

卒業論文

有限要素法を用いた
タイヤ－路面間の接触摩擦解析
p.1～p.52 完

平成 2 3 年 2 月 4 日提出
指導教員 泉 聡志 准教授
90195 高尾 康太

目次

第 1 章	序論	7
1.1	研究の背景	7
1.2	本研究の目的.....	9
1.3	本論文の構成.....	9
第 2 章	Persson の接触理論と摩擦係数の理論予測	10
2.1	緒言	10
2.2	Persson の接触理論	11
2.2.1	表面粗さのパワースペクトル	11
2.2.2	摩擦係数の理論予測 ^[4]	13
2.3	摩擦係数の導出.....	14
2.3.1	パワースペクトルの計算	15
2.3.2	摩擦係数の理論予測	17
第 3 章	有限要素法による接触解析	18
3.1	緒言	18
3.2	ヘルツの理論.....	19
3.2.1	ヘルツの接触理論 ^{[5][6][7]}	19
3.3	荷重制御による押しつけ接触解析	21
3.3.1	解析モデル, 材料条件.....	21
3.3.2	解析結果とヘルツの接触理論との比較	24
3.3.3	考察	27
3.4	変位制御による静的摩擦解析	29
3.4.1	解析モデル, 材料条件.....	29
3.4.2	解析結果	31
3.4.3	考察	37
第 4 章	摩擦解析モデル.....	38
4.1	緒言	38
4.2	タイヤの設計における摩擦試験の概要	39
4.2.1	室内摩擦試験機の概要.....	39
4.2.2	摩擦試験用ゴム試験片	40
4.3	有限要素法による加速滑り解析	41
4.3.1	解析モデル, 材料条件.....	41
4.3.2	解析結果	44
4.3.3	考察	48

4.4	摩擦解析の今後の課題.....	49
第 5 章	結論	51
6.1	本研究における結論	51
6.2	今後の課題	51
第 6 章	参考文献	52
第 7 章	謝辞	53

図目次

図 1-1	タイヤの有限要素法解析の例（ブリヂストンより提供）	8
図 2-1	倍率 ζ における粗い表面に接触するゴムの接触面の様子	12
図 2-2	自己アフィンフラクタル表面の波数 q とパワースペクトル $C(q)$ の関係	13
図 2-3	摩擦試験に路面サンプルとして用いる滑り止めシール	14
図 2-4	表面粗さの 3 次元プロット図	15
図 2-5	表面サンプルの波数 q とパワースペクトル $C(q)$ の関係	16
図 2-6	観測した表面データより計算した速度依存性の摩擦係数	17
図 3-1	解析モデル全体図(節点数:187642)	21
図 3-2	メッシュ断面図	23
図 3-3	接触部分のメッシュ拡大図	23
図 3-4	$F=50N$ における接触圧分布(中心が最大値で 0.994MPa)	24
図 3-5	$F=50N$ における接触円の半径方向の接触圧分布	25
図 3-6	$F=50N$ における相当応力分布の断面図	26
図 3-7	解析モデル全体図(節点数:16376)	29
図 3-8	$UX=0.0$ の時の接触圧分布(最大値:0.964MPa)	31
図 3-9	$UX=1.6$ の時の接触圧分布(最大値:1.053MPa)	31
図 3-10	$UX=3.1$ の時の接触圧分布(最大値:1.342MPa)	32
図 3-11	$UX=3.3$ (定常状態)の時の接触圧分布(最大値:1.434MPa)	32
図 3-12	半球上面節点の Z 方向変位と固着状態にある節点の総数の変化	33
図 3-13	半球上面節点の X 方向変位と固着状態にある節点総数の変化	34
図 3-14	半球上面拘束節点における反力の UZ に対する変化	34
図 3-15	半球上面拘束節点における反力の UX に対する変化	35
図 3-16	X 方向滑り変位に対する接触中心点食い込み量の変化	36
図 3-17	X 方向滑り変位に対する節点反力から求めた動摩擦係数の変化	36
図 4-1	室内摩擦試験機	39
図 4-2	摩擦試験用ゴム試験片の写真	40
図 4-3	解析モデルの全体図 (節点数:10634)	41
図 4-4	ゴム半球上面の Z 方向の強制変位の時刻歴変化	43
図 4-5	ゴム半球上面の X 方向の強制変位の時刻歴変化	43
図 4-6	$T=1.001$ 秒における接触圧分布コンター図(最大値:0.406MPa)	44
図 4-7	$T=1.0001$ 秒における接触円の半径方向接触圧分布	45
図 4-8	押しつけ方向反力 FZ と滑り方向反力 FX の時刻歴変化	46

図 4-9	固着状態を検出している節点数の時刻歴変化.....	47
図 4-10	半球上面の拘束節点の反力から算出した摩擦係数の時刻歴変化.....	47
図 4-11	時刻 $T=2.001$ 秒における, 定常状態での接触圧分布コンター図.....	48
図 4-12	ANSYS に適用できる速度依存性摩擦モデル.....	49
図 4-13	表面粗さパワースペクトルから求めた摩擦係数の速度依存性	50

表目次

表 1-1	様々な環境下での路面 - タイヤ間の動摩擦係数 ^[1]	7
表 3-1	解析条件	22
表 3-2	材料物性値.....	22
表 3-3	解析結果と理論値の比較.....	24
表 3-4	異なる摩擦係数での押しつけ解析の結果比較.....	27
表 3-5	解析条件	30
表 3-6	押し付け状態における解析値とヘルツの理論値との比較	33
表 4-1	解析条件	42
表 4-2	加速滑り解析における材料物性値	42
表 4-3	T=1.001 秒における接触解析値の理論値との比較.....	44

第1章 序論

1.1 研究の背景

タイヤは唯一路面に接して車両を支え、運転者の意思に沿って車を安全に走らせたり、止めたりするための重要な要素である。そのタイヤの性能を決めるパラメータの中でも重要なのが、摩擦係数である。タイヤの摩擦係数は環境に左右され、表 1-1 のように 1 オーダー以上も変化することが知られている。^[1]

表 1-1 様々な環境下での路面 - タイヤ間の動摩擦係数^[1]

乾燥アスファルト路面	$\mu = 1.0 \sim 1.4$
湿潤な路面	$\mu = 0.4 \sim 1.0$
氷上路面	$\mu = 0.1$ 以下

しかし、これらは実験値であり、現在、理論的にこれらの値を正確に予測することは難しいとされている。摩擦の基本法則としてはアモンソン - クーロンの法則があるが、ゴムにおける実験結果は必ずしもこれに当てはまらないことが示されている^[1]。摩擦現象は不均一な粗さを持った表面における、材料の変形や不均一な応力分布、エネルギー散逸などを考慮しなければならず、複雑な現象である。現在、図 1-1 のような企業におけるタイヤ設計のための有限要素法によるシミュレーションは実際上不可欠なものであり、その際対象の現象を決めるための重要な問題が摩擦係数の設定であるが、前述した理由から実験値を用いているのが現状である。また、ゴムの摩擦係数は滑り速度などによっても複雑に変化すると考えられ、実験によって得られた単一の摩擦係数では解析精度に問題があり、その上実験は大きな費用と時間を要する。

そのため、タイヤの材料の特性などから理論的に摩擦特性を予測すること、さらにその摩擦特性を設計段階での有限要素法による摩擦解析に適用することが求められている。

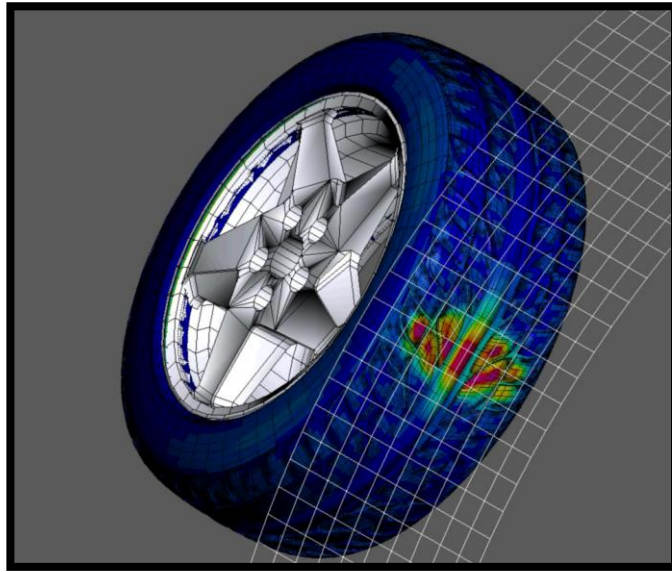


図 1-1 タイヤの有限要素法解析の例（ブリヂストンより提供）

1.2 本研究の目的

摩擦が起きている表面のラフネスは有限要素法では扱えず、分子動力学などでは大きなラフネスのスケールが扱えない。そこで有効だと考えられるのが、マルチスケールを考慮した有限要素法解析である。

本研究は、まず Persson の接触理論^[3]をもとに、ゴムの表面粗さのパワースペクトルを用いたマルチスケール解析によってタイヤの摩擦特性をとらえ、摩擦係数を理論的に予測することが第一の目的とする。そして、最終的にはゴム材料の表面粗さや材料特性から求めたタイヤの摩擦特性をタイヤ設計段階での有限要素法による接触摩擦解析に応用する手法を構築することを目的とする。

1.3 本論文の構成

第 1 章では本研究の背景と目的を述べた。

第 2 章では今回用いた、マルチスケールを考慮したゴムの接触に関する Persson の接触理論について述べ、実際の表面粗さの計測から摩擦係数の理論値を求める手法について言及する。

第 3 章では接触の古典的理論であるヘルツの理論について述べ、有限要素法によるゴム半球と路面の接触解析結果と比較し、有限要素法による接触解析の整合性を検討する。

第 4 章で、タイヤメーカーで行われているゴムの摩擦試験に近づけた有限要素法モデルを作成し、タイヤの接触摩擦解析の手法について検討する。

最後に、第 5 章として本研究のまとめを行った。

第2章 Persson の接触理論と摩擦係数の理論予測

2.1 緒言

本研究で対象とするタイヤ(ゴム)－路面間の接触は，路面の表面の粗さなどに影響される複雑な現象である．

そこで，本研究では路面の粗さのパワースペクトルを用いた Persson の接触理論を，摩擦解析に応用することを目指す．

本章では Persson の接触理論について説明し，摩擦係数の理論予測について述べる．

2.2 Persson の接触理論

タイヤが路面を走行する場合、路面のヤング率よりタイヤのゴムのヤング率が極端に小さいため、路面の表面の凹凸はほとんど変形せずにタイヤがその隙間に入り込むと考えられる。そのため、接触・粘着・摩擦など種々の物理現象においては、ゴムの粘弾性特性に加えて、路面の表面粗さが支配的になる。よって、タイヤ-路面間の摩擦解析を正確に行うためには路面の表面粗さが重要な要素となる。

Persson の接触理論では、路面の表面粗さのパワースペクトルを用いることでマルチスケールのとらえ、そこからゴム - 路面間の接触現象を説明している。

2.2.1 表面粗さのパワースペクトル

Persson の接触理論では、式(2.1)のように表面粗さパワースペクトル $C(\mathbf{q})$ を定義し、これによって表面状態を把握する。Wiener-Khintchine の公式より、パワースペクトルは自己相関関数のフーリエ変換の形で表すことができる。^[2]

$$C(\mathbf{q}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2\mathbf{x} \langle h(\mathbf{x})h(0) \rangle e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}} \quad (2.1)$$

ここで $\mathbf{x}=(x,y)$ で、 $h(\mathbf{x})$ は平均平面から測定される基面高さであり、 $\langle h \rangle = 0$ となる。 $\mathbf{q}$ は波数ベクトルを表す。 $\langle \dots \rangle$ はアンサンブル平均を意味する。 $C(\mathbf{q})$ は表面の平均からの高さ $h(\mathbf{x})$ の自己相関関数をフーリエ変換したものである。

Persson はフラクタル性のある路面の場合、一般に粗さの表現に用いられる二乗平均平方根粗さ (RMS) などよりも、パワースペクトルにゴム摩擦は依存することを示している。フラクタル性を持つ表面とは図 2-1 倍率 ζ における粗い表面に接触するゴムの接触面の様子のようなマルチスケール性を持ち、かつ統計的なスケール ζ の変化に関わらず、表面粗さの形状が変化しないような性質を持つ表面である。

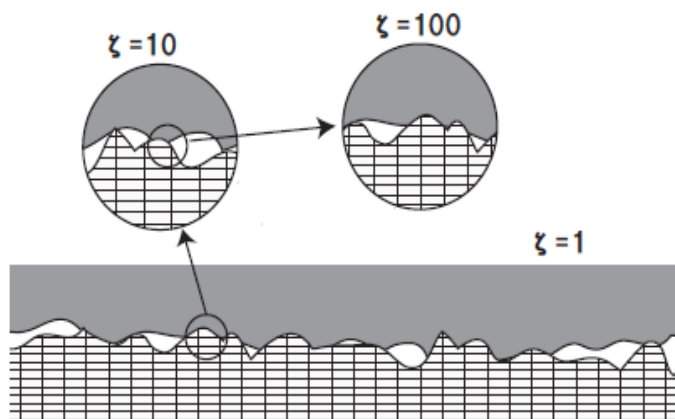


図 2-1 倍率 ζ における粗い表面に接触するゴムの接触面の様子

多くの路面はフラクタル性の中でも特に、「自己アフィンフラクタル」表面と呼ばれるものに近い性質を持っている．自己アフィンフラクタル表面とは式(2.2)のようなスケール間のあるフラクタル表面のことである．

$$h\left(\frac{x}{\lambda}, \frac{y}{\lambda}\right) = \lambda^{-H} h(x, y) \quad (2.2)$$

