2.0 \\ r &= 1.0 \end{aligned} \quad (4.22)$$

(つまり光学深さと距離座標を結びつけるパラメーター β が $\frac{1}{2}$ である) として N の値を 1.0、0.1、0.01 と変化させたときの温度分布の ω 依存性を評価している。開発したコードの精度を検証するため論文値との検証をおこなった。なお、文献 [3] では級数展開による積分項の離散化、および差分法を用いた空間の離散化により計算をおこなっている。結果は以下の通りで、ほぼ良好である。

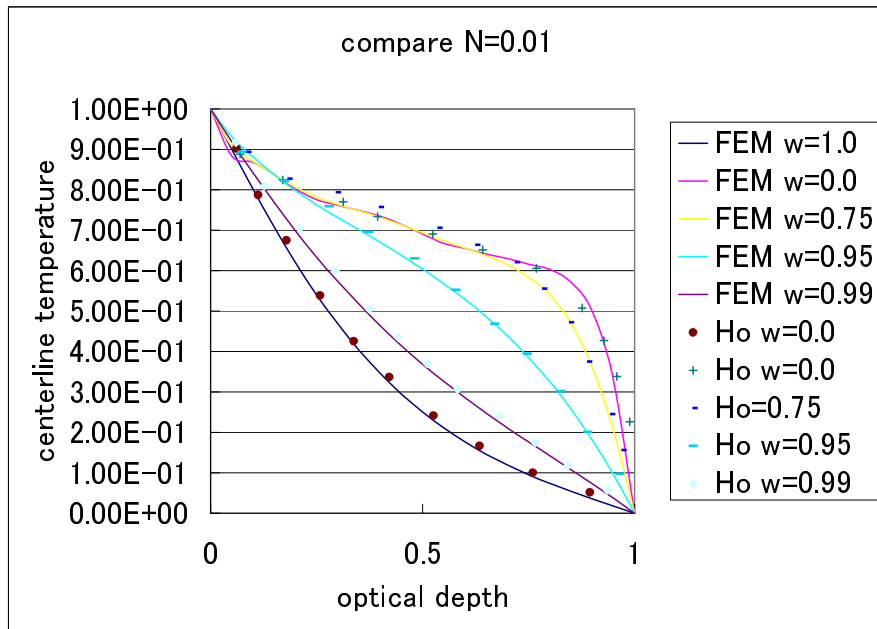


図 4.24: 2次元コードの比較 (N=0.01 の場合)

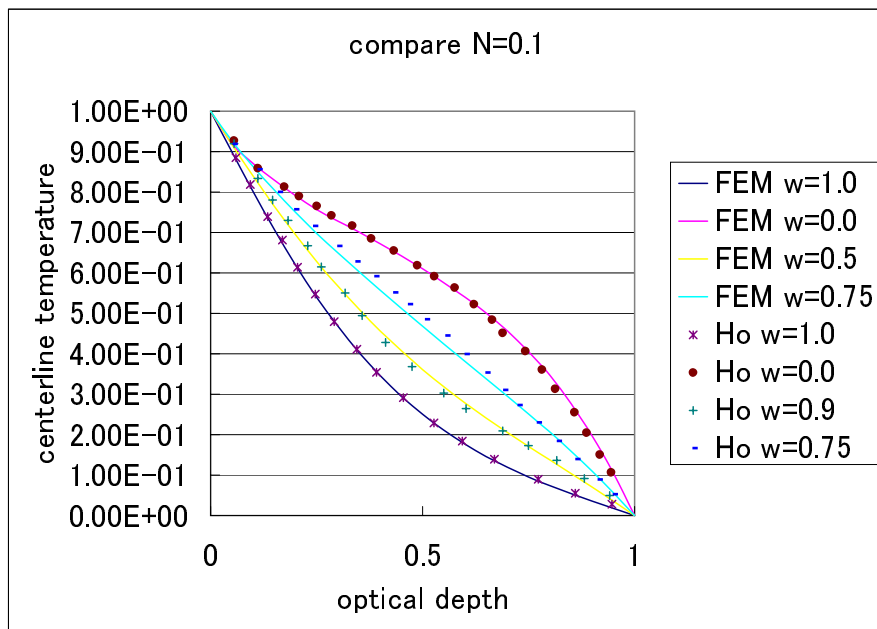


図 4.25: 2次元コードの比較 ($N=0.1$ の場合)

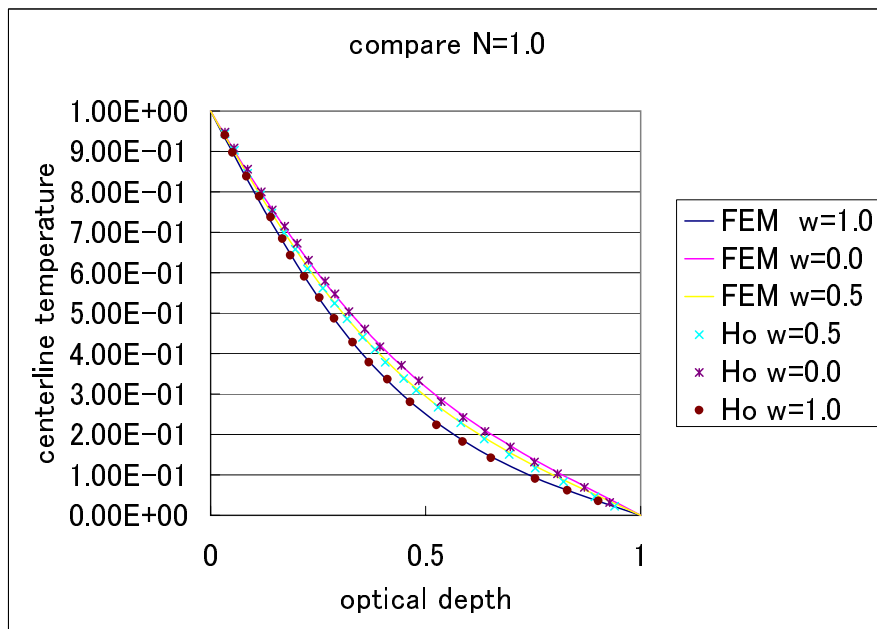


図 4.26: 2次元コードの比較 ($N=1.0$ の場合)

4.2 3次元解析

4.2.1 解析条件

本研究で開発した3次元輻射連成解析コードに対して下のような境界条件を設けて解析を行った。

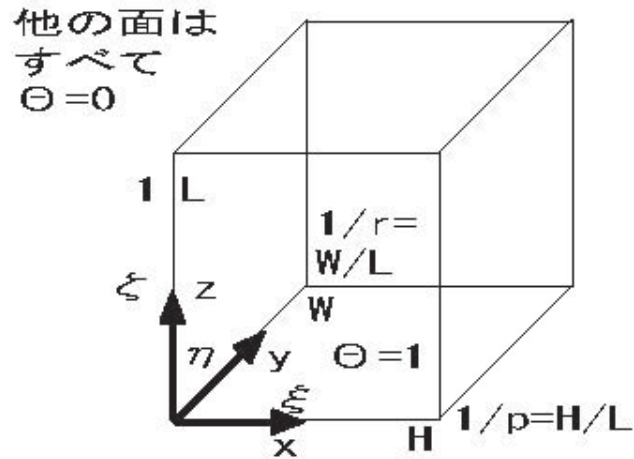


图 4.27: 3 次元熱伝導境界条件

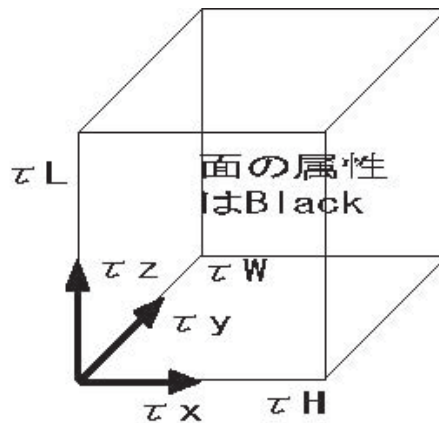


图 4.28: 3 次元輻射境界条件

すなわち、下面のみ温度 1 の Hot Wall であり他の面は温度 0 の Cold Wall であり、面の属性はいずれも黒体を仮定している。以下に無次元化した支配方程式、境

界条件、評価パラメーターなどを列記する。基本的には位置パラメータが1つ増える以外は2次元解析に準じる。

熱伝導方程式

支配方程式

支配方程式である3次元熱伝導方程式は図4.27のような領域において無次元距離パラメーターである ξ 、 η 、 ζ を用いて以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Theta(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Theta(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \Theta(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta^2} &= \frac{1}{N} \nabla Q^r(\xi, \eta, \zeta) \\ 0 \leq \eta \leq \frac{1}{p}, \quad 0 \leq \eta \leq \frac{1}{r}, \quad 0 \leq \zeta \leq 1 \\ \nabla Q^r(\xi, \eta, \zeta) &= \beta L(1 - \omega) [4\Theta^4(\tau_x, \tau_y, \tau_z) - G(\tau_x, \tau_y, \tau_z)] \end{aligned} \quad (4.23)$$

境界条件

下面のみ無次元温度1.0のHot wallを、その他の面においては温度0.0のCold Wallを設定しているので、また境界条件は各境界において式で表すと以下ようになる。

$$\Theta(0, \eta, \zeta) = 0 \quad \text{for } 0 \leq \eta \leq \frac{1}{r}, \quad 0 \leq \zeta \leq 1 \quad (4.24)$$

$$\Theta\left(\frac{1}{p}, \eta, \zeta\right) = 0 \quad \text{for } 0 \leq \eta \leq \frac{1}{r}, \quad 0 \leq \zeta \leq 1 \quad (4.25)$$

$$\Theta(\xi, 0, \zeta) = 0 \quad \text{for } 0 \leq \xi \leq \frac{1}{p}, \quad 0 \leq \zeta \leq 1 \quad (4.26)$$

$$\Theta\left(\xi, \frac{1}{r}, \zeta\right) = 0 \quad \text{for } 0 \leq \xi \leq \frac{1}{p}, \quad 0 \leq \zeta \leq 1 \quad (4.27)$$

$$\Theta(\xi, \eta, 1) = 0 \quad \text{for } 0 \leq \xi \leq \frac{1}{p}, \quad 0 \leq \eta \leq \frac{1}{r} \quad (4.28)$$

$$\Theta(\xi, \eta, 0) = 0 \quad \text{for } 0 \leq \xi \leq \frac{1}{p}, \quad 0 \leq \eta \leq \frac{1}{r} \quad (4.29)$$

以上の熱伝導方程式の無次元化において表れた無次元パラメーターは以下のようなものである。

無次元量

$$\xi = \frac{x}{L} \quad (4.30)$$

$$\eta = \frac{y}{L} \quad (4.31)$$

$$\zeta = \frac{z}{L} \quad (4.32)$$

$$\Theta = \frac{T(x, y, z)}{T_o} = \text{dimensionless temperature} \quad (4.33)$$

$$N = \frac{kT_o/L}{n^2\sigma T_o^4} = \text{conduction-to-radiation parameter} \quad (4.34)$$

$$Q^r = \frac{q^r}{n^2\sigma T_o^4} = \text{dimensionless radiation flux} \quad (4.35)$$

$$p = \frac{L}{H} = \text{aspect ratio} \quad (4.36)$$

$$r = \frac{L}{W} = \text{aspect ratio} \quad (4.37)$$

輸送方程式

領域図 4.28 において支配方程式である 3 次元輻射輸送方程式は無次元座標成分を用いて以下のように表すことができる。

支配方程式

$$\begin{aligned} & \cos \phi \sin \theta \frac{\partial}{\partial \tau_x} \Psi(\tau_x, \tau_y, \tau_z, \phi, \theta) + \cos \phi \cos \theta \frac{\partial}{\partial \tau_y} \Psi(\tau_x, \tau_y, \tau_z, \phi, \theta) + \sin \phi \frac{\partial}{\partial \tau_z} \Psi(\tau_x, \tau_y, \tau_z, \phi, \theta) \\ & + \Phi(\tau_y, \tau_z, \phi, \theta) = (1 - \omega)\Theta^4(\tau_x, \tau_y, \tau_z) + \frac{\omega}{4}G(\tau_x, \tau_y, \tau_z) \\ & 0 \leq \tau_x \leq \tau_H, \quad 0 \leq \tau_y \leq \tau_W, \quad 0 \leq \tau_z \leq \tau_L \\ & G(\tau_x, \tau_y, \tau_z) = \frac{1}{\pi} \int_{\phi=0}^{\pi} \int_{\theta=-\pi}^{\pi} \Psi(\tau_x, \tau_y, \tau_z, \phi, \theta) \cos \phi d\theta d\phi \end{aligned} \quad (4.38)$$

面の属性としては黒体を仮定しているので、図 4.28 に示される境界において、Hot Wall の下面からのみ輻射強度は面内方向に対して 1.0、あとの Cold Wall の面からの面内方向の輻射強度に対して 0.0 の境界条件が存在するこれを式にして表すと以下ようになる。

境界条件

$$\Psi(\tau_x, \tau_y, 0, \delta, \phi) = 1 \quad 0 \leq \tau_x \leq \tau_H, 0 \leq \tau_y \leq \tau_W, 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}, -\pi \leq \theta \leq \pi \quad (4.39)$$

$$\Psi(\tau_x, \tau_y, \tau_L, \delta, \phi) = 0 \quad 0 \leq \tau_x \leq \tau_H, 0 \leq \tau_y \leq \tau_W, \frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \pi, -\pi \leq \theta \leq \pi \quad (4.40)$$

$$\Psi(\tau_x, \tau_W, \tau_z, \delta, \phi) = 0 \quad 0 \leq \tau_x \leq \tau_H, 0 \leq \tau_z \leq \tau_L, 0 \leq \phi \leq \pi, -\pi \leq \theta \leq 0 \quad (4.41)$$

$$\Psi(\tau_x, 0, \tau_z, \delta, \phi) = 0 \quad 0 \leq \tau_x \leq \tau_H, 0 \leq \tau_z \leq \tau_L, 0 \leq \phi \leq \pi, 0 \leq \theta \leq \pi \quad (4.42)$$

$$\Psi(\tau_H, \tau_W, \tau_z, \delta, \phi) = 0 \quad 0 \leq \tau_y \leq \tau_W, 0 \leq \tau_z \leq \tau_L, 0 \leq \phi \leq \pi, -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \quad (4.43)$$

$$\Psi(0, \tau_W, \tau_z, \delta, \phi) = 0 \quad 0 \leq \tau_y \leq \tau_W, 0 \leq \tau_z \leq \tau_L, 0 \leq \phi \leq \pi, \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2} \quad (4.44)$$

以下に使用した無次元パラメータ光学厚さ、及び無次元輻射強度について記す。

無次元量

$$\tau_x = \beta L \eta \quad (4.45)$$

$$\tau_y = \beta L \eta \quad (4.46)$$

$$\tau_z = \beta L \zeta \quad (4.47)$$

$$\Psi = \frac{I}{n^2 \sigma T_o^4 / \pi} \quad (4.48)$$

なお解析に用いた要素は下図 4.29 のようなトライリニア 1 次要素 (6 面体 8 節点要素) である。積分点は 1 次要素なので各成分パラメータに対して、ガウス積分点を 2 つずつ、総計 $2 \times 2 \times 2$ で 8 つとっている。

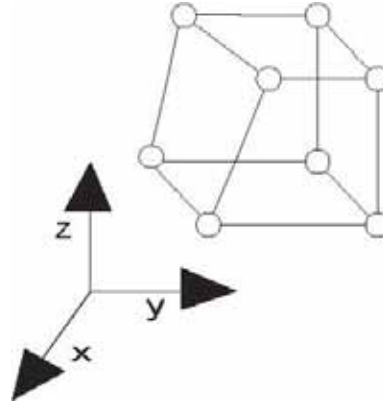


図 4.29: トライリニア 1 次要素

輻射方向の離散化は 3 次元解析なので上記表 3.1 の 24 点で行った。

4.2.2 解析結果

以下では

$$\begin{aligned}\beta &= L = 1.0 \\ p &= r = 1.0\end{aligned}\tag{4.49}$$

すなわち

$$\tau_x = \tau_W = \tau_L = 1.0\tag{4.50}$$

のような光学深さと距離が等倍で一致した座標系での、辺の長さが1で規格化された立方体領域での解析結果を示す。なお領域分割は $6 \times 6 \times 6$ で等分配して行い、かつ節点要素数は以下の表 4.3 のようにとった。

表 4.3: 領域分割データ

使用要素	トライリニア 1 次要素
積分点	2*2*2
要素数	216
節点数	343
輻射方向離散点	24

温度分布の N 依存性

$\omega = 0.0$ 、 $L = 1.0$ で ω 、 L の値を固定した上で N を変動させて、温度の N 依存性について調べた。結果は2次元と同じ傾向を示し、図 4.30 を見ると分かるとおり、 N の値が小さくなり、内部輻射の影響が強くなるにつれ、領域の深部まで熱が伝わっているのが分かる。

温度分布の ω 依存性

N 同様に温度分布はアルベド ω の値によっても変化する。以下の図 4.31 ~ 4.33 をみるとわかる通り、アルベド ω の値が温度分布に及ぼす影響は N の値が小さいほど、言い換えれば、内部輻射が熱伝導に対して果たす役割が大きければ大きいほど、その効果は大きい。これも2次元でも見られた傾向である。特に $N=0.01$ とした図 4.31 の場合と $N=1.0$ とした図 4.33 の場合のパラメーター ω を変化させたときの中心温度変化を見ると顕著なように、 ω の値が0に近づくにつれて N の値のより小さな、言い換えれば熱伝導に果たす内部輻射の影響の大きな、図 4.31 の方が図 4.33 よ

りも内部へ広く熱が伝わっているのが分かる。これは例えば対応する中央断面の温度分布を可視化した図 4.34($N=0.01, \omega=0.0$ の時の温度分布) を図 4.44($N=1.0, \omega=0.0$ の時の温度分布) を見比べても分かる通り、高温領域の赤や黄色の領域が内部にまで浸透していつているのが見て取れる。

