修士論文

小標本検査データを元にした疲労破損率評価におけるベイズ推定の利用

1p ～ 68 p 完

平成 17年 2月 10日 提出

指導教員　　　酒井 信介 教授

36154 岡島 智史

目 次

図目次

表 目 次

第1章　序論

1.1 背景

1.1.1 リスクベースメンテナンス (RBM)

日本では高度経済成長期に，発電所などの多くのプラントが建設された．近年こうしたプラントの老朽化が進み，その一方で経済状況の悪化から容易にプラントを作り直すことが出来ないという現状がある．このためプラントにおける検査等の維持管理の重要性は高まり，コストを抑えつつ維持管理の有効性を高めていくことが求められている [1].

メンテナンスを合理化し，コストを低減するための手法として RBM(Risk Based Maintenance) が注目を集め [1][2][3]，国家的な方針として導入に向けた取り組みがなされている．リスクベースメンテナンスは，主に欧米において研究が進められており，アメリカ機械学会（ASME）やアメリカ石油協会（API）などでガイドラインが発行されている．

RBM は，プラント内の配管などの各機器におけるリスクをもとにメンテナンス計画を作成する手法である．各機器に対するリスクは，対象機器における「破損率」と，破損した場合に発生する被害の大きさである「影響度」の積として求められる．リスクが大きい機器は早急に対処が必要な部位であり，逆にリスクが小さい機器は安全性が高いものと判断される．

1.1.2 RBM 導入における問題点

プラントに対して RBM を行う際には機器ごとに破損率を求める必要がある．RBM に利用可能である破損確率データとしては，米国石油協会の API581[4] に記載されたものが広く認知されている．しかし，API581 の破損確率データは，米国の石油化学プラントを対象として求められたものであり，気候や使用条件の異なるわが国のプラントに単純に適用することには疑問がある．機械構造物の評価においては，我が国の実情に即したデータを用いることが必要であるが，我が国ではこれまでは，リスク評価への適用を意識した多様な機器に対する破損確率および寿命分布データの系統的な整備が行われてこなかったために，破損確率評価に資するような情報が十分に得られないという問題が存在する．このため，RBM の導入に当たって定期検査データ等から破損確率評価を行う必要がある．

1.2　本研究の目的

本研究では，小標本のサンプルデータから効率よく母集団を推定することに応用されているベイズ推定を，過去に得られた検査データを用いた疲労破損率の評価に利用する手法を検討し，ベイズ推定の有効性とその限界を調査することを目的とする．

1.3　検討対象とするモデル

本研究では疲労破損率推定のモデルとして，用途別に二つのモデルについて，破損確率評価法の検討を行う．

まず，き裂が発見された場合には交換が行われる機器を考える．これに対して，検査によってき裂が発見されることを破損と定義したモデルについて検討を行う．

次に，検査によってき裂が発見された場合に，補修を行い使用し続ける機器を考える．この場合，検査によるき裂検出能力が補修後の安全性に大きく影響するため，き裂長をモデル化し，き裂検出能力の差異を考慮する必要がある．このため，補修を行う機器に対して破損確率評価を行うため，き裂長がある限界長さに到達することを破損と定義したモデルについて検討を行う．

1.4　本論文の構成

第1章　序論　では，本研究の背景について概説し，本研究の目的を示した．

第2章　ベイズ推定　では，本研究で母数推定手法として着目したベイズ推定について，理論と特徴を解説する．

第3章　き裂発見を破損とおいたモデルの検討　では，き裂発見をもって破損と定義したモデルについて，破損確率評価手法の検討を行う．破損確率評価手法を提案し，ベイズ推定の利用の有効性と範囲を検討する．

第4章　限界き裂長到達を破損とおいたモデルの検討　では，裂長が限界値に到達することを破損と定義したモデルについて，破損確率評価手法の検討を行う．破損確率評価手法を提案し，ベイズ推定の利用の有効性と範囲を検討する．

第5章　考察　では，本研究で提案した疲労破損率推定手法を，実際のメンテナンスに適用する手法について検討する．

第6章　結論　では，本研究を通して得られた結論を総括する．

第2章　ベイズ推定

2.1 緒言

ベイズ推定は，ベイズの定理を用いることで確率分布を推定する手法である [5][6][7]．通常の統計学では，推定される母数が一つの真値を持つとして推定を行い，推定誤差を信頼区間で表す．一方でベイズ推定では，母数がある確率分布に従いばらつくものとして扱い，この確率分布をベイズの定理を用いて絞っていくことで推定を行う．本章では，ベイズ推定の理論及び実行手順を解説する．

2.2 ベイズの定理

ベイズ推定の核をなすベイズの定理について解説する．あるデータ D を説明するための仮説 H_i が n 種類存在し，それ以外に仮説はありえず，複数の仮説が正しいことはないとする．

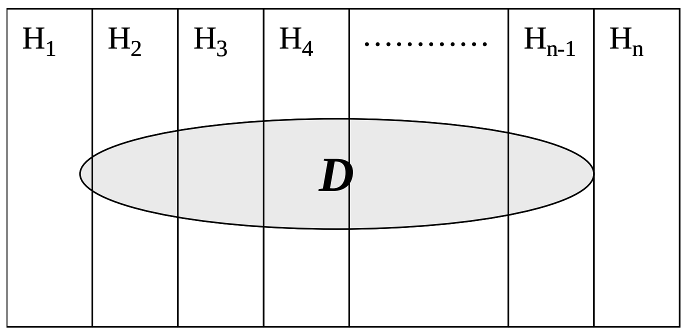

図 2.1: ベイズの定理

このとき，データ D が得られてかつその原因が仮説 H_i である確率 $P(D \cap H_i)$ は式 2.1 で求められる．

$$
\begin{aligned}
P(D \cap H_i) &= P(H_i|D)P(D) \\
&= P(D|H_i)P(H_i)
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

これを変形することで，式 2.2 のベイズの定理が得られる．

$$
P(H_i|D) = \frac{P(D|H_i)P(H_i)}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} P(D|H_i)P(H_i)}
\tag{2.2}
$$

仮説が連続的である場合には，ベイズの定理は式 2.3 となる．

$$f(\boldsymbol{\theta}|D) = \frac{P(D|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta})}{\int P(D|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta}} \tag{2.3}$$

$\boldsymbol{\theta}$ は連続的な仮説であり，ベイズ推定では推定対象母数のベクトルである．

2.3 ベイズ推定の手順

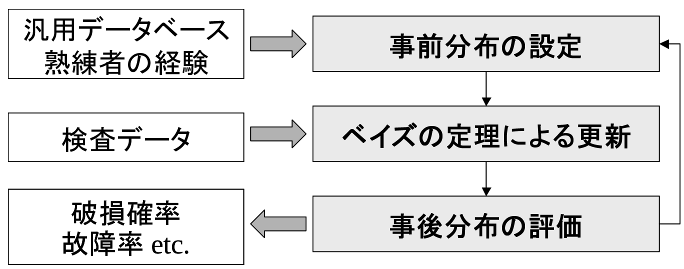

図 2.2: ベイズ推定の手順

図 2.2 はベイズ推定の手順を示したものである．以下，各手順について順に解説する．

2.3.1 事前分布の設定

ベイズ推定では，初回の推定前に母数に対する予測を立て，この予測をもとに母数の確率分布である事前分布を与える．以後，新たな情報を得るたびに，前回の事後分布を事前分布として更新していくことにより，母数の推定精度を高めていくことが出来る．この場合，初期の事前分布が適切であれば，少ないデータから母数推定を比較的精度良く行うことが出来る．

対象機器から得られた検査データ以外の事前情報が存在する場合，この情報をもとに初期の事前分布を与えることが考えられる．事前情報としては，類似の機器に共通して使えるデータベース，あるいは熟練者の経験に基づく情報などが考えられる．ベイズ推定では，通常の統計学的手法では利用できないこれらの事前情報を，事前分布として自然に推定に利用することができる．

一方で，事前に利用できる情報が存在しない場合，母数に関する情報を一切持たない分布を事前分布として与えることでベイズ推定が行える．このような考え方のもとで与えられる事前分布を無情報性事前分布（Noninformative prior）という．最も単純な無情報性事前分布として，一様分布が用いられることが多い．しかし，同

一の分布形であっても，異なる形式の式で定義されることがある．例として，ワイブル分布の分布関数として以下の二種類が考えられる．

$$F(t|\alpha,\beta) = \quad 1 - exp\left\{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}\right\} \tag{2.4}$$

$$F(t|\alpha,\lambda) = \quad 1 - exp\left(-\lambda t^{\alpha}\right) \tag{2.5}$$

この場合，式 2.5 の二母数に対して一様分布を与えると，式 2.4 の母数 β に対して 0 付近に高い確率密度の事前分布を与えることに等しくなる．このように，ある定義で母数が一様分布していても，異なる定義では一様分布になるとは限らず，ある特定の値に高い確信の度合いを与えている可能性がある．このため，一様分布は無情報性事前分布としては不適切である．

母数の定義方法に対して不変な無情報性事前分布の与え方として，Jeffrey's Prior, Reference Prior 等がある．

2.3.2 ベイズの定理による更新

式 2.3 に示したベイズの定理を用いて，事前分布 $f(\boldsymbol{\theta})$ と尤度 $P(D|\boldsymbol{\theta})$ から事後分布を求める．尤度 $P(D|\boldsymbol{\theta})$ は，母数がある値 $\boldsymbol{\theta}$ をとるという条件のもとで，D という事象が得られる条件付確率として計算できる．

2.3.3 事後分布の評価

事後分布をもとに，母数の推定結果を求める．母数の点推定を行いたい場合には，事後分布の確率密度が最も大きい点を採用することが考えられる．母数の区間推定を行いたい場合には，事後分布から確信区間を求める．$100 \times (1-k)\%$確信区間は，図 2.3 に示すように，母数の事後分布の両端から $100 \times k/2\%$の区間を除いた，中央部の区間である．

また，母数が定まれば算出可能となるパラメータについても，事後分布に従う乱数を用いてモンテカルロシミュレーションを行うことで，母数と同様に区間推定を行うことが出来る．事後分布に従う乱数を発生させる方法として，Metropolis-Hasting 法が有用である [6]．

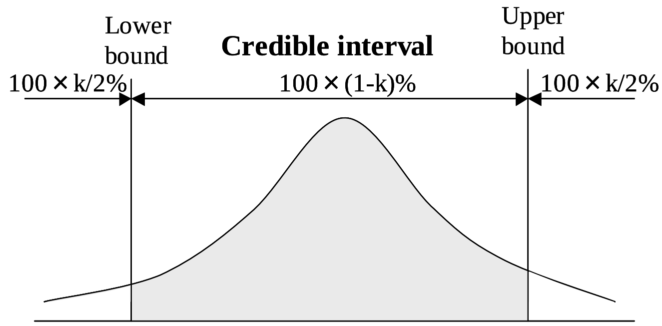

図 2.3: $100 \times (1-k)\%$確信区間

第3章　き裂発見を破損とおいたモデルの検討

3.1 緒言

本章では，検査でき裂が発生した場合に交換を行う機器を対象に，検査データより破損確率評価を行う手法について検討する．き裂が検査によって発見されることを破損と定義し，ベイズ推定の適用手法，及び有効性と有効性の範囲を系統的に幅広く検討する．

3.2 疲労破損率推定手法

3.2.1 疲労破損のモデル

対象とする機械構造物に対し，装置の起動及び停止に伴って疲労損傷が累積し，き裂が発生する．このき裂が検査によって検出されうる状態になることを破損と定義する．検査によって，破損寿命に至った機器のき裂は見落とされることなく発見され，その時点で新品に交換されるものとする．このときに得られる検査記録は，検査が行われた時刻と，その時点で機器にき裂が発生しているか否かの情報である．

検査記録から，疲労破損の寿命分布を推定し，破損確率評価に結びつけることを考える．疲労破損寿命の分布として，時刻と共に故障率が上昇するという疲労損傷の特徴を再現可能な，下記の二母数ワイブル分布を仮定する．

$$F(t) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha}\right\} \tag{3.1}$$

t は補修を行ってからの経過時間である．起動停止回数が損傷に影響するため，起動停止一回を単位時間に対応付けた．α は形状母数，β は尺度母数であり，この二つの母数を検査結果から推定する．以後，形状母数を α，尺度母数を β と記述する．式 3.1 は時刻 t までの間に破損が発生する確率であるため，二つの母数が求まれば，$F(t)$ によって破損確率を評価することが可能である．

3.2.2 推定手順

得られた検査データ D をもとに，母数の事後分布 $f(\alpha, \beta|D)$ が，下記のベイズの定理によって求められる．

$$f(\alpha, \beta|D) = \frac{P(D|\alpha, \beta) f(\alpha, \beta)}{\iint P(D|\alpha, \beta) f(\alpha, \beta) d\alpha d\beta} \tag{3.2}$$

以下，式中の各要素について，本モデルへの適用手法を述べる．

事前分布 $f(\alpha, \beta)$

疲労寿命分布の母数についての情報が，データベース等から予測できる場合には，予測された分布データをもって初期の事前分布とすることが妥当である．本章ではこのような，事前情報がある場合の推定を模擬して検討を行うため，初期の事前分布を，式 3.3 のように，二母数が互いに独立な対数正規分布と仮定し，α と β の様々な初期分布について調査した．

$$
\begin{aligned}
f(\alpha, \beta) = & \frac{1}{\sqrt{2\pi}\alpha\sigma_\alpha} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\alpha - \ln Me_\alpha}{\sigma_\alpha}\right)^2\right\} \\
& \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta\sigma_\beta} exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\beta - \ln Me_\beta}{\sigma_\beta}\right)^2\right\}
\end{aligned}
\tag{3.3}
$$

Me_α, Me_β は事前分布における α, β の中央値であり，$\sigma_\alpha, \sigma_\beta$ は事前分布における $\ln\alpha, \ln\beta$ の標準偏差である．α, β ともにワイブル分布の定義より正の値しかとりえないため，自動的にこの条件を満足する対数正規分布を採用した．

き裂発生までの起動停止回数の平均値，分散が，類似機器のデータベースや熟練者の経験などから大まかに分っている場合には，Me_β に平均値，Me_α に変動係数の逆数を与えて推定を行うことが考えられる．

一方，初期の時点で，母数の分布について何の情報も存在しない場合には，無情報性事前分布（Noninformative Prior）を用いる．推定する分布が二母数ワイブル分布である場合の無情報性事前分布として，Sun[8] が式 3.4 を誘導している．本章では，このような無情報の状態から出発する場合のベイズ推定についてもあわせて有効性を検討することとした．

$$
f(\alpha, \beta) \propto \frac{1}{\alpha\beta} \tag{3.4}
$$

疲労は磨耗故障の代表的なものであり [9]，時刻と共に故障率は上昇する．$\alpha < 1$ である場合故障率は時刻と共に減少するため，疲労寿命分布としては不適切である．このため $\alpha < 1$ における事前分布は 0 とした．

尤度 $P(D|\alpha, \beta)$

本章におけるモデルでは，得られるデータ D として，前回の検査から今回の検査までの期間内に，き裂が発生しなかった事象（safe）とき裂が発生した事象（failure）の二通りが考えられる．尤度 $P(D|\alpha, \beta)$ は今回の検査で新たに得られた事実を反映したものであるため，前回の検査時点でき裂が発生していないという条件付の確率を与えることが妥当である．具体的な尤度 $P(D|\alpha, \beta)$ の式として，き裂が発見され