ここで H は $0 \sim 1$ の値をとるハースト数と呼ばれるパラメータであり，これを用いると，自己アフィン性を持つ表面のパワースペクトルは式のように表せる．

$$C(q) = C_0 q^{-2(H+1)} \quad (2.3)$$

ここで C_0 は係数であり，ハースト数はフラクタル次元 D_f に関係し， $D_f = 2 - H$ と表される．実際の表面では式(2.3)の関係は図 2-2 のように波数領域 $q_0 \sim q_1$ で現れる． q_0 より左の領域は，表面粗さの最大波長領域を示す． q_1 より右の領域はカットオフ周波数領域と呼ばれ，表面粗さの最小波長領域を示している．このグラフは実際の表面を測定して粗さの特性を掴む上で，指標としていくグラフである．

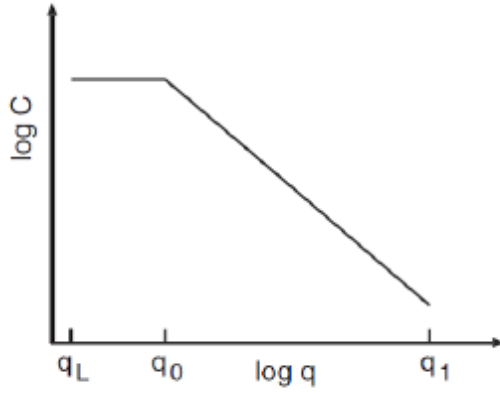


図 2-2 自己アフィンフラクタル表面の波数 q とパワースペクトル $C(q)$ の関係

2.2.2 摩擦係数の理論予測^[4]

Persson の理論においては，ゴム摩擦をゴムの表面領域での基面粗さによる弾性エネルギー散逸に起因する現象としてとらえている．そこから，ゴム摩擦の速度依存性が次の式(2.4)のように示されている．

$$\mu_k = \frac{1}{2} \int_{q_0^*}^{q_1^*} dq q^3 C(q) P(q) \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi \operatorname{Im} \frac{E(qv \cos \varphi)}{(1 - v^2)\sigma} \quad (2.4)$$

ここで

$$P(q) = \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2} \sqrt{G} \right) \quad (2.5)$$

$$G(q) = \frac{1}{8} \int_{q_0^*}^{q_1} dq q^3 C(q) \int_0^{2\pi} d\varphi \left| \frac{E(qv \cos \varphi)}{(1 - v^2)\sigma} \right|^2 \quad (2.6)$$

ここで， $C(q)$ は表面粗さのパワースペクトル， $P(q)$ は真実接触領域の割合， σ は平均垂直応力， v はポアソン比， $E(\omega)$ は周波数に依存した試験用ゴムの粘弾性特性であり，一般的なゴムの粘弾性試験によって求められる．実際上は種々の近似計算を用いて求められる以下の式(2.7)を用いる．

$$\mu_k \approx \frac{1}{4\pi} (q_0 h_0)^2 H \int_1^{\frac{q_1}{q_0}} d\zeta \zeta^{-2H+1} P(q_0 \zeta) \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi \operatorname{Im} \frac{E(\zeta q_0 v \cos \varphi)}{(1 - v^2) \sigma} \quad (2.7)$$

ここで,

$$P(q) \approx \left(1 + [\pi G(q)]^{\frac{3}{2}} \right)^{-\frac{1}{3}} \quad (2.8)$$

$$G(q) = \frac{1}{16\pi} (q_0 h_0)^2 H \int_1^{\frac{q_1}{q_0}} d\zeta \zeta^{-2H+1} \int d\varphi \left| \frac{E(\zeta q_0 v \cos \varphi)}{(1 - v^2) \sigma} \right|^2 \quad (2.9)$$

本研究では式(2.7)を用いて摩擦係数の理論値を求める.

2.3. 摩擦係数の導出

2.2 節で示した Persson の理論を用いて, タイヤメーカーで実際に行われる摩擦試験に用いられる表面サンプルとゴムサンプルを用いて, 摩擦係数を予測していく. 摩擦試験についての詳細は 4.2 節で述べる.



図 2-3 摩擦試験に路面サンプルとして用いる滑り止めシール

*写真 は 3M 社ホームページより

今回用いた表面サンプルは 3M 社製の滑り止めシール「Safety-Walk typeB」というタイヤメーカーでゴム材の摩擦試験にも使われているサンドペーパーのような, 鉱物粒子を吹き付けて作られた粗い表面を持つ. (図 2-3 参照)

2.3.1 パワースペクトルの計算

まず表面粗さの特性を表す重要なデータである表面粗さパワースペクトルを求める。

表面粗さの計測としては、本研究ではキーエンス社製レーザー顕微鏡「VK-9500」を用いて表面の高さデータを計測した。

実際に前述した表面サンプルを測定した表面粗さデータを3次元的にプロットしたものを図 2-4 に示す。これは倍率 100 倍で一辺 0.001122m の正方形領域を観測したもので、機器による間引きがあるが、8192×8192 点のデータ点数である。

図 2-4 の中で鋭く針のように立っている粗さがあるがこれは計測上のノイズである。

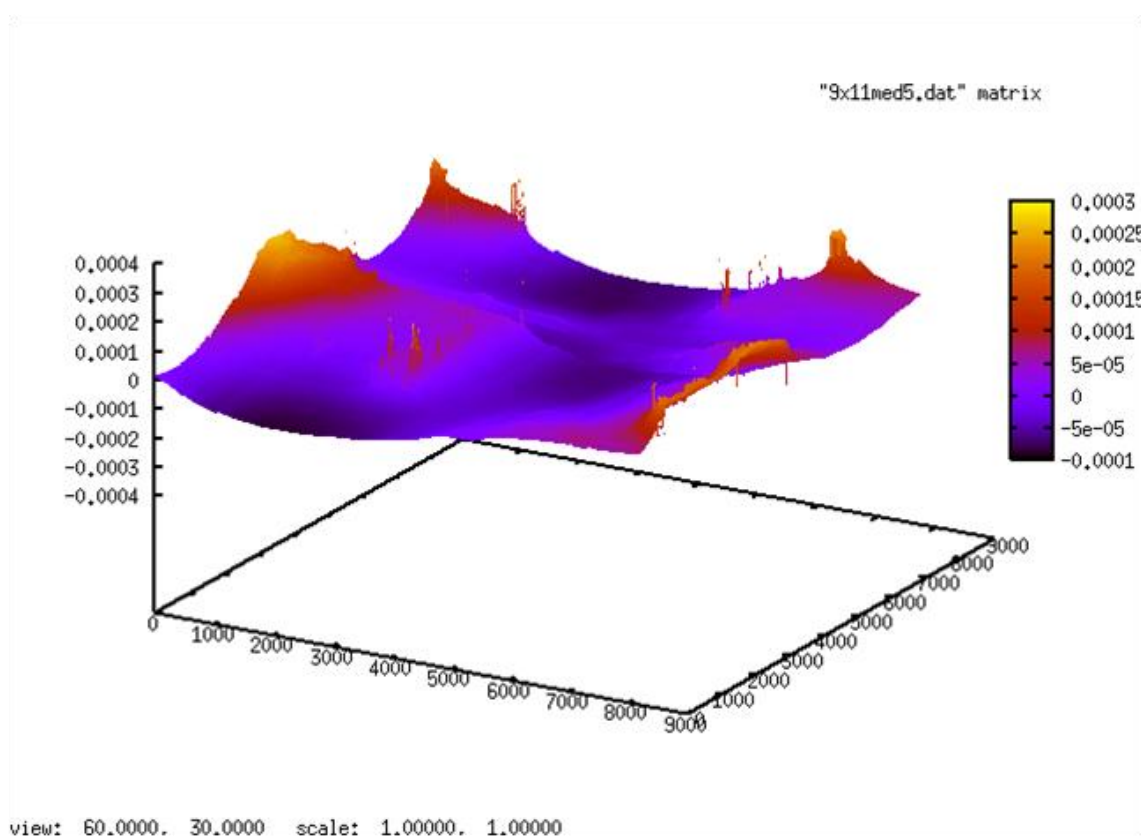


図 2-4 表面粗さの3次元プロット図

この表面データを用い、式(2.1)を用いて数値計算プログラムを作成し、パワースペクトルを計算した結果が図 2-5 である。なお、数値計算の際、 $C(q)$ は表面粗さの等方性を仮定している。

Persson の理論の式(2.3)のような関係を示せているが、カットオフとロールオフ波数が読み取りづらくなっている。これは、このグラフが観測倍率 100 倍のみのデータから作成されているためである。より高倍率で短波長領域の観測データと、最大粒径の長波長領域のデータをつなげてグラフ化すれば図 2-2 のようなグラフになると考えられ

るが、それは今後の課題として今回は、現状のデータを用いて摩擦係数の数値計算を行う。

図 2-5 からハースト数 H を式にしたがって求めると、 $H \approx 0.4$ となり、 $0 \sim 1$ の間に収まるので概ね正しい値と思われる。

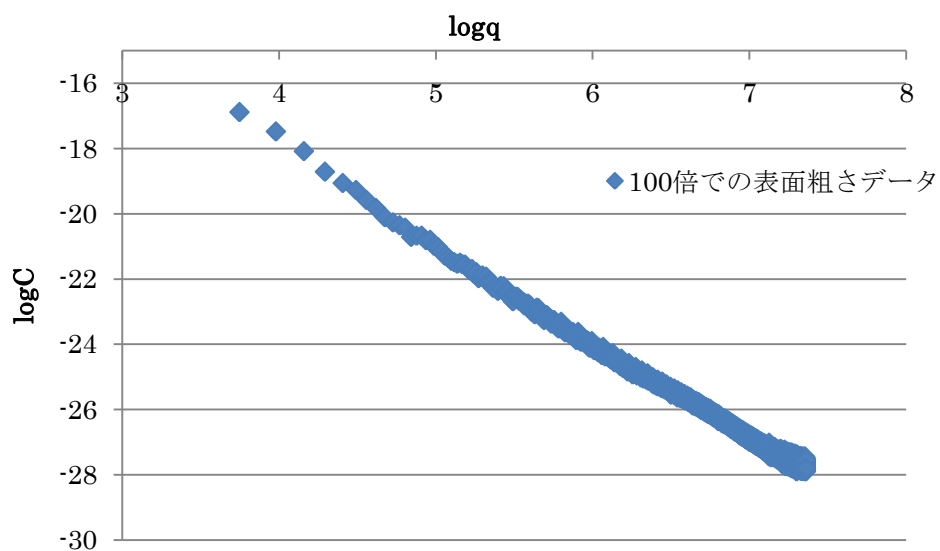


図 2-5 表面サンプルの波数 q とパワースペクトル $C(q)$ の関係

2.3.2 摩擦係数の理論予測

式にしたがって数値計算プログラムを作成し、2.3.1 項で示した表面データに従って作成した摩擦係数のグラフが図 2-6 である。粘弾性特性については摩擦試験に用いられるゴムサンプルの標準的なデータを用いた。

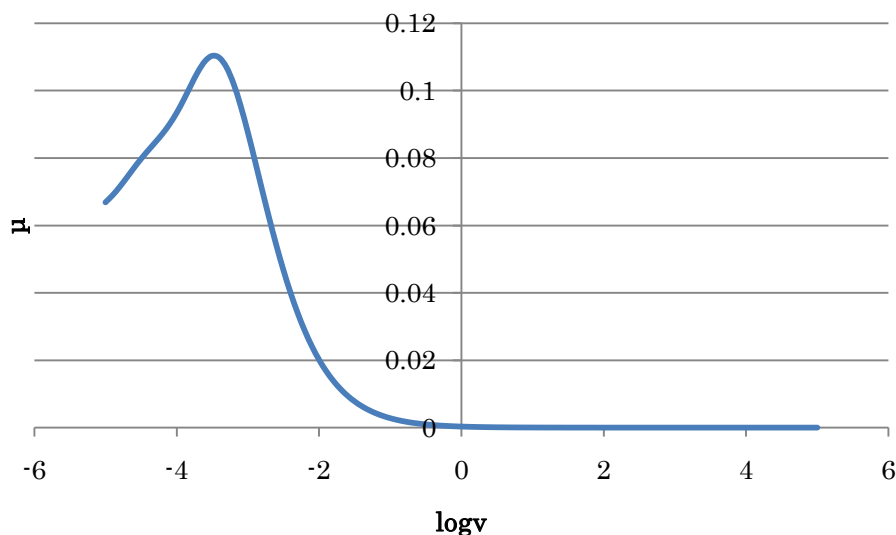


図 2-6 観測した表面データより計算した速度依存性の摩擦係数

通常の乾燥路面であればゴムの摩擦係数は 1.0～1.4 程度であるので、この結果は 1 オーダー程度のずれがある。ただ、低速度で摩擦係数が高くなり、速度が上がっていくにつれて摩擦係数が下がって一定値に落ち着いていくという点では定性的には計算過程は間違っていないと考えられるので、表面の観測データより導入したパラメータなどが不適切であった可能性が考えられる。

今後は表面観察領域や観察倍率を増やし、ハースト数やカットオフ周波数などの同定をより正確に行っていくことが必要である。

次章から有限要素法解析の手法について述べていくが、本卒論の段階では望ましい結果が得られなかったので、ゴムの摩擦係数については、解析ごとに適切と考えられる値を選択して進めていく。