以下に代表的な N 、 ω の値の時の温度分布を可視化した図 4.34 ~ 4.47 を載せる。前述した図 4.31 ~ 4.33 と併せて見ることで温度分布の N や ω の値の変化による広がっている様子がわかる。温度分布を 0 とした側面の数が多く、従って側面からの熱損失の総熱量も増えるため若干全般的に温度が下がっているが、傾向としてはやはり 2 次元と同じ傾向を示している。図 4.34 ~ 4.39 はこの順に $N=0.01$ の状態に対して ω の値が 0 から 1 まで大きくなっていくときの温度分布を示すものであるが、徐々に高温部の広がりが小さくなっている。先述したように N の大きさは、輻射熱伝導が熱輸送に果たす割合を示すパラメーターでこの値が小さくなるほどその影響が強くなる訳だが、 $N=0.01$ ぐらいの値になると、この増幅具合が大きいので、アルベド ω が 1 に近づき輻射流束のそのものの値が小さくなっても、 N による増幅によって領域の内部の方まで熱が届いていることがわかる。アルベド $\omega=0.75$ 辺りまでほとんど同じような温度分布を取っていることはこのようなことによっていると思われる。また図 4.40 ~ 4.43 は、 $N = 0.1$ 時の ω の値の 0 から 1 までの変化に対す

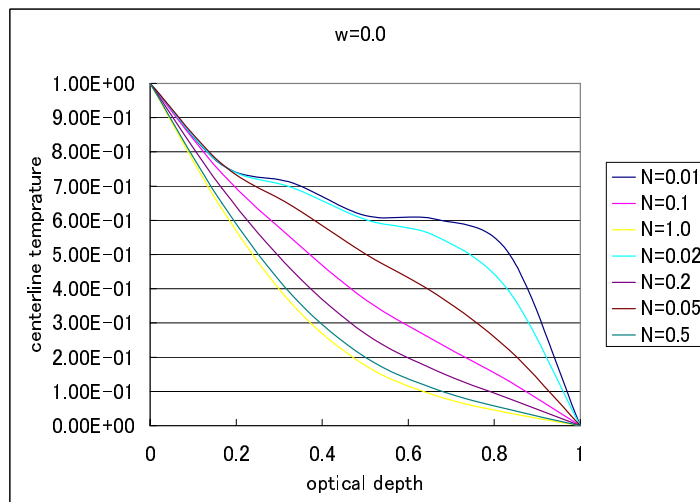


図 4.30: 温度分布の N に対する依存性 (アルベド $\omega=0.0$ の場合)

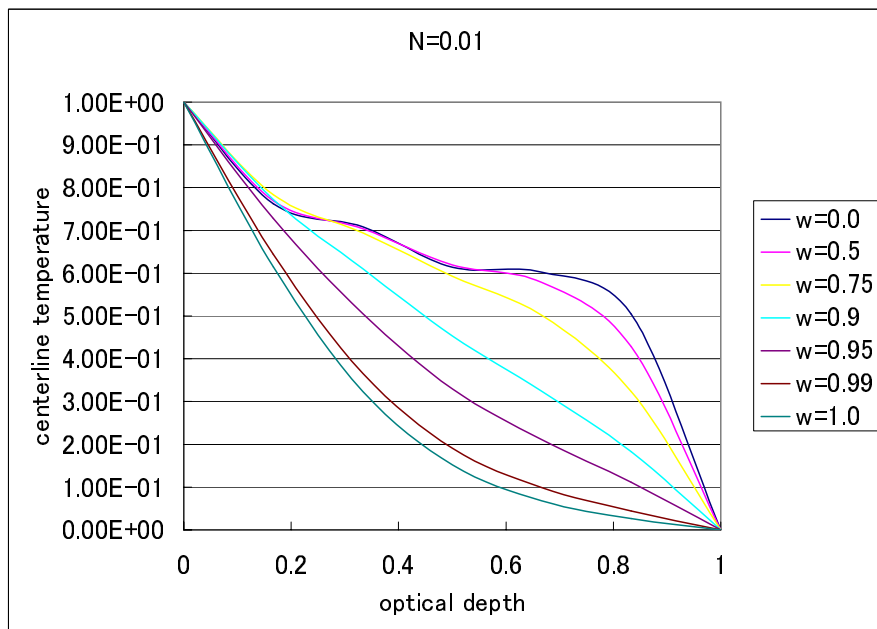


図 4.31: 温度分布のアルベド ω に対する依存性 ($N=0.01$ の場合)

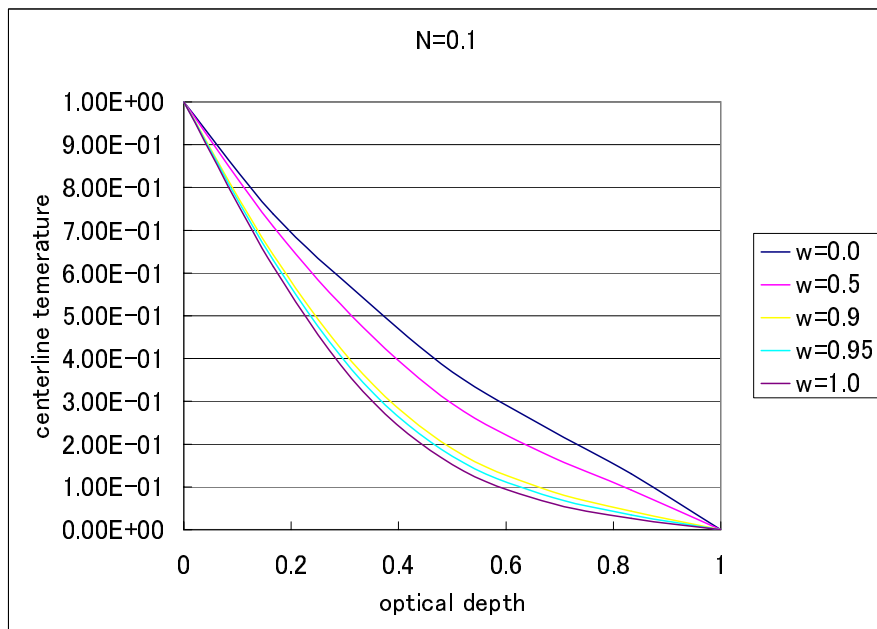


図 4.32: 温度分布のアルベド ω に対する依存性 ($N=0.1$ の場合)

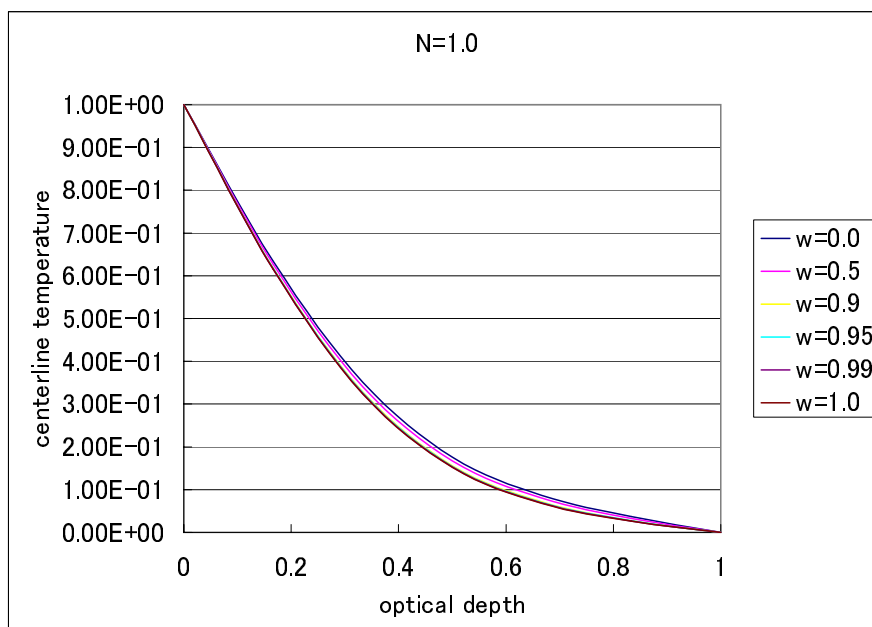


図 4.33: 温度分布のアルベド ω に対する依存性 ($N=1.0$ の場合)

る温度分布を可視化した図である。増幅パラメーター N の値が先の値に対して一桁大きくなって、相対的に輻射熱流束の熱輸送の役割も低下するので、先ほどの図と同じアルベド ω の値の図を比較しても高温部の広がりが小さくなっているのがわかる。また、アルベド ω の値の変動に対して温度の変動が小さいので (図にあまり変化がない) ということも、熱輸送に対する輻射輸送の働きが低下していることを示している。図 4.44 ~ 4.47 は $N = 1.0$ 時の ω の値が 0 から 1 まで変化する際の温度分布を可視化した図であるが、 N がこの値になるともうすでにほとんど ω の変化に対して温度分布はほとんど変化することはない。これはこの状態においてはもはや輻射熱流束は熱輸送に占める役割はほとんどなくなっていると言うことができる。

4.2.3 精度検証

3次元輻射連成解析結果を比較検討する論文は存在しないので、ここでは境界条件を変更し2次元的な解析を行うことで上記の論文と結果を比較した。すなわち、ここでは上記図に対して y 軸方向面 3、4 に対して熱伝導においては断熱面、および輻射境界条件においては無限面を仮定して解析を行った。結果は以下図 4.48 ~ 4.50 にみる通り比較的良好である。

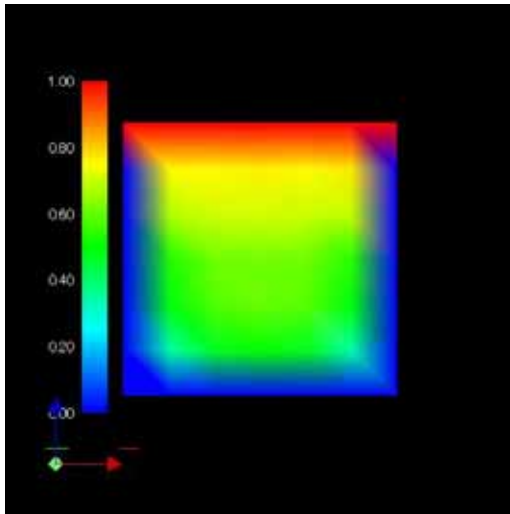


図 4.34: 立方体中央断面の温度分布
($N = 0.01, \omega = 0.0$ の場合)

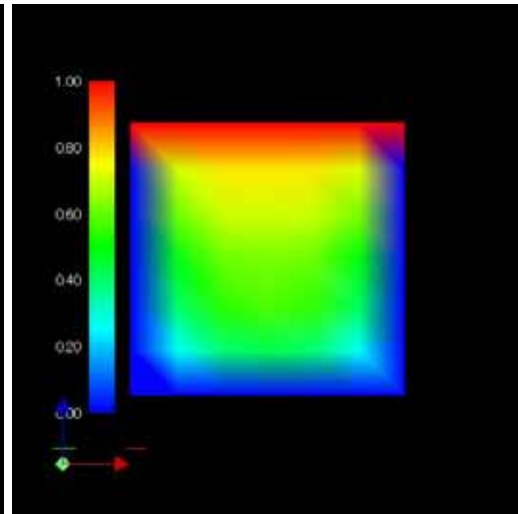


図 4.35: 立方体中央断面の温度分布
($N = 0.01, \omega = 0.5$ の場合)

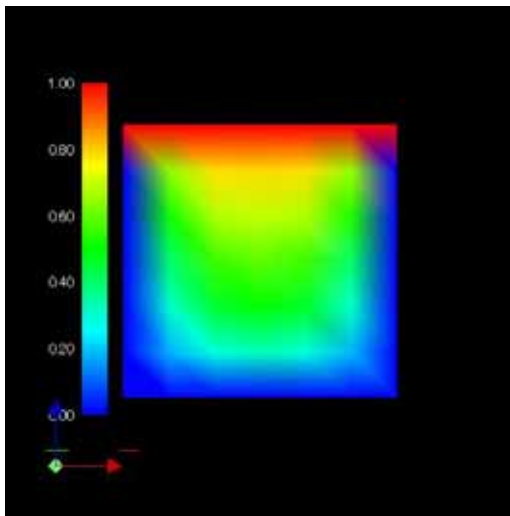


図 4.36: 立方体中央断面の温度分布
($N = 0.01, \omega = 0.75$ の場合)

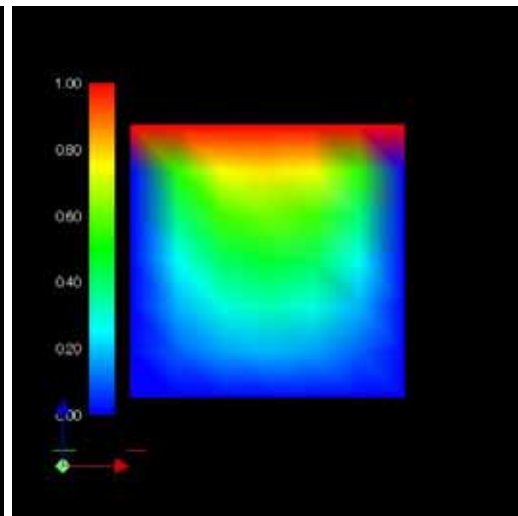


図 4.37: 立方体中央断面の温度分布
($N = 0.01, \omega = 0.9$ の場合)

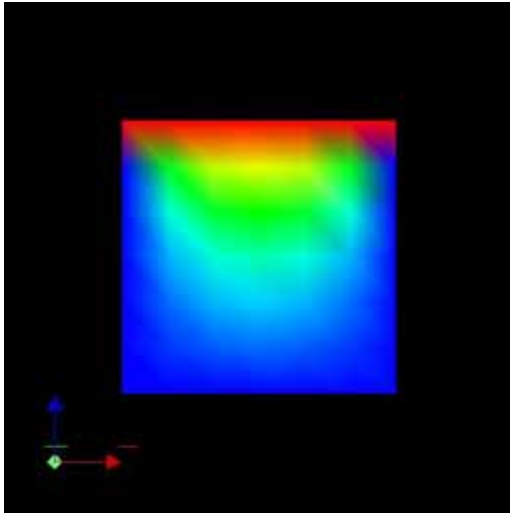


図 4.38: 立方体中央断面の温度分布
($N = 0.01, \omega = 0.95$ の場合)

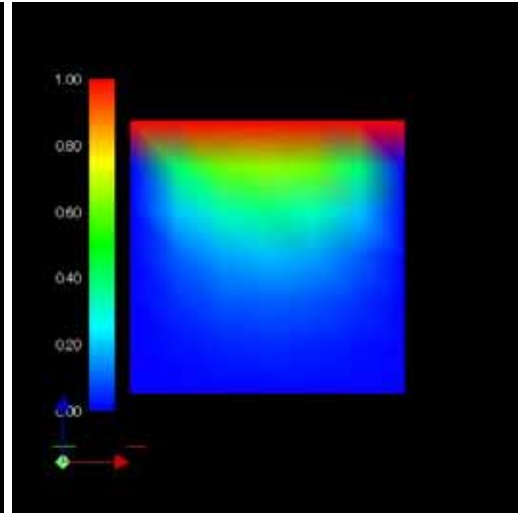


図 4.39: 立方体中央断面の温度分布
($N = 0.01, \omega = 0.99$ の場合)

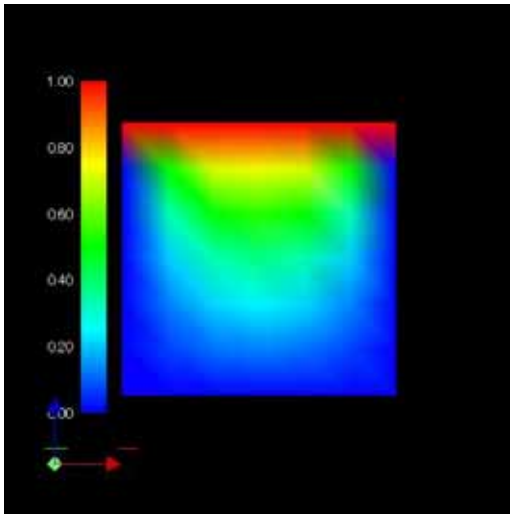


図 4.40: 立方体中央断面の温度分布
($N = 0.1, \omega = 0.0$ の場合)

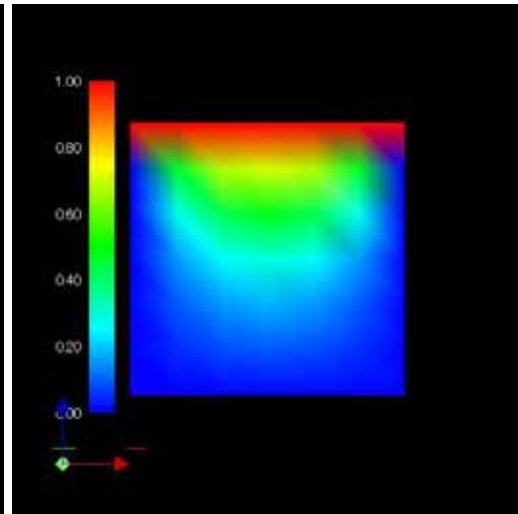


図 4.41: 立方体中央断面の温度分布
($N = 0.1, \omega = 0.5$ の場合)

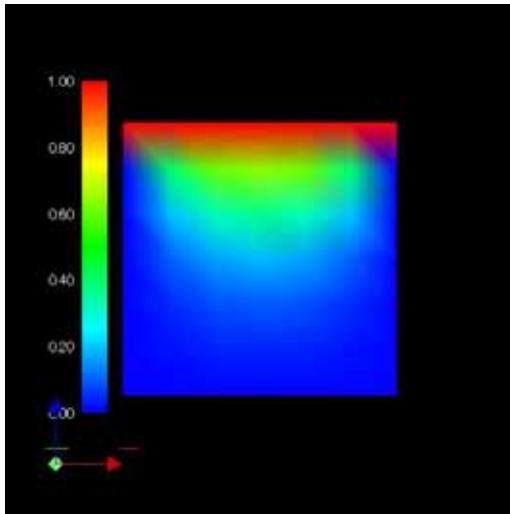


図 4.42: 立方体中央断面の温度分布
($N = 0.1, \omega = 0.9$ の場合)

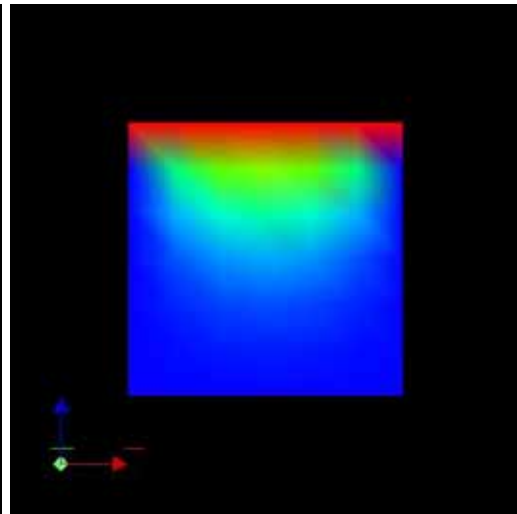


図 4.43: 立方体中央断面の温度分布
($N = 0.1, \omega = 0.95$ の場合)