なかった場合は式 3.5，き裂が発見された場合は式 3.6 を用いる．複数の機器に対する検査結果を得た場合には，各機器 i の尤度 $P_i(D|\alpha,\beta)$ の積をもって $P(D|\alpha,\beta)$ とする．

$$P(safe|\alpha,\beta) = \exp\left\{\left(\frac{t_{last}}{\beta}\right)^{\alpha} - \left(\frac{t_{inspect}}{\beta}\right)^{\alpha}\right\} \tag{3.5}$$

$$P(failure|\alpha,\beta) = 1 - \exp\left\{\left(\frac{t_{last}}{\beta}\right)^{\alpha} - \left(\frac{t_{inspect}}{\beta}\right)^{\alpha}\right\} \tag{3.6}$$

ここで，$t_{inspect}$ は補修後，検査が行われるまでの経過時間である．t_{last} は前回の検査が行われるまでの時間であり，今回が補修後初めての検査である場合には 0 である．

事後分布 $f(\alpha,\beta|D)$

ベイズ推定の結果として，事後分布 $f(\alpha,\beta|D)$ が得られる．事後分布 $f(\alpha,\beta|D)$ は母数 α,β の同時確率密度であり，現実の現象と対応させづらい．そこで，事後分布 $f(\alpha,\beta|D)$ に従う乱数によりモンテカルロシミュレーションを行うことで，事後分布から破損確率，MTBF(Mean Time Between Failure)，故障率等の，メンテナンス上利用しやすい値の確率分布を得る．

α,β が求まれば，時刻 t までの破損確率は式 3.1 で与えられる．

MTBF は修理された機器が破損するまでの平均時間間隔である．疲労寿命が二母数ワイブル分布に従う場合，MTBF は式 3.7 より求められる [9].

$$MTBF = \beta \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \tag{3.7}$$

ここで $\Gamma(x)$ はガンマ関数である．

故障率は時刻 t まで正常に動作していた機器が引き続く単位時間に故障を起こす割合であり，疲労寿命が二母数ワイブル分布に従う場合，時刻 t における故障率は式 3.8 で求められる [9].

$$\lambda(t) = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1} \tag{3.8}$$

3.3 実機検査データへの適用

3.3.1 実機検査データ

実機の検査データに対してベイズ推定を行い，ベイズ推定によって母数推定が可能であることを確かめる．対象機器は，図 3.1 に示す，ボイラ壁面に走る管に対し溶

接された炉壁付箱型構造物である．この構造物のコーナ部の溶接部では，起動停止に伴う熱応力の変動によりき裂が発生する．この溶接部に対する熱疲労き裂検査記録を元に，き裂発生寿命の推定を行った．検査記録は三回の検査実施時点における累積起動停止回数，および対象部位のき裂の有無から成っており，詳細を表 3.1 に示す.

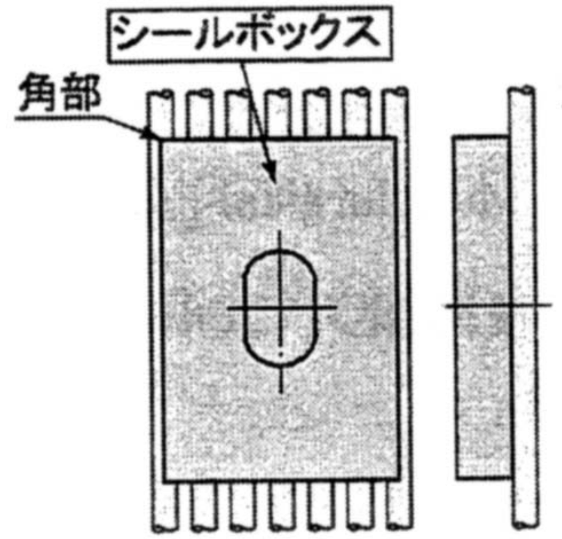

図 3.1: 炉壁付箱型構造物

表 3.1: 実機検査データ

	1 回目	2 回目	3 回目
起動停止回数	225	310	331
対象機器数	128	30	96
き裂発見	128	18	18
き裂未発見	0	12	78

3.3.2 母数推定結果

まず，事前にまったく情報が与えられていない場合について検討した．各検査終了時点において，得られた検査データを用いて無情報性事前分布からのベイズ推定（以降 Non-info. と略記する）を行った．また通常の統計処理との比較を行うため，最

尤法による母数推定をあわせて行った．推定の結果得られた α, β の平均値および標準偏差を表 3.2 に示す．検査一回目終了時点では，あらゆる機器にき裂が検出されたため，最尤法では最尤点が無限遠となる．一方 Non-info. では事後分布が確率密度関数の条件を満たさない．従っていずれについても有効な推定は行えない．検査二回目終了時点では，最尤法によって推定された α, β の標準偏差が極めて大きいのに対し，Non-info. では特に β の標準偏差が小さく，狭い領域に母数を推定できる．検査三回目が終了し，利用できる検査データが増えた時点での推定結果は，最尤法と Non-info. でほぼ一致しており，両者の顕著な差異は無くなる．

表 3.2: 母数推定結果

		1st	2nd	3rd
MLM	α	(∞)	3.35 ± 542.02	2.63 ± 0.31
	β	(0)	87.2 ± 367.8	130.9 ± 6.0
Non-info. Bayesian	α	(0)	10.90 ± 32.27	2.63 ± 0.32
	β	(0)	86.3 ± 7.4	130.4 ± 6.1

次に母数の分布に関して，予め類似機器のデータや破壊試験などから情報が得られている場合を考え，式 3.3 による事前分布を与えてベイズ推定を行った．表 3.2 に示した α, β の推定値に対して 0.5 倍程度から 2 倍程度の偏差を与えた 9 例の事前分布を設定し，事前分布の与え方とベイズの定理の有効性との関係を検証した．表 3.3 に設定した 9 例の事前分布の $Me_\alpha, Me_\beta, \sigma_\alpha, \sigma_\beta$ を示し，表 3.4 にベイズ推定結果を示す．

表 3.3: 事前分布のパラメータ

	Case1	Case2	Case3	Case4	Case5	Case6	Case7	Case8	Case9
Me_α	5	5	5	2.6	2.6	2.6	1.5	1.5	1.5
σ_α	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Me_β	250	130	60	250	130	60	250	130	60
σ_β	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5

表 3.2 に示した最尤法，および Non-info. の結果と比較すると，表 3.4 の全てのケースにおいて，利用できる検査データが少ない段階から狭い範囲で母数推定が可能である．検査一回目終了時点では Me_α, Me_β によって推定結果は大きく異なる．検査二回目終了時点では利用できる検査データが増えた結果，全てのケースで β の推定値に大きな差異は無いが，α の推定値は Me_α に依存する．検査三回目ではさらに十分な検査データが利用可能となり，全てのケースにおいて，α と β のいずれについ

表 3.4: 事前情報があるとした場合の推定結果

		1st	2nd	3rd
Case1	α	6.81 ± 3.25	4.57 ± 2.27	2.73 ± 0.32
	β	130.6 ± 30.6	89.1 ± 6.4	131.5 ± 6.0
Case2	α	6.22 ± 3.15	4.64 ± 2.35	2.73 ± 0.32
	β	104.9 ± 33.9	88.0 ± 6.0	130.7 ± 6.0
Case3	α	5.75 ± 3.00	4.63 ± 2.32	2.72 ± 0.32
	β	64.5 ± 29.6	86.7 ± 5.8	130.0 ± 5.9
Case4	α	4.16 ± 1.83	2.97 ± 1.12	2.64 ± 0.31
	β	114.3 ± 28.2	90.2 ± 8.0	131.3 ± 6.0
Case5	α	3.61 ± 1.65	2.96 ± 1.16	2.63 ± 0.31
	β	91.5 ± 29.2	88.1 ± 8.0	130.6 ± 6.0
Case6	α	3.20 ± 1.61	2.95 ± 1.24	2.62 ± 0.31
	β	59.2 ± 25.6	85.9 ± 7.8	129.7 ± 6.1
Case7	α	3.00 ± 1.22	2.40 ± 0.73	2.56 ± 0.30
	β	101.2 ± 26.1	89.4 ± 9.0	131.2 ± 6.1
Case8	α	2.52 ± 1.05	2.37 ± 0.74	2.55 ± 0.30
	β	80.4 ± 25.8	87.2 ± 9.0	130.4 ± 6.1
Case9	α	2.09 ± 0.90	2.27 ± 0.75	2.55 ± 0.31
	β	53.6 ± 22.0	83.9 ± 9.5	129.5 ± 6.1

ても，推定結果は最尤法および Non-info. の結果とほぼ一致する．また全てのケースにおいて利用できる検査データが増えることで，α, β の分散は小さくなることがわかる．

3.3.3 MTBF および故障率推定

実機検査データからのベイズ推定で得られた事後分布より，MTBF および故障率を推定した例を示す.

検査一回目の時点で補修され，検査二回目および検査三回目で，き裂が確認されなかった機器に対し，ベイズ推定によって故障率を推定した．図 3.2 に，推定した故障率の 90 %確信区間の，時刻に対する推移を示す．事前分布は，表 3.2 からの推測値を用いている Case5 を用いた．起動停止回数 310 回,331 回において新しい検査結果を得ることで，母数の分布が更新されて母数の確信区間が狭まる．この結果，故障率推定の不確定性が小さくなることがわかる．

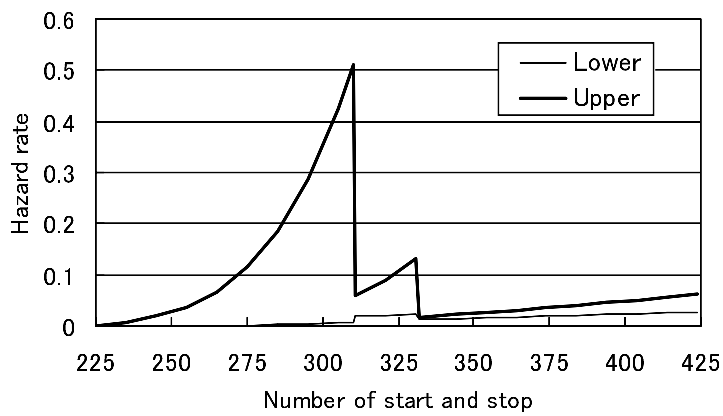

図 3.2: 推定された故障率 90 %確信区間の変動

図 3.3 は最尤法，Non-info.，そして適切な事前分布が与えられたと仮定した場合である Case5 の事前分布によるベイズ推定の三つの手法から推定される MTBF の 90 %確信区間を示したものである．Non-info. は，最尤法と比較して，利用できる検査データが少ない時点からより狭い範囲に MTBF を推定できる．さらに，Case5 のように適切に事前分布を与えれば，Non-info. では推定が行えない検査一回目においても推定が可能である．ただし十分な検査記録がある場合にはどの推定手法でも結果はほぼ一致している．

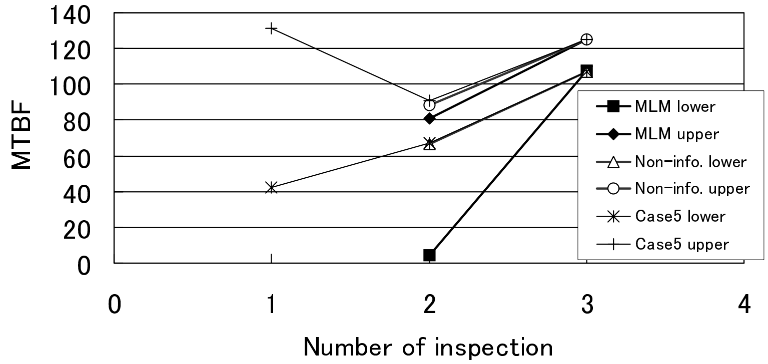

図 3.3: 推定された MTBF の 90 %確信区間

3.4 シミュレーションによる有効性検討

3.4.1 検討手法

事前分布の影響を調べるため，正解とする母数を設定し，事前分布の正解に対する偏差が，ベイズ推定の結果にどのように影響するかをシミュレーションにより系統的に明らかにした．

推定すべき母集団として，3.3 節において実機データから推測された $\alpha = 2.6, \beta = 130$ のワイブル分布を与えた．検査対象機器が 10 個あるとして，全ての機器に定期的に検査が行われるものとした．検査間隔によって，検査データに占めるき裂発見の割合が大きく変化する．検査データの構成の影響を調べるため，検査間隔として起動停止回数 30 回と，起動停止回数 10 回の二通りの例について検討した．検査が行われるまでにき裂発生寿命に至った機器は，検査によって見落とされることなく発見されるとし，その場で新品に交換されるものとした．

以上の条件のもとで 20 例の仮想的な検査データを作成し，各検査終了時に，この仮想検査データを用いて，最尤法による推定およびベイズ推定を行った．結果として，20 例の仮想検査記録による推定結果の平均値を求めた．ベイズ推定における事前分布として，無情報性事前分布のほか，表 3.3 に示した 9 ケースを設定し，推定結果を比較することで，ベイズ推定の有効性とその範囲を検討した．

有効性の検討のため，まず母数の点推定の結果を真値と比較した．次に，MTBF, 故障率，破損確率の推定を通して，ベイズ推定の区間推定における有効性と事前分布による推定への影響を調べた．ベイズ推定では区間推定に確信区間を用い，最尤法は区間推定に信頼区間を用いる．本論文では，最尤法とベイズ推定の比較を行う際には，信頼区間を，ベイズ推定による確信区間と対応付けて検討することとした．

3.4.2 母数推定結果

推定値の妥当性を示す指標として，相対誤差 d_{post} を式 3.9 のように定義した．$\alpha_{post}, \beta_{post}$ は事後分布で同時確率密度が最も高くなる位置の α, β である．$\alpha_{true}, \beta_{true}$ は α, β の真値であり，それぞれ 2.6, 130 である．

$$d_{post} = \sqrt{\left(\frac{\alpha_{post}}{\alpha_{true}} - 1\right)^2 + \left(\frac{\beta_{post}}{\beta_{true}} - 1\right)^2} \tag{3.9}$$

検査間隔 30 の場合

検査間隔を起動停止 30 回とした場合について，検査三回目，六回目，九回目終了時点での最尤法，Non-info.，Case 1〜9 の事前分布を与えた場合の $\alpha_{post}, \beta_{post}$ および d_{post} を表 3.5 に示す．

表 3.5: 母数推定結果（検査間隔 30）

	3rd			6th			9th		
	α_{post}	β_{post}	d_{post}	α_{post}	β_{post}	d_{post}	α_{post}	β_{post}	d_{post}
MLM	22.5	135.2	14.3	3.35	124.9	0.290	2.93	125.5	0.131
Non-info.	3.44	124.4	0.326	3.14	123.2	0.214	2.82	124.1	0.095
Case1	3.53	124.5	0.358	3.41	127.0	0.312	3.03	127.3	0.169
Case2	3.90	112.3	0.518	3.40	123.6	0.313	3.02	124.9	0.166
Case3	4.18	104.7	0.639	3.38	120.1	0.308	3.00	122.3	0.163
Case4	2.36	146.1	0.154	2.99	127.4	0.150	2.78	126.8	0.074
Case5	2.69	122.9	0.066	2.99	123.2	0.158	2.78	124.2	0.084
Case6	2.93	109.6	0.202	2.97	118.8	0.166	2.76	121.2	0.092
Case7	1.70	170.6	0.466	2.63	128.5	0.018	2.59	126.7	0.026
Case8	1.97	134.4	0.246	2.65	123.1	0.056	2.58	123.6	0.050
Case9	2.15	114.1	0.213	2.63	117.7	0.096	2.56	120.2	0.077