第3章 有限要素法による接触解析

3.1 緒言

本章ではまず，ヘルツの接触理論について述べる．その後，有限要素法による接触解析モデルについて述べる．協力企業先で行う摩擦試験と比較して有限要素法による摩擦解析の手法について検討するため，まず押しつけ解析を行い，ヘルツの接触理論値と比較することでモデルの整合性の確認を行った．

次に，同モデルにおいて単純な滑り解析も行った．

本章で有限要素法による接触解析の精度を確認し，最適な解析モデルを考案し，次章での摩擦解析に応用する．

3.2 ヘルツの理論

本研究では摩擦解析を行う前に、有限要素法による接触解析の整合性などを確かめるために、まず半球と平板の単純な接触解析を行った。その際、解析結果との比較に用いたヘルツの理論について説明する。

3.2.1 ヘルツの接触理論^{[5][6][7]}

ヘルツは球と球の接触について、変形が弾性変形範囲であることを仮定して、荷重と接触部分の面積の関係を導いている。式(3.1)は荷重 P における半径 a の接触円において中心からの半径距離 r に対する接触圧 p の分布をあらわしたものである。ヘルツの接触理論では二つの球による接触領域は半径 a の接触円を断面とする楕円半球状に広がると仮定しており、そこから以下の式(3.1)が導かれる。また、実際とは異なるが、ヘルツの接触理論では幾何的接触面全体が真実接触していると仮定している。

$$p(r) = \frac{3P}{2\pi a^3} \sqrt{a^2 - r^2} \quad (3.1)$$

式(3.1)に用いた接触円半径 a は式(3.2)のように表されるが、ここで用いる R , K という定数はそれぞれ式(3.3)と式(3.4)のように表されるパラメータである。係数 1, 2 のついた R , ν , E は接する二つの球のそれぞれの半径、ポアソン比、ヤング率を示している。

$$a = \sqrt[3]{\frac{RP}{K}} \quad (3.2)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (3.3)$$

$$\frac{1}{K} = \frac{3}{4} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \quad (3.4)$$

ここで、半径 R_1 の球を平板に押し付ける場合は、 $R_2 \rightarrow \infty$ とすればよく、結局 $R=R_1$ となる。

式(3.2)より、接触円の面積 A は式(3.5)で与えられる。

$$A = \pi a^2 = \left(\frac{RP}{K} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (3.5)$$

このように，接触円の面積 A は荷重の $2/3$ 乗に比例する．

また，二つの球の接近距離 δ (R_1+R_2 から更に縮む距離) は式(3.6)のように表される．

$$\delta = \frac{a^2}{R} = \frac{P}{Ka} \quad (3.6)$$

以上が，工学分野で広く用いられるヘルツの接触理論の概要である．多くの仮定があるものの，その理論値の精度は高いとされており，本解析を行うにあたって，整合性を検討する指標とする．

3.3 荷重制御による押しつけ接触解析

本研究では有限要素法解析ソフト「ANSYS」を用いてタイヤ路面間の摩擦解析手法を検討するのが目的であるが、第一段階として半球と平板の単純な押しつけ解析を行い、前述のヘルツの接触理論の理論値と比較することで、ANSYS 接触解析モデルの構築を行った。

最終的に得られた最適な解析モデルについて 3.3.1 項~3.3.2 項で述べ、接触解析を左右する各要素についての考察を 3.3.3 項で述べる。

3.3.1 解析モデル，材料条件

今回は図 3-1 のような 3 次元完全モデルで、金属の平板にゴム半球を押し付ける静的解析を行った。実際の摩擦試験では金属に押し付けるわけではないが、接触解析上、ヤング率の大きく異なる材料同士の接触の方が、解析を単純化しやすいので、平板の材料は鉄鋼材とした。

半球は半径 20mm、平板は 40mm×40mm×20mm のものを用いた。

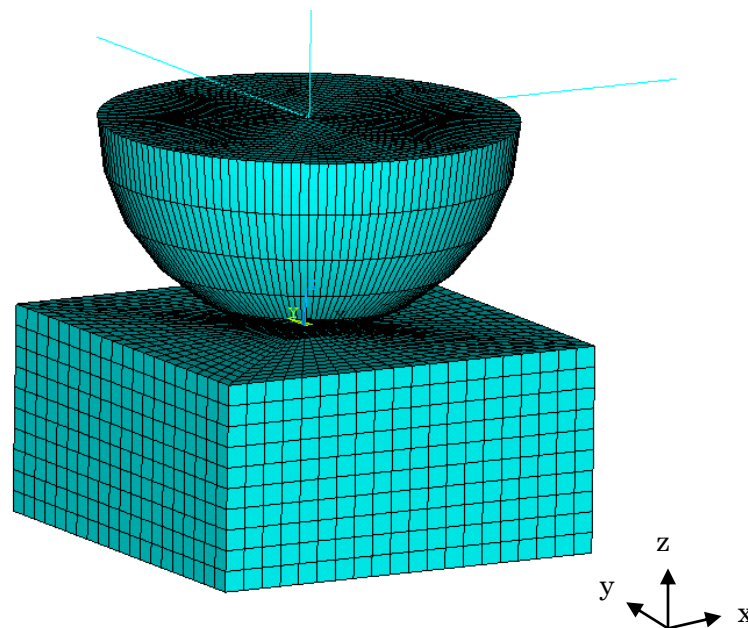


図 3-1 解析モデル全体図(節点数:187642)

解析条件表と材料物性値の概要を表 3-1 と表 3-2 に示す.

この解析の場合, 二次元軸対称モデルでも可能だが, 後に半球を滑らせて摩擦解析を行うことを考慮し, メッシングの方法などについても検討するため, 3 次元完全モデルを用いた.

接触アルゴリズムにはペナルティ法を用いた. これは接触間の要素の食い込みをバネの使用によって制限するものであり, そのバネ剛性をペナルティ剛性ファクタ(FKN)という. 理想的には, 食い込みは起こらないので $FKN=\infty$ が望ましいが, この場合は収束困難の状況になりうるので, 適切な値を設定することが重要である. 材料については平板には鉄鋼材, ゴム半球には一般的な弾性ゴム材の物性値を用いた. ^[8]

接触摩擦係数についてはヘルツの理論値に摩擦が取りこまれていないため, まずは実際のゴムの摩擦係数よりもかなり小さく $\mu=0.15$ と設定した.

表 3-1 解析条件

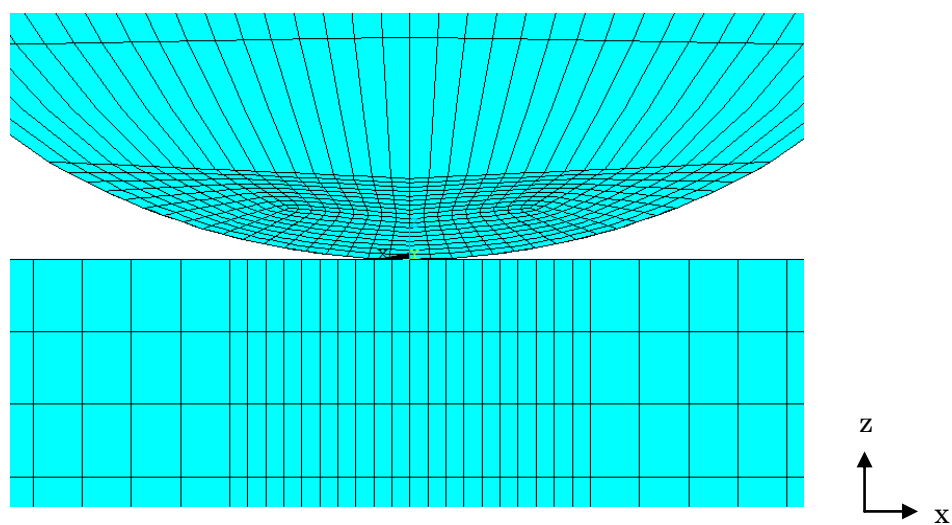
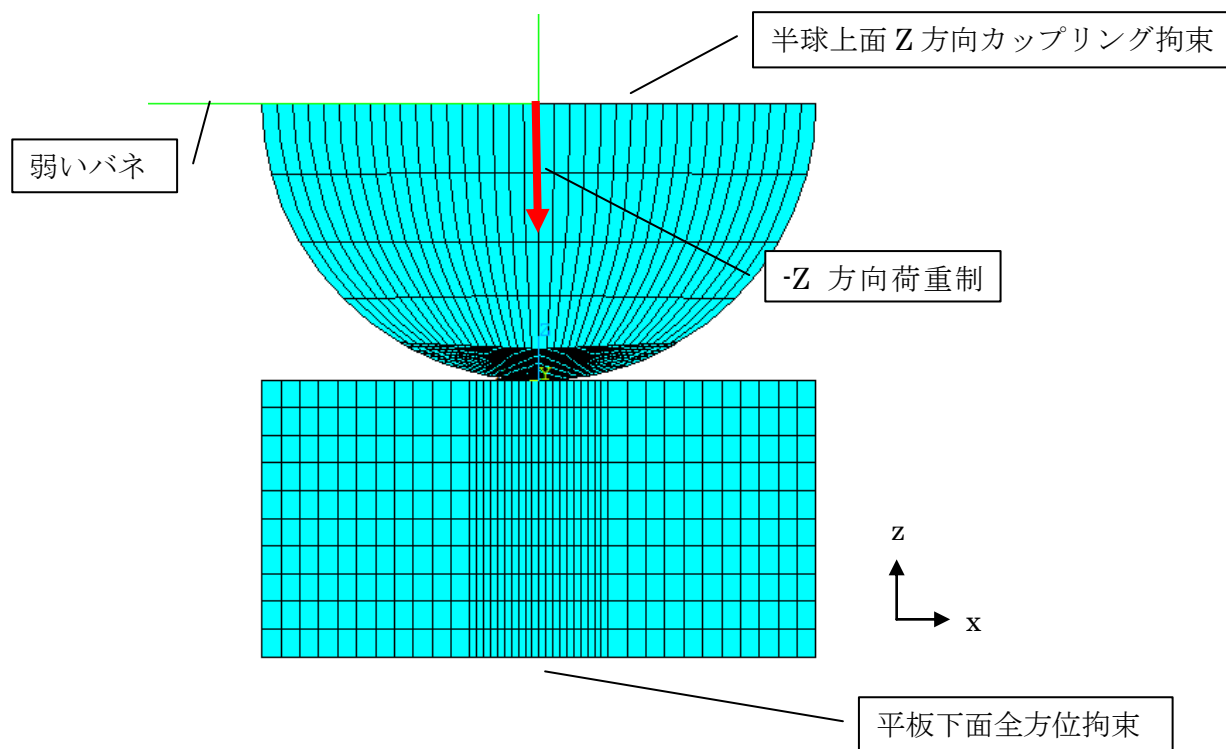
要素	3 次元 20 節点構造ソリッド
境界条件	・ 完全モデル ・ 平板下面を全方位拘束 ・ 半球上面は Z 方向 (鉛直方向) カップリング拘束 ・ 剛体運動を防ぐため, バネ定数 $1E-15$ の弱いバネを半球上面中心 XYZ 方向に貼りつける
荷重条件	Z 方向に荷重制御で $-50N$, $-25N$ で押し付ける
材料物性値	弾性体を仮定 (詳細は表 3-2 参照)
接触摩擦係数	0.15(一定)
接触アルゴリズム	ペナルティ法(FKN=0.1)

表 3-2 材料物性値

材料物性値	ヤング率	ポアソン比
ゴム半球	2MPa	0.49
平板	210GPa	0.3

モデルのメッシュの様子と境界条件等を図 3-2 と図 3-3 に示す.

半球はすべて精度を確保するため 6 面体でメッシュを切り, 接触部は特に細かくメッシュを作成した.