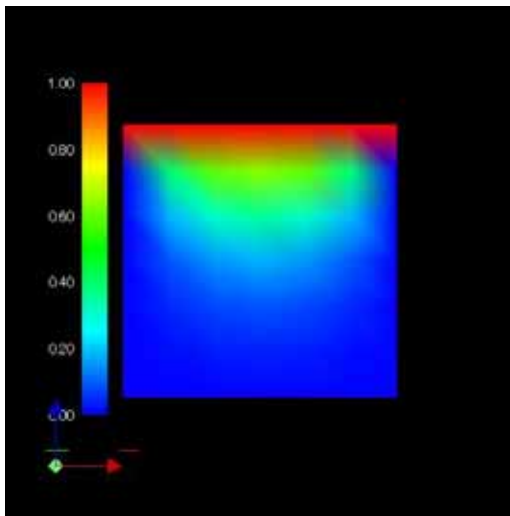


図 4.44: 立方体中央断面の温度分布
($N = 1.0, \omega = 0.0$ の場合)

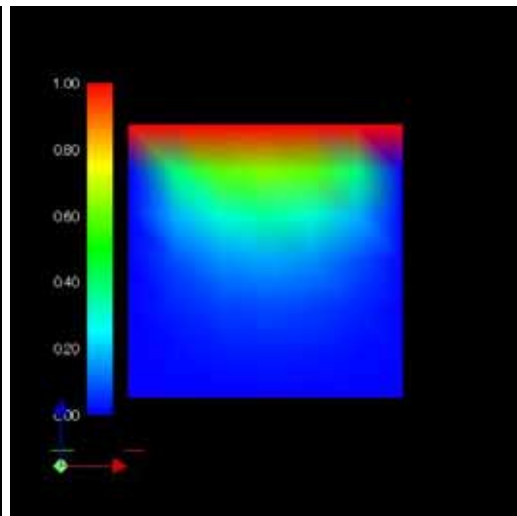


図 4.45: 立方体中央断面の温度分布
($N = 1.0, \omega = 0.5$ の場合)

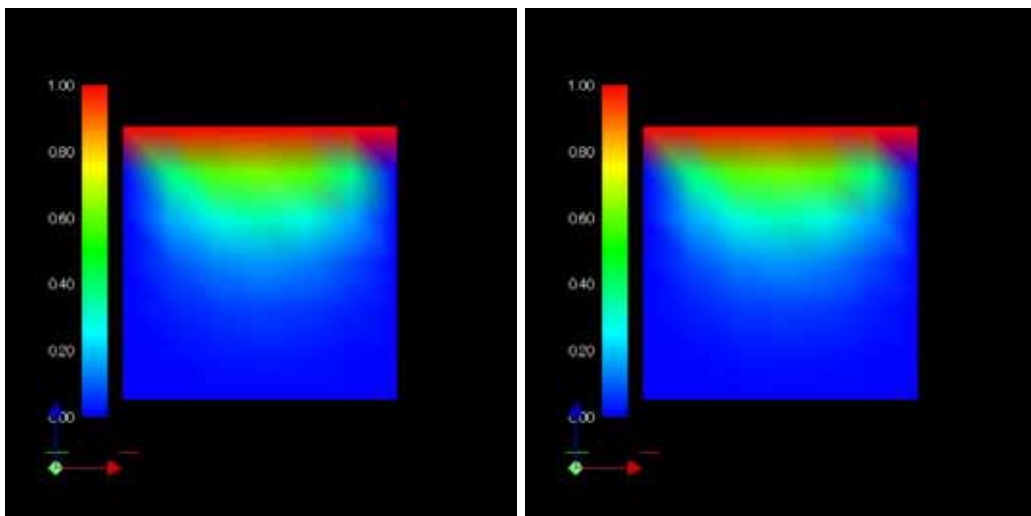


図 4.46: 立方体中央断面の温度分布 ($N = 1.0, \omega = 0.9$ の場合)

図 4.47: 立方体中央断面の温度分布 ($N = 1.0, \omega = 0.95$ の場合)

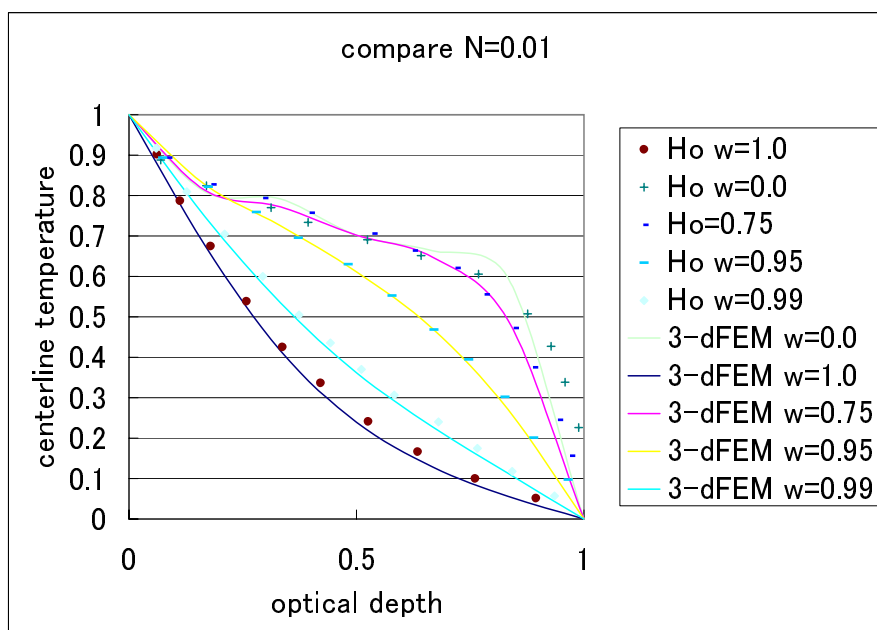


図 4.48: 3 次元コードの検証 ($N=0.01$ の場合)

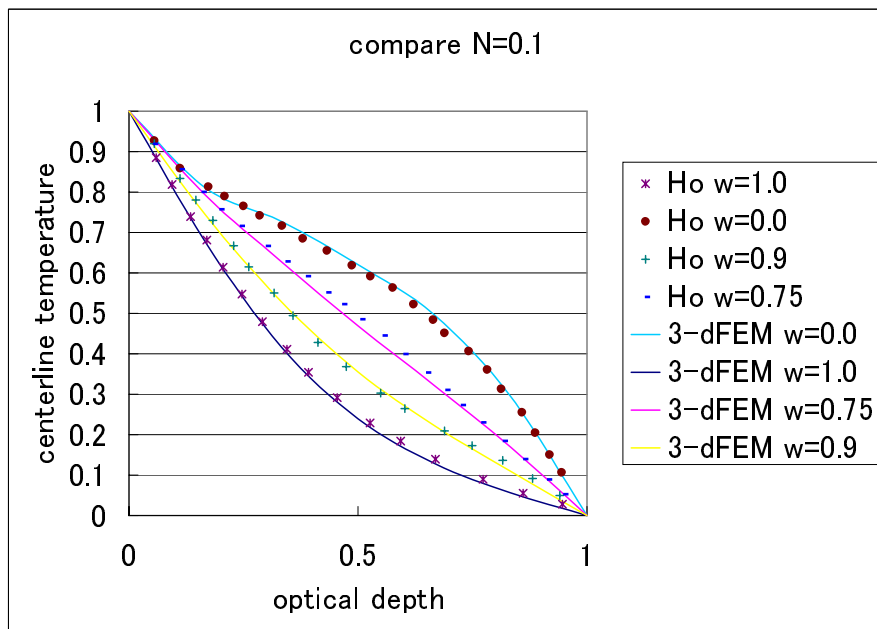


図 4.49: 3次元コードの検証 (N=0.1 の場合)

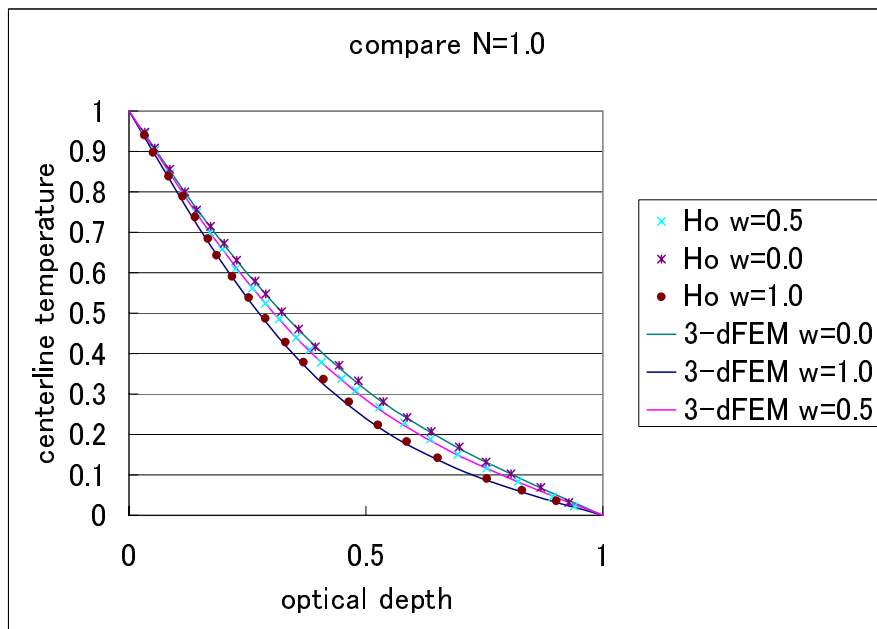


図 4.50: 3次元コードの検証 (N=1.0 の場合)

第5章 実験に対する解析

本章では開発した2次元輻射連成解析コードを用いて、昨年度行われた断熱タイル試験片の照射実験の解析を行った。ただし後述するように実験の結果自体が1次元解析で上手く説明ができることから分かります、側壁からの熱損失をキャンセルするような工夫がなされていて擬似的に1次元の系がよく再現されている。従ってここでは多次元で解析する必要はないが、敢えて2次元解析を行い、これらの結果と比較することで、2次元的な境界の存在した場合の実験系の影響を見る(実験系に対するモデリングの違い)。またここでは簡易的に物性値及び輻射諸定数も1次元解析で用いた値と同じものを用いている。本来はこれも2次元ないしは3次元の系で決定されるべきものなので、実験との誤差を有無要因になっている。よってここではコードの実験に対する精度を検証するというよりも、比較検討をその目的とする。

5.1 実験概要

試験詳細は文献 [9] に詳述されている。ここでは実験の概要だけを記す。赤外線導入加熱装置を用いて試験片の加熱実験が行われた。試験片はセラミックス断熱材から切り出されたもので直径 14[mm]、厚さ 5、10、15、20、30、及び 40[mm] の円柱である。概念図は図 5.1 のようなものである。実験での加熱率は 100、200、300 及び 400[kW/m²] として 20 分のステップ状加熱を行った。あわせて自然冷却による温度降下もみるために、加熱開始からの合計計測時間は 40 分 (時間刻みは 0.1 秒) とされた。擬似的に 1 次元の系作成するために試験片は内径 18[mm]、外径 28[mm]、厚さは試験片と同等の円筒で囲われている。加熱の温度応答を調べるために、試験

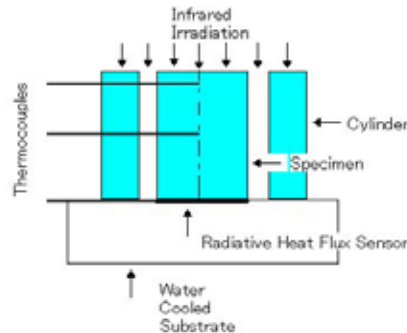


図 5.1: 実験装置の概要図

片の上面から 3mm の位置 (a)、中央の位置 (b) にそれぞれ熱電対を挿入して温度計測が行われた。また同時に下面 (c) においても熱電対の輻射流束センサーが挿入され、輻射流束ならびに温度が計測されている。図 5.2 また空気中で加熱を行うと

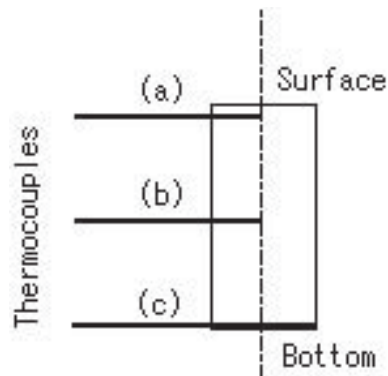


図 5.2: 測定位置

対流による熱伝達が生じる可能性があり、一方材料内部においても圧力に応じて空

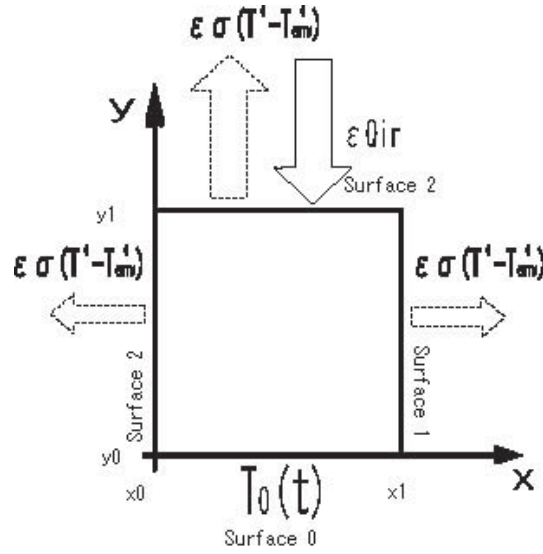


図 5.3: 熱伝導境界条件設定図

気自体が熱を伝える可能性も存在し現象自体が非常に複雑になる。このために空気の影響を排除するためターボ分子ポンプを用いて $0.1[mPa]$ の高真空中で実験は行われた。

5.2 解析条件

本研究で用いた解析条件の概略以下図 5.3、図 5.4 のようなものである。なお簡単のためにここでは、擬似的に 1 次元系をつくるために設けられた円筒の影響を完全に無視している。解析コードは 2 次元連成解析コードを用いて解析を行った。熱伝導解析における境界条件は次式のようなものである。

$$T(x) = T_o(t) \quad x_0 \leq x \leq x_1, y = y_0 \text{ on } S_0 \quad (5.1)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T}{\partial y} = \varepsilon \sigma (T(y)^4 - T_{env}^4) \quad x = x_0, y_0 \leq y \leq y_1 \text{ on } S_1 \quad (5.2)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T}{\partial x} = -\varepsilon Q_{ir} + \varepsilon \sigma (T(x)^4 - T_{env}^4) \quad x_0 \leq x \leq x_1, y = y_1 \text{ on } S_2 \quad (5.3)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T}{\partial y} = \varepsilon \sigma (T(y)^4 - T_{env}^4) \quad x = x_1, y_0 \leq y \leq y_1 \text{ on } S_3 \quad (5.4)$$

ここで Q_{ir} は照射される熱流束で、本解析では灰色体を仮定しているので表面の乱射性より、 $Q_{ir} = \pi I_{ir}$ である。一方、 ε は表面の輻射率で、Kirchhoff の法則より吸収率と輻射率は等しいとしている。また、 T_{env} は環境温度であるが、今回は真空中での局所加熱試験を対象とするので室温とした。

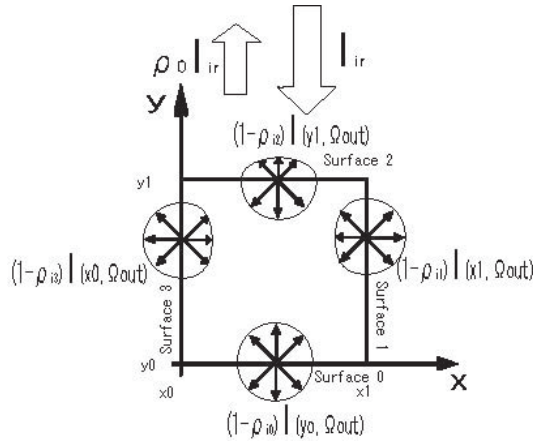


図 5.4: 輻射境界条件設定図

また輻射解析における境界条件は次式のようなものである。

$$I(x, \Omega_{in}) = \rho_{i0} I(x, \Omega_{out}) + I_b(T(x)) \quad x_0 \leq x \leq x_1, y = y_0 \text{ on } S_0 \quad (5.5)$$

$$I(y, \Omega_{in}) = \rho_{i1} I(y, \Omega_{out}) \quad x = x_0, y_0 \leq y \leq y_1 \text{ on } S_1 \quad (5.6)$$

$$I(x, \Omega_{in}) = \rho_{i2} I(x, \Omega_{out}) + (1 - \rho_o) I_{ir} \quad x_0 \leq x \leq x_1, y = y_1 \text{ on } S_2 \quad (5.7)$$

$$I(y, \Omega_{in}) = \rho_{i3} I(y, \Omega_{out}) \quad x = x_1, y_0 \leq y \leq y_1 \text{ on } S_3 \quad (5.8)$$

ここで Ω_{in} は試験片の内部領域へ向かう方向、 Ω_{out} は外部領域へ向かう方向である。
 ρ_o は外側から来る輻射に対する表面の反射率、 $\rho_0, \rho_1, \rho_2, \rho_3$ は各辺における材料内部からの外部に向かう輻射にたいする材料内部への反射率である。

輻射特性、ならびに材料定数は、文献で用いられている 1 次元のものを使用した。

また領域分割は下表 5.2 のようなものである。

5.3 解析結果

以下に 2 次元コードでの解析結果及び、昨年行われた 1 次元解析結果ならびに実験結果の図 5.5 ~ 5.16 を示す。全て 2 次元解析結果は、1 次元解析結果よりも低い値となっているが、これは、側面からの熱損失を考慮に入れている結果である。また全般的に 3mm 下よりも中間点の値の方が、大きく 1 次元解析結果と異なっているが、これも中間点に至るまでに側面と外部との熱輻射のやり取りで、熱が外に逃げていることが伺える。図 5.5, 5.9, 5.13 など加熱率が低く、温度分布の値全体が低いときの方が、図 5.8, 5.12, 5.16 のような温度分布全体が高温の時の方よりも、実験値との整合性が比較的良好のも、熱輻射が温度の 4 乗で効いてくることから推測できる。これに対して特に 5.15, 5.16 の時のように試験片厚さが厚く、その分中