Non-info. の d_{post} は検査回数に関係なく最尤法の d_{post} より小さく，特に検査回数が少ないほど最尤法と Non-info. の差は顕著である．このように利用可能なデータが少ない際のベイズ推定による母数推定が有効であることが確認できる．

検査三回目終了時点の Case1〜9 の d_{post} は最尤法より小さく，Me_α を過大に見積もった Case1〜3，Me_α を過小かつ Me_β を過大に見積もった Case7 を除いて Non-info. より小さい．また，検査六回目終了時点においては，Case4〜9 の d_{post} は最尤法，Non-info. よりも小さいが，Me_α を過大に見積もった Case1〜3 は最尤法，Non-info. より

大きい．検査九回目終了時点の結果は検査六回目終了時点と同様の傾向だが，推定手法や事前分布による d_{post} の差は小さい．d_{post} の値は全般的に事前分布の Me_{α} に強く依存しており，特に利用可能な検査記録が多い場合に Me_{α} の影響が大きい．このことから，β と比較して α は，事後分布の真値付近への収束に多くの情報を必要とすることが分る．

検査間隔 10 の場合

検査間隔を起動停止 10 回とした場合について，検査三回目，六回目，九回目終了時点での最尤法，Non-info.，Case １〜9 の事前分布を与えた場合の $\alpha_{post}, \beta_{post}$ および d_{post} を表 3.6 に示す．

表 3.6: 母数推定結果（検査間隔 10）

	3rd			6th			9th		
	α_{post}	β_{post}	d_{post}	α_{post}	β_{post}	d_{post}	α_{post}	β_{post}	d_{post}
MLM	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	4.05	140.7	0.564
Non-info.	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	3.34	122.8	0.288
case1	3.51	178.8	0.512	3.32	158.7	0.355	3.46	124.9	0.334
case2	3.84	98.4	0.537	3.96	111.8	0.541	3.80	112.6	0.479
case3	4.62	60.5	0.944	4.64	90.7	0.841	4.04	104.8	0.588
case4	2.13	195.8	0.537	2.19	190.9	0.494	2.40	144.8	0.137
case5	2.44	113.9	0.139	2.62	131.4	0.012	2.72	122.4	0.074
case6	2.95	71.1	0.473	3.07	101.2	0.287	2.95	109.4	0.207
case7	1.51	216.9	0.789	1.59	221.2	0.801	1.76	167.8	0.434
case8	1.73	129.3	0.333	1.87	149.6	0.317	2.03	133.3	0.221
case9	2.06	80.5	0.433	2.17	110.6	0.222	2.21	113.9	0.193

検査三回目，および検査六回目では，最尤法，および Non-info. では最頻値が無限大となり，有効な推定は行えなかった．Case1〜9 は，事前分布に推定結果が大きな影響を受けているものの，検査データの増加と共に d_{post} が減少し，推定値が真値に近づく傾向にある．

検査九回目の推定結果は，最尤法を除いて，検査間隔 30 回の場合の検査三回目の結果にかなり近い値となっている．これらはともに起動停止 90 回までの検査データを用いたという共通点があり，ともに同数程度のき裂発見データを含んでいると考えられる．このため，検査によるき裂発見から得られる情報は，き裂が発見されないことから得られる情報と比べて，かなり大きいと考えられる．

3.4.3　MTBF 推定結果

検査間隔 30 の場合

検査間隔を起動停止 30 回として作成した検査データから，MTBF の区間推定を行った結果を示す．

図 3.4 は，推定手法による有効性の比較を行うため，最尤法，Non-info.，Case5 の事前分布によるベイズ推定の三手法によって推定される MTBF90%確信区間の上界および下界を示したものである．Case5 は，推定対象の母数に対する事前情報が正確である場合の推定を模擬している．また，表 3.7 は，最尤法，Non-info.，Case5 の事前分布によるベイズ推定によって MTBF 推定を行うのに必要な検査回数である．

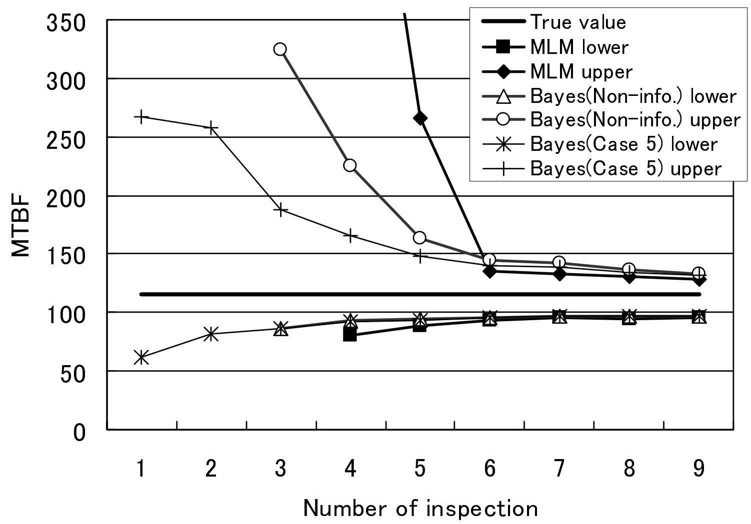

図 3.4: MTBF90%確信区間の推定手法間の比較（検査間隔 30）

表 3.7: 推定に必要な検査回数（検査間隔 30）

MLM	Bayes(Non-info.)	Bayes(Case5)
4	3	1

Non-info. による MTBF 推定は，利用できる検査データが少ない場合には，最尤法と比較して推定の確信区間が狭く有利である．ただし検査データが豊富にある場合には最尤法と比較して大きな差は見られない．検査回数が少なく，き裂がまったく検出されない場合には，Non-info. では MTBF の推定が困難である．破壊試験や類似機器のデータなどの事前情報から，式 3.3 を利用して，適切に事前分布を与え

ることができれば，少ない検査データからでも MTBF の推定が可能であり，推定される MTBF の確信区間も狭い．

図 3.5 は事前分布の Me_α の影響を調べるため，Case2,8 の事前分布に対してのベイズ推定，及び Non-info. より求められた MTBF90%確信区間の上界および下界を示したものである．図 3.6 は事前分布の Me_β の影響を調べるため，Case4,6 の事前分布に対してのベイズ推定，及び Non-info. より求められた MTBF90%確信区間の上界および下界を示したものである．

事前分布の Me_α の偏差によって MTBF の推定結果に生じる誤差は大きくないが，Me_β を過大評価すると特に検査記録が少ない段階で推定される MTBF の確信区間が真値に対して大きく偏っている．しかし，Case2,4,6,8 のいずれの場合であっても，Non-info. で推定が行える程度の情報があれば，Non-info. と同等以上に有効な推定が可能である．

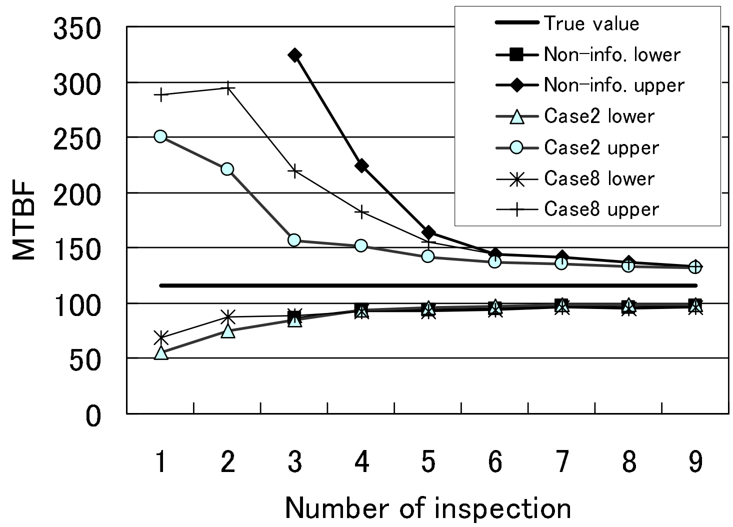

図 3.5: MTBF90%確信区間に与える事前分布の Me_α の影響（検査間隔 30）

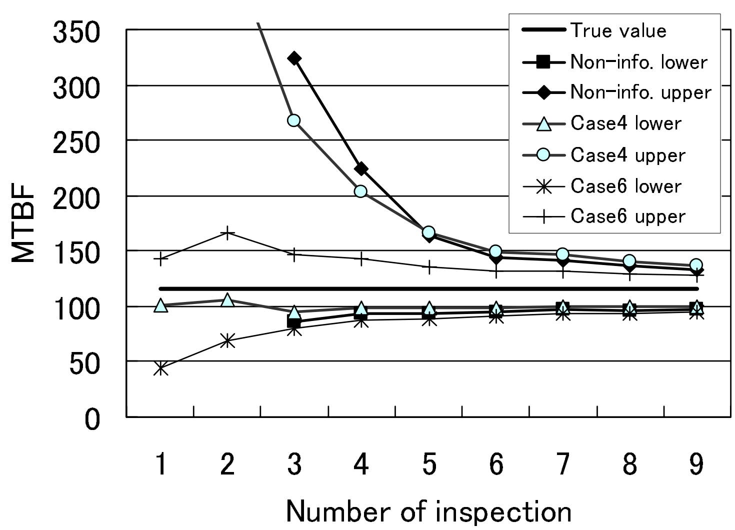

図 3.6: MTBF90%確信区間に与える事前分布の Me_β の影響（検査間隔 30）

検査間隔 10 の場合

検査間隔を起動停止 10 回として作成した検査データから，MTBF の区間推定を行った結果を示す.

図 3.7 は，推定手法による有効性の比較を行うため，最尤法，Non-info.，Case5 の事前分布によるベイズ推定の三手法によって推定される MTBF90%確信区間の上界および下界を示したものである．表 4.3 は推定に必要な検査回数を示したものである.

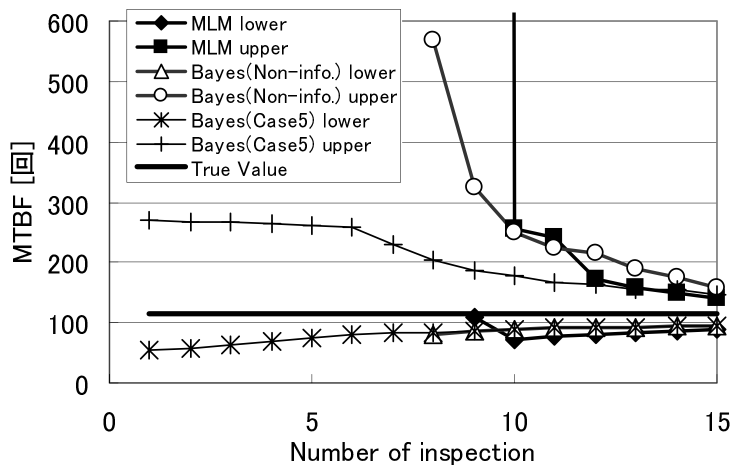

図 3.7: MTBF90%確信区間の推定手法間の比較（検査間隔 10）

表 3.8: 推定に必要な検査回数（検査間隔 10）

MLM	Bayes(Non-info.)	Bayes(Case5)
9	8	1

検査 8 回目，検査 9 回目では Non-info. が最尤法よりも MTBF を狭く推定でき，その後手法による推定の有効性の差は減少していく．事前情報を推定に利用した場合，検査データが極端に少ない場合からでも推定が可能であった.

図 3.8 は事前分布の Me_α の影響を調べるため，Case2,8 の事前分布に対してのベイズ推定，及び Non-info. より求められた MTBF90%確信区間の上界および下界を示したものである．図 3.9 は事前分布の Me_β の影響を調べるため，Case4,6 の事前分布に対してのベイズ推定，及び Non-info. より求められた MTBF90%確信区間の上界および下界を示したものである.

Case2,Case8 で MTBF の推定結果に生じる誤差は大きくないが，Me_β を過大評価している Case6 では，特に検査記録が少ない段階で，推定される MTBF の確信区間

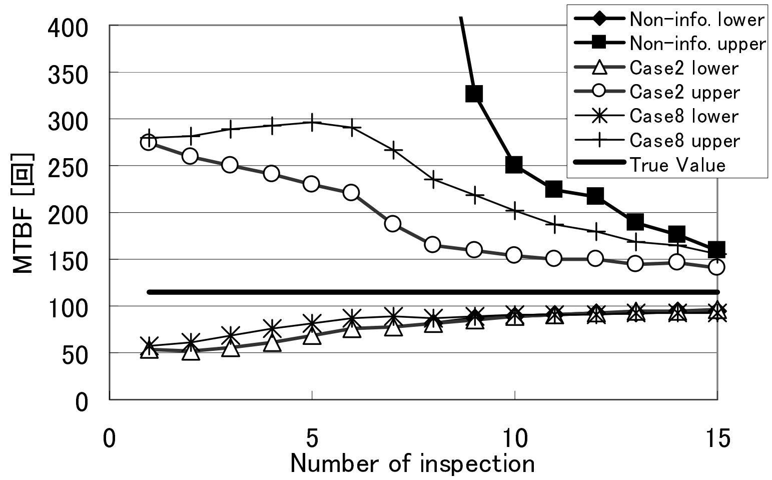

図 3.8: MTBF90%確信区間に与える事前分布の Me_α の影響（検査間隔 10）

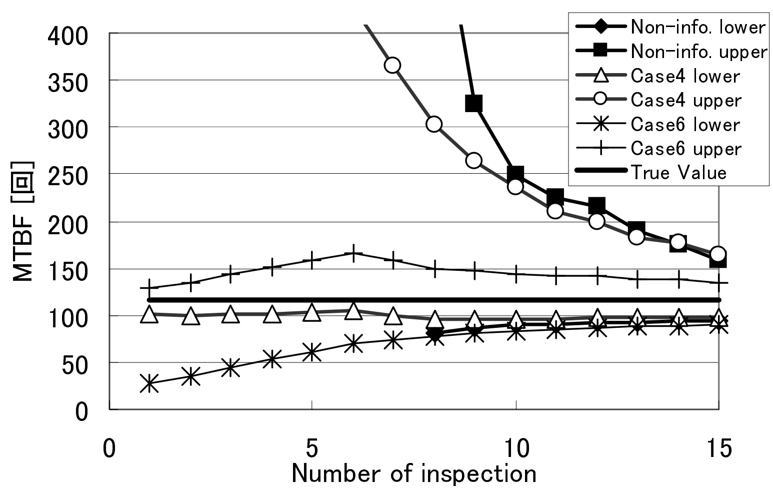

図 3.9: MTBF90%確信区間に与える事前分布の Me_β の影響（検査間隔 10）

が真値に対して大きく偏っている．しかし Non-info. で推定が可能な量の検査データがあれば，Case2,4,6,8 は全て MTBF を Non-info. より狭い範囲に推定可能である．