3.3.2 解析結果とヘルツの接触理論との比較

前述した接触解析の数値解析解と理論値との比較を行う。

表 3-3 解析結果と理論値の比較 に接触の様子に関する各値を理論値・解析値で算出したものをまとめた。解析値における接近距離 δ は、半球と平板の接触なので、カップリング拘束をした半球上面の - Z 方向の変位を用いた。

表 3-3 解析結果と理論値の比較

	接触円面積[mm ²]	最大接触圧[MPa]	接近距離 δ [mm]
ヘルツ理論値 (F=25N)	46.5	0.805	0.740
ANSYS 解析値 (F=25N)	48.0	0.786	0.705
ヘルツ理論値 (F=50N)	73.8	1.101	1.175
ANSYS 解析値 (F=50N)	75.8	0.994	1.096

この表から分かるように、最大接触圧の誤差がやや大きいものの、F=25N、F=50N 共にヘルツの理論値に近い解析結果が得られた。

また図 3-4 に F=50N における接触圧分布のコンター図、接触円の半径方向の接触圧分布図を示す。

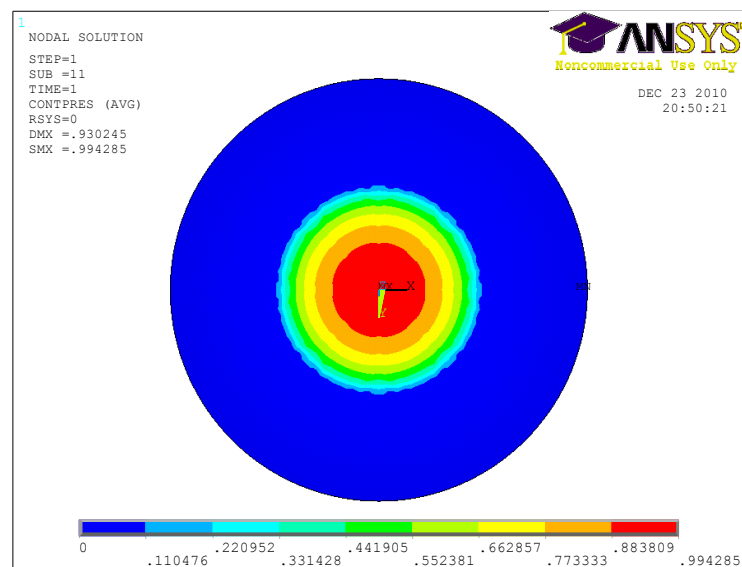


図 3-4 F=50N における接触圧分布(中心が最大値で 0.994MPa)

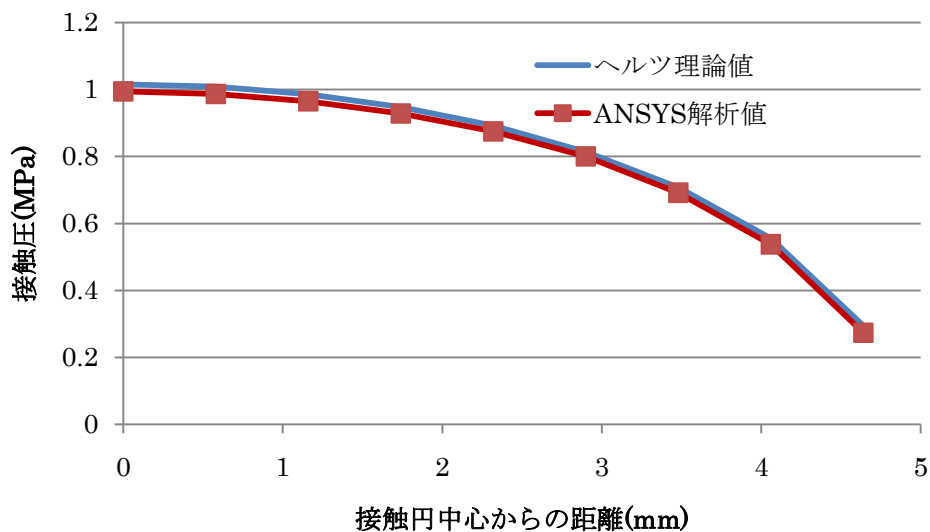


図 3-5 F=50N における接触円の半径方向の接触圧分布

図 3.4 より、接触円中心から接触圧が同心円上に分布していることが分かる。接触円周辺部では、メッシュが粗いこともあり、接触の検知が曖昧でやや形状が歪んでいる。このため、接触円半径を解析結果から正確に評価するのは困難である。

また、図 3-5 から、最大接触圧等だけでなく、接触円全域にわたる接触圧分布も理論値に近い解析値が得られていることが分かる。

この解析モデルでは、半球・平板ともに接触部以外はメッシュを詳細部分の 3 倍以上のサイズで粗く切っているが、良好な結果が得られている。平板も実際よりかなり小さいサイズでモデリングしているが、以下の図 3-6 に示すように、応力が集中しているのはほとんど接触部周辺であり、離れたところではほぼ応力がゼロであることから、適切なモデルサイズであるといえる。

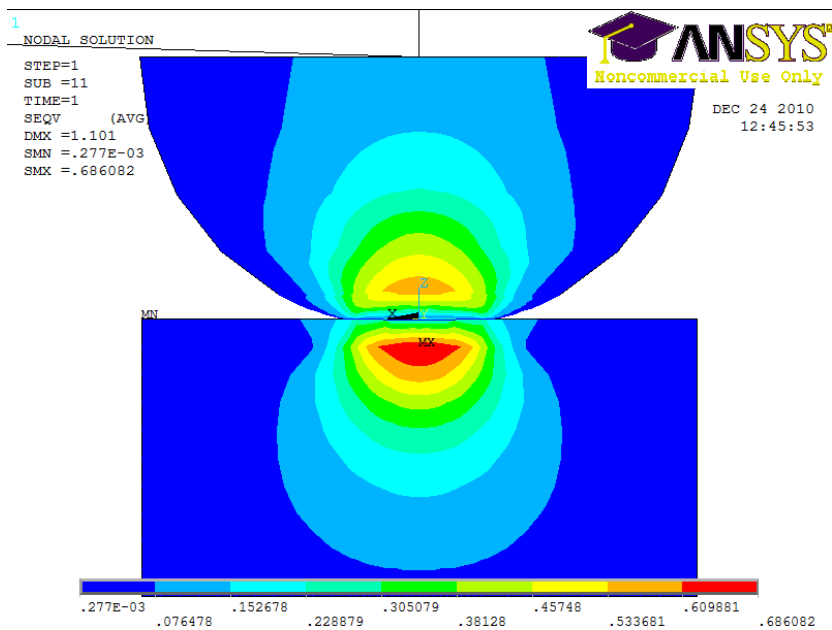


図 3-6 $F=50N$ における相当応力分布の断面図
(暖色系の色ほど大きな応力を示す)

3.3.3 考察

ANSYSによる押しつけ接触解析の結果はいずれもヘルツの接触理論値に近い値となり、解析モデルの整合性が確かめられた。

まず、メッシュについてであるが、これはそれぞれの材料に合わせたメッシュサイズを考慮する必要がある。たとえば、図 3-2 で示したのと同じモデルを用いて金属と金属の接触解析も行ったが、剛性が高いため形成される接触円を大きくしにくく、接触を検出する節点が少なくなり、ヘルツの接触理論値から離れた解析値になってしまった。硬い材料同士の接触の変形を解析するときは、よりメッシュを細かくするか、押しつけ力を増して、接触する節点を多くする必要がある。

また、今回は収束性の観点から、現実には無い食い込みを許容するペナルティ法アルゴリズムを用いたが、適切な FKN を設定すれば正しい解析値に近づけられることが分かった。FKN=0.01 と FKN=1.0 でも同様の解析を行ったが、FKN=0.01 の場合接触円面積・最大接触圧共に誤差が 20%を超え、FKN=1.0 以上の場合は収束性に問題があった。接触解析においては、接触剛性を低い値から設定し、精度との兼ね合いを見ながら適切な値へと徐々に上げていくことが重要である。また、変形が大きくなる場合などは、イタレーションごとに接触剛性を更新していくことも有効な手段である。

半球の初期食い込み量を調整して 7.9E-14mm 程度に抑えたことも有効な手段であったと考えられる。食い込みが少ない場合は剛体運動、または計算が発散してしまう可能性が高くなり、初期食い込みが大きすぎると、解析値が真の値から離れてしまう。

それから、この押しつけ解析では、ヘルツの理論には組み込まれていない、摩擦係数を設定して解析を行ったが、ほとんどヘルツの理論に沿った結果が得られた。表 3-4 のように異なる摩擦係数での解析も行ったが、ほぼ変わらない結果が得られた。摩擦係数が大きいほうが、摩擦の抵抗により接触しているゴムが広がりにくくなり、そのため接触円面積がわずかに小さく、最大接触圧がわずかに大きくなると思われる。このような垂直に押し付けるだけの接触現象においては摩擦係数の寄与は小さいことが分かった。

表 3-4 異なる摩擦係数での押しつけ解析の結果比較

μ	最大接触圧[MPa]	接触円面積[mm ²]
0.15	0.994	75.8
1.2	0.997	74.9

以上のように、接触解析を行うにあたっては、考慮すべきパラメータ等が多いが、適切なものを選んで十分精度を出せるモデルを検討することが必要であると分かった。

本研究では実際の摩擦試験に近いモデルの作成のために、メッシュの粗さなどは変更するが、大まかにはこの押しつけ解析に用いた半球モデルをもとにモデリングを行うこととする。

3.4 変位制御による静的摩擦解析

3.2 節の押しつけ解析で用いた ANSYS モデルをもとに，簡単な静的摩擦解析を行った．

3.4.1 解析モデル，材料条件

3.2 節と同様にゴム半球と金属平板を用いて解析を行った．タイヤメーカーで行われる摩擦試験を想定して，押し付けたゴム半球を水平方向に滑らせたときの挙動を見るのが目的である．

具体的には，3.2 節で $F=50\text{ N}$ の荷重を加えたときの半球上面の Z 方向の変位を，半球上面に強制変位として与え，それを維持したまま， X 方向に強制変位を与えて滑りを表現する．

解析が複雑になるため，メッシュサイズは図 3-1 のモデルよりも粗くしている．

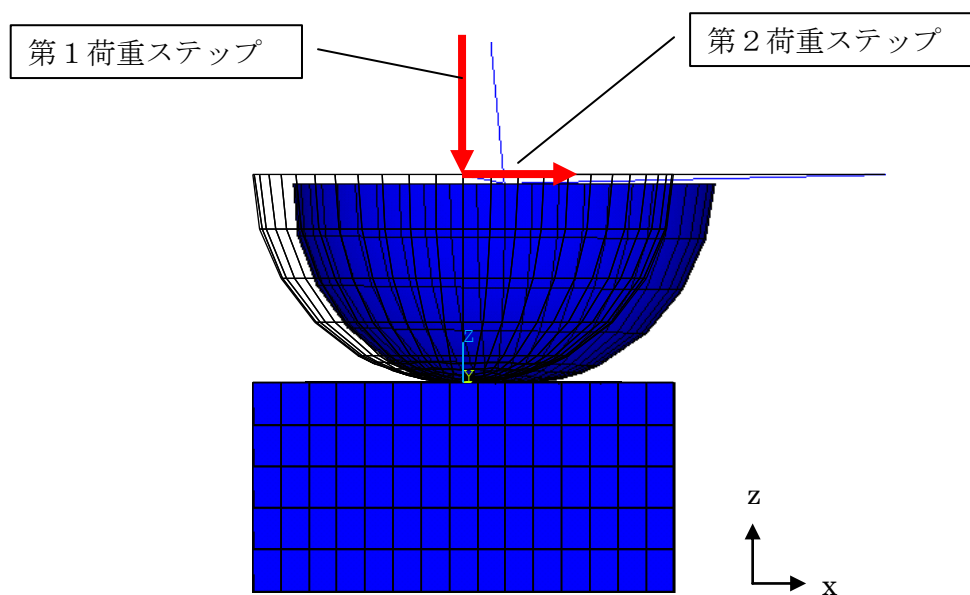


図 3-7 解析モデル全体図(節点数:16376)

解析条件について表 3-5 にまとめる．主な条件は 3.2 節と同じであるが，接触摩擦係数は，表 1-1 より $\mu=1.2$ とした．また材料物性値は表 3-2 の値を用いた．

表 3-5 解析条件

要素	3 次元 20 節点構造ソリッド
境界条件	・ 平板下面を全方位拘束
荷重条件	・ 第 1 荷重ステップ 半球上面に Z 方向-1.0961 の強制変位を与えて押し付ける (F=50N に相当) ・ 第 2 荷重ステップ Z 方向の変位を拘束したまま，半球上面に X 方向 5mm の強制変位を与えて，半球を平板上で滑らせる
材料物性値	弾性体を仮定（詳細は表参照）
接触摩擦係数	1.2(一定)
接触アルゴリズム	ペナルティ法(FKN=0.1)

3.4.2 解析結果

まず図 3.8~図 3.11 に解析結果の X 方向滑り変位 $UX=0.0\sim 3.3$ の間の、接触円の接触圧分布の変遷の様子を示す。このコンター図はゴム半球を接触面から上に見上げた図であり、滑りの進行方向、つまり X 方向は向かって右側となっている。

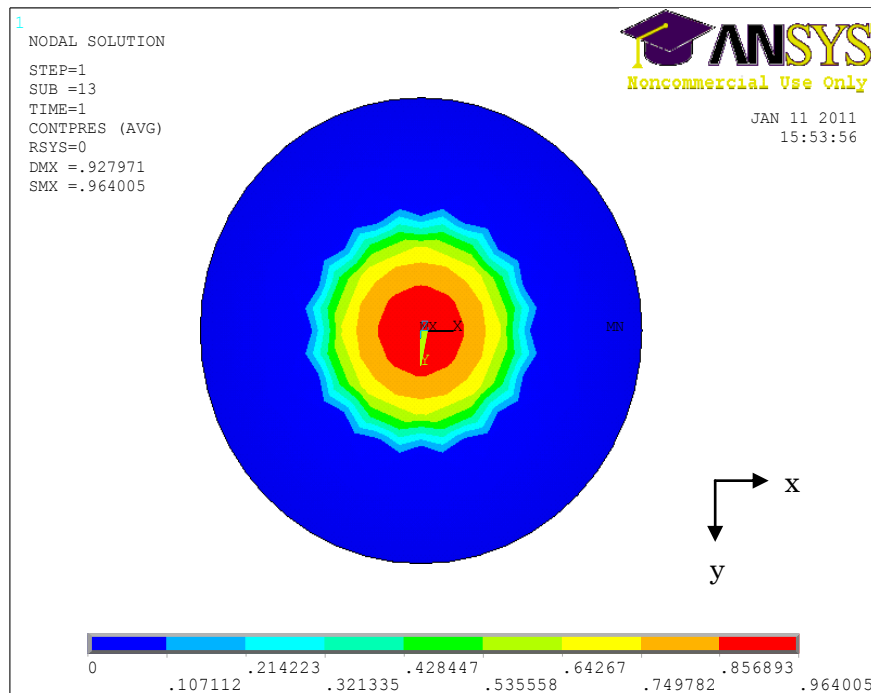


図 3-8 $UX=0.0$ の時の接触圧分布(最大値:0.964MPa)