表 5.1: 材料物性及び輻射諸定数

Constatnts	FEM
ρ_o	0.85
ρ_{i0}	0
ρ_{i1}	0
ρ_{i2}	0
ρ_{i3}	0
$K_e(m^{-1})$	1570
ω	0.999
n	1
ε	0.1
$\rho(kg/m^3)$	100
$c(J/kgK)$	300
$\lambda_s(W/mK)$	0.02

表 5.2: 領域分割データ

使用要素	アイソパラメトリック二次要素
積分点	3*3
要素数	100
節点数	341
輻射方向離散点	12

間点までに熱の逃げる領域が多くなっている場合には、側面を断熱面で仮定している 1 次元解析との差が特に大きい (300~400 度)。実験値はむしろこのような 2 次元効果を仮定した場合よりもずっと 1 次元解析結果に近いものとなっているので、試験片の外側を覆っている円筒の効果は、このような擬似的な 1 次元解析場を作りあげるという意味でかなりの効果を挙げているといえることができると思われる。また試験片の厚さが 20[mm] と薄い場合 (図 5.5~5.8) には、Bottom の温度は変わってしまっているため、今解析でおこなった底面の温度を室温 300[K] と固定するような仮定は問題があると思われる。

5.4 考察

2 次元解析を行った結果以下のようなことが言えると思われる。

- 解析上の問題

まずは軸対象ではない平面コードを用いて解析したことが現象のモデル化において問題だったと思われる。しかし内部輻射の支配方程式である輻射輸送方程式には、軸対称性がないので、軸対称コードが、以上のアルゴリズムではつくれないため、次善の策として行った。

- 解析モデル的な問題

この実験は、旧来の有効熱伝導率モデルなどにくらべてより内部輻射伝熱という現象を正確にモデル化した輻射連成熱伝導 1 次元コードが、実際に断熱材の熱応答特性を解析しえるかを調べるために意図されたものであり、実験的に”1 次元”の状況を模擬したものである。すなわち試験片周囲に同厚の円筒を設け、ともに加熱することで試験片側面からの表面輻射による熱損失を上手くキャンセルするような仕組みになっている。今回の 2 次元解析では簡易的にこの側面からの輻射熱損失があるものとし、加えて環境温度を室温としてしまっている。中間点における 1 次元解析ならびに実験に対する今回の解析結果の大きな差はこの熱損失によるものだと思われる。これは照射率が大きくなり温度が高くなるにつれ、その差が顕著になることもそれを示していると思われる。この部分の影響を精密に解析するためには、円筒部のモデル化も不可欠だと思われる。これとあわせて底面温度を室温に固定してしまっていることも実験との誤差を生んでいるものと思われる。

- 物性値の問題

今回の解析では物性値の決定まで手が回らなかったため、1 次元解析で解析に用いた値をそのまま使用している。そのため輻射特性値は 2 流束法で、その他熱伝導諸定数は GHP 法等で決定した値であり、この値をそのまま 2 次元解析に使用したことにも問題があるものとおもわれる。特に自然冷却時において今

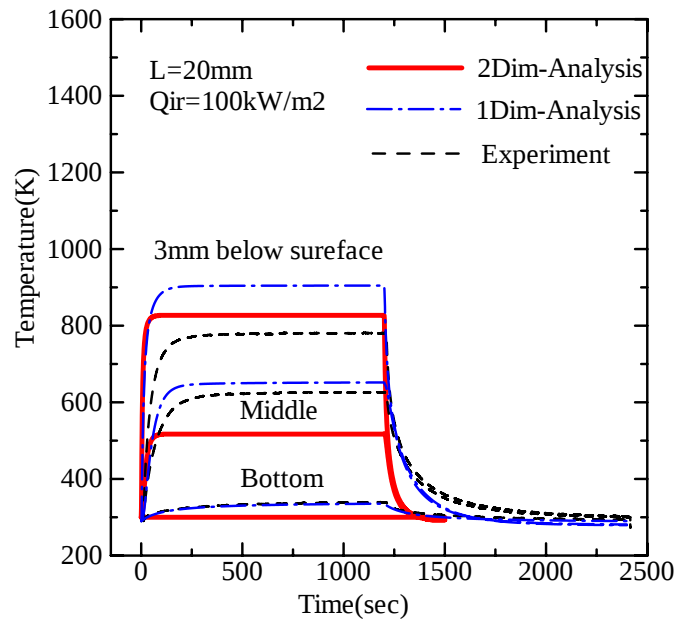


図 5.5: 温度応答の結果 ($L=20[\text{mm}]$, $Q_{ir}=100[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)

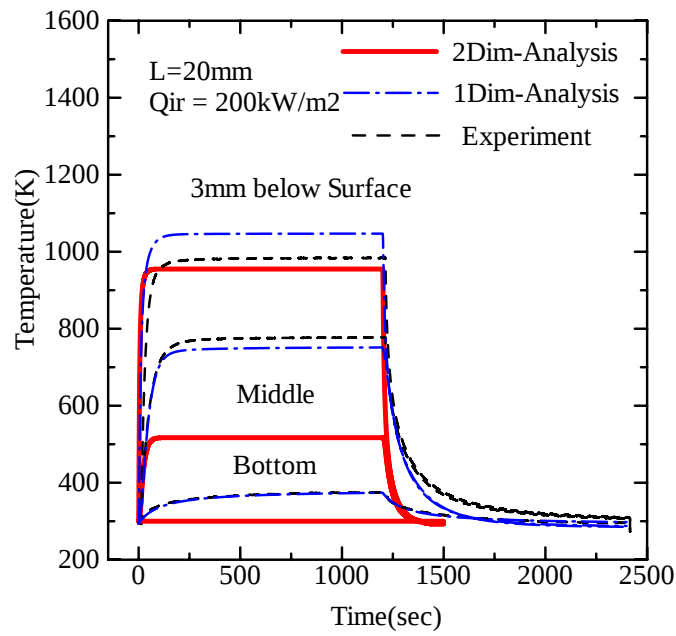


図 5.6: 温度応答の結果 ($L=20[\text{mm}]$, $Q_{ir}=200[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)

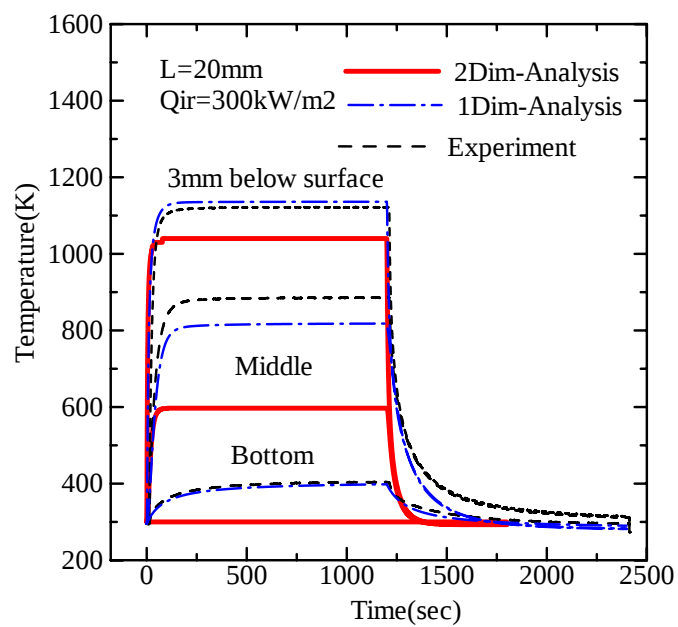


図 5.7: 温度応答の結果 ($L=20[\text{mm}]$, $Q_{ir}=300[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)

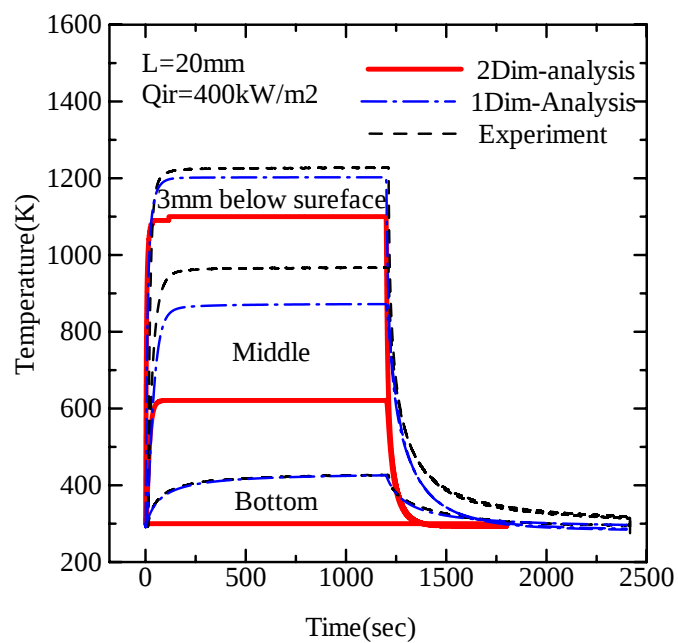


図 5.8: 温度応答の結果 ($L=20[\text{mm}]$, $Q_{ir}=400[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)

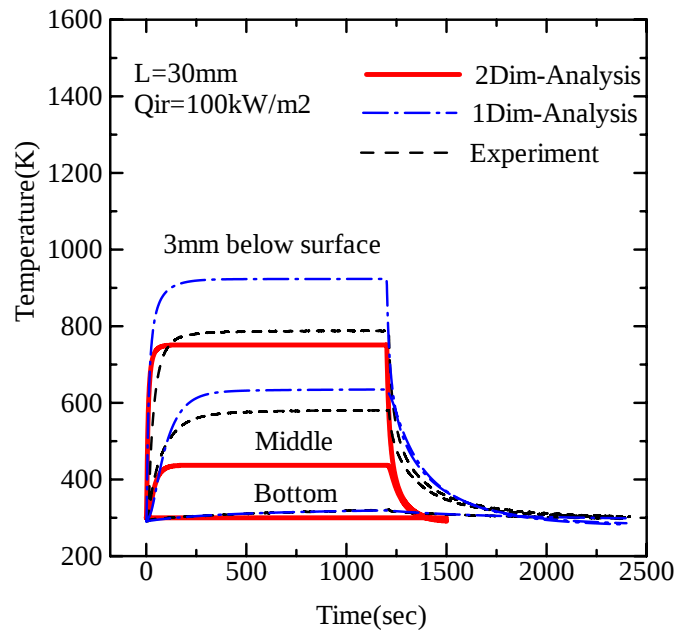


図 5.9: 温度応答の結果 ($L=30[\text{mm}]$, $Q_{ir}=100[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)

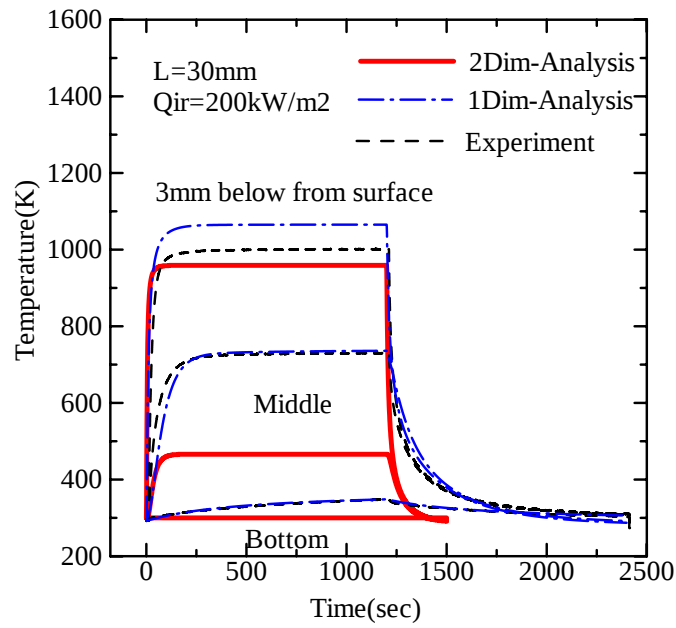


図 5.10: 温度応答の結果 ($L=30[\text{mm}]$, $Q_{ir}=200[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)

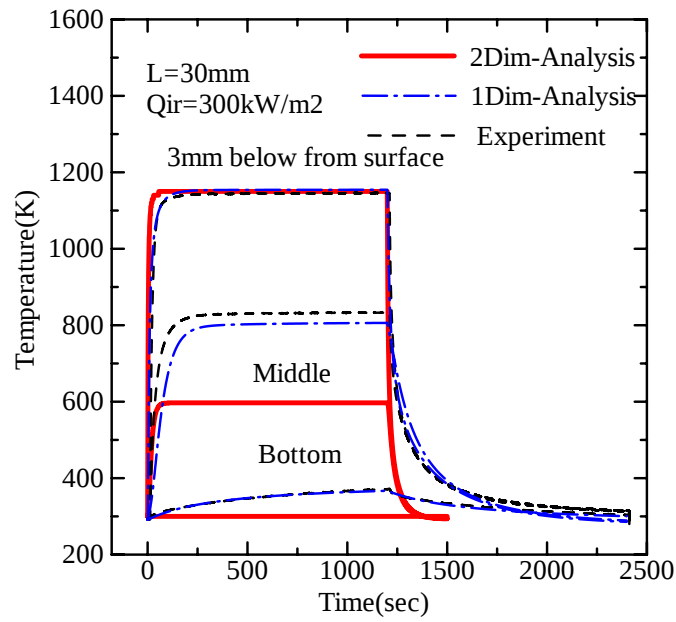


図 5.11: 温度応答の結果 ($L=30[\text{mm}]$, $Q_{ir}=300[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)

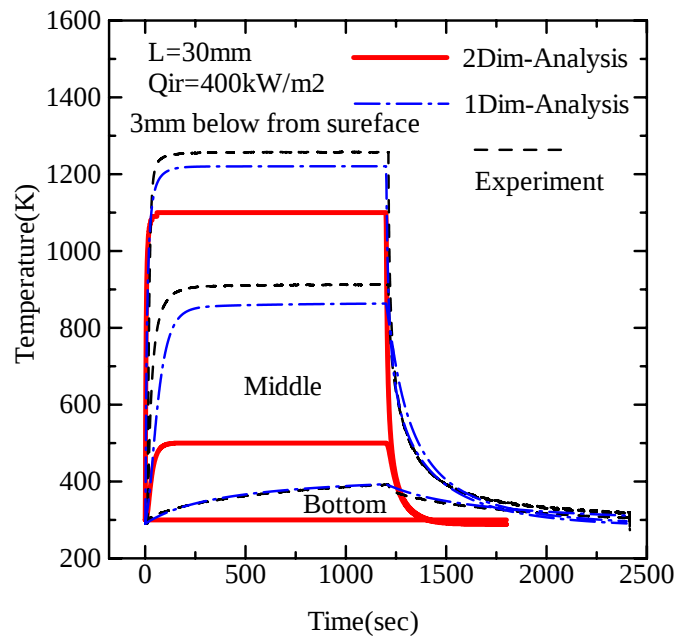


図 5.12: 温度応答の結果 ($L=30[\text{mm}]$, $Q_{ir}=400[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)

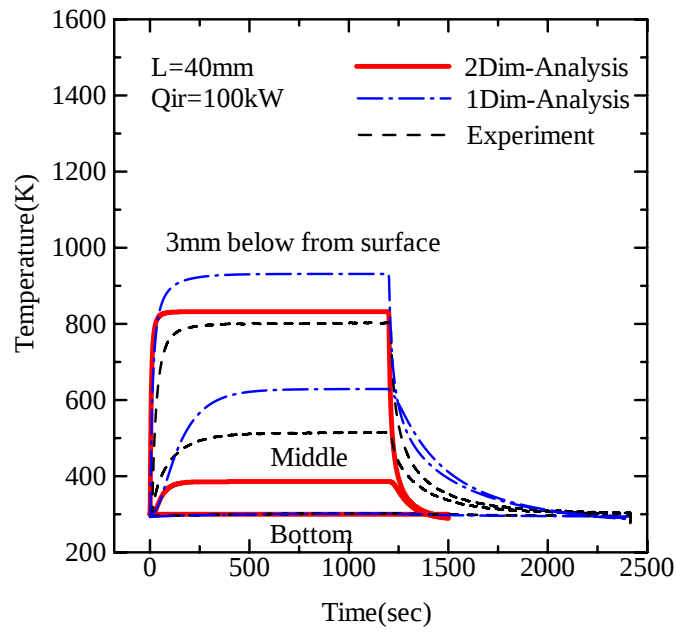


図 5.13: 温度応答の結果 ($L=40[\text{mm}]$, $Q_{ir}=100[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)

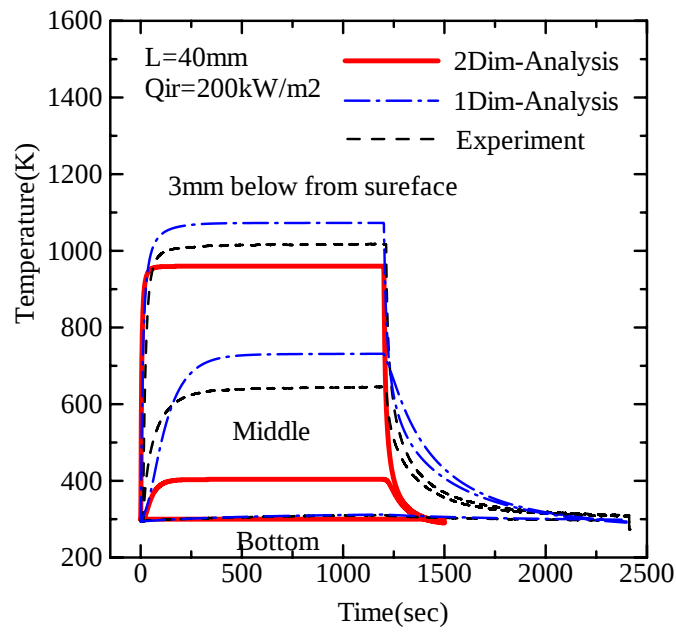


図 5.14: 温度応答の結果 ($L=40[\text{mm}]$, $Q_{ir}=200[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)