以上の結果より，検査間隔が短くき裂発見が稀である場合でも，推定手法や事前分布が推定結果に与える影響は，検査間隔が長い場合と同様であることが分る．

検査間隔の比較

図 3.10 は，検査間隔が推定精度に与える影響を調べるため，検査間隔 30 回の検査データ (Span30) および検査間隔 10 回の検査データ (Span10) から推定される MTBF90%確信区間を比較したものである．推定手法は無情報性事前分布によるベイズ推定を用いた．ただし，横軸は検査データ量ではなく機器使用開始時からの起動停止回数としている．

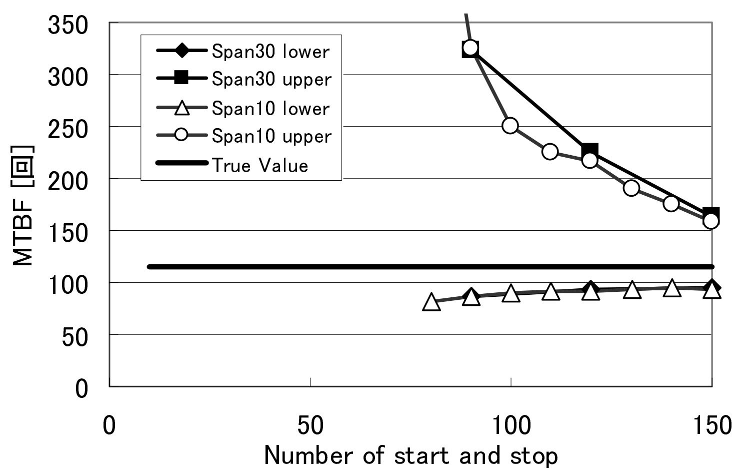

図 3.10: MTBF90%確信区間に与える検査間隔の影響

同時期までの検査データを用いた場合，異なる検査間隔のデータから推定される MTBF の確信区間はかなり近い値となる．同時期までの検査データであれば，検査間隔によらずほぼ同数のき裂発見事例が含まれていると考えられる．このため MTBF の区間推定では，き裂未発見の検査データと比べてき裂発見の検査データが大きな影響力を持つと考えられる．

3.4.4　故障率推定結果

時刻 0 に取り付けられた機器について，故障率 90%確信区間上界の経過時間による変動を，検査間隔 30 の検査データより推定し，図 3.11, 図 3.12 に示した．図 3.11

は Me_α の影響を調べるため，Case2,5,8 の結果を図示している．図 3.12 は Me_β の影響を調べるため，Case4,5,6 の結果を図示している．

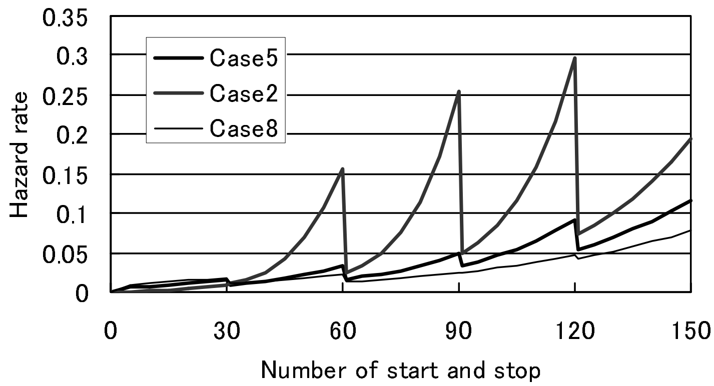

図 3.11: 故障率 90%確信区間上界に与える事前分布の Me_α の影響

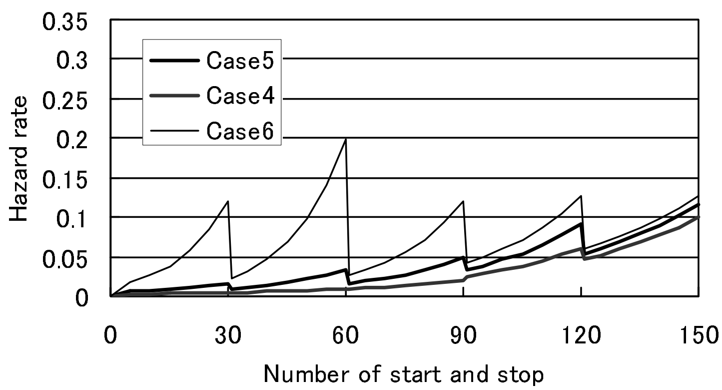

図 3.12: 故障率 90%確信区間上界に与える事前分布の Me_β の影響

事前分布の Me_β の過大，過小評価の故障率推定結果への影響は起動停止回数 30 回，60 回，90 回，120 回と検査回数の増加につれて小さくなるが，Me_α の過大・過小評価の故障率推定結果への影響は検査が行われてもあまり小さくならない．

また，故障率の区間推定結果に対する検査感覚の影響を調べるため，時刻 0 に取り付けられた機器について，故障率 90%確信区間上界の経過時間による変動を，検査間隔 10 の検査データより推定し，検査間隔 30 の場合と比較した．図 3.13 に比較結果を示す．推定手法として，ともに Case5 の事前分布を用いたベイズ推定を利用した．

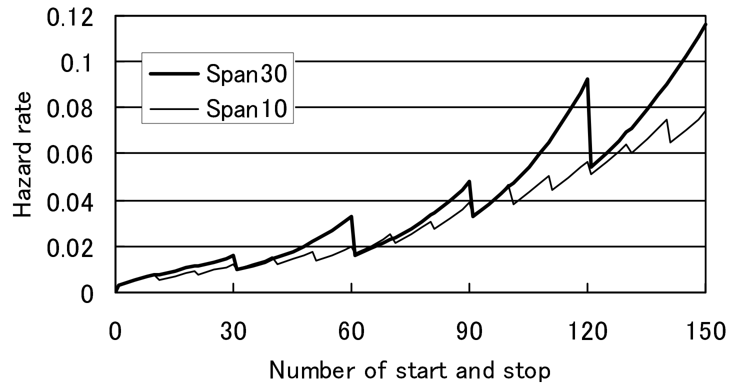

図 3.13: 検査間隔に対する故障率 90%確信区間上界の比較

検査のたびに故障率の確信区間が狭まるため，検査間隔を短くすることで，故障率の確信区間上界を低く保つことができる．このことから，検査間隔を短くすることは，母数推定の上で大きな効果を生まないとしても，機器の安全性向上の効果が期待できることが分る．

3.4.5　破損確率推定結果

故障率，MTBF と同様に，破損確率も事後分布から区間推定することができる．ここでは例として，検査間隔 30 回のデータを用いて，新しく取り付けられた機器が，最初の検査までに破損する確率，すなわち $t = 30$ までの破損確率について推定を行った例を示す．

図 3.14 は最尤法，Non-info.，Case5 の事前分布によるベイズ推定の三手法によって推定される破損確率 90%確信区間の上界および下界を示したものである．図 3.15 は事前分布の Me_α の影響を調べるため，Case2,8 の事前分布に対してのベイズ推定，及び Non-info. より求められた破損確率 90%確信区間の上界および下界を示したものである．図 3.16 は事前分布の Me_β の影響を調べるため，Case4,6 の事前分布に対してのベイズ推定，及び Non-info. より求められた破損確率 90%確信区間の上界および下界を示したものである．

破損確率推定でも MTBF 推定と同様，利用できる検査データが少ない段階では，Non-info. は最尤法よりも狭い範囲に破損確率を推定できる．しかし式 3.3 で事前分布を与えた場合，破損確率の区間推定結果は，MTBF とは逆に，Me_α に強く依存する．Me_α を過小に与えた Case2 では，Non-info. より広く破損確率が推定され，この影響は検査データが十分に存在する場合でも残っている．これは，3.4.2 項に示した

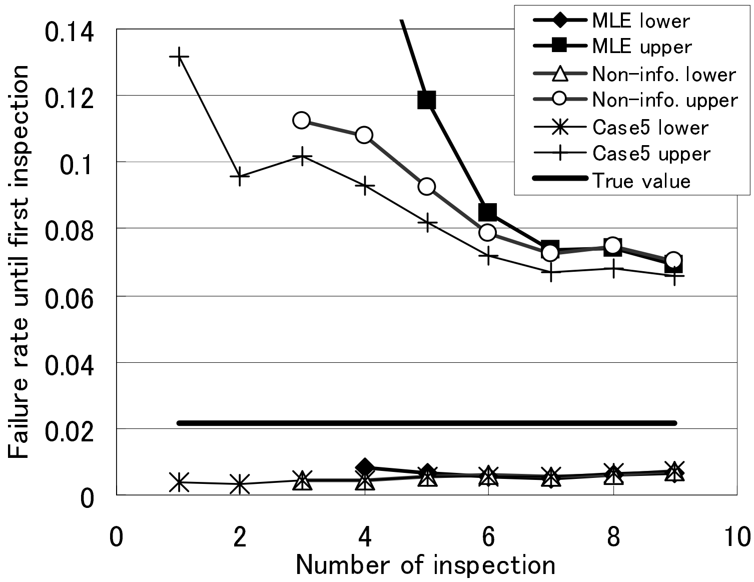

図 3.14: 破損確率 90%確信区間の推定手法間の比較

ように，α の事後分布の収束に多くの情報を必要とするためと考えられる．ただし，いずれの場合も 90%確信区間内に真値があるため，誤った推定とはいえない．

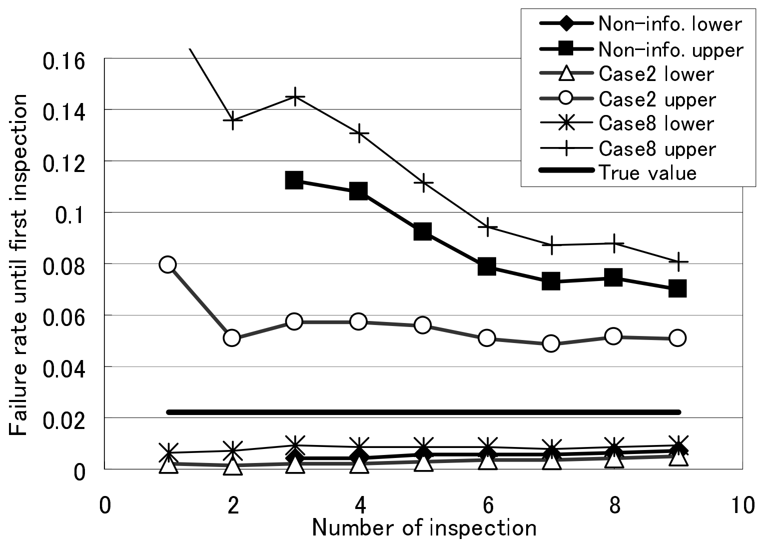

図 3.15: 破損確率 90%確信区間に与える事前分布の Me_α の影響

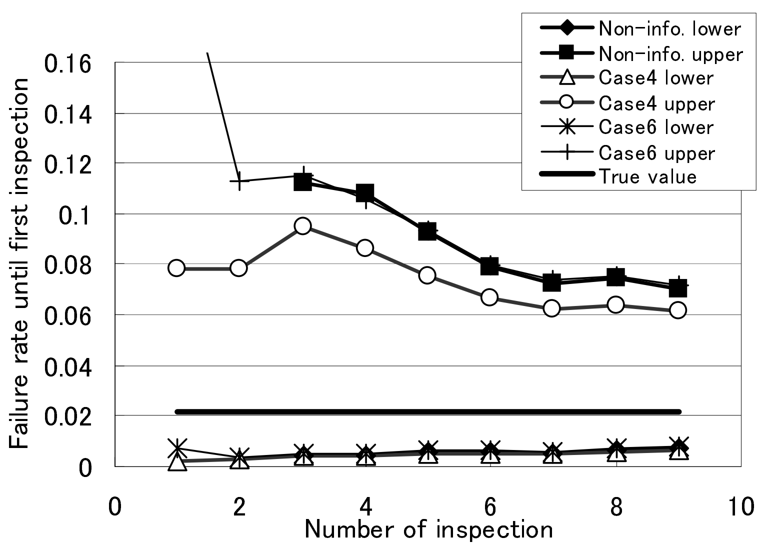

図 3.16: 破損確率 90%確信区間に与える事前分布の Me_β の影響

3.5　考察

本章の検討では，無情報性事前分布を用いたベイズ推定によって，MTBF および破損確率を，最尤法よりも狭く推定できた．この有効性の原因を考察する．

本章では，疲労による故障率の性質より，事前分布の $\alpha < 1$ の領域を 0 とおいた．このため，本章の検討で与えた無情報性事前分布は純粋に無情報ではなく，疲労現象の特徴より $\alpha \geq 1$ という情報が取り入れられていることになる．この情報が最尤法に対する有効性として作用したのではないかと考え，以下の検討を行った．$\alpha < 1$ の領域を 0 としないで，式 3.4 の無情報性事前分布から MTBF の推定を行い，これまでの Non-info. および最尤法と比較した．

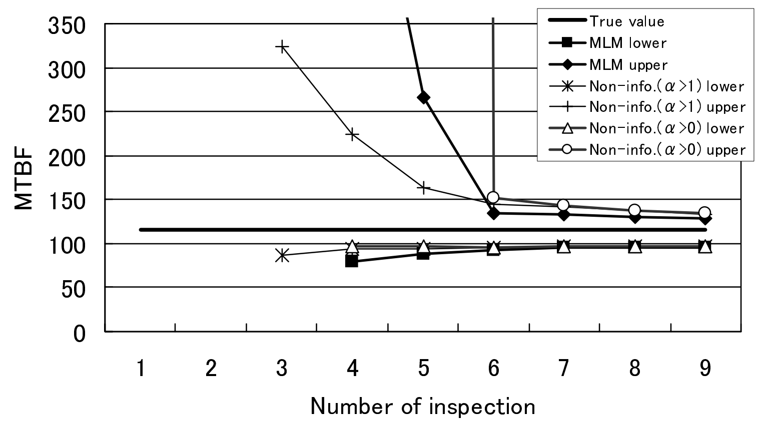

図 3.17: $\alpha \geq 1$ とおくことによる MTBF90%確信区間への影響

$\alpha < 1$ の事前分布を 0 としない場合には，無情報性事前分布によるベイズ推定は，MTBF 推定に最尤法以上の検査データを必要とする．疲労現象の性質から $\alpha \geq 1$ とおくことで，検査データが少ない時点で区間推定の精度が大きく向上している．

ベイズ推定は，このような解析者が持つ曖昧な情報を自然に推定に取り入れ，推定精度を向上させることができるという利点を持つことが確認できた．

3.6　結言

検査によるき裂発見を破損とおいたモデルについて，疲労破損率評価にベイズ推定を利用する際の有効性を検討した．以下に主な検討結果をまとめる．

- 検査結果にき裂検出事例が十分に含まれていない場合に，最尤法および無情報性事前分布によるベイズ推定では推定が困難である．このような検査データ

からでも，類似機器に共通するデータベース等から事前分布を与えることで，ベイズ推定によって母数および破損確率推定が可能である．

- 疲労現象の特徴から形状母数を 1 以上に限定するだけでも，推定の有効性は向上する．
- 尺度母数の事前分布中央値が真値に対して 0.5 倍から 2 倍程度に偏っていても，最尤法や事前情報が利用できない推定より有効な推定が行える．
- 形状母数の事前分布中央値が真値に対して 0.5 倍から 2 倍程度に偏っている場合，形状母数に強く依存する破損確率の推定結果に，事前分布の偏りの影響が残る．ただし，これによって区間推定結果から真値が外れることは無い。