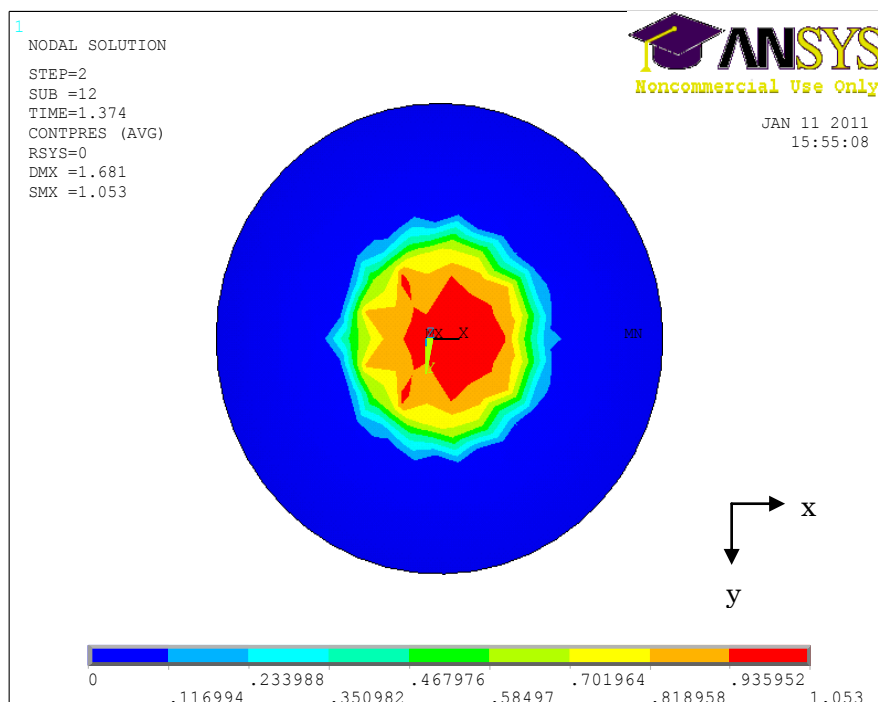


図 3-9 $UX=1.6$ の時の接触圧分布(最大値:1.053MPa)

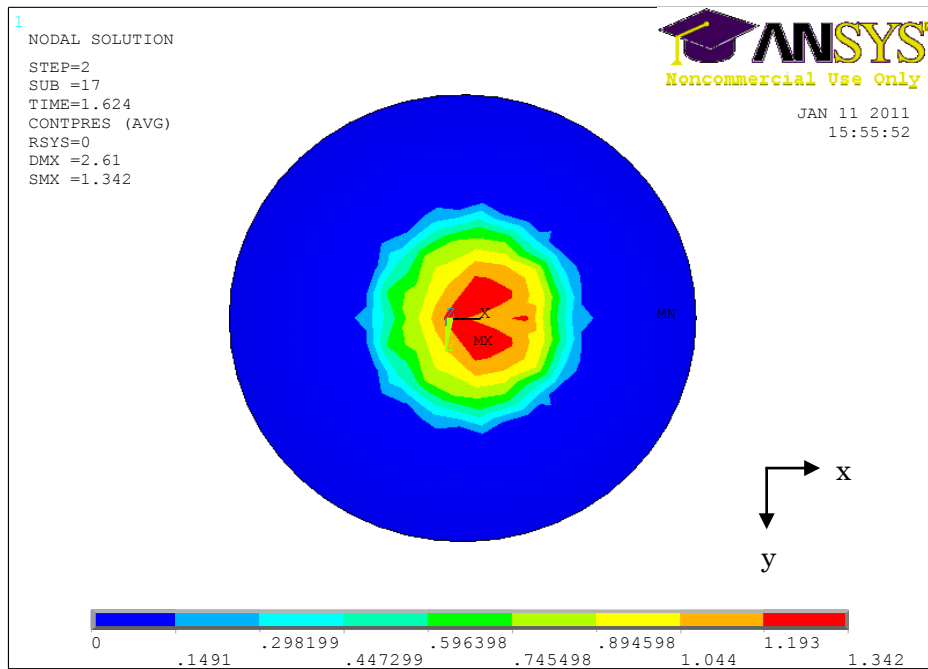


図 3-10 UX=3.1 の時の接触圧分布(最大値:1.342MPa)

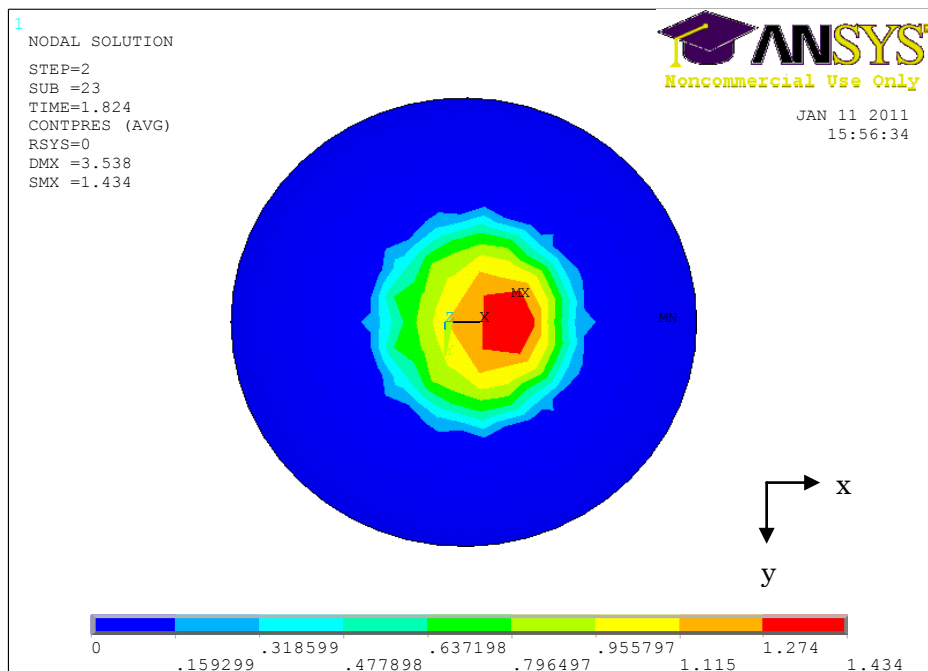


図 3-11 UX=3.3(定常状態)の時の接触圧分布(最大値:1.434MPa)

図 3-8 の時が $F=50\text{N}$ 分の強制変位を加えて、押し付け終わったところであるがこの時、半球上面の拘束節点の全反力 F_Z を計算すると $F_Z=49.2\text{N}$ となっており、希望の荷重が得られていることが分かる。またこのとき、接触円面積と最大接触圧は表 3-6 のようになっている。

表 3-6 押し付け状態における解析値とヘルツの理論値との比較

	接触円面積[mm ²]	最大接触圧[MPa]
ヘルツ理論値 ($F=49.2\text{N}$)	73.0	1.010
ANSYS 解析値	73.4	0.964

表 3-6 から分かるように、メッシュを粗くしたものの、押しつけ解析ではヘルツの理論値と良く合う結果が確認できる。

$UX>0.0$ 以降の接触圧分布図から、滑り変位が増していくに連れて最大接触圧点が進行方向に偏っていくことが分かる。また、 $UX=3.3$ 前後以降は図 3.11 の接触圧分布を保ったままの定常状態になっている。このことは $UZ \cdot UX$ ごとのゴム半球の節点の中で、固着状態にある節点数をプロットしたエラー! 参照元が見つかりません。・図 3-13 からわかる。 $UX=3.3$ 辺りから固着している節点数はゼロになり、すべての節点が滑り状態になっている。

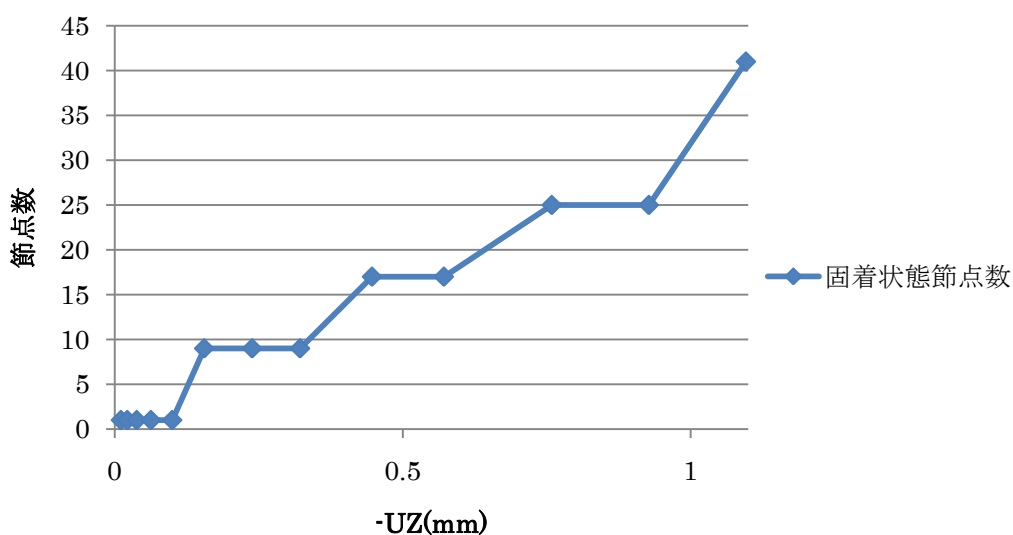


図 3-12 半球上面節点の Z 方向変位と固着状態にある節点の総数の変化

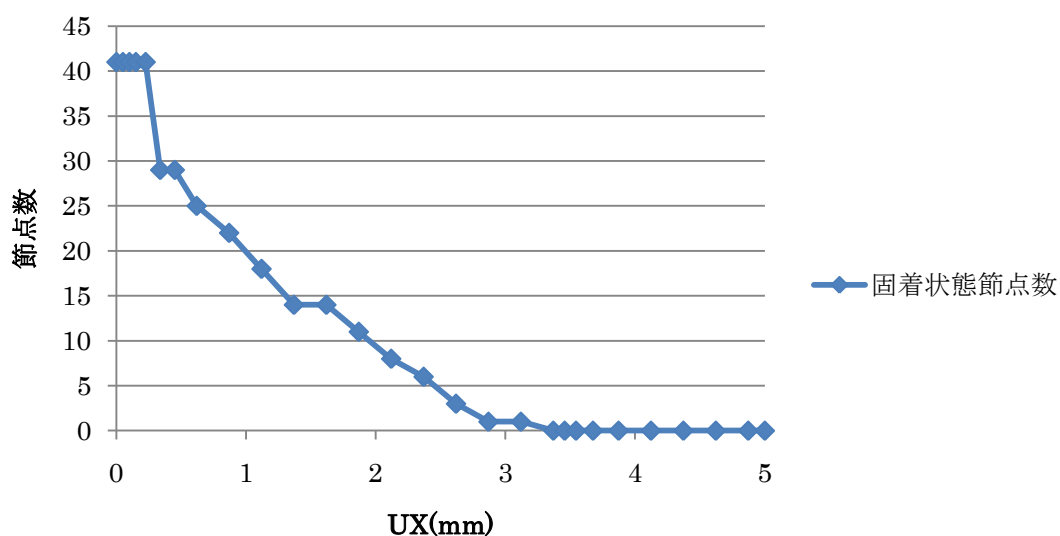


図 3-13 半球上面節点の X 方向変位と固着状態にある節点総数の変化

次に半球上面節点の UZ・UX に対する半球上面の拘束節点における X 方向・Z 方向の反力の合計、FX・FZ の変化を図 3-14 に示した。X 方向反力は負の値で計算されるので、-1 をかけてグラフ化している。また、今回は収束計算のサブステップ数を自動計算にしており、半球の動き出しなど反復計算が多く必要なところは、多くのステップを刻んでいるため、プロット点数も多くなっている。