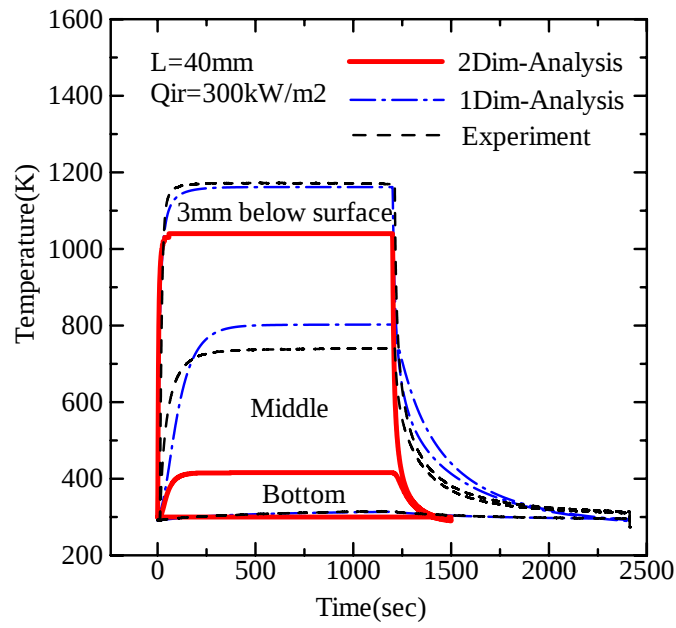


図 5.15: 温度応答の結果 ($L=40[\text{mm}]$, $Q_{ir}=300[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)

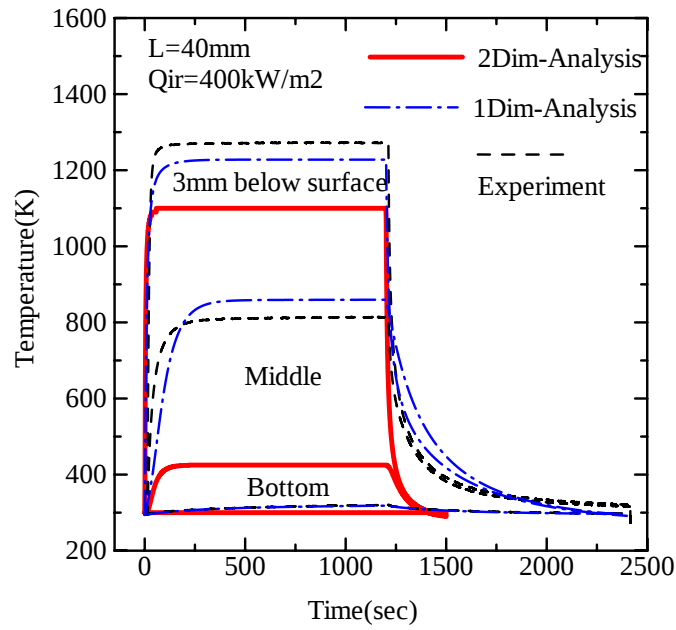


図 5.16: 温度応答の結果 ($L=40[\text{mm}]$, $Q_{ir}=400[\text{kW}/\text{m}^2]$ の場合)

回の2次元解析の温度低下速度は1次元解析に比べて極めて速いものとなっている。これは側面からの熱損失も考慮にいられた2次元解析と、上端または下端からの熱損失しか考慮しない1次元解析の差である。実際1次元解析では比熱を公称値に比べて $\frac{1}{5}$ ほどに設定している。よって2次元ないし3次元解析を行うことで、この点で改善を行うことができると思われる。

以上の点を踏まえて解析モデルを一部変更して(1次元に条件を近づける形で)解析を行い、考察が正しいか調査してみた。すなわち、ここで解析対象の直径を円筒部を入れて $28[mm]$ として、2次元解析の横幅をこの値にした。サンプルとして厚さ $40[mm]$ のものの、加熱率それぞれ $100[kW/m^2]$ のもの、及び $400[kW/m^2]$ のものに対して解析を行った。結果は以下の図 5.17, 5.20 のようなものである。あわせて、比熱を公称値にあわせて

$$\begin{aligned}c &= A_0 - A_1/T \\ A_0 &= 1334.8 \\ A_1 &= 1.973E5\end{aligned}\tag{5.9}$$

として実験データと比較した(以下図 5.19, 5.20)。結果して当然2次元解析の結果は、1次元解析に近づき、中間点等での温度上昇が見られた。また比熱の影響により温度変化(特に自然冷却時)が1次元の物性値を用いて解析した時よりも、実験値に近づいた。この結果は先の考察を裏付けるものであり、あわせて円筒の効果の有用性が示され、実験は的確に1次元状態を再現していたと結論付けることができる。

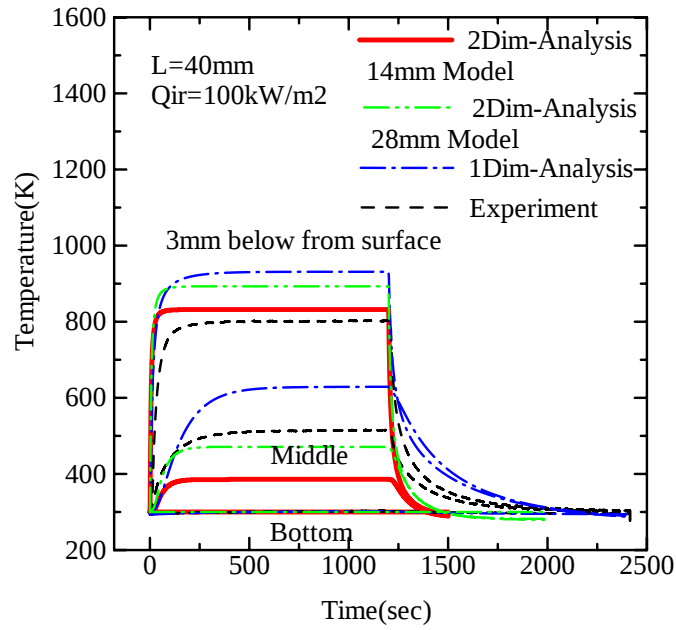


図 5.17: 温度応答の結果 ($r=28\text{mm}$, $L=40\text{mm}$, $Q_{ir}=100[\text{kW}/\text{m}^2]$)

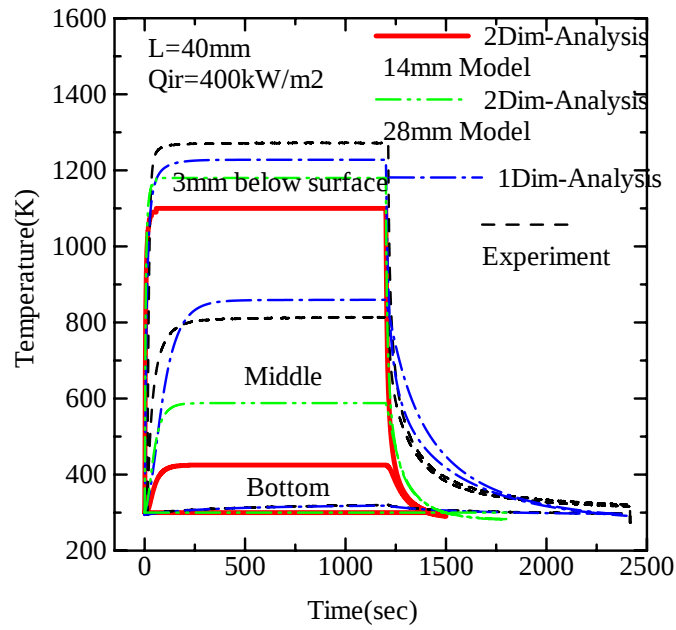


図 5.18: 温度応答の結果 ($r=28\text{mm}$, $L=40\text{mm}$, $Q_{ir}=400[\text{kW}/\text{m}^2]$)

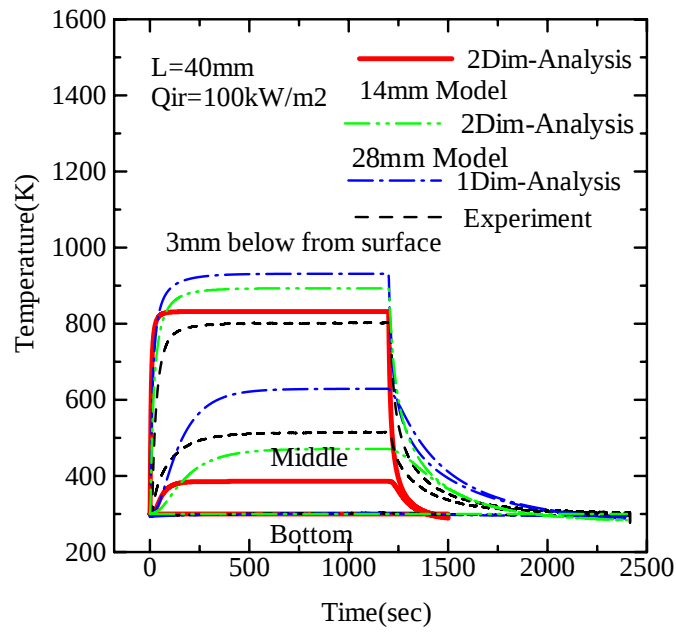


図 5.19: 温度応答の結果 ($r=28\text{mm}$, $L=40\text{mm}$, $Q_{ir}=100[\text{kW}]$, ρ :公称値)

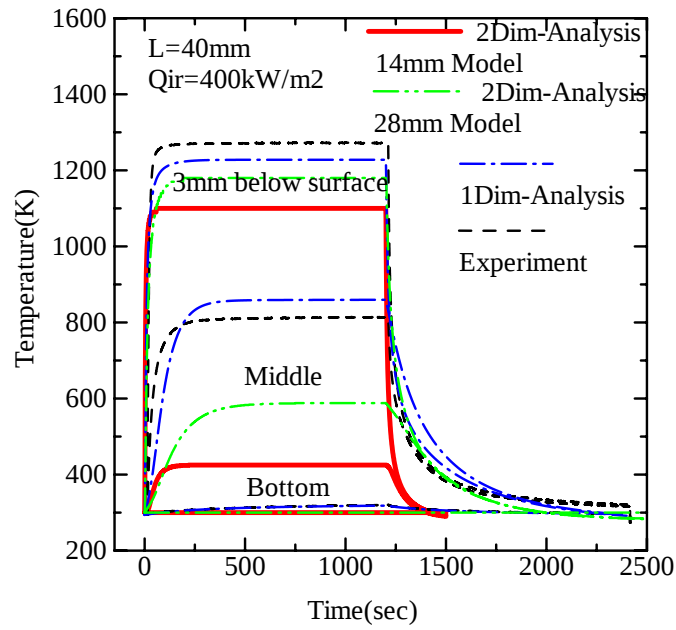


図 5.20: 温度応答の結果 ($r=28\text{mm}$, $L=40\text{mm}$, $Q_{ir}=400[\text{kW}]$, ρ :公称値)

第6章 輻射境界条件変化による温度応答への影響

本章では多次元輻射・熱伝導連成コードでしか評価し得ない材料の輻射境界面に存在する内面反射率というパラメータを変化させて、境界面が内部温度場に及ぼす影響を評価する。

6.1 背景

熱防護系 (Thermal Protection System, TPS) において、タイルは 1~2mm 程度のギャップ (隙間) を空けて並べられる (下図 6.1)。このギャップは、機体主構造の変形による TPS の破壊を防ぐために設けられるものであるが、その反面、タイルギャップ間加熱の問題や、タイルステップの問題が発生する。前者は、タイルギャップに高温の空気が流入することにより、側面から加熱される問題であり、後者は隣接するタイルとの段差によって空気の流れがせき止められるなどして乱れ、局所的に加熱率が増大する問題である。これらはいずれも重要な問題であり、スペースシャトル開発時には多数の試験が行われた (1970~1980 年代)。これらの解析には、タイルのエッジとコーナーにおける、局所的な複雑な流れにおける空力加熱解析と構造の温度解析が必要である。現在でもこのような複雑な流れ場における加熱率を CFD により予測することは困難であり、タイルギャップの空力加熱について、JAXA (宇宙航空研究開発機構) と ESA (ヨーロッパ宇宙機関) の共同研究が進行中である。また構造としても、すでに述べたように、断熱材の内部輻射や内部対流加熱による伝熱機構を直接考慮した解析、特に 3 次元解析はほとんど行われておらず、この観点から次のような問題を提起することができる。実機の TPS では、多孔質材であるタイル

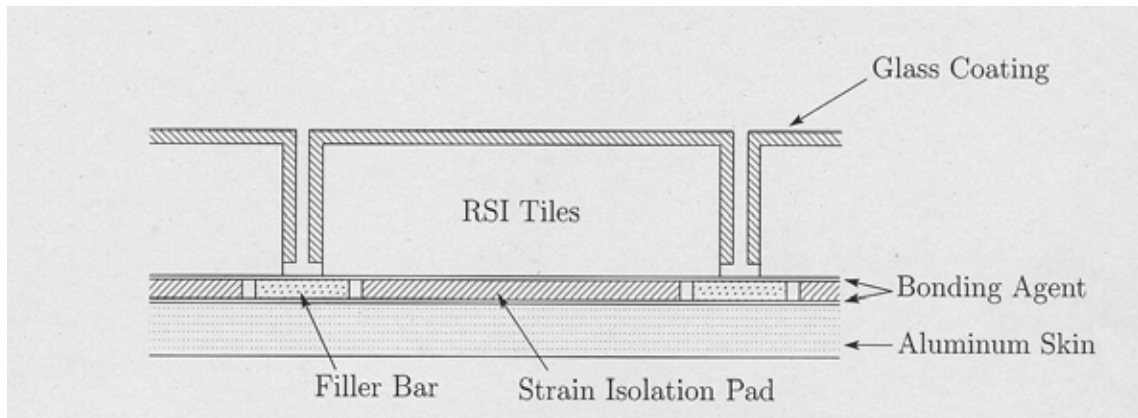


図 6.1: タイルの配置

への高温空気の流入を防ぐとともに、表面から放熱効果を高めるために、輻射率の高いガラスコーティングを施している。この場合、空力加熱による加熱率 (熱流束) を Q 、コーティングの輻射率を ϵ 、表面温度を T_s とすると、往還機のように低軌道から地球大気への再突入の場合 Q は対流加熱であるので、輻射平衡では

$$Q = \sigma \epsilon T_s^4 \quad (6.1)$$

従って

$$T_s = \left(\frac{Q}{\sigma \varepsilon} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (6.2)$$

となる (ただし月や惑星間軌道から直接地球大気に突入する超軌道再突入ではプラズマ状空気からの輻射加熱も考慮しなければならない)。つまり、表面輻射率 ε が大きくなるようにすることで、放熱による温度の低下が期待される。実際には $\varepsilon=0.9$ 程度とされる。ただし表面の輻射率はコーティングの物質だけではなく、表面粗さ等も関与するので材料物性値ではない。

一方、本研究で対象としてきたように、TPS 断熱材では、高温における主たる伝熱機構は輻射と熱伝導の連成であり、その境界条件は表面における材料内外への反射率を含む。従って、タイルのエッジやコーナーではその幾何学的な特徴とともに、内面への反射率の影響は大きいと考えられる。例えば、コーティングによりコーナーの内面反射率が大きくなっていると、材料内部の輻射が”閉じ込められる”ようになり温度が局所的に上昇する可能性を指摘できる。従って、このような内面反射率の影響を評価することは技術的に重要な課題であるが、そのためには本研究で作成した 3 次元輻射熱伝導連成解析技術が必要となり、具体的に評価された例はない。耐熱設計によく用いられる有効熱伝導率を用いた熱伝導解析では原理的に評価不可能であるので、大きな誤差が生じる可能性がある。

そこで本研究では開発したコードの適用例として、タイルギャップ加熱によるタイルコーナー部の温度応答に対する内面反射率の影響を評価する。ただし内面輻射率については現時点でデータがなく測定データがなく不明である (反射率は界面の粗さなどの影響も関連するので必ずしも表面の輻射率と明確な関係があるとはいえない) ので、ここでは将来におけるコーティング設計に資することを目的として、内面反射率に対するパラメトリック解析を実施する。

6.2 解析手法

先述のようにタイル間のギャップに高温空気が流入することで側面からも加熱されるのが、タイルギャップの問題であるが、スペースシャトル開発時におけるアーク風洞実験や、JAXA/ESA の共同研究で実施しているアーク風洞実験によると、加熱率はタイルの上部に集中していることが分かっている。ここで上面の加熱率 Q_{ir} に対して、側面の Q_s を

$$Q_s = f(z)Q_{ir} \quad (6.3)$$

と仮定する。ここで z は高さ方向の座標 (原点は表面) で単位は mm である。関数 $f(z)$ の具体形は、当然諸条件によってことなるが、一般に深さ方向に対して急激に

減少することがわかっている。本解析では簡略のために $f(z)$ を以下のようにとった。

$$f(z) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{for } 0 < z < z_0 \\ 0 & \text{for } z_0 < z \end{cases} \quad (6.4)$$

本解析においては $z_0=3.1\text{mm}$ である。一般的にはこの z_0 は $2[\text{mm}]$ 程にとればよいことが分かっている。今解析において z_0 がやや大きくなってしまったのは計算機のメモリ容量と計算時間の関係で、これ以上細かくメッシュ分割を細かくすることができなかったためであるが、定性的な議論を行うことが本解析の目的であるので条件設定としては十分なものと思われる。またタイルのガラスコーティングは非常に薄い (0.3mm 程度) ので、簡単のため、その熱容量とコーティング内部での輻射は無視して、外部への輻射率 ε 、および内部への反射率 ρ_i のみによりモデル化する。

6.3 解析条件

解析対象は 3 次元解析では下図のような一辺 25mm の立方体を対象にしている。熱伝導境界条件としては下面 (S_4 と称す) のみ室温 (300K) に温度固定で、この面のみ輻射境界条件の内面反射率を $\rho_{i4}=0.0$ (ρ の i に続く数字の添え字は面を表すものとする) としている。これはガラスコーティングは外気と直接接する面にのみ行われていて、機体に取り付ける面には行われえないということを模擬している。解析モデルは以下図 6.2 のようなものである。上面については対流加熱率を $100[\text{kW}/\text{m}^2]$ と

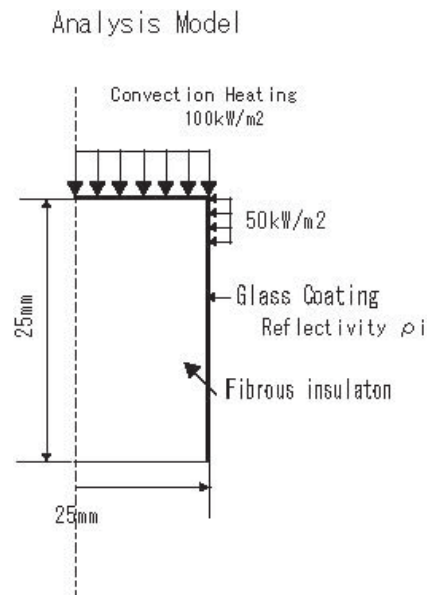


図 6.2: 解析条件の設定

表 6.1: 解析条件

解析条件	
側面加熱率	$Q_s = f(z)Q$ $f(z) = 0.5$
上面加熱率	$Q = 200 \text{ kW/m}^2$
上面輻射率	$\varepsilon = 0.9$
内面反射率	$\rho_i = 0, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0$