第4章　限界き裂長到達を破損とおいたモデルの検討

4.1 緒論

本章では，発見されたき裂に対して補修を行う機器を対象に，検査データより破損確率評価を行う手法について検討する．補修後の機器の安全性のモデル化のために，検査によるき裂検出能力を考慮する必要があり，これに伴いき裂長をモデル化する必要がある．そこで，き裂長がある限界値に到達することを破損と定義し，破損確率評価手法を検討する．また，破損確率評価におけるベイズ推定の適用手法，及び有効性と有効性の範囲を検討する．

4.2 疲労破損率推定モデル

4.2.1 き裂成長則による破損率評価

き裂長がある長さに到達することをもって破損と定義する．機器に含まれるき裂は，繰返し応力を受けて成長し，最終的に機器の破損を引き起こす．本研究ではき裂の成長を説明する式として，最も有名かつ簡易なき裂成長則である Paris 則を仮定した．式 4.1 は Paris 則の式である [12].

$$\frac{da}{dN} = C\left(\Delta K\right)^m \tag{4.1}$$

C, m は材料によって決まるパラメータである．ΔK は応力の変動にともなう応力拡大係数の変動幅であり，式 4.2 によって与えられる．

$$\Delta K = Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a} \tag{4.2}$$

$\Delta\sigma$ は応力変動幅であり，Y はき裂の形状に依存するパラメータである．本章では，き裂が機器に対して十分に小さいと考え，$Y = 1$ として検討を行う．このとき，き裂長 a_{ini} のき裂が，繰り返し数 N 回の応力変動を受けた後のき裂長 a は，式 4.3 より計算できる．

$$\begin{aligned} a =& \left\{a_{ini}^{-k} - k \cdot C \cdot N \cdot \left(\Delta\sigma\sqrt{\pi}\right)^m\right\}^{-\frac{1}{k}} \\ k =& \frac{m}{2} - 1 \end{aligned} \tag{4.3}$$

ここで，Paris 則の材料定数 C, m，応力変動幅 $\Delta\sigma$，初期き裂長分布 $f(a_{ini})$ の全てが既知であるとする．以上の条件がそろえば，応力変動負荷後のき裂長分布を算出でき，破損確率を評価することができる．ただし，応力変動負荷により発生するき裂は，ごく短い長さのき裂として初期き裂長分布に含まれていると考え，き裂発生をモデル化していない．

き裂を含む機器に検査が行われた場合，含まれているき裂のうちでき裂長の十分長いものが検出される．発見されたき裂は直ちに補修され取り除かれるため，き裂長の確率分布 $f(a)$ は，き裂長の短い方向へシフトする結果となる．検査によってき裂が一切検出されなかった場合でも，検査結果は機器に長いき裂が含まれていないことを保障することとなり，同様の効果が得られる．検査後のき裂長の確率分布は式 4.4 によって求められる．

$$f(a|inspect) = \frac{(1 - P_{detect}(a))\, f(a)}{\displaystyle\int_0^{\infty} (1 - P_{detect}(a))\, f(a) da} \tag{4.4}$$

ここで，$P_{detect}(a)$ は利用した検査手法のき裂発見率（POD）である．これにより $P_{detect}(a)$ が既知であれば，検査によるき裂長抑制効果を取り入れた破損率評価が行える．

4.2.2 初期き裂長分布推定

材料に初期に含まれるき裂長は計測が不可能であり，既知と扱えるほどの情報が存在するとは考えにくい．そこで，材料に含まれる初期き裂長の分布を，検査データよりベイズ推定を用いて推定する．

Paris 則の材料定数 C, m，応力変動幅は既知であり，時刻によらず一定であるものとする．利用できる検査データは，検査時点で機器がうけた応力変動の繰り返し数，およびき裂が発見されたか否かの情報とする．ここで，初期き裂長の分布 $f(a_{ini}|Me, \sigma)$ は，式 4.5 に示す対数正規分布であると仮定した．

$$f(a_{ini}|Me, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} a_{ini} \sigma} \exp\left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\ln a_{ini} - \ln Me}{\sigma} \right)^2 \right\} \tag{4.5}$$

確率密度関数中の未知の母数（中央値 (Me), 対数標準偏差 (σ)）を推定することで，初期き裂長分布の推定が行える．以下，ベイズ推定の適用手順について述べる．

事前分布の設定

類似機器のデータなど，推定に事前情報が利用できる場合にはこの情報をもとに事前分布を与える．事前情報がある場合の推定を模擬するため，式 4.6 に示す，Me,σ が互いに独立と仮定した対数正規分布を事前分布として利用した．

$$
\begin{aligned}
f(Me,\sigma) = & \frac{1}{\sqrt{2\pi}Me\cdot\sigma_{Me}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln Me-\ln Me_{Me}}{\sigma_{Me}}\right)^2\right\} \\
& \times\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\cdot\sigma_{\sigma}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln \sigma-\ln Me_{\sigma}}{\sigma_{\sigma}}\right)^2\right\}
\end{aligned} \tag{4.6}
$$

一方，事前情報が利用できない場合には，無情報性事前分布から推定を行う．無情報性事前分布として，Jeffrey's Prior より式 4.7 が利用できる．以下，無情報性事前分布からのベイズ推定を Non-info. と略記する．

$$
f(Me,\sigma)\propto\frac{1}{Me\cdot\sigma^2} \tag{4.7}
$$

尤度の計算

n 回目の検査終了時点で，き裂長分布は式 4.8 で求められる．

$$
\begin{aligned}
f(a(N_n,a_{ini})|Inspect_n,Me,\sigma) &= \frac{da_{ini}}{da(N_n,a_{ini})}\cdot f(a_{ini}|Inspect_n,Me,\sigma) \\
f(a_{ini}|Inspect_n,Me,\sigma) &= \frac{\prod_{i=1}^{n}\{1-P_{detect}\left(a(N_i,a_{ini})\right)\}f(a_{ini}|Me,\sigma)}{\int_0^{\infty}\prod_{i=1}^{n}\{1-P_{detect}\left(a(N_i,a_{ini})\right)\}f(a_{ini}|Me,\sigma)da_{ini}}
\end{aligned} \tag{4.8}
$$

ここで $a(N,a_{ini})$ は初期き裂長 a_{ini} のき裂が，検査なしで繰り返し数 N の応力変動を受けた時点でのき裂長である．N_i は i 回目の検査が行われた時点での応力変動の繰り返し数である．n 回目の検査が行われた場合の，検査データの尤度は式 4.9 である．

$$
\begin{aligned}
l(Me,\sigma|Result_n) &= \int_0^{\infty}P_{result}\left(a(N_n,a_{ini})\right)\cdot f(a(N_n,a_{ini})|Inspect_{n-1},Me,\sigma)da \\
&= \int_0^{\infty}P_{result}\left(a(N_n,a_{ini})\right)\cdot f(a_{ini}|Inspect_{n-1},Me,\sigma)da_{ini} \\
P_{result}\left(a(N_n,a_{ini})\right) &= \begin{cases} P_{detect}\left(a\left(N_n,a_{ini}\right)\right) & (\text{き裂発見}) \\ 1-P_{detect}\left(a\left(N_n,a_{ini}\right)\right) & (\text{き裂未発見}) \end{cases}
\end{aligned} \tag{4.9}
$$

この尤度をもとに，ベイズ推定，もしくは最尤法によって Me,σ を推定する．

事後分布の評価

求められた事後分布に従う乱数を発生させ，モンテカルロシミュレーションを行うことで，機器の破損率を区間推定する．

4.3 推定有効性の検討

シミュレーションにより作成した検査データをもとに，初期き裂長分布の推定を行うことで，ベイズ推定の有効性を検討する．ベイズ推定，および最尤法を用いて母数及び破損確率の区間推定を行い，推定精度の比較を行う．

4.3.1 検討条件

表 4.1 に，シミュレーションに用いた条件を示す．

表 4.1: シミュレーション条件

Me	σ	C	m	$\Delta\sigma$
2.0[mm]	0.5	2.17×10^{-13}	3.0	200[MPa]

検査対象の機器が 10 個存在するとし，応力変動の繰り返し数 20000 回ごとに全機器に対して検査が行われるとした．POD は，式 4.10 に示す，Kim ら [10] によって求められた詳細な目視検査のものを用いた．検査でき裂が確認された機器は，新品に交換されるものとした．

$$P_{detect}(a) = \frac{\exp\{-6.18 + 1.45\log(a-20)\}}{1+\exp\{-6.18 + 1.45\log(a-20)\}} \tag{4.10}$$

以上の条件のもとで 20 例の仮想的な検査データを作成し，各検査終了時にこの検査データから最尤法による推定およびベイズ推定を行った．ベイズ推定の事前分布は，無情報性事前分布の他に，式 4.6 を用いた．事前分布の真値に対する偏差を調べるため，式 4.6 のパラメータとして表 4.2 に示す五種類を与えた．

4.3.2 母数推定結果

推定手法間の有効性の関係を調べるため，最尤法 (MLM)，無情報性事前分布によるベイズ推定 (Non-info.)，Case1 の三手法によって初期き裂長分布の母数を推定した．図 4.1 は，推定された Me の 95%確信区間を比較したものである．図 4.2 は，推定された σ の 95%確信区間を比較したものである．??

表 4.2: 事前分布のパラメータ

	Me		σ	
	Me_{Me}	Me_{σ}	σ_{Me}	σ_{σ}
Case 1	2.0	0.5	0.5	0.5
Case 2	4.0	0.5	0.5	0.5
Case 3	1.0	0.5	0.5	0.5
Case 4	2.0	0.5	1.0	0.5
Case 5	2.0	0.5	0.25	0.5

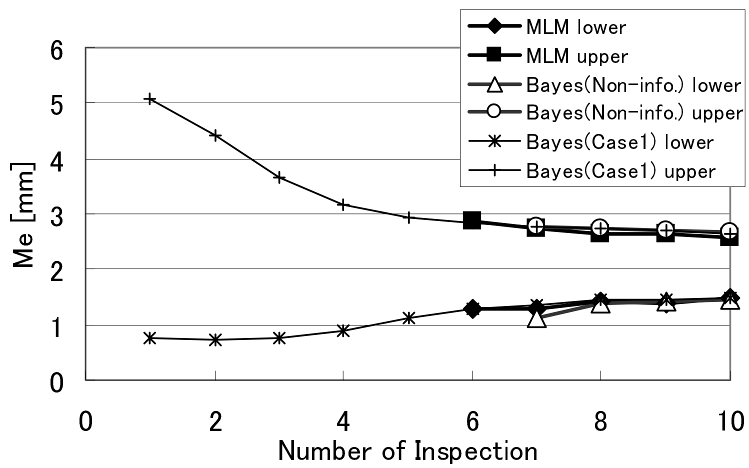

図 4.1: 推定手法に対する Me の 95%確信区間推定結果の比較

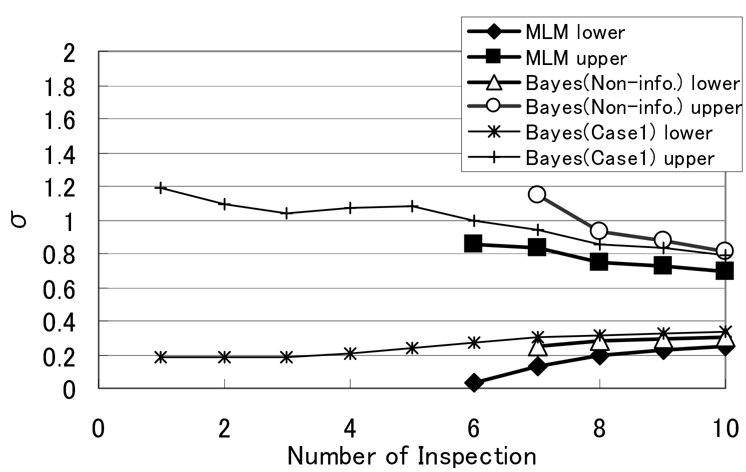

図 4.2: 推定手法に対する σ の 95%確信区間推定結果の比較

表 4.3: 推定に必要な検査回数

MLM	Bayes(Non-info.)	Bayes(Case1)
6	7	1

最尤法では検査 5 回目以前，Non-info. では検査 6 回目以前で，推定が困難である．これは検査データにき裂発見の記録が多くないためと考えられる．事前情報を利用することで，検査データにき裂発見の記録が無い場合であっても，推定が可能となる．検査 7 回目以降では，Me の区間推定結果は，推定手法による違いが小さい．一方で，σ の区間推定結果は，最尤法の結果と比べてベイズ推定が安全側の評価となっている．また，σ の確信区間は，検査データが増えてもあまり狭くならない．

続いて，与えた事前分布の真値に対する偏差が，推定結果に与える影響を調査する．図 4.3 は，事前分布が Me の推定結果に与える影響を調べるため，Case2,Case3 による Me の区間推定結果を Non-info. の結果と比較したものである．図 4.4 は，事前分布が σ の推定結果に与える影響を調べるため，Case4,Case5 による Me の区間推定結果を Non-info. の結果と比較したものである．

いずれのケースでも，事前分布の真値に対する偏差が，推定された母数の確信範囲に残っている．この偏りは検査データが多くなることで小さくなっていく．Me と比較して，σ の確信区間は事前分布の影響を強く受ける．

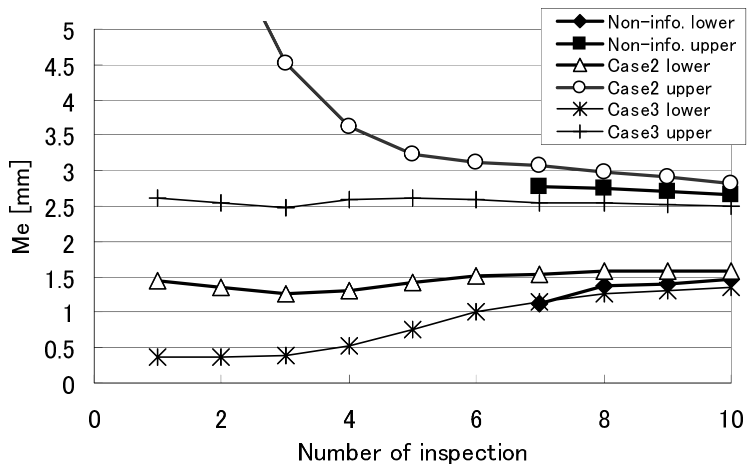

図 4.3: 事前分布が Me の 95%確信区間に与える影響

図 4.4: 事前分布が σ の 95%確信区間に与える影響

4.3.3 破損確率推定結果

推定された初期き裂長分布をもとに破損確率評価を行った例を示す．求めた破損確率は，新しく取り付けられた機器が，検査が行われない状態で，応力変動 40000 回を受ける間に破損する確率である．

図 4.5 は最尤法，Non-info.，そして適切な事前分布が与えられた状態を模擬している，Case1 の事前分布によるベイズ推定の三手法によって推定される破損確率 95%確信区間の上界を示したものである．