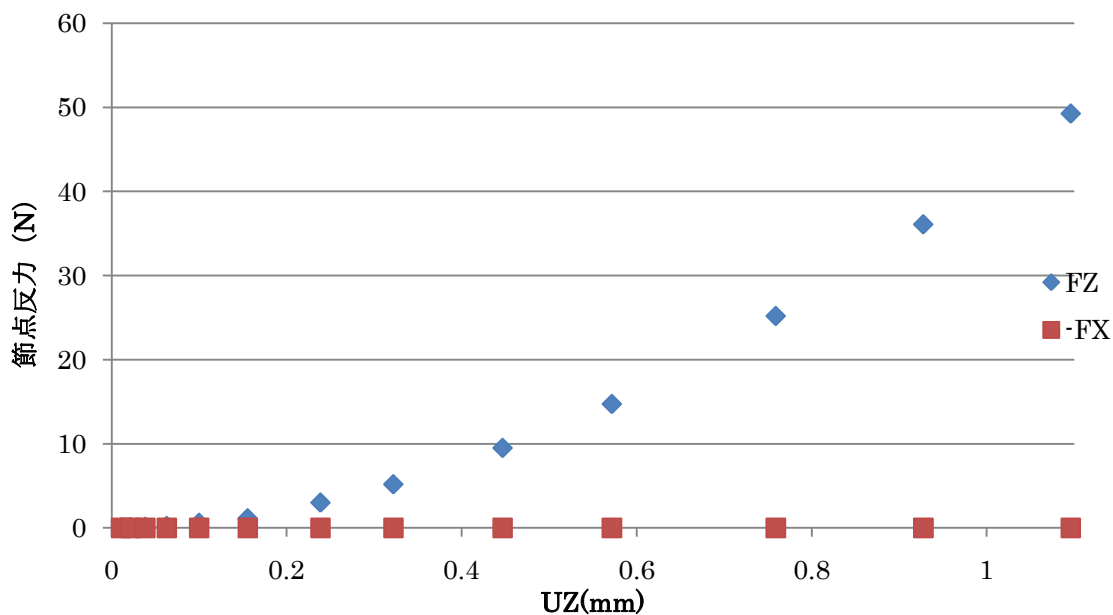


図 3-14 半球上面拘束節点における反力の UZ に対する変化

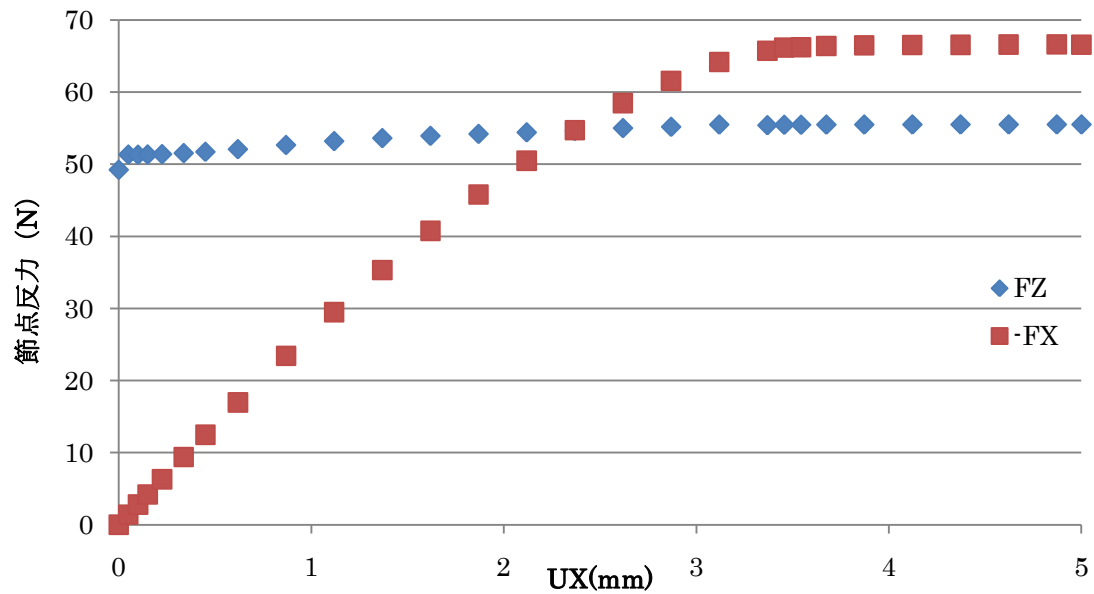


図 3-15 半球上面拘束節点における反力の UX に対する変化

Z 方向に強制変位を与えて押し込んでいるときは、垂直方向の FZ が 49N まで増加していき、UX が増加してきて水平方向に滑り始めると FX が増加していき、すべての節点が滑り始める UX=3.3 過ぎから -FX~66.5N の一定値になる。また、FZ は UX=3.3 過ぎから少し減少して、その後滑らかに増加して FX よりも早く、FZ~55.5N の一定値になる。FZ が一旦減少してから一定値になるのは、図 3-16 のように、滑り始めに接触部分の食い込みが浮き上がって減り、その後増加してから一定値になるためと考えられる。

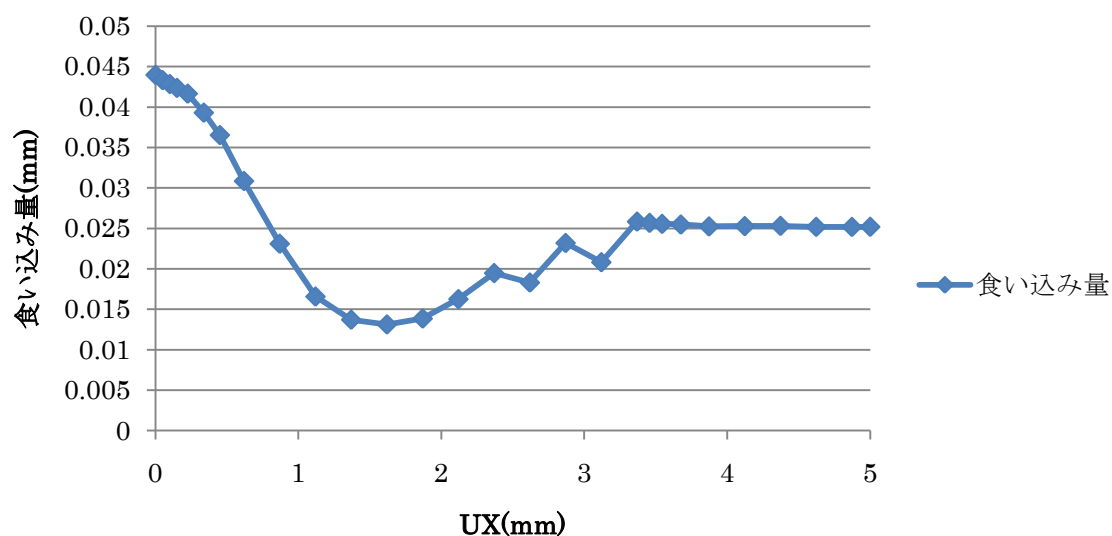


図 3-16 X 方向滑り変位に対する接触中心点食い込み量の変化

解析結果における摩擦係数 $\mu = -F_X/F_Z$ の値を計算すると、図 3-17 のように、半球が滑り始めると増加していき、すべての節点が滑り出して定常状態に達した後は $\mu = 1.2$ で一定になっている。

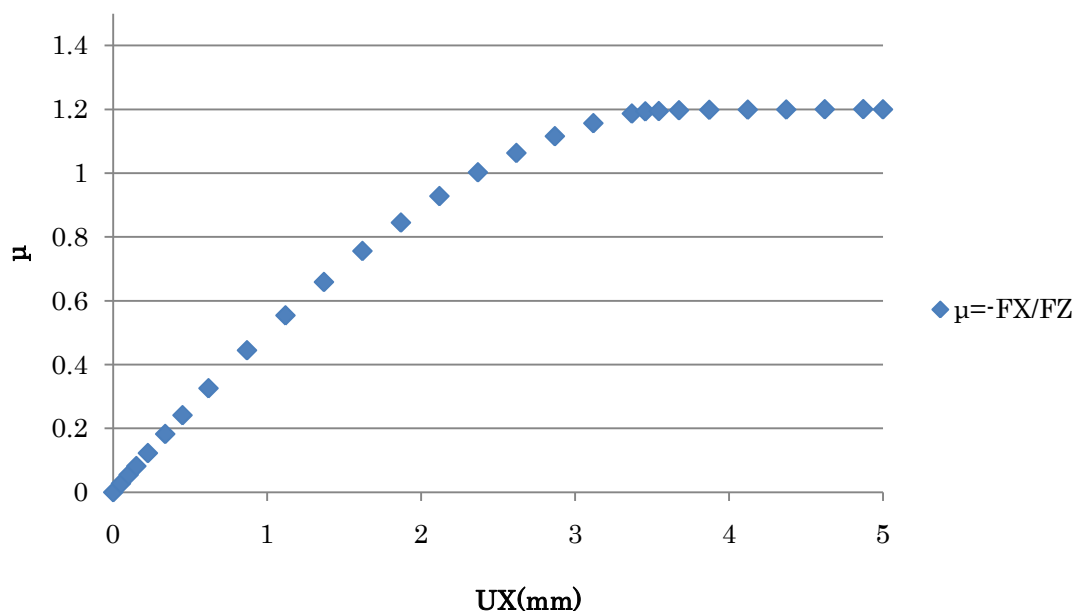


図 3-17 X 方向滑り変位に対する節点反力から求めた動摩擦係数の変化

3.4.3 考察

簡易摩擦モデル解析であったが，非線形性が大きく，要素の変形も複雑になるため，収束計算のサブステップ数は押し込み解析よりも多く区切る必要があった．

半球上面の節点の反力解から求めた摩擦係数は設定した一定の動摩擦係数に一致したので，この解析モデルは概ね正しいと考えられる．次章ではこの解析モデルをもとに作成した，ゴム摩擦試験に近づけたより複雑な有限要素法モデルについて述べる．

第4章 摩擦解析モデル

4.1 緒言

本章では、タイヤの設計段階により正確な有限要素法シミュレーションを取り入れるための摩擦解析のモデルについて述べる。

まず、タイヤメーカーで一般的に行われているゴムの摩擦試験機について述べ、その仕様を模した有限要素法解析モデルについて説明する。解析したゴム摩擦の挙動と実際の試験との比較が最終目標であるが、今回は有限要素法解析モデルの構築までについて述べる。

また、次の段階として、最後に摩擦解析モデルの拡張についても述べる。

4.2 タイヤの設計における摩擦試験の概要

タイヤメーカーにおいてタイヤ設計の際におこなわれる有限要素法解析に必要なパラメータである摩擦係数を求めるために行われる摩擦試験について述べる。

4.2.1 室内摩擦試験機の概要

図 4-1 に摩擦の計測に用いられる摩擦試験機の外観を示す。

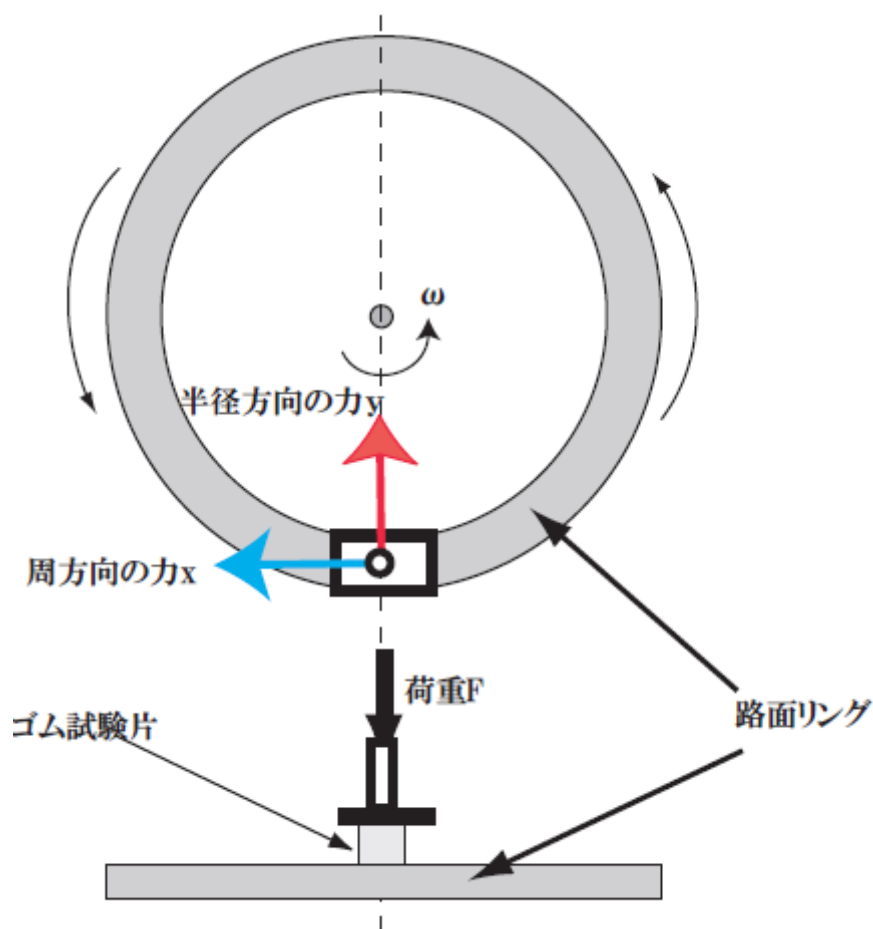


図 4-1 室内摩擦試験機

これはタイヤメーカーにおいて設計段階でゴムの摩擦係数を計測するために用いられる機器で、回転する路面リングにタイヤの材料のゴム試験片を荷重 F で押し付けて、周方向にかかる力 F_x と半径方向の力 F_y を計測し、 $\mu = F_x/F_y$ で動摩擦係数を算出したる試験機である。

路面リングは様々な路面を想定して、表面をサンドペーパーやアスファルトに取りか

えが可能である。

ゴム試験片は通常の車両のタイヤの平均的な接地圧である 200～300kPa になるように路面リングに押し付けられ、その後、路面リングが 1 秒後に 0.2km/h になるように線形に加速され、その間の各反力が計測される。