し、ギャップ加熱については対応する側面に式 6.4 に基づいて設定した。また下面以外の各面には、外部環境 (室温) との間に熱輻射境界条件を設定した。この際外部への輻射率 $\varepsilon = 0.9$ で一定とする。このときパラメトリック解析を実施して、ガラスコーティングの内面輻射率は下面以外の面によらず一定とした上

$$\begin{aligned} \rho_{i0} &= \rho_{i1} = \rho_{i2} = \rho_{i3} = \rho_{i5} = \text{const} \\ &= \rho_i \quad \text{便宜上この名称にする} \end{aligned} \quad (6.5)$$

で、 ρ_i を 0.0 から 1.0 まで変化させ、その温度分布に与える影響を評価した。これらをまとめると表 6.1 のようになる。以上の境界条件を式で表すと以下ようになる。ここで各面番号及び座標設定は以下の図 6.3 のようにとった。

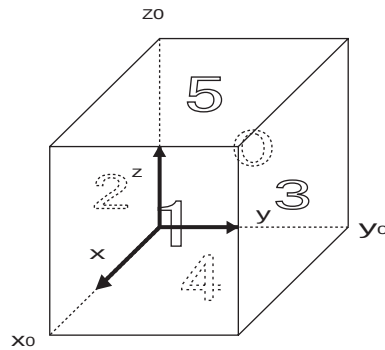


図 6.3: 座標設定と面番号

● 熱伝導境界条件

$$\lambda_s \frac{\partial T}{\partial x} = -Q_s + \varepsilon \sigma (T^4 - T_{env}^4) \quad x = 0, 0 \leq y \leq y_0, 0 \leq z \leq z_0 \text{ on } S_0 \quad (6.6)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T}{\partial x} = -Q_s + \varepsilon \sigma (T^4 - T_{env}^4) \quad x = x_0, 0 \leq y \leq y_0, 0 \leq z \leq z_0 \text{ on } S_0 \quad (6.7)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T}{\partial y} = -Q_s + \varepsilon \sigma (T^4 - T_{env}^4) \quad 0 \leq x \leq x_0, y = 0 \text{ on } S_2 \quad (6.8)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T}{\partial y} = -Q_s + \varepsilon \sigma (T^4 - T_{env}^4) \quad 0 \leq x \leq x_0, y = y_0 \text{ on } S_3 \quad (6.9)$$

$$T = 300.0 \quad 0 \leq x \leq x_0, 0 \leq y \leq y_0, z = 0 \text{ on } S_4 \quad (6.10)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T}{\partial z} = -Q_{ir} + \varepsilon \sigma (T^4 - T_{env}^4) \quad 0 \leq x \leq x_0, 0 \leq y \leq y_0, z = z_0 \text{ on } S_5 \quad (6.11)$$

ここで Q_s は先に説明した側面からの加熱である。また λ_s は固体の熱伝導率である。

● 輻射境界条件

$$I(y, z, \Omega_{in}) = \rho_{i0} I(y, z, \Omega_{out}) + (1 - \rho_o) I_s \quad x = 0, 0 \leq y \leq y_0, 0 \leq z \leq z_0 \text{ on } S_0 \quad (6.12)$$

$$I(y, z, \Omega_{in}) = \rho_{i1} I(y, z, \Omega_{out}) + (1 - \rho_o) I_s \quad x = x_0, 0 \leq y \leq y_0, 0 \leq z \leq z_0 \text{ on } S_1 \quad (6.13)$$

$$I(x, z, \Omega_{in}) = \rho_{i2} I(x, z, \Omega_{out}) + (1 - \rho_o) I_s \quad 0 \leq x \leq x_0, y = 0, 0 \leq z \leq z_0 \text{ on } S_2 \quad (6.14)$$

$$I(x, z, \Omega_{in}) = \rho_{i3} I(x, z, \Omega_{out}) + (1 - \rho_o) I_s \quad 0 \leq x \leq x_0, y = y_0, 0 \leq z \leq z_0 \text{ on } S_3 \quad (6.15)$$

$$I(x, y, \Omega_{in}) = \rho_{i4} I(x, y, \Omega_{out}) \quad 0 \leq x \leq x_0, y_0 \leq y \leq y_1, z = 0, \text{ on } S_4 \quad (6.16)$$

$$I(x, y, \Omega_{in}) = \rho_{i5} I(x, y, \Omega_{out}) + (1 - \rho_o) I_{ir} \quad x_0 \leq x \leq x_1, y_0 \leq y \leq y_1, z = z_1 \text{ on } S_5 \quad (6.17)$$

ここで Ω_{in} は試験片の内部領域へ向かう方向、 Ω_{out} は外部領域へ向かう方向である。 ρ_o は外側から来る輻射に対する表面の反射率、 $\rho_{i0}, \rho_{i1}, \rho_{i2}, \rho_{i3}, \rho_{i4}, \rho_{i5}$ は

表 6.2: 領域分割条件

使用要素	6 面体 1 次要素
積分点数	2*2*2
要素数	288
節点数	441
輻射方向離散点	24

内部の反射率、 I_s 、 I_{ir} は入射強度であり、対流加熱を扱う際には、入射強度は存在しないのでいずれも 0 となる。のちに考察の際に扱う輻射加熱を対象とすると場合には、乱射面を仮定するのでそれぞれ入射流束に対して $I_s = Q_s/\pi$ 、 $I_{ir} = Q_{ir}/\pi$ となるが、今解析では簡単のため $I_s = 0.0$ とし、輻射強度の流入は上方からのみとする。

なお、断熱材の物性値、輻射諸定数は第五章 実験に対する解析で用いたものと同じものを想定し、その値は第五章 表 5.1(70p) の通りである。また、領域分割は以下表 6.2 のようにとった。すなわち使用要素はそれぞれ、6 面体 1 次要素であり、領域分割数は温度勾配の大きな z 軸方向に多めにとり、 $6 \times 6 \times 8 = 288$ で、総節点数は 441 である。

6.4 解析結果

6.4.1 対流加熱

以上の条件設定の上で対流加熱に対する内面反射率 ρ_i に対するパラメトリック解析をおこなった。対象となっているのは定常の温度分布である。併せて比較考察として輻射加熱に対するパラメトリック解析もおこなった。以下にその結果を示す。なお評価地点は 3 次元効果の影響の少ないと思われる z 軸 (以降 z_0 軸と呼ぶ) に平行な対称軸上の点、及びその影響を最も受けるとと思われる境界面上以外で最もコーナーに近い点 (境界面上の点は外部との熱伝導境界条件の影響を強く受け、温度変動はあまり見られなかったため) を通る z 軸に平行な軸上 (以後 z_1 軸と呼ぶ) の点を対象とした。位置関係は下図のようなものである。ちなみに深さは上面から 3.1[mm]、中央点、下面から 3.1[mm] の点をとった。これは境界上の点は外部からの温度拘束の影響を強く受けるので温度変化が少ないために、内部の点から適宜選んだためである。以降 (a),(b),(c) 点と称する。始めに内面反射率 $\rho_i = 0.0$ と 1.0 のときの z_0 軸と z_1 軸を通る断面 (f と称す) の温度分布の様子と輻射流束の分布可視化した図を示す。

これらから以下のようなことを読み取ることができる。まず図 6.5 と 6.7 を見比べて見ると温度分布はそれほど大きくは違ってないことが見て取れる。また図 6.6 と 6.8 の各輻射流束図をみると以下のようなことがわかる。まず $\rho_i=0.0$ の意味するところは、領域の外に向かう流束はそのまま外部に抜けていってしまうことを意味しているが、実際高温になったタイルの上部から全ての境界面に向かって逃げているのがわかる。 $\rho_i=1.0$ の意味することは、境界面での鏡面反射であり、領域の外に向かう流束は全て反射され、内部へ戻ってくる。実際輻射流束は唯一の逃げ道となっている下面 ($\rho=0.0$) に向かってのみ鉛直下向きに流れている。その他の領域境界面に向かう流れは存在しない。なおもっとも温度の高い最上段の流束値よりも少し下の流束値の方が高い値を示しているのは、上面の反射により流束が相殺されているからだと思われる。

これを踏まえてパラメトリック解析をおこなう。まず内面反射率 ρ_i を横軸にとり、 z_0 軸上の 3 点の温度変化をプロットしたものが以下の図 6.20 であり、 z_1 軸上の 3 点の値をプロットしたものが図 6.21 である。基本的に単調増加であるが、 ρ_i の値が 0.8 付近まではいずれの値もあまり変動がないが、それ以降で増しているのがわかる。しかしこれでは変化が小さすぎて変動の様子がよくわからないのでつぎの図は内面反射率 $\rho_i=0.0$ の値を基準にして温度比をとり、規格化を行ってこれを縦軸にプロットしたのが、以下の図 6.11、及び 6.12 である。これらの図では同軸上の点を同時にプロットしたので鉛直方向の場所の変動が、全体的な温度変動にどの程度効いているのかをみることができる。当然変化の度合いが大きいところほど境界からの影響を強く受けていることになる。 ρ_i の値が 0.8 付近まではいずれの値もあまり変動がないが、それ以降で増しているのがわかる。また境界面からの温度拘束の影響を受けやすい (a), (c) 点よりも、比較的そうした制限のない中間部の値の方が変動しやすい

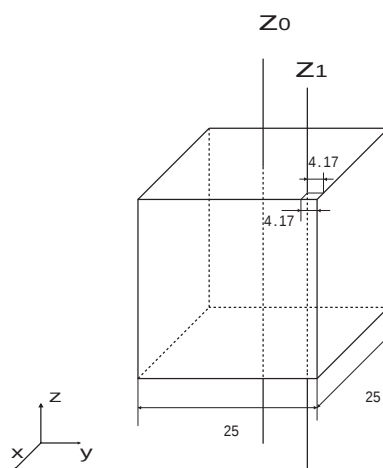


図 6.4: 評価点の位置関係

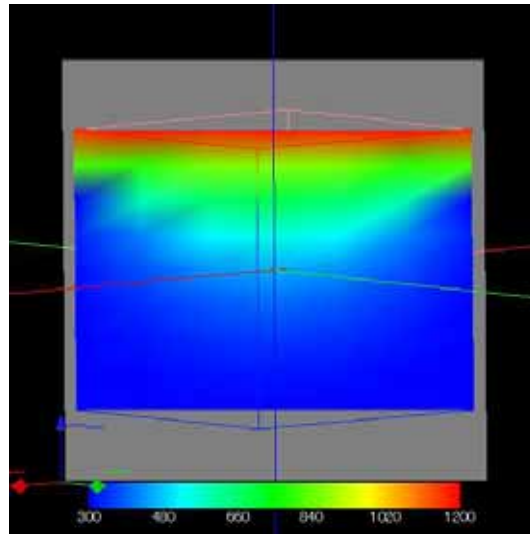


図 6.5: f 断面での温度分布 (内面輻射率 $\rho_i=0.0$ の場合)

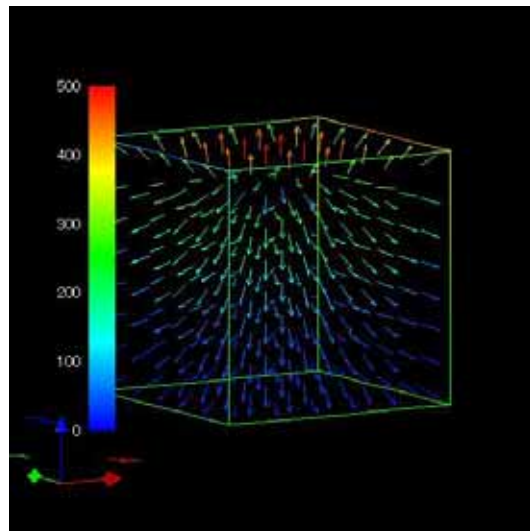


図 6.6: 輻射流束のタイル内分布 (内面輻射率 $\rho_i=0.0$ の場合)

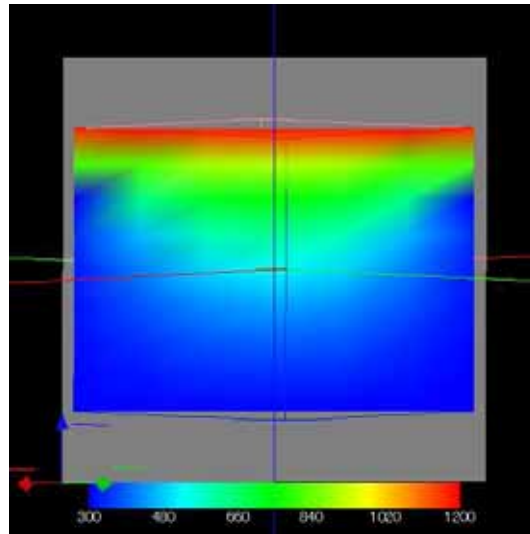


図 6.7: f 断面での温度分布 (内面輻射率 $\rho_i=1.0$ の場合)

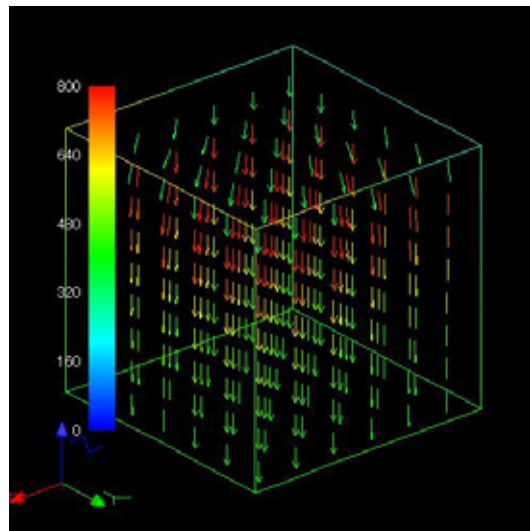


図 6.8: 輻射流束のタイル内分布 (内面輻射率 $\rho_i=1.0$ の場合)

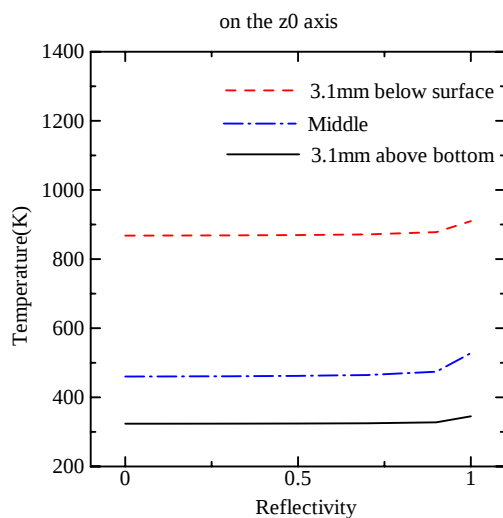


図 6.9: 温度応答の結果 (対流加熱、 z_0 軸上)

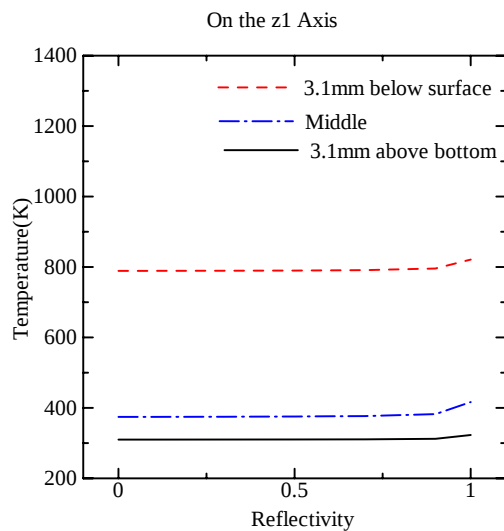


図 6.10: 温度応答の結果 (対流加熱、 z_1 軸上)

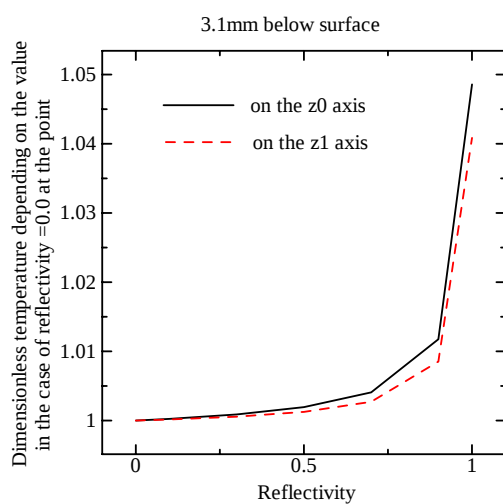


図 6.11: z_0 軸上における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (対流加熱)

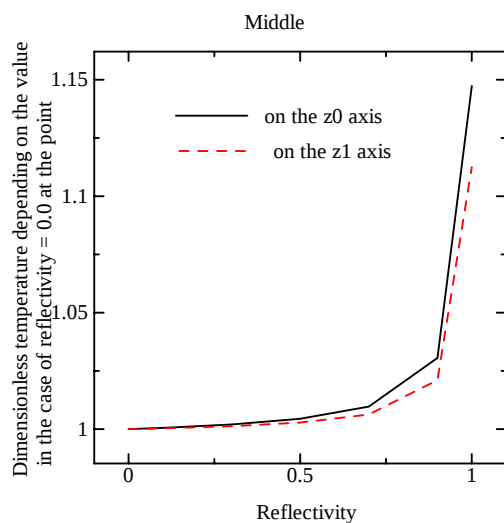


図 6.12: z_1 軸上における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (対流加熱)

いようである。つぎに同じ深さ位置の z_0, z_1 軸上点を同時にプロットすることで水平的な場所の変化がどの程度内部反射率変動による温度分布変化に影響を与えているか考察した。