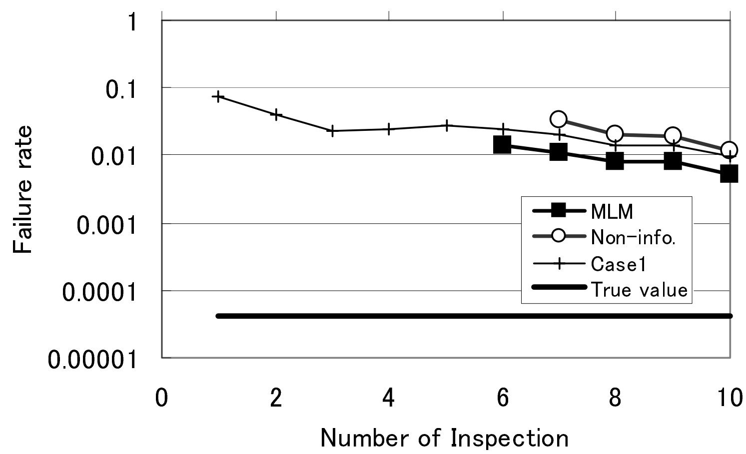

図 4.5: 破損確率 95%確信区間上界の推定手法間の比較

最尤法と比較して，ベイズ推定は破損確率を安全側に評価している．最尤法・Non-info. は十分な検査データがないと破損確率が推定できないが，事前情報があると仮定している Case1 は検査データが少ない辞典から推定が可能となっている．いずれの手法でも，検査データが増えるたびに破損確率の確信区間上界が小さくなる傾向にある．

図 4.6 は事前分布の Me_{Me} の影響を調べるため，Case2,3 の事前分布に対してのベイズ推定，及び Non-info. より求められた破損確率 95%確信区間の上界を示したものである．図 4.7 は事前分布の Me_{σ} の影響を調べるため，Case3,4 の事前分布に対してのベイズ推定，及び Non-info. より求められた破損確率 95%確信区間の上界を示したものである．

Me_{Me} が，推定される破損確率 95%確信区間に与える影響は，検査が進むことで小さくなっていく．一方，Me_{σ} は破損確率の推定結果に大きく影響し，この影響は検査データが増えてもあまり小さくならない．Case2,3,4 では，検査データの増加と共に破損確率の確信区間上界が小さくなる傾向にある．一方で Case5 は，初期の段階で破損確率を小さく見積もっている分，検査データが増加しても破損確率の確信

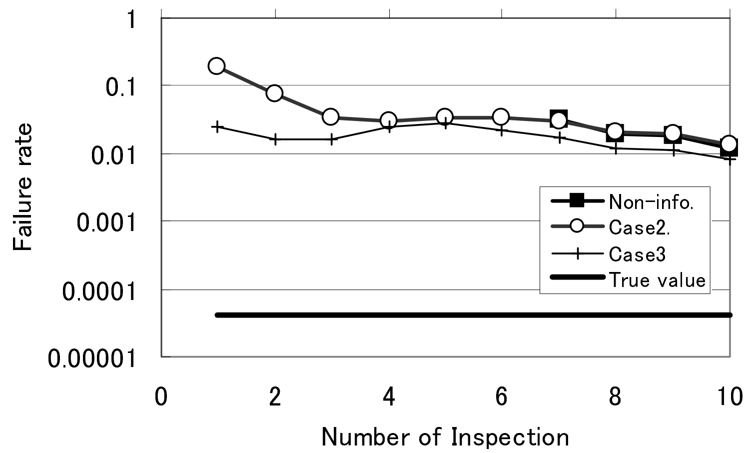

図 4.6: 事前分布の Me_{Me} が破損確率 95%確信区間上界に与える影響

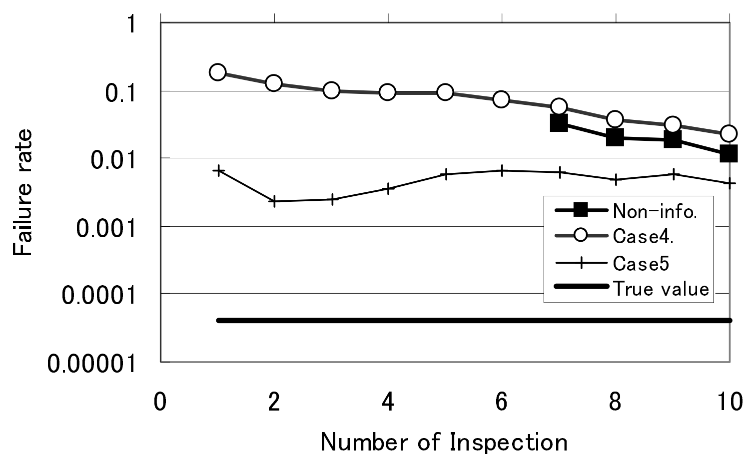

図 4.7: 事前分布の Me_{σ} が破損確率 95%確信区間上界に与える影響

区間上界が小さくなりにくい．いずれの場合でも破損確率の確信区間上界が真値を下回ることは無い．

4.4　考察

本章の検討では，十分な検査データがある状態でも，母数 σ の区間推定結果に事前分布による偏りが残り，また確信区間があまり狭くならない．この現象に対し，以下の二つの要因を考えた．

1. 検査によるき裂検出能力がばらつきを持っているため，検査結果に現れたばらつきが，初期き裂長とき裂検出能力のいずれに由来するものなのかが分らない．
2. 検査間隔が長すぎ，検査から σ の値を明確にする情報が得にくい．

この二つの要因のうち，どちらの影響が大きいのかを確かめる．

要因 1 の影響を調べるため，ばらつきの異なる POD を与えて，検査データを作成し母数推定を行う．図 4.8 に検討に用いるき裂発見率を示す．POD 以外の条件は，全て 4.3 項の検討で用いたものと同じとした．

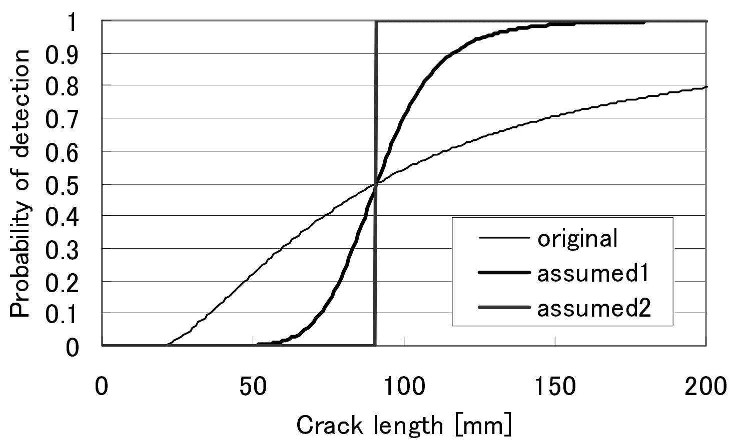

図 4.8: 比較に用いる POD

図 4.9 に，各検査手法から得られた検査データをもとに，Non-info. によって，σ を推定した結果を示す．

区間推定の結果は，ばらつきの異なる検査手法でもほぼ同じ結果となっている．このため，検査のき裂検出能力のばらつきは，推定に大きな悪影響を与えていないと考えられる．

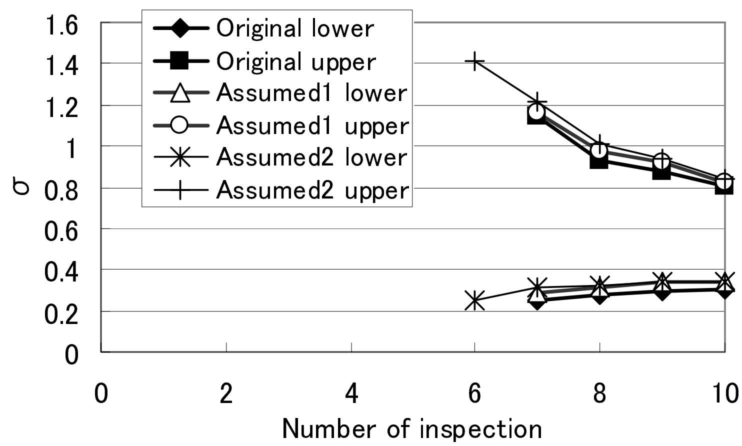

図 4.9: POD のばらつきが σ の 95%確信区間に与える影響

次に，要因 2 の影響を調べるため，POD は同じままで検査間隔を 10000 回として検査データを作成し，σ の区間推定を行った．図 4.10 は，推定された σ の 95%確信区間を，検査間隔 20000 回の検査データによる結果と比較したものである．推定手法は Non-info. を用いた．

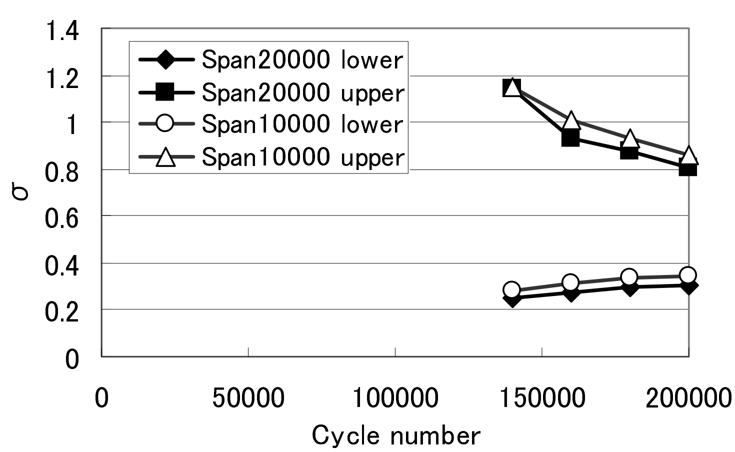

図 4.10: 検査間隔が σ の 95%確信区間に与える影響

推定された σ の 95%確信区間は，位置こそずれているものの，ほぼ同じ幅で推定されている．このため，要因 2 による影響は，単純に定期検査の検査間隔を狭くすることでは取り除けないと考えられる．

4.5 結言

き裂長がある限界長さに到達することを破損とおいたモデルについて，疲労破損確率評価手法を提案し，破損確率評価に対するベイズ推定の利用の有効性を検討した．以下に主な検討結果をまとめる．

- 検査結果にき裂検出事例が十分に含まれていない場合に，最尤法および無情報性事前分布によるベイズ推定では推定が困難である．このような検査データからでも，類似機器に共通するデータベース等から事前分布を与えることで，ベイズ推定によって母数および破損確率推定が可能である．

- 事前分布が，初期き裂長分布母数の真値に対して 0.5 倍から 2 倍程度に偏っていると，母数及び破損確率の区間推定結果に偏りが残る．しかしこのような場合でも，推定される確信区間は検査データの蓄積と共に狭まり，真値は推定された母数及び破損確率の 95%確信区間内にある．

第5章　考察

5.1　緒言

本章では，提案した破損確率評価手法を実際のメンテナンスで利用手法について考察する．

5.2　メンテナンスへの適用法

第 3 章および第 4 章において提案した破損確率評価手法によって，破損確率を区間推定した結果，共に以下の特徴があった．

1. 類似機器のデータなどから事前分布を与えたベイズ推定を行うことで，き裂が発見されない時点から推定が可能である．

2. 推定に利用できる検査データが増えることで，推定される確信区間は真値付近に近づき，狭い領域となる．これに伴い確信区間の上限は，徐々に真値に近づいていく．

3. 事前分布の中央値が，真値から 0.5 倍から 2 倍程度の偏差をつけて与えられていても，推定される破損確率の 90%もしくは 95%確信区間から真値が外れることはない．

以上の特徴より，本論文で提案した疲労破損確率評価手法は，実際のメンテナンスに対して以下の適用法が考えられる．図 5.1 は提案する適用法を図示したものである．

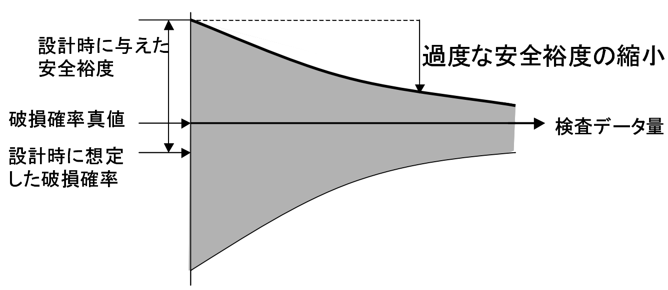

図 5.1: 適用手法のイメージ

まず，設計時に想定した寿命，および安全裕度をもとに事前分布を与える．破損確率の区間推定を行い，95%，もしくは 90%確信区間の上界を破損確率推定値として，検査計画の策定等に利用する．

推定される破損確率の確信区間は，検査データの増加と共に真値付近に狭く収束していく．このため，破損確率推定値に含まれる過度な安全裕度は，検査データの増加と共に縮小・適正化していくことができる．

第6章　結論

6.1 結論

疲労破損率を評価するモデルとして，き裂発見を破損としたモデルと，限界き裂長への到達を破損としたモデルの二つを考えた．それぞれのモデルに対して疲労破損率評価方法を提案した．推定手法としてベイズ推定に着目し，ベイズ推定の利用の有効性及びその範囲について幅広く検討した．以下に主な検討結果をまとめる．

- き裂を発見したという検査データが不足している場合，最尤法や無情報性事前分布を用いたベイズ推定では推定が行えない．類似機器に共通して利用できる汎用のデータベースなどの情報を用いて事前分布を与えることで，このような検査データが不足している時点でも有効な推定が行える．
- 事前分布の中央値が真値の 0.5 倍から 2 倍の範囲内であれば，検査データの蓄積と共に確信区間は狭まり，確信区間から真値が外れることはない．
- 本論文で提案した疲労破損確率評価手法によって，類似機器に共通するデータベース等から事前分布を与えることで推定される破損確率 95%確信区間の上界を，検査計画立案などに利用することが考えられる．このとき，事前分布で与えた過度な安全裕度を，検査結果の蓄積とともに合理的に縮小・適正化することができる．

付 録A　不規則信号統計量を用いた疲労損傷評価の体系化

緒論

プラント内の配管において，図 A.1 に示すような，温度の異なる流体が混合する領域では，流体混合による不規則な温度ゆらぎが生じ，結果として配管に繰り返し熱応力による高サイクル熱疲労損傷が発生することが知られている．この現象はサーマルストライピングと呼ばれ，実際にフランスの高速原型炉 Phenix における事例をはじめとして，いくつかの破損事例が報告されている．このため，プラントの安全性確保のためには，設計の段階でサーマルストライピングによる損傷に対する安全性を確保することが求められる．

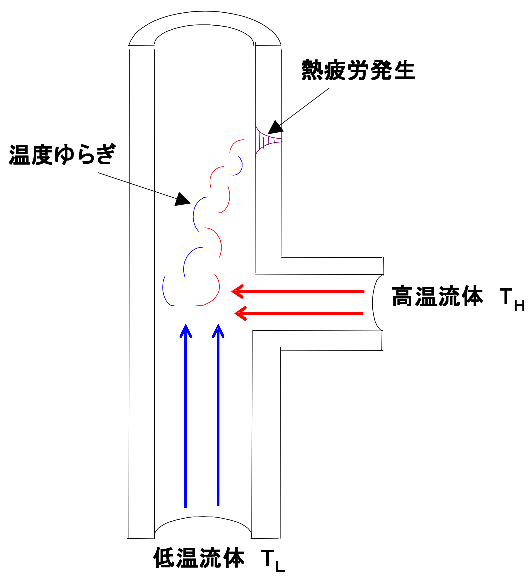

図 A.1: サーマルストライピング

設計時にサーマルストライピングの詳細な損傷評価を行う場合，問題条件ごとに高価なシミュレーションや解析を必要とする手法は非実用的である．このため評価にあたっては不規則な温度変動を周波数領域で表し，モデル化された周波数伝達関数を通して，最終的に熱応力をパワースペクトル密度（PSD）の形で評価する．しかし，熱応力の PSD より，シミュレーションを行うことなしに解析的に疲労損傷量を評価する手法は確立されていない．