4.2.2 摩擦試験用ゴム試験片

今回の摩擦試験では図 4-2 のような直径 40mm の半球を用いる。これはカーボンで補強したゴム材であり、粘弾性特性などの異なるサンプルがいくつかある。



図 4-2 摩擦試験用ゴム試験片の写真

4.3 有限要素法による加速滑り解析

摩擦試験機の挙動を解析するために、仕様を 4.2 節で述べた摩擦試験機に近づけた ANSYS モデルを作成した。

4.3 節では、摩擦試験機の路面、半球の形状条件や、滑り条件を考慮したモデルの解析について述べる。

4.3.1 解析モデル，材料条件

4.2 節で示した、摩擦試験機に合わせて図 4-3 のような有限要素モデルを作成した。加速滑り後の最終的な移動距離が 3.4 節で用いたモデルよりも大きいので、路面平板を滑り方向に縦長に作成し(X 方向:70mm)、ゴム半球が滑る面は細かくメッシュを作成した。

路面平板の幅については、3 章の押しつけ解析で示したように半球の幅と同程度で問題無かったので、今回もゴム半球直径と同じ 40mm にしている。また、メッシュサイズは詳細部で 3mm であり、3.4 節の解析よりも粗くしている。

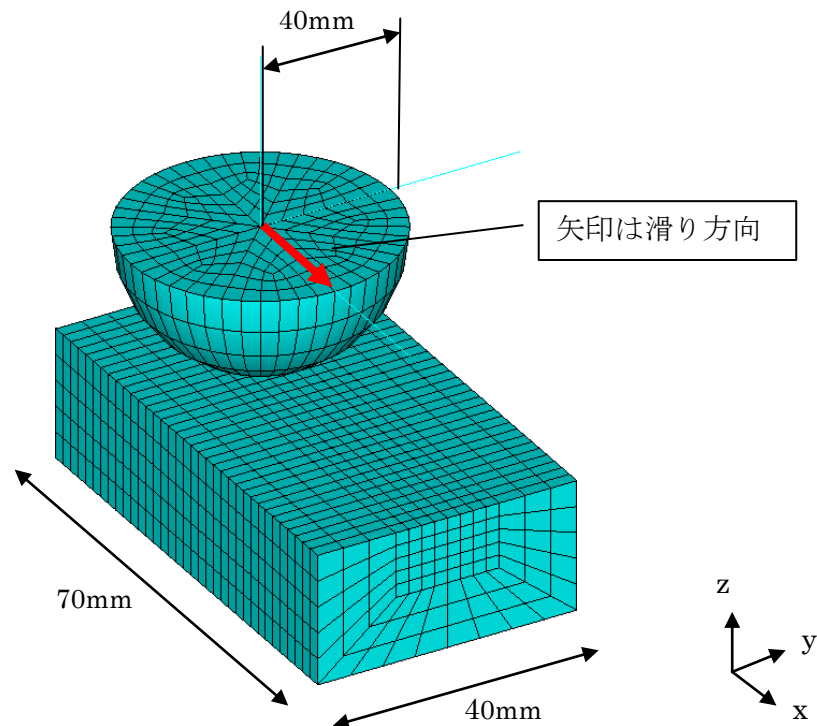


図 4-3 解析モデルの全体図 (節点数:10634)

以下に解析条件と材料物性値などをまとめる．なお，この解析は摩擦試験同様，加速滑りを行うために，動解析を用いている．

材料物性値だが，路面平板はアスファルト路面，半球はタイヤ用ゴム材^{[8][9]}を想定してパラメータを設定した．

3.4 節の解析で行ったように強制変位によりゴム半球を滑らせるが，4.2 節で説明した摩擦試験機に合わせ，押し付けた後に 1 秒間線形に 0.2km/h まで加速させる．

第 1 荷重ステップとして，ゴム半球が路面平板に接触した状態で 0.001 秒間重力のみを与えて，初期状態を作った．

第 2 荷重ステップとして，ゴム半球の押し付けと加速滑りを行った．押し付ける変位は 1 秒間で Z 方向に-1.175mm であり，これは摩擦試験機と同様に半球の接触圧が 200～300kPa となるように設定したものである．そのあと，1.001 秒から 2.001 秒まで強制変位を与えることで 0.2km/h まで加速させる．図 4.4～4.5 のように，加速条件から算出した時間ごとの移動距離をテーブル入力することで，強制変位により加速滑りを実現した．

表 4-1 解析条件

要素	3 次元 20 節点構造ソリッド
境界条件	・ 平板下面を全方位拘束
荷重条件	・ 第 1 荷重ステップ (T=0.0~0.001) 初期状態を作るため，-Z 方向重力 9.8e-3mm/s²を与え，静的解析を行う． ・ 第 2 荷重ステップ (T=0.001~2.001) 図のように移動距離を時間ごとにテーブル入力し，それに従ってゴム半球上面に強制変位を与える．
材料物性値	弾性体を仮定（詳細は表参照）
接触摩擦係数	1.2(一定)
接触アルゴリズム	ペナルティ法(FKN=0.1)

表 4-2 加速滑り解析における材料物性値

材料物性値	ヤング率	ポアソン比	密度
ゴム半球	2MPa	0.49	1.04e-9Ns ² /mm ⁴
路面平板	12GPa	0.3	0.91e-9Ns ² /mm ⁴

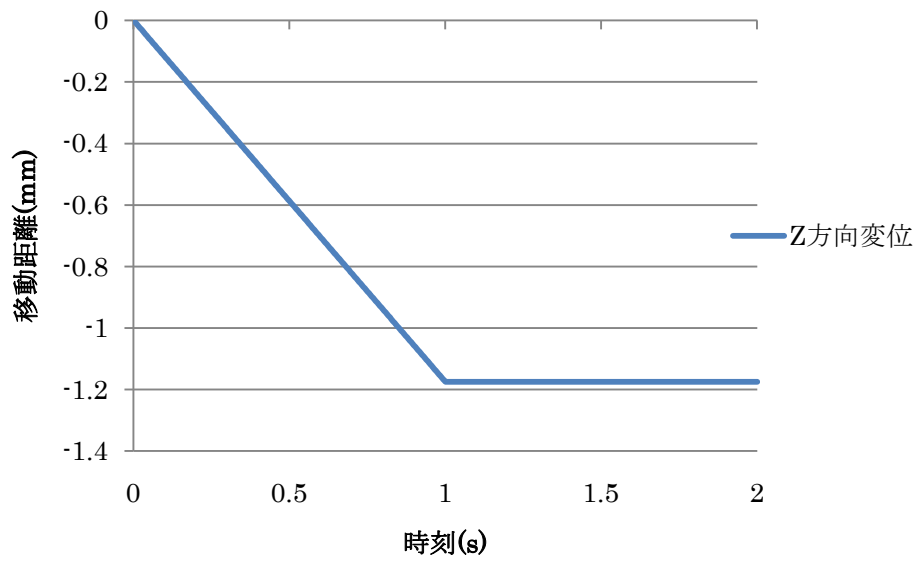


図 4-4 ゴム半球上面の Z 方向の強制変位の時刻歴変化

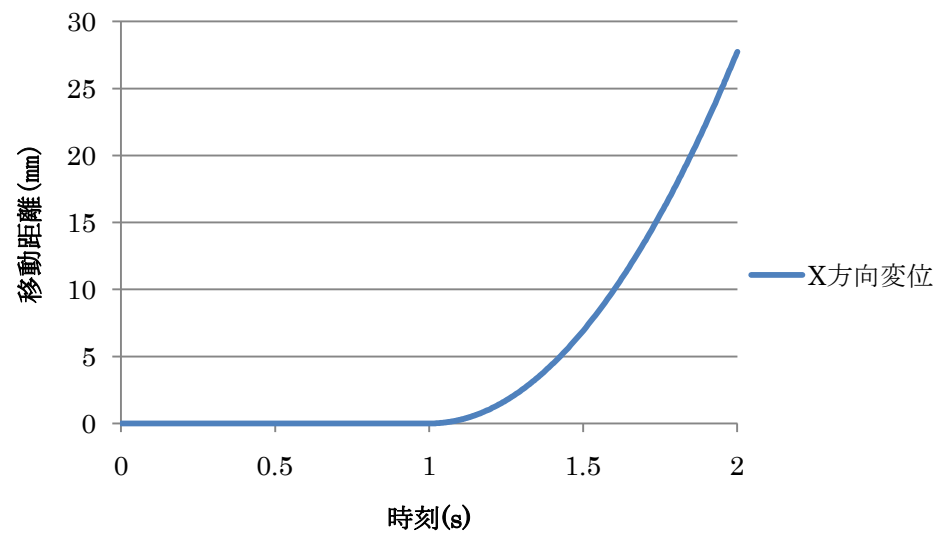


図 4-5 ゴム半球上面の X 方向の強制変位の時刻歴変化

(摩擦試験機に従い, 1 秒間で速度 0.2km/h に到達するように加速滑りをさせている)

4.3.2 解析結果

まず、 $T=1.001$ 秒後、つまり強制変位による-Z 方向の押し込みが終了した時点での解析結果について述べる。

表 4-3 は ANSYS の解析結果からゴム半球上面の節点の Z 方向反力が 24.3N であったので、それを荷重として計算したヘルツの理論値と解析値を比較したものである。

接触円面積の誤差が大きいものの、最大接触圧はヘルツの解とよく一致している。これは、メッシュがやや粗く接触円の周辺部が歪んで接触と検知する節点が増えてしまったためと考えられる。そのため、平均接触圧もヘルツの理論値よりも小さくなっているが、タイヤの一般的な接地圧である 200~300kPa になるように押し込むという条件には合っている。

表 4-3 $T=1.001$ 秒における接触解析値の理論値との比較

	接触円面積[mm ²]	最大接触圧[MPa]	平均接触圧[kPa]
ヘルツ理論値 ($F=24.3\text{N}$)	74.5	0.408	272
ANSYS 解析値 ($F=24.3\text{N}$)	95.1	0.406	233

図 4-6 にはこのときの接触圧分布コンター図を示しているが、前述したようにメッシュが粗いため、接触円周辺部が歪んで接触円面積が大きくなっていることが分かる。

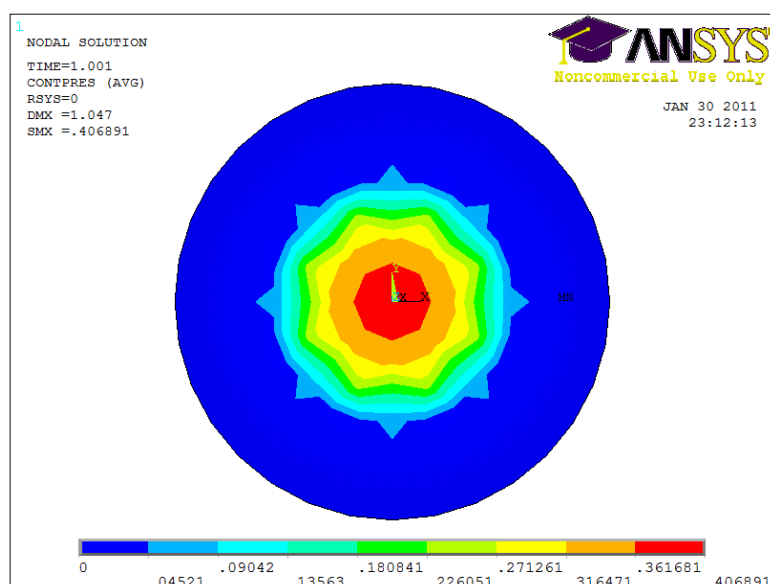


図 4-6 $T=1.001$ 秒における接触圧分布コンター図(最大値:0.406MPa)

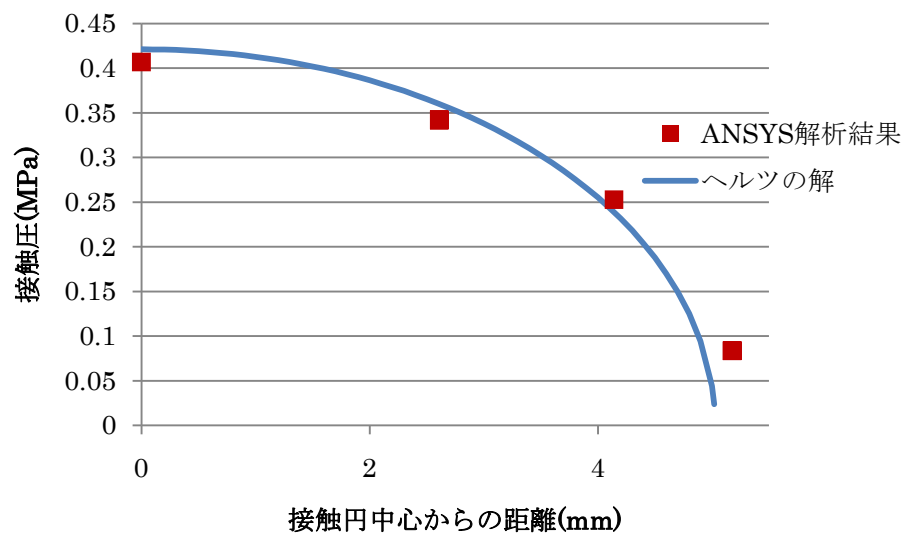


図 4-7 T=1.0001 秒における接触円の半径方向接触圧分布

しかし，図 4-7 のように接触円の周辺部以外での接触圧分布はヘルツの解とよく一致しており正しいことが分かる．よって，この解析は収束性が悪く計算に時間もかかるため，まずはこの粗いメッシュで加速滑りは評価することとする．

次に $T=1.001\sim 2.001$ 秒の加速滑りの解析結果について述べる。

まず図 4-8 にゴム半球上面節点の Z 方向・X 方向の反力の時刻変化を示す。収束計算のためにサブステップ数を 700 ステップ以上に設定しており、点によるプロットではなく線で描画している。