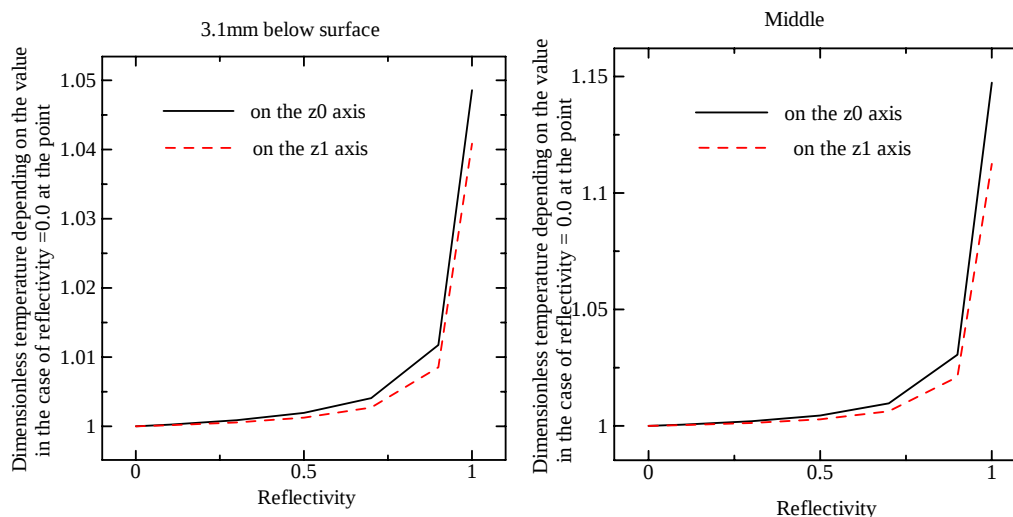


図 6.13: (a) 点における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (対流加熱) 図 6.14: (b) 点における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (対流加熱)

これを見る限り同じ深さの点では z_0 軸上の点の方が z_1 軸上の点よりも内部反射率の影響を強く受けていそうである。

6.4.2 輻射加熱

輻射流束が直接流入する輻射加熱の方が、物体が暖められて輻射流束が発生する対流加熱よりも、温度変化に対する輻射流束の影響が大きく、従って内部反射に輻射境界条件の影響も強いと思われる。今回は対流加熱との比較のため、これに対する解析も行ったので以下に記す。始めに内面反射率 $\rho_i=0.0$ と 1.0 のときの f 断面の温度分布の様子と輻射流束の分布可視化した図を示す。

これらから以下のようなことを読み取ることができる。まず図 6.16 と 6.18 を見比べて見ると温度分布が明らかに異なっているのが見て取れる。特に大雑把にいて $\rho_i=1.0$ の場合内部輻射により直接加熱をうける上面よりも中央部の方が値が上昇している。これは境界面の鏡面反射により逃げ場を失った輻射流束により中央領域の加熱がおこなわれたものとおもわれる。また図 6.6 と 6.8 の各輻射流束図をみると以下のようなことがわかる。まず $\rho_i=0.0$ においては、対流加熱においては、外部からの輻射流束の流入はないので実際高温になったタイルの上部から全ての境界面に向かって逃げていってしまっているの見て取れた。これに対して輻射加熱では上面からは輻射流束の流入があるので、上面から外に向かう流束は相殺されなくなって

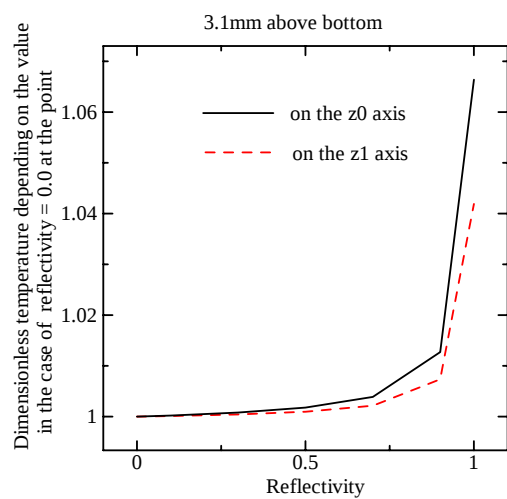


図 6.15: (c) 点における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (対流加熱)

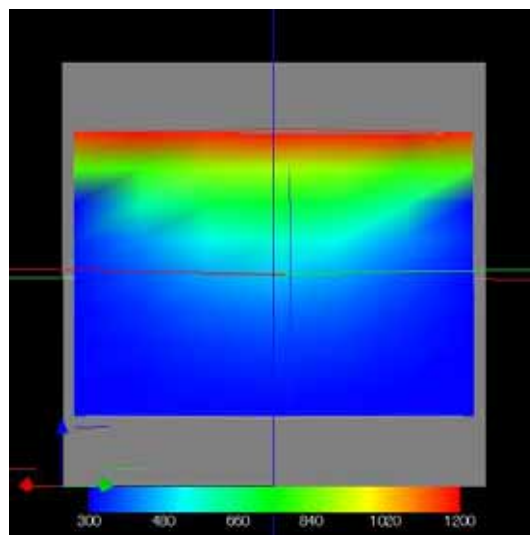


図 6.16: f 断面での温度分布 (内面輻射率 $\rho_i=0.0$ の場合)

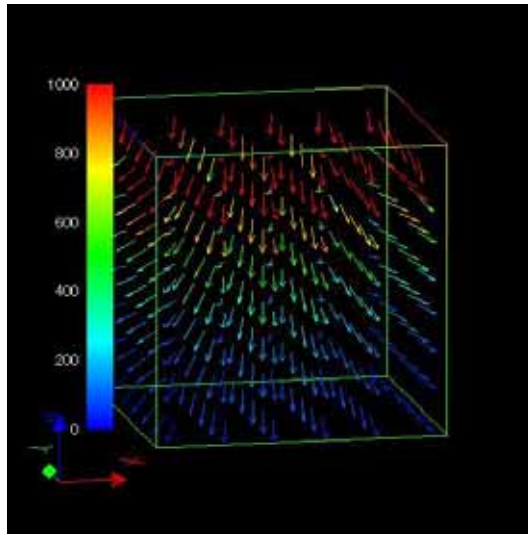


図 6.17: 輻射流束のタイル内分布 (内面輻射率 $\rho_i=0.0$ の場合)

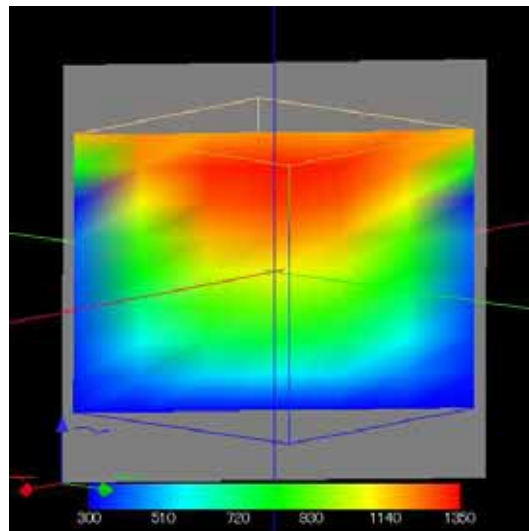


図 6.18: f 断面での温度分布 (内面輻射率 $\rho_i=1.0$ の場合)

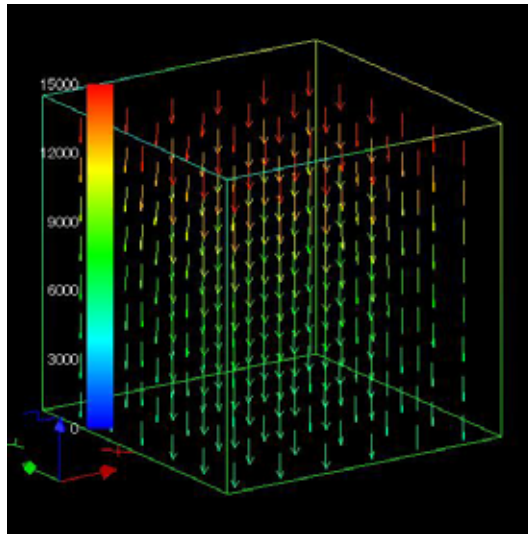


図 6.19: 輻射流束のタイル内分布 (内面輻射率 $\rho_i=1.0$ の場合)

しまっている。 $\rho_i=1.0$ においては、対流加熱と同じように輻射流束は唯一の逃げ道となっている下面 ($\rho=0.0$) に向かってのみ鉛直下向きに流れ、その他の領域境界面に向かう流れは存在しないことは同じである。しかし、対流加熱において見られたもっとも温度の高い最上段の流束値よりも少し下の流束値の方が高い値を示すという現象は、上面からの流入流束の影響から打ち消されてしまっている。

次に対流加熱同様の温度変動の空間依存性を調べた。まず内面反射率 ρ_i を横軸にとり、 z_0 軸上の 3 点の温度変化をプロットしたものが以下の図 6.20 であり、 z_1 軸上の 3 点の値をプロットしたものが図 6.21 である。基本的に単調増加であるが、 ρ_i の値が 0.7 付近まではいずれの値もあまり変動がないが、それ以降で急増しているのがわかる。変動の様子をより明確にするためにつぎの図は内面反射率 $\rho_i=0.0$ の値を基準にして温度比をとり、規格化を行ってこれを縦軸にプロットしたのが、以下の図 6.22、及び 6.23 である。これらの図では同軸上の点を同時にプロットしたので鉛直方向の場所の変動が、全体的な温度変動にどの程度効いているのかをみることができる。 ρ_i の値が 0.8 付近まではいずれの値もあまり変動がないが、それ以降で増しているのがわかる。また境界面からの温度拘束の影響を受けやすい (a),(c) 点よりも、比較的そうした制限のない中間部の値の方が変動しやすいようである。これは対流加熱時にも見られた現象である。つぎに同じ深さ位置の z_0, z_1 軸上点を同時にプロットすることで水平的な場所の変化がどの程度内部反射率変動による温度分布変化に影響を与えているか考察した。

これを見る限り同じ深さの点では z_0 軸上の点の方が z_1 軸上の点よりも内部反射率の影響を強く受けていそうである。これも境界による温度拘束の影響の強く受けているためであろう。このような現象は対流加熱でも見られた現象である。

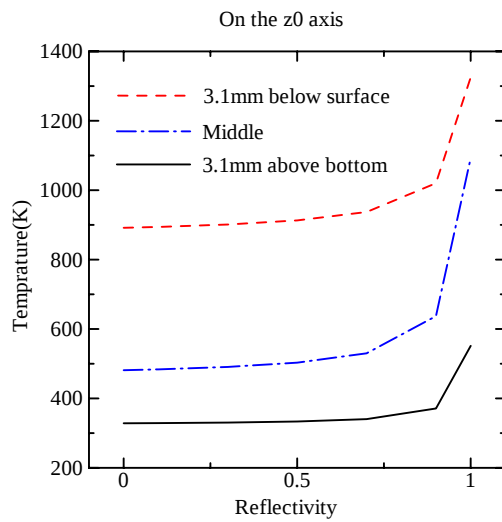


図 6.20: 温度応答の結果 (輻射加熱、 z_0 軸上)

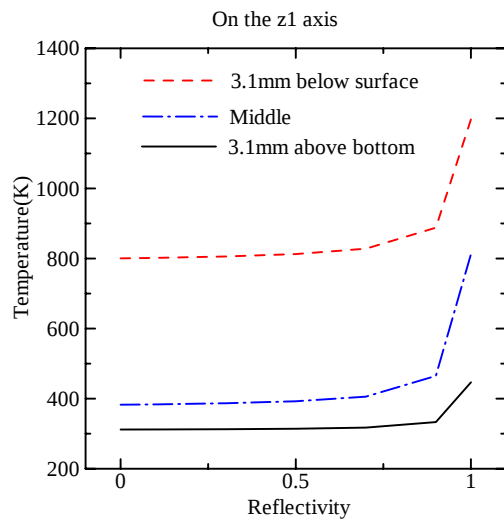


図 6.21: 温度応答の結果 (輻射加熱、 z_1 軸上)

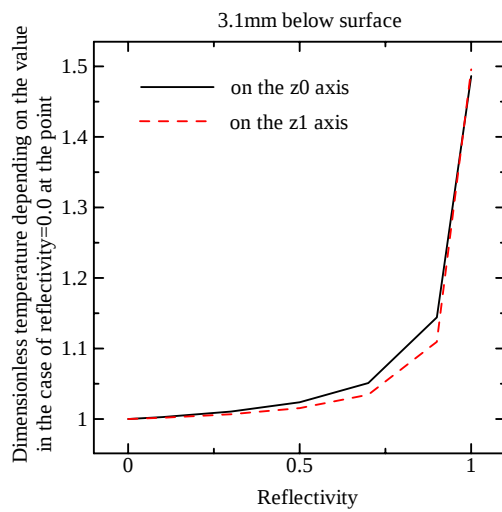


図 6.22: z_0 軸上における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (輻射加熱)

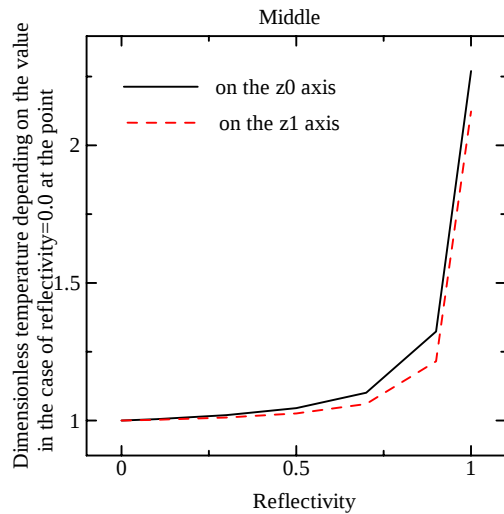


図 6.23: z_1 軸上における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (輻射加熱)

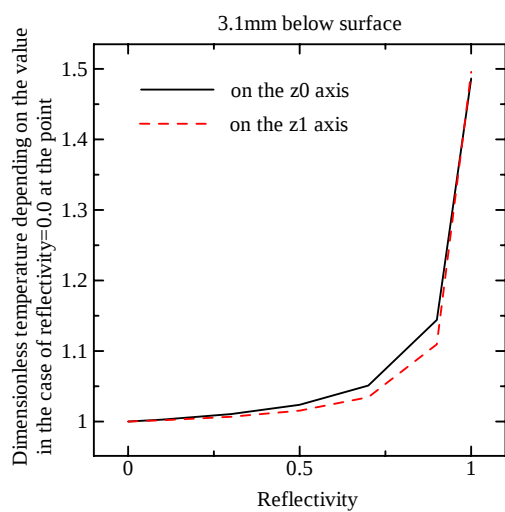


図 6.24: (a) 点における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (輻射加熱)

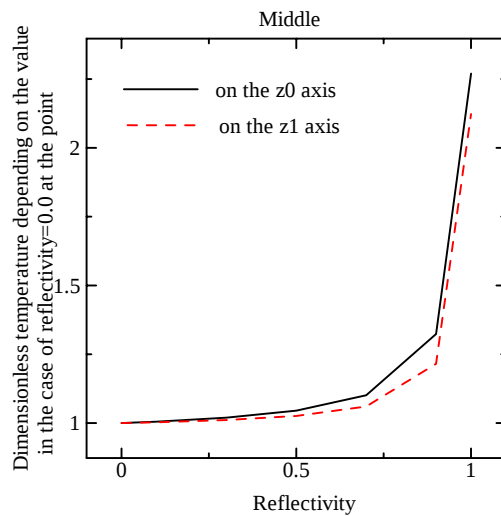


図 6.25: (b) 点における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (輻射加熱)

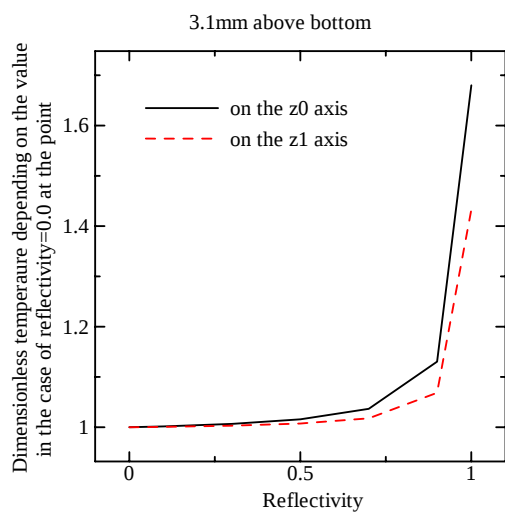


図 6.26: (c) 点における温度変化の内面反射率 ρ_i 依存性 (輻射加熱)

以上のことを踏まえてタイル内の同地点における内面輻射をパラメーターとした温度変動を比較することで対流加熱と輻射加熱の加熱形態の違いによる境界面のパラメータが温度分布に及ぼす影響の違いを調べた。代表地点としては以上のこれまでの結果において、最も高温となった z_0 軸上の (a)、最も温度変動の大きかった z_0 軸上の (b)、 z_1 軸上で最も高温でかつコーナー部に位置する (a) についておこなった。

以上のデータにより以下のようなことが言える。まずいずれの地点においても輻

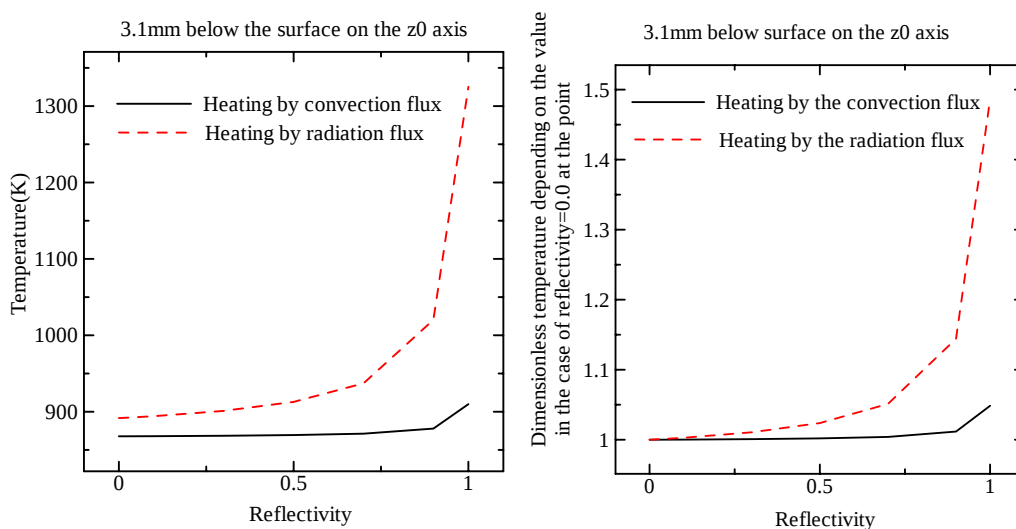


図 6.27: 温度応答の比較 (z_0 軸上、表面から 3mm 下地点) 図 6.28: 温度変化量の比較 (z_0 軸上、表面から 3mm 下地点)