本研究では，不規則応力のパワースペクトル密度より，高価なシミュレーションなしに疲労損傷評価を行う手法を開発し，設計時に利用できる簡便な指針として整備することを目的とする．

直接損傷評価法の適用性検討

応力 PSD より疲労損傷量を直接評価する手法として、Tovo[13]、および Dirlik[14] によって提案された手法を考える。この二つの手法を用いて、サーマルストライピングの実験より得られた PSD から、シミュレーションを行うことなしに有効に疲労損傷量を評価できるかを検討した。

図 A.2 に検討に用いた PSD を示す。図 A.3 は、Tovo の手法および Dirlik の手法によって求められた損傷量を示したものである。横軸は構造材料の S-N 線図の勾配、縦軸が損傷量であり、シミュレーションを伴う従来の手法で評価した損傷量を 1 としている。

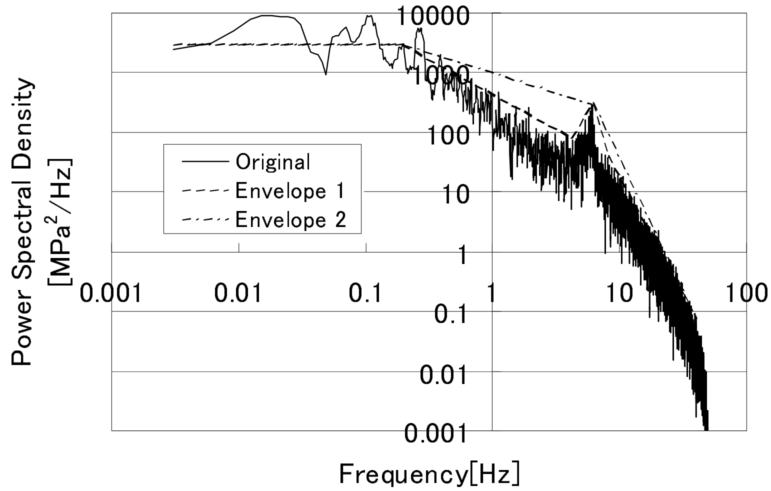

図 A.2: 検討に用いた PSD

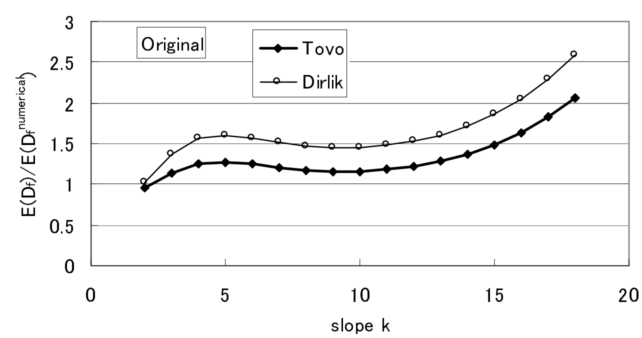

図 A.3: 直接評価手法による損傷評価結果

結果として、Tovo の手法と Dirlik の手法は、いずれも良い精度で損傷量評価を行うことが出来ることがわかった。Tovo の手法はさらに、評価式が簡易であり、疲労損傷量の上限及び下限を同時に評価可能であるという利点を備えている。

スペクトル包絡の影響検討

実際の設計上では、安全裕度を確保するため、包絡した応力 PSD を損傷量評価に用いることが考えられる。そこで、応力 PSD の包絡方法による安全裕度への影響について検討を行った。

図 A.2 に示した二つの包絡スペクトルを検討に用いた。図 A.4 に各包絡手法による安全裕度の大きさを示す。横軸は S-N 線図の勾配であり、縦軸が安全裕度である。

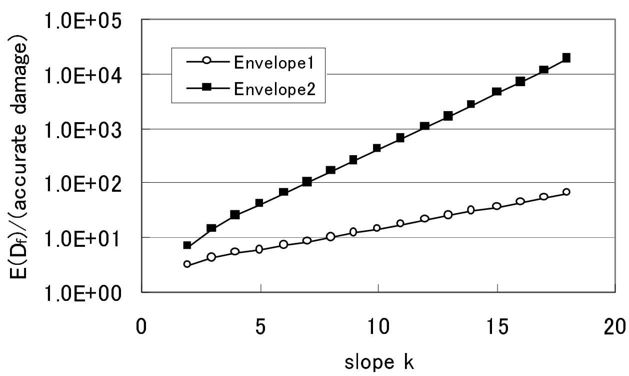

図 A.4: 包絡スペクトルによる安全裕度

安全裕度は包絡手法によって大きく異なり、この差異は S-N 線図の勾配に対して指数関数的に増加する。よって、今後合理的な PSD の包絡手法を検討する必要がある。

これまでの検討をまとめた論文を付録として収録する。この論文は、ASME-PVP2005 の Draft Paper として提出したものである。

DRAFT
Proceedings of PVP2005
2005 ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference
July 17-21, 2005, Denver, Colorado USA

PVP2005-71682

FATIGUE DAMAGE EVALUATION FOR THERMAL STRIPING PHENOMENA USING ANALYTICAL SPECTRUM METHOD

Satoshi Okajima
The University of Tokyo
Tokyo, Japan

Shinsuke Sakai
The University of Tokyo
Tokyo, Japan

Satoshi Izumi
The University of Tokyo
Tokyo, Japan

Atsushi Iwasaki
The University of Tokyo
Tokyo, Japan

Naoto Kasahara
Japan Nuclear Cycle Development Institute
Ibaraki, Japan

ABSTRACT

It is well known that fatigue damage accumulates around T-junctions of piping system where two kinds of fluid with different temperatures are mixed. This phenomenon is called thermal striping, and simple method for evaluating the fatigue damage derived from this phenomenon is greatly important for both design and maintenance stages. However, the evaluation of the thermal stress derived from the thermal striping is rather difficult since the evaluation requires complicated analyses such as fluid mixing, heat transfer, and heat conduction. In addition, the closed-form solution to describe the stress-range distribution under random loading has not been established yet since the rainflow cycle-counting method is not suitable to the analytical treatment. Though numerical calculation may be available for the evaluation, it requires time-consuming work and is not practical for design stage. For this reason, an analytical method for evaluating the fatigue damage directly from stress power spectrum density (PSD) is desired. In this paper, the feasibility study to apply analytical methods to the evaluation of thermal-striping damage is examined. The analytical methods are applied to the fatigue damage evaluation from the stress PSD that was obtained by the thermal striping experiment. Finally, the applicability and problem of each method will be discussed. In order to apply the envelope PSD to design, the property of safety margin associated with the PSD is investigated too.

NOMENCLATURE

α_m: m-th band width parameters
λ_m: m-th moments of power spectrum density
$\Gamma(\ )$: Gamma function
σ_x: Standard deviation of stress
D_f: Fatigue damage factor (indexes refer to the evaluation method)
N: Cycle number during the operation period
N_f: Cycle number to failure under constant stress amplitude
S: Spectral density
$p_a(s)$: Probability density function of amplitude (indexes refer to the evaluation method)
s: Stress amplitude of counted cycle
ω: Angular velocity
$\delta(\ )$: Dirak delta
k: Slope of constant amplitude fatigue curve

INTRODUCTION

The random fluctuation of fluid temperature appears at T-junctions of piping system in plants, where two kinds of fluid with different temperatures are mixed, and it gives thermal stress fluctuation to the structural material. When the accumulating fatigue damage reaches the critical value, the crack may be initiated and propagated. This phenomenon is called thermal striping, which should be considered both at design and at maintenance stage. In Japan, JSME has developed the design guideline to avoid the thermal striping damage [1] for light water reactors, and Kasahara et al. [2] extended it to FBRs.

The relation between the amplitude of temperature fluctuation and that of thermal stress fluctuation depends strongly on the fluctuation frequency. Therefore, in JSME guideline, the procedure to evaluate fatigue damage derived from thermal striping is given on PSD basis. Fig.1 illustrates the outline of JSME method.

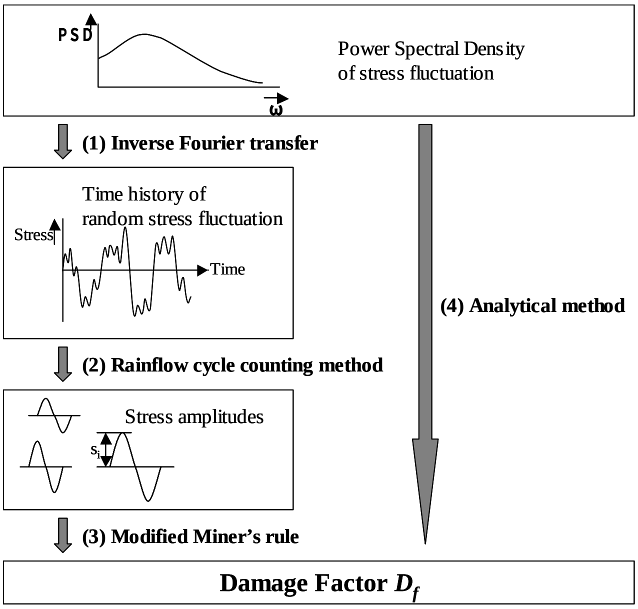

Fig.1 Procedure for evaluating fatigue damage from PSD

In this figure, (1) random processes of the stress are generated from thermal-stress PSD at first, and then (2) stress ranges are calculated from the random stress wave using rainflow cycle-counting method. Finally, (3) the fatigue damage is evaluated from the stress amplitudes using fatigue accumulation rule such as modified Miner's law. Modified Miner's law is discribed as:

$$D_f = \sum_{i=1}^{N} C s_i^k \tag{1}$$

where C and k are material constants. Modified Miner's law counts fatigue damage contribution under fatigue limit.

However, at the design stage, the above procedures are too complicated from a practical viewpoint. Therefore, the analytical method that evaluates fatigue damage directly from PSD is desired, as depicted by arrow (4) in Fig.1. Although several researchers [3][4] have proposed the analytical methods, no established method has been found yet.

This paper aims to examine the applicability of two analytical methods to the thermal striping phenomena. One is Tovo's method [3] that provides a simple explicit approximation of fatigue damage, and the other is Dirlik's one [4] that is recommended by Bouyssy et al. [5]. The accuracy and the applicability of the methods are discussed.

In view of application to design, how to take safety margin for the fatigue damage evaluation also should be discussed. This paper investigates also the property of safety margin associated with the PSD envelope.

METHOD FOR EVALUATING FATIGUE DAMAGE

In this chapter, outline of Tovo's method and the Dirlik's one is summarized. In these methods, bandwidth parameter α_i plays an important role. The i-th bandwidth parameters are also calculated using the various moments of the PSD as follows:

$$\alpha_i = \frac{\lambda_i}{\sqrt{\lambda_0 \lambda_{2i}}} \quad . \tag{2}$$

where λ_i is the i-th moment of PSD and is defined as:

$$\lambda_i = \int_{-\infty}^{+\infty} |\omega|^i S(\omega) d\omega \quad . \tag{3}$$

Tovo's method [3]

Tovo's method considers four representative cycle-counting methods: peak(PC), level crossing(LCC), range(RC), and rainflow(RFC) counting methods. The evaluated fatigue damage $E(D_f)$ depends on used counting method, and $E(D_f^{RFC})$ is desired to be evaluated directly from the stress PSD. Tovo indicated that the following relation for $E(D_f)$ holds.

$$E\left(D_f^{RC}\right) \le E\left(D_f^{RFC}\right) \le E\left(D_f^{LCC}\right) \le E\left(D_f^{PC}\right) \tag{4}$$

From this relation, the upper and lower limit of $E(D_f^{RFC})$ can be evaluated as $E(D_f^{LCC})$ and $E(D_f^{RC})$ respectively. He showed that $E(D_f^{LCC})$ is calculated using the following analytical formula:

$$\begin{aligned} E\left(D_f^{LCC}\right) &= NC \cdot \int_0^{+\infty} s^k \cdot p_a^{LCC}(s) ds \\ &= NC \cdot \alpha_2 \left(\sqrt{2}\sigma_x\right)^k \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right) \end{aligned} \tag{5}$$

As to $E(D_f^{RC})$, Madsen et al. [6] derived the formula as:

$$E\left(D_f^{RC}\right) \approx NC \cdot \left(\sqrt{2}\sigma_x \alpha_2\right)^k \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right) \quad . \tag{6}$$

Tovo proposed $E(D_f^{Tovo})$ calculated using $E(D_f^{LCC})$ and $E(D_f^{RC})$ as an approximate value of $E(D_f^{RFC})$:

$$\begin{aligned} E\left(D_f^{Tovo}\right) &= bE\left(D_f^{LCC}\right) + (1-b)E\left(D_f^{RC}\right) \\ &= NC \cdot \left(\sqrt{2}\sigma_x\right)^k \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right)\left[b\alpha_2 + (1-b)\alpha_2^k\right] \quad . \end{aligned} \tag{7}$$

where, coefficient b is defined as:

$$b = \min\left\{\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{1 - \alpha_1}, 1\right\} \quad . \tag{8}$$

This relation is derived from numerical simulations. Tovo described that $p_a^{RFC}(s)$ also can be approximated using the coefficient b as follows:

$$\begin{aligned} p_a^{Tovo}(s) &= b \cdot p_a^{LCC}(s) + (1-b) \cdot p_a^{P}(s) \\ &= b \cdot \left(\alpha_2 \cdot \frac{s}{\sigma_x^2} \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma_x^2}\right) + (1-\alpha_2)\delta(s)\right) \\ &\quad + (1-b) \cdot \frac{s}{\alpha_2^2 \sigma_x^2} \exp\left(-\frac{s^2}{2\alpha_2^2 \sigma_x^2}\right) \end{aligned} \tag{9}$$

where, $p_a^P(s)$ is a particular solution for the stress amplitude distribution defined as:

$$p_a^P(s)=\frac{s}{\sigma_x^2\alpha_2^2}\exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma_x^2\alpha_2^2}\right) \tag{10}$$

$p_a^P(s)$ is used in eq.(9) instead of $p_a^{RC}(s)$, since $p_a^{RC}(s)$ cannot be formulated in analytical form and the expected damage from $p_a^P(s)$ is equal to Eq.(6).

Dirlik's method [4]

Dirlik proposed the following $p_a^{Dirlik}(s)$ as approximate function of the actual probability density function:

$$\begin{aligned} p_a^{Dirlik}(s)&=\frac{D_1}{Q\sigma_x}\exp\left(-\frac{s}{Q\sigma_x}\right)+\frac{sD_2}{R^2\sigma_x^2}\exp\left(-\frac{s^2}{2R^2\sigma_x^2}\right)\\ &+\frac{sD_3}{\sigma_x^2}\exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma_x^2}\right)\end{aligned} \tag{11}$$

where

$$D_1=\frac{2\left(X_m-\alpha_2^2\right)}{1+\alpha_2^2},\quad D_2=\frac{1-\alpha_2-D_1+D_1^2}{1-R},\quad D_3=1-D_1-D_2,$$

$$X_m=\alpha_1\alpha_2,\quad Q=\frac{\alpha_2-D_3-RD_2}{4D_1},\quad R=\frac{\alpha_2-X_m-D_1^2}{1-\alpha_2D_1+D_1^2}\quad .$$

Consequently, the fatigue damage is calculated from eq.(11) as:

$$\begin{aligned} E\left(D_f^{Dirlik}\right)&=NC\cdot\int_0^{+\infty}s^k\cdot p_a^{Dirlik}(s)ds\\ &=NC\cdot D_1\Gamma(1+k)(Q\sigma_x)^k\\ &+NC\cdot\Gamma\left(1+\frac{k}{2}\right)\left(\sqrt{2}\sigma_x\right)^k\left(D_2R^k+D_3\right)\quad .\end{aligned} \tag{12}$$

PROCEDURE

Generally, the fatigue damage evaluation from the stress PSD is conducted using the following procedure: the stress wave is simulated using inverse Fourier transformation at first, and then the stress amplitudes are calculated from the stress wave using the rainflow method, finally the fatigue damage is evaluated from the stress amplitudes using the modified Miner's law. We write this procedure as the numerical method below. To examine the effectiveness of Tovo's and Dirlik's methods to the thermal striping problem, the fatigue damage evaluated using these methods is compared with the result of numerical method. On this comparison study, the fatigue damage is expressed by normalized value that is defined as the value divided by the damage evaluated using numerical method.

In addition, in order to apply the PSD envelope to design, the property of safety margin associated with the PSD envelope is investigated. The safety margin is evaluated as the ratio of the fatigue damage evaluated from PSD envelope to that evaluated from original PSD.

Fig.2 shows three kinds of the PSDs that are used to investigate the property of the fatigue damage evaluation.

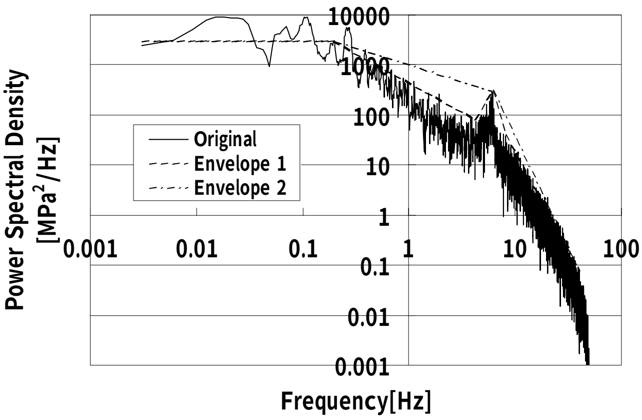

Fig.2 Power spectral densities used for comparison study

The original PSD shown by solid line in Fig.2 is evaluated from the experimental result of thermal striping, first. Then the enveloped PSDs shown by broken and chain lines in Fig.2 are introduced so that safety margin for fatigue design can be investigated. "Envelope 1" is made considering the PSD valley around 4Hz, and "Envelope 2" is made in spite of this valley.

RESULTS OF TOVO'S AND DIRLIK'S METHOD

The effectiveness of Tovo's and Dirlik's methods to the current fatigue problem is investigated in terms of normalized fatigue damage. Since the value of slope k varies according to material and number of cycles, k dependency on fatigue damage is investigated in advance. For example, for the best-fit S-N curve for SUS304 [7], slope k is around 8 at N_f=10^4,and is around 14 at N_f=10^6.

Fig.3 illustrates the normalized $E(D_f^{LCC})$, $E(D_f^{RC})$, and $E(D_f^{Tovo})$ evaluated from original PSD.

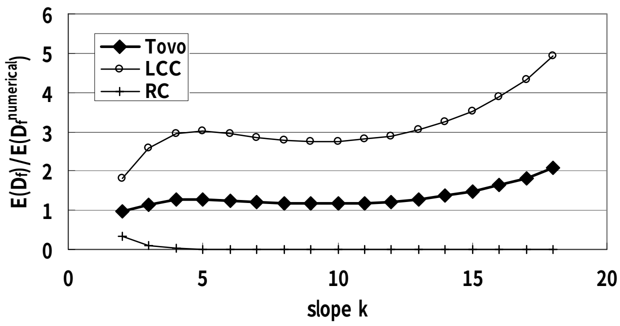

Fig.3 Normalized damage evaluated based on level crossing, range, and Tovo's methods

In the range of k=3 to k=17, the normalized $E(D_f^{Tovo})$ is in the range of 1 to 2. Since the normalized $E(D_f^{Tovo})$ is close to 1, it is thought that $E(D_f^{Tovo})$ is sufficient approximation of the result of numerical method. $E(D_f^{LCC})$ overestimates the fatigue damage. In contrast, $E(D_f^{RC})$ significantly underestimates the fatigue damage. Therefore, it can be said that $E(D_f^{LCC})$ and $E(D_f^{RC})$ give the upper and lower limit of the fatigue damage estimation, as pointed out by Tovo[3]. Thus, the effectiveness of Tovo's method to the thermal striping problem also can be confirmed.

Fig.4 shows the comparison of normalized fatigue damage evaluated from original PSD using Tovo's method and that using Dirlik's one.

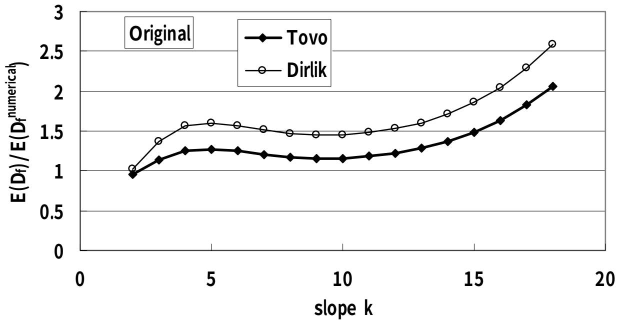

Fig.4 Comparison of normalized damage evaluated from original PSD using Tovo's and Dirlik's methods

In the range of k=3 to k=15, the both normalized fatigue damage is within the range of 1 to 2. Since the normalized $E(D_f^{Dirlik})$ is close to 1, it is thought that also $E(D_f^{Dirlik})$ is sufficient approximation of the result of numerical method. The both normalized fatigue damage is evaluated large when k is larger 15. Since slope k is large when N_f becomes large, the fatigue damage is evaluated on the safe side by both methods when the lifetime for the thermal striping becomes longer.

Fig.5 shows the comparison of normalized fatigue damage evaluated from "Envelope 1" shown in Fig.2 using Tovo's method and that using Dirlik's one.

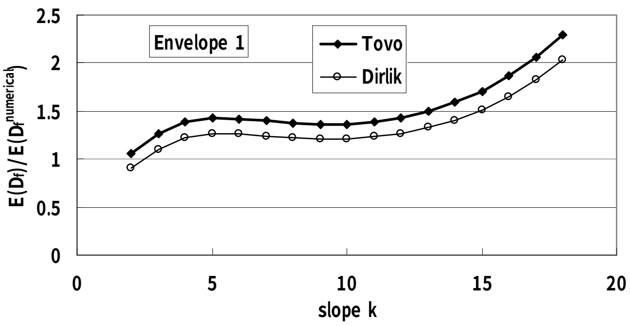

Fig.5 Comparison of normalized damage evaluated from enveloped PSD using Tovo's and Dirlik's methods

In the range of k=3 to k=16, the both normalized fatigue damage is within the range of 1 to 2. Since the both normalized fatigue damage is close to 1, it is thought that Tovo's and Dirlik's methods give sufficient approximation of the result of numerical method also in this case. In this case, Tovo's method evaluates larger fatigue damage than Dirlik's method contrary to the original PSD case. Therefore, we cannot generalize which method evaluates more accurate damage than the other.

To examine the difference of evaluated fatigue damage between Tovo's and Dirlik's methods in more detail, the probability distributions for stress amplitude obtained by these methods are compared with that obtained by the numerical method. Fig.6 shows the comparison of the probability distributions evaluated from original PSD.

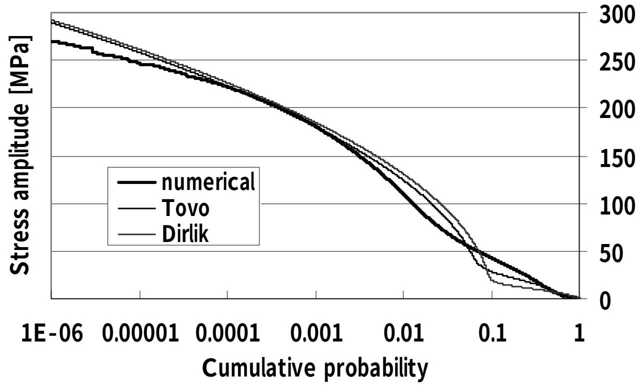

Fig.6 Comparison of probability distributions for stress amplitude

Although both Tovo's and Dirlik's methods give a good approximation for the probability distribution obtained by the numerical method, the approximated probability distributions slightly differ from the result of numerical method at large and small stress amplitude region. Compared to this difference, the probability distributions obtained by both methods are similar with each other especially at large stress amplitude region. Since the fatigue damage strongly depends on the large stress amplitude region of probability distribution, it is thought that the difference in accuracy between the Tovo's and the Dirlik's methods is small. In conclusion, the Tovo's method is more advantageous than the Dirlik's one due to following reasons.

1. Formulation by Tovo's method is simpler and fatigue damage evaluation is easier.
2. Not only cumulative fatigue damage, the upper and lower limits of fatigue damage can also be obtained.

INFLUENCE OF PSD ENVELOPE ON THE EVALUATED DAMAGE

The fatigue damage evaluated from enveloped PSD contains safety margin. In order to apply the PSD envelope to design, the property of safety margin associated with the PSD envelope is investigated. The safety margin is evaluated as the ratio of the fatigue damage evaluated from PSD envelope to that evaluated from original PSD. Fig.7 shows the comparison of the safety margin that evaluated using the numerical method.

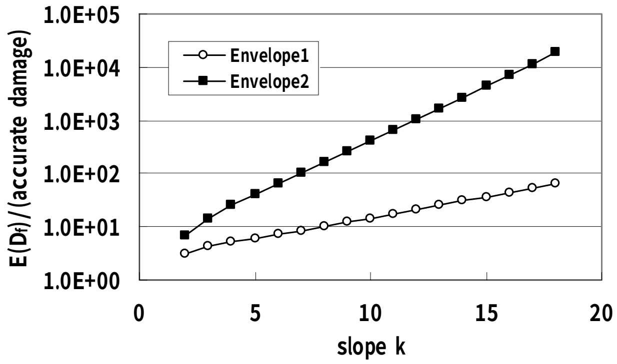

Fig.7 Comparison of the safety margin

For example, assuming SUS304 as the structural material, slope k is around 8 at N_f=10^4,and is around 14 at N_f=10^6 on the best-fit S-N curve [7]. The safety margin of "Envelope2" is around 10 times that of "Envelope1" when k is 8, and is around 100 times when k is 14. The ratio of safety margin increases exponentially with slope k, and it is significantly large. For this reason, it should be discussed how to make the PSD envelope for the reasonable safety margin, and it is the subject for a future study.

CONCLUSION

This paper applied two methods, Tovo’s and Dirlik’s methods, to fatigue damage evaluation of thermal striping. Consequently, it is confirmed that both the Tovo's and the Dirlik's methods can evaluate sufficient approximation of the damage evaluated using simulated stress wave. Especially the Tovo's method is thought effective at the design stage, since it can also estimate upper and lower limits of the fatigue damage and the fatigue damage evaluation is easy.

The property of safety margin associated with the PSD envelope also is investigated in order to apply it to design. It is confirmed that the safety margin largely varies according to the enveloped PSD used. The method to make the PSD envelope for the reasonable safety margin remains to be solved.

REFERENCES

[1] JSME, Guideline for Evaluation of High-Cycle Thermal Fatigue of a Pipe, S017-2003, (2003)
[2] Kasahara, K., Kimura, N., and Kamide, H., Thermal Fatigue Evaluation Method Based On Power Spectrum Density Functions Against Fluid Temperature Fluction, PVP2005 (To be published)
[3] Tovo, R., Cycle distribution and fatigue damage under broad-band random loading, International Journal of Fatigue, 24, (2002), 1137-1147
[4] Dirlik, T., Application of computers in fatigue, Ph.D. Thesis, University of Warwick, (1985)
[5] Bouyssy, V., Naboishikov, SM, and Rackwitz, R., Comparison of analytical counting methods for Gaussian processes, Structural Safety, 12, (1993), 35-57
[6] Madsen, HO, Krank, S., and Lind, NC, Methods of structural safety, Prentice-Hall, (1986)
[7] JSME, Codes for Nuclear Power Generation Facilities -Rules on Design and Construction for Nuclear Power Plants-, (to be published)

あとがき

謝辞

本研究は東京大学大学院工学系研究科 酒井信介教授のご指導のもとに進められました。酒井先生と泉先生には研究に対する様々なアドバイスをいただきました。特に酒井先生には、お忙しい中で多大なご指導をいただきました。至らない私がこうして研究を一つの形としてまとめることが出来るのも、先生方のご指導のおかげです。本当にありがとうございます。

酒井・泉研究室の皆様に改めてお礼を申し上げ、これをもって謝辞に代えさせていただきます。

参考文献

[1] 木原重光, 富士彰夫 共著:“RBI/RBM 入門”, 日本プラントメンテナンス協会 (2002)

[2] 酒井信介, 金属学会誌, **66**,1170(2002).

[3] 小林英男, 日本機械学会誌, **106**,846(2003).

[4] API Publication 581, Risk-Based Inspection Base Resource Document(2000).

[5] 渡部洋: “ベイズ統計学入門”, 福村出版 (1999)

[6] B.P.Carlin and T.A.Louis: “Bayes And Empirical Bayes Methods For Data Analysis Second edition”, Chapman&Hall/CRC(2000)

[7] J.M.Bernardo and A.F.M.Smith: “Bayesian Theory”, John Wiley&Sons, Ltd

[8] D. Sun: “A Note on Noninformative Priors for Weibull Distributions”, J. Statistical Planning and Inference, **61**, 319(1997).

[9] 市川昌弘: “信頼性工学”, 裳華房 (1990)

[10] S.C.Kim, Y.Fujimoto, and E.Shintaku: “Sensitivity Analysis on Fatigue Reliability and Inspection of Ship Structural Members ”, Journal of The Society of Naval Architects of Japan, **181**, 367(1997).

[11] 東京大学教養学部統計学教室: “自然科学の統計学　基礎統計学 III”, 東京大学出版会 (1992)

[12] T.L.Andreson: “Fracture Mechanics –Fundamentals and Applications”, CRC Press(1995)

[13] R.Tovo: “Cycle distribution and fatigue damage under broad-band random loading”, International Journal of Fatigue, **24**, 1137-1147 (2002)

[14] T.Dirlik, “Application of computers in fatigue”, Ph.D. Thesis, University of Warwick (1985)

以上

1～ 68 ページ　完

修士論文

平成17年　2月10日　提出

36154　　岡島 智史