射加熱のほうが対流加熱よりもはるかに温度分布に及ぼす影響が強い。これは特に内部反射率 ρ_i の値が 0.7 よりも大きくなり、境界面での反射により輻射の影響が増幅されるときに強く見られる。これはもともと上面からの輻射流束の直接流入により熱輸送に占める輻射輸送の割合が多くなっている上に、境界面での反射により輻射の影響が増幅されるからだと思われる。また内部反射率 ρ_i の値が 1 に近づくときに、すべての地点において輻射加熱のほうが温度の増加量が多いのも、このような増幅機構が働いているからだと思われる。

6.5 考察

以上の結果を踏まえて解析結果に対する考察を加える。

- 内面反射率 ρ_i による温度場に対する影響
まず空間的な位置、及び加熱形態の違いによらず普遍的にいえることというのは程度の違いこそはあれ、この輻射境界条件の設定により輻射場の状態に

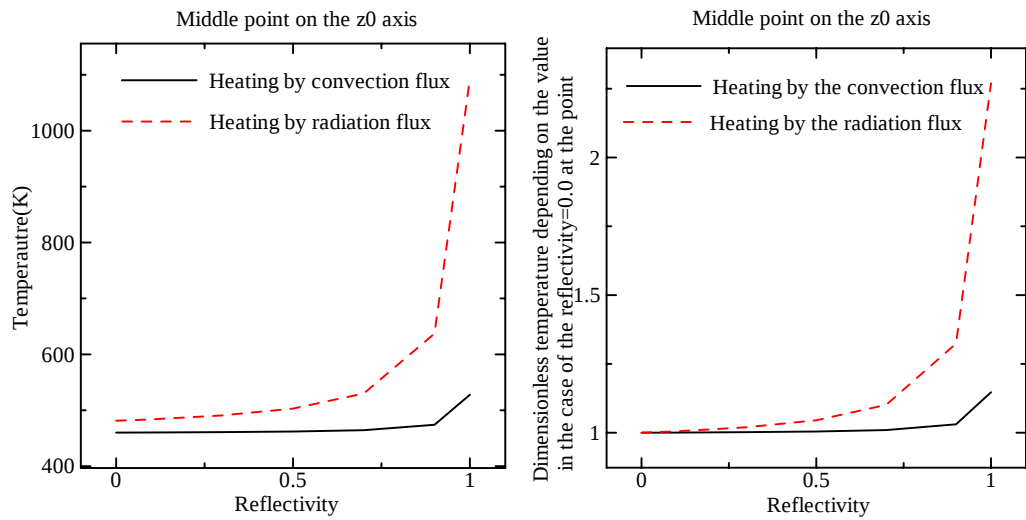


図 6.29: 温度応答の比較 (z_0 軸上、中間地点) 図 6.30: 温度変化量の比較 (z_0 軸上、中間地点)

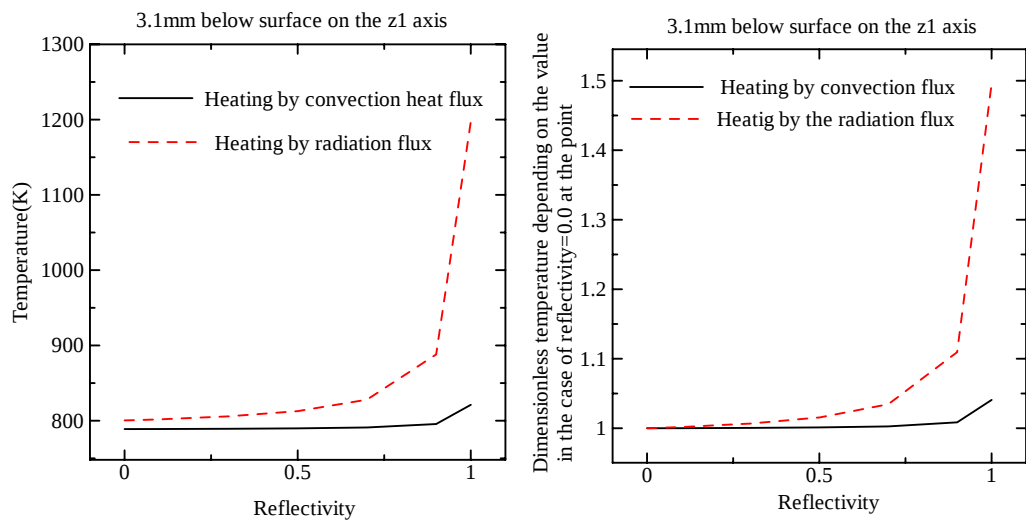


図 6.31: 温度応答の比較 (z_1 軸上、表面から 3mm 下地点) 図 6.32: 温度変化量の比較 (z_1 軸上、表面から 3mm 下地点)

変化がおり、その結果が温度分布に影響するということである。特に断熱材のタイルのような高温時の熱伝導に輻射の影響を強く受ける素材においては、輻射場の違いが温度分布に大きな影響を及ぼす。特に内面反射率 ρ_i が 1 に近づき、上面及び側面から輻射熱流束が外に漏れなくなる、“熱が中にこもる” ような状態になると温度が急激にあがる。この現象は外部から直接輻射熱流束が加わり、熱輸送に占める輻射による熱輸送の割合がそれに従って増大する輻射加熱において顕著である。

- 空間的な位置による温度場に対する影響

解析を始める前に立てた予想では、内面反射境界条件及びギャップ加熱の存在により、コーナー部 (解析結果でいう $z1$ 軸上の上面から $3.1[\text{mm}]$ の地点) の温度があまりこうした 3 次元的な効果を受けないであろう中央部の値 (解析結果でいう $z0$ 軸上の上面から $3.1[\text{mm}]$ の地点) に対して急激な上昇が見られることを予想していたが、実際にはその逆であった (図 6.13, 6.24)。またこの上面から $3.1[\text{mm}]$ のみに限らず同じ深さの $z0, z1$ の 2 軸上の値を比較すると、温度上昇の割合は常に図 6.13, 6.24, 6.13, 6.24 に見られるように壁面に近い $z1$ 軸上の値よりも $z0$ 軸上の値のほうが高いものになった。つまりコーナー部よりも中央部に“熱がこもる”状態になっていた。これは輻射熱流束の影響が強くなる輻射加熱の際に顕著であった。これは壁面上の値が、境界上につけられた室温環境との熱輻射境界条件 (内部輻射とは関係がない) のため、境界温度の 4 乗に比例して放射熱が増え、その結果温度上昇が低く抑えられるために、その影響で境界面から離れた箇所の方がかえって温度が上がりがやすくなったものと考えることができる。

- 加熱方法による温度場に対する影響

当初から予想されていたように、境界面から直接強制的に輻射熱流束が流入する輻射加熱の方が、加熱された物体が自然に輻射熱流束場を形成する対流加熱よりも、相対的に熱輸送に占める輻射熱輸送の割合が増え、結果として輻射境界条件の設定 (ここでは内部反射率 ρ_i で評価) の変化に対して感度が高くなるということがわかった。

- ギャップ加熱の温度場に対する影響

先ほど述べたように当初想定されたほどは、温度分布に対する影響はなかったが、断面図の温度分布図 6.5, 6.7, 6.16, 6.18 などを見るにこの部分からも確かに熱流入は起こっている。ただ先述した熱輻射境界条件の影響等により想定されたほどの変化は引き起こすことがなかったと考えられる。

第7章 結論

本章では、以上のコード開発、解析結果についての最終的な結論を述べ、以降の課題について述べる。

本研究では半年にわたって、過去2年間の解析ならびに実験を通じて妥当性が示された輻射熱伝導連成解析コードを1次元から2、3次元へと多次元することでコードの高精度化をおこない、あわせて高速化などのコードの整備を行った。これに加えて第四章で示したようにコードの精度検証をおこなった。また第五章の実験解析で示されているように境界条件はその対象に合わせた適切な設定をしないと全く異なる解析結果を生じえることを示しているし、第六章で見たように輻射境界条件のパラメーターが少し異なるだけで全く解析結果は異なってくる。このようなことから、適切な境界条件設定することのできるような多次元コードの必要性を示すことができたとおもわれる。

壁面での輻射の反射を多次元解析に反映するのは、旧来の輻射影響を有効伝導率に置き換えておこなうような単純な現象のモデリングでは原理的に不可能なことであり、その点からも本研究で作成した輻射・熱伝導連成解析コードは有用なものであると思われる。

今まで述べてきたように多次元化は、特に境界面の影響を強く受ける箇所の解析を行う上で重要である。現在耐熱設計においては、簡易的な有効熱伝導率モデルなどを持ちいて、1次元の熱応答を調べることにより、耐熱設計を行っている。これは擬似的な1次元環境の成立するタイル中央部付近では、ある程度その応答を正確に見積もることができるが、タイル境界付近の熱応答の影響までは見積もることはできない。本研究で開発した多次元コードを用いることでこうした影響も評価でき、設計に反映しうると思われる。

今回の研究は期間の区切られたものであったので、往還機の断熱材のコードして適切か、すなわち何らかの多次元的な境界条件が作用するような実験を行い、その解析に本コードを用いてその妥当性を評価するところまではできなかったのも、実験の再現性があるかどうかを今後以降に確かめる必要があるとおもわれる。

このことについて言及すると以降の課題としては以下のようなものが挙げられると思われる。

- 解析コードとしての妥当性の検討

宇宙往還機の断熱材解析コードとして実験現象の再現性があるか調べる必要があるとおもわれる。昨年の実験は、1次元コードの有用性を提示し得たが、その分1次元状態を上手く創出しており、側面からの熱損失などの2、3次元効果は相殺している。すなわち側面影響が現れるような実験をおこない、その影響を2次元ないし3次元コードで適切に示せるかを検証する必要があると思われる。

- 物性値の決定方法

2次元ないし3次元解析するにあたって、その物性値ならびに境界条件・輻射諸定数をいかにして決定するかは今後の課題であるといえると思われる。

なお言い遅れたが、多次元的な境界条件の効果をみてとることのできるような解

析題材として宇宙航空研究開発機構においては、今後タイルのレーザー照射加熱実験が行われる予定なのでその際の解析検討に今回作成したコードが使用されることを期待したい。

参考文献

- [1] Carl C.Poteet, Hasan Abu-Khajeel, Su-Yuen Hsu, *Preliminary Thermal-Mechanical Sizing of Metallic TPS; Process Development and Sensitivity Studies*, AIAA 2002-0505.
- [2] Max L.Blosser, *Development of Metallic Thermal Protection System for the Reusable Launch Vehicle*, NASA Technical Memorandum 110296, 1996.
- [3] C.-H. Ho and M.N.Ozisik, *COMBINED CONDUCTION AND RADIATION IN A TWO-DIMENSIONAL RECTANGULAR ENCLOSURE*, Numerical Heat Transfer, vol.13, pp.229-239, 1988.
- [4] Chin-Yang Wu and Nai-Rui Ou, *Transient two-dimensional radiative and conduction heat transfer in a scattering medium*, Int.J.Heat Mass Transfer. Vol.37, No.17, pp.2675-2686, 1994.
- [5] Taik Young Kim and Seung Wook Baek, *Analysis of combined conduction and radiative heat transfer in a two-dimensional rectangular enclosure using the discrete ordinates method*, Int.J.Heat Mass Transfer. Vol.34, No.9, pp.2265-2273, 1991.
- [6] Pierre-Emmanuel Baudoux, Antoine Roblin, and Patrik Chervet, *New Approach for Radiative-Transfer Computations in Axisymmetric Scattering Hot Media*, JOURNAL OF THERMOPHYSICS AND HEAT TRANSFER, Vol.15, No.3, July-September 2001
- [7] Zhixiong Guo and Sinil Kumar *Three-Dimensional Discrete Ordinates Method in Transient Radiative Transfer*, JOURNAL OF THERMOPHYSICS AND HEAT TRANSFER, Vol.16, No.3, July-September 2002
- [8] 中村俊哉・甲斐高志, セラミックタイルの輻射熱伝導連成解析, 日本航空宇宙学会論文集 Vol.51, No.598, pp.641-646, 2003.
- [9] 中村俊哉・甲斐高志, セラミックタイル断熱材の輻射・熱伝導連成解析に関する研究, 独立行政法人 航空宇宙技術研究所報告, TR-1470, 2003 年 8 月.

- [10] 塩崎聖治, 宇宙往還機熱防護系の非定常熱応力に及ぼす輻射特性の影響, 東京大学卒業論文, 2002.
- [11] 渡辺文章, 宇宙往還機断熱タイルの輻射・熱伝導連成解析, 東京大学卒業論文, 2003.
- [12] 矢川元基, 宮崎則幸. 有限要素法による熱応力・クリープ・熱伝導解析, サイエンス社, 1985.
- [13] 庄司正弘, 伝熱工学, 東京大学出版会, 1995.
- [14] 筒井喜平,
From Computation, 1999-2003, <http://computation.cside.com/index.html>.
- [15] James W. Demmel, John R. Gilbert and Xiaoye S. Li, *SuperLU Users' Guide*,
<http://crd.lbl.gov/xiaoye/SuperLU>.

あとかき

謝辞

研究を進めるにあたって、酒井先生、指導教官であった泉先生、助手の岩崎さんを始めとして研究室の皆さんには大変お世話になりました。そしてなによりも、研修生として私を受け入れてくださった宇宙航空研究開発機構所属の中村俊哉氏には、研究に関することから宇宙航空に関する幅広い分野にわたって非常に多くの助言・知識をいただき、このように論文を完成するにいたりました。改めてこの場をかりて御礼を申し上げたいと思います。本当にお世話になりました。一年間ありがとうございました。

付録

付録としてプログラム構成の概要を掲載する。

プログラム構成

本研究で作成したプログラム大きく分けてプリ部 (長方形・直方体対象の領域分割、境界条件設定部)、数値計算部に分かれている。詳細はプログラムに付属の readme を読んでほしい。またポスト処理は Micro AVS(株式会社 ケイジーティー 160-0022 東京都新宿区新宿 2-8-8 とみん新宿ビル TEL: 03-3225-0743 e-Mail:avs-info@kgt.co.jp URL:http://www.kgt.co.jp) の VER.6.0 パッチ REV.D を用いて可視化を行っている。以下にこの順に沿って概略を説明していく。

前処理

以下のファイル構成になっている。

mesh.c :: 領域分割 (当分割)、節点データ、要素構成データ、材料データ、初期温度、温度拘束条件データ、各種熱伝導境界条件データ、輻射境界データ、mask 用節点番号データ設定用関数収容ファイル

mesh.h :: 分割数、節点数、要素数、材料数、温度拘束点数、境界条件数、輻射用境界条件及び mask データ数の上限設定ファイル

入力ファイル

mesh_data.dat::領域の大きさ、分割数、材料データ、初期温度、各辺境界条件、mask 用の条件設定用ファイル実行時、実行ファイルがこのデータを参照に領域分割ならびに節点番号、要素番号、要素構成、節点对応の温度拘束設定、要素単位の境界条件の設定、mask 用の節点番号データの抽出、輻射用の境界条件の設定 (節点番号、対応する方向離散点) などを実行する

出力ファイル

output_data.dat::後述する輻射・熱伝導連成コードの熱伝導ルーチンに渡す条件設定ファイル。総節点数、総材料数、要素数、温度拘束点数、境界条件数、節点座標、初期温度、物性値、要素構成節点番号、要素材料番号、温度拘束節点、拘束温度、要素境界条件 (境界条件の種類、要素番号、境界面・または境界辺、諸定数)

mask_data.dat::mask 用の総節点数、節点番号

radboundary_data.dat::輻射解析ルーチン用の総境界節点数、節点番号ならびに、領域面を挟んで対称となる離散点番号を選出。

コンパイルの仕方 : mesh.c をターゲットにしてコンパイル。
例えば

%gcc mesh.c -lm など。Windows 用の borland c++ コンパイラ、Linux 上 intel 系の c++ コンパイラなどで動作確認

数値計算部

radheat*.c(-2 or 3)::数値解析プログラム本体、熱伝導定常/非定常解析ルーチン
(反復計算に輻射ルーチンを含む)

boundary.h::境界条件設定に関する諸関数収納

global.h::グローバル変数、関数操作変数、輻射諸定数の収納

heatflux.h::輻射流束値、熱流束値計算関数収納

io.h::入出力諸関数収納

isopara-8.h/trilinear.h::要素形状に応じた有限要素方程式・全体方程式作成に必要な諸関数収納

Makefile::Linux 対応 makefile, 関数の中には連立 1 次方程式のソルバルーチンとして SuperLU のライブラリを参照にしてある変数・関数があるのでプラットフォームに応じて書き直す必要がある。

manu.h::操作関数収納

masspro.h::温度、時間変動する物理定数収納、併せて time_step 操作関数も収納

matrix.h::行列操作関数収納

matrix2.h::SuperLU 用の入力フォーマットに併せるための諸関数収納

radius.h::輻射ルーチン用の諸関数収納

so_suplu.h::SuperLU とのインターフェース関数収納

入力ファイル

output_data.dat::後述する輻射・熱伝導連成コードの熱伝導ルーチンに渡す条件設定ファイル。総節点数、総材料数、要素数、温度拘束点数、境界条件数、節点座標、初期温度、物性値、要素構成節点番号、要素材料番号、温度拘束節点、拘束温度、要素境界条件 (境界条件の種類、要素番号、境界面・または境界辺、諸定数)

mask_data.dat::mask 用の節点番号

radboundary_data.dat::輻射解析ルーチン用の節点番号ならびに、領域面を挟んで対称となる離散点番号を選出。

出力ファイル

output*.csv::(1-定常解析、2-非定常解析)mask 点での温度データ

heatflux.inp::Micro AVS 用の熱流束データファイル

radheatflux.inp::Micro AVS 用の輻射熱流束データファイル

temperature.inp::Micro AVS 用の温度分布データファイル

コンパイルの仕方::

まず SuperLU のコンパイルする必要がある (Version2.0)。詳細は付属の readme で。プラットフォームに準拠した Makefile が用意されている。f2c.a,f2c.h がないとコンパイルできないことがある。

%make blaslib (blas.a の生成)

%make

など。

つづいて radheat*-d(* - 2 or 3) フォルダに移動。このさいこのフォルダを SuperLU と並列にしておく必要がある (もしくは Makefile に記述されているパスの変更が必要)

%make

実行ファイル radheat*-d が生成されるのでこれを実行。

Linux(Red Hat Linux 7.0) 系の intel c++コンパイラ (version7.1) で動作確認済み

ポスト処理

先述したように KGT 社製 Micro AVS 6.0/7.0 を用いて結果の可視化。

以上

1～ 112 ページ 完

卒業論文

平成16年 2月6日 提出

20165 小林 尚司