F_Z の時刻歴変化は 3.4 節の解析結果とほぼ似た挙動を示しているが、 $-F_X$ は立ち上がりが急激になっている。これは、この解析での滑り速度が時間とともに増えていき、最終的な移動距離も 3.4 節の時より長いためと考えられる。

また、図 4-9 のように固着状態にある節点の数は $T=1.37$ 秒辺りからゼロになり、すべての節点が滑り始める。よって、図 4.9 のように $T=1.4$ 秒前から反力が一定になるのだと思われる。つまりすべての接触点が滑り始めてしまえばゴム半球自体は加速していても、摩擦力は定常状態に入るのである。図 4-10 のように反力から動摩擦係数を求めると、全接触点が滑り始めたところから摩擦係数が、設定した $\mu = 1.2$ の一定値になることから分かる。

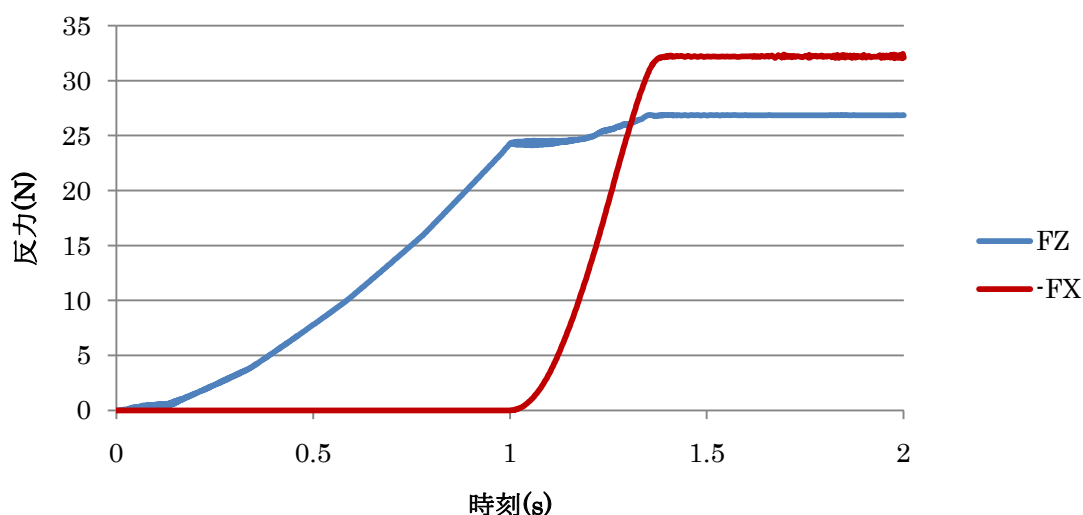


図 4-8 押しつけ方向反力 F_Z と滑り方向反- F_X の時刻歴変化

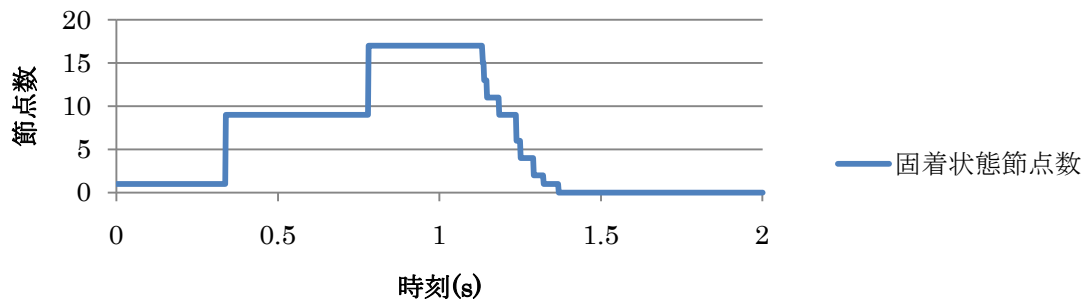


図 4-9 固着状態を検出している節点数の時刻歴変化

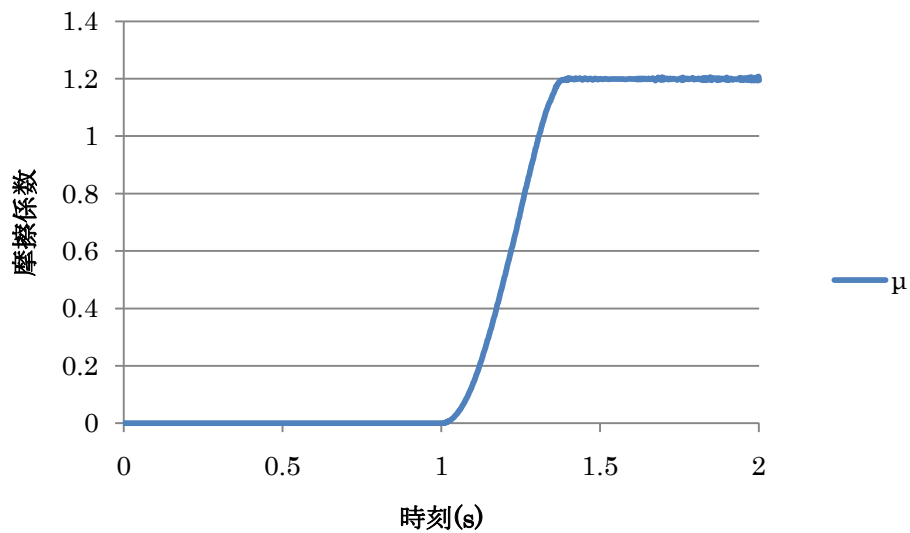


図 4-10 半球上面の拘束節点の反力から算出した摩擦係数の時刻歴変化

全接触節点が滑り始めた $T=1.47$ 秒前後以降の定常状態の時の、接触圧分布コンター図を図 4-11 に示す。

暖色系の色の部分ほど接触圧が高いことを示しており、最大接触圧は 0.597MPa となっている。高接触圧の領域は 3.4 節の解析と同様滑り方向側に寄っており、メッシュも大きく歪んでいる。

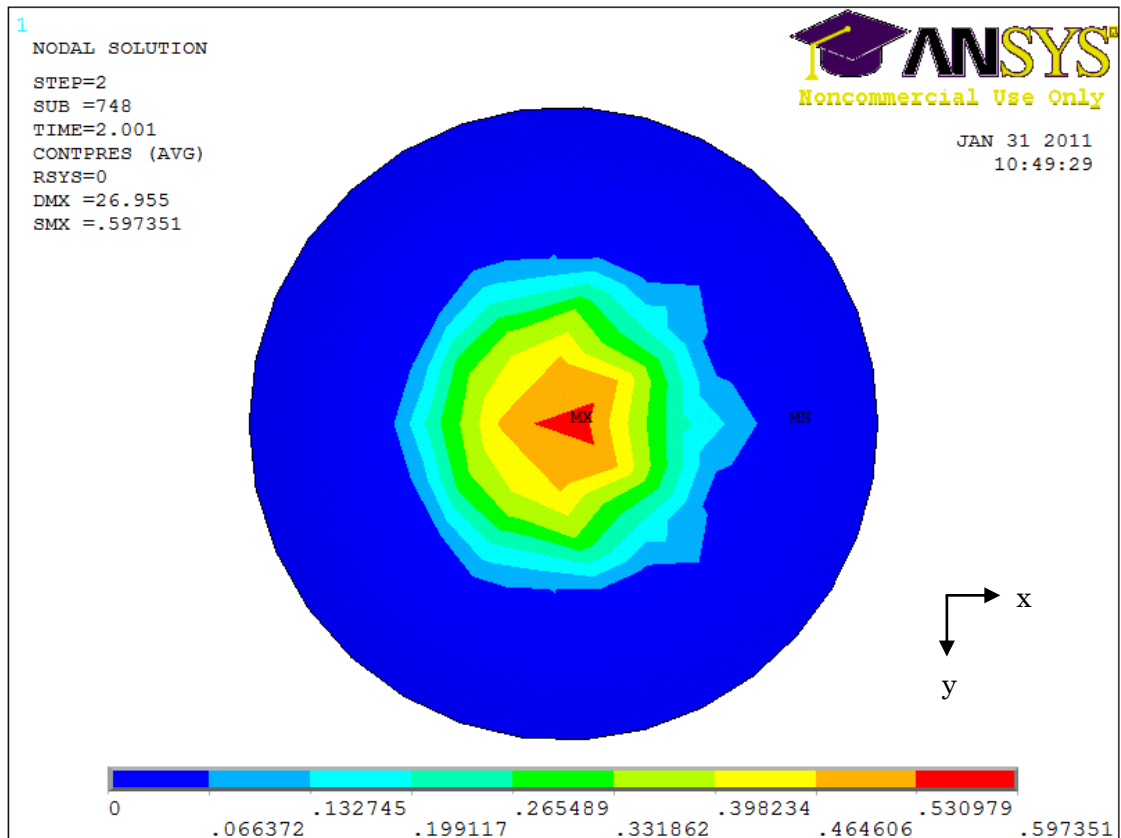


図 4-11 時刻 $T=2.001$ 秒における，定常状態での接触圧分布コンター図
(図の右方向が滑り方向)

4.3.3 考察

4.3 節では摩擦試験に合わせて，ANSYS で加速滑りのシミュレーションを行い，その挙動を大まかに掴むことができた．摩擦係数は一定値を用いているので，全接触点が滑り始めた以降は接触圧分布も定常状態になっている．一定の摩擦係数を用いている限り，接触圧分布や反力の変化については，定性的にはあまり変わらないと考えられる．

また，今回の加速滑り解析では収束困難の状況に陥ることが多々あった．4.3 節の解析の場合は， $T=0.001$ 秒や $T=1.4$ 秒前後など，反力や要素変形が急激に変化する部分では収束計算のステップ数を細かく区切ることによって対処した．メッシュの作成方法も計算の収束には大きく影響し，本解析では球のメッシュはほぼ対称に切っているが，滑り方向の接触面が応力も大きく変形も大きいので，メッシュをより局所的に細かく切ることでも今後より複雑な解析をしていく上では重要な手段であると考えられる．また，押しつけ後のアスペクト比が 1 に近づくように初期のメッシュ形状を工夫することも今後，検討していく必要がある．

4.4 摩擦解析の今後の課題

4.3 節の解析では摩擦係数は一定値を用いていたので、加速滑りによって大きく挙動に変化は見られなかったが、実際のゴムの摩擦係数は速度依存性を持っている。

ANSYS では式(4.1)に示すような減衰指数関数の摩擦モデルを適用できる。DC を変化させることで、図 4-12 のように静摩擦から動摩擦への遷移を滑り速度に依存して設定することができる。本研究で行ったのは FACT=1 で摩擦係数が滑り速度に関わらず一定のモデルであったが、式(4.1)のような速度依存性の摩擦モデルを導入すればより正確な摩擦解析が可能になる。

$$\mu = MU \times \{1 + (FACT - 1) \times \exp(-DC \times V_{ref})\} \quad (4.1)$$

MU：接触要素の材料物性として定義する動摩擦係数

FACT：静摩擦係数の動摩擦係数に対する比

DC：時間/長さの次元を持つ減衰係数

Vref：滑り速度

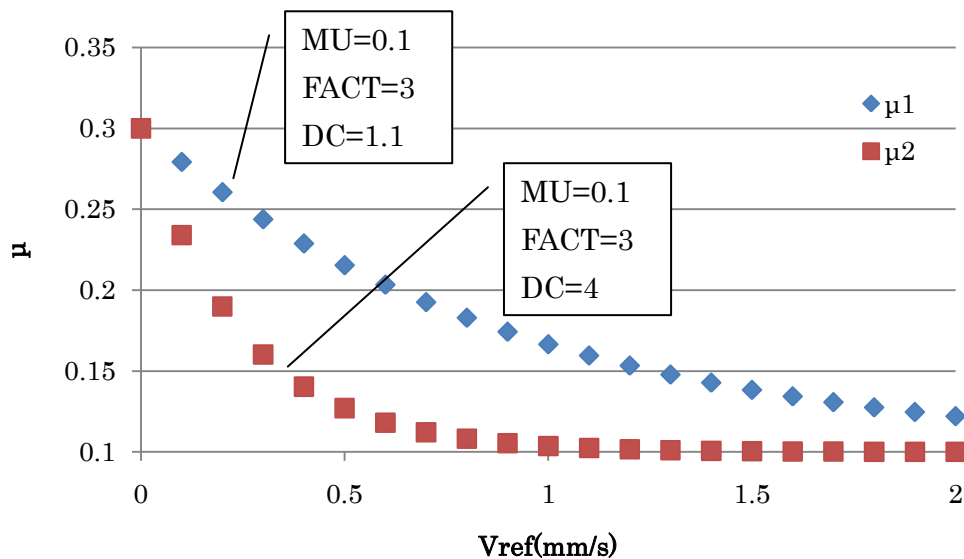


図 4-12 ANSYS に適用できる速度依存性摩擦モデル

オーダーが合っていなかったため今回は ANSYS 解析に取りこむことまでは出来なかったが、図 2-6 で示したような表面粗さパワースペクトルより算出した摩擦係数についても、横軸の速度を対数を用いずにグラフ化すると図 4-13 のような形になる。

理論より求めた摩擦係数の速度依存性のグラフは速度ゼロから増加し、最大値を経て、単調に減少していくが、最初の立ち上がりは非常に狭い領域で起きているので、式(4.1)

の ANSYS の摩擦モデルを用いてフィッティングすることが可能であると考えられる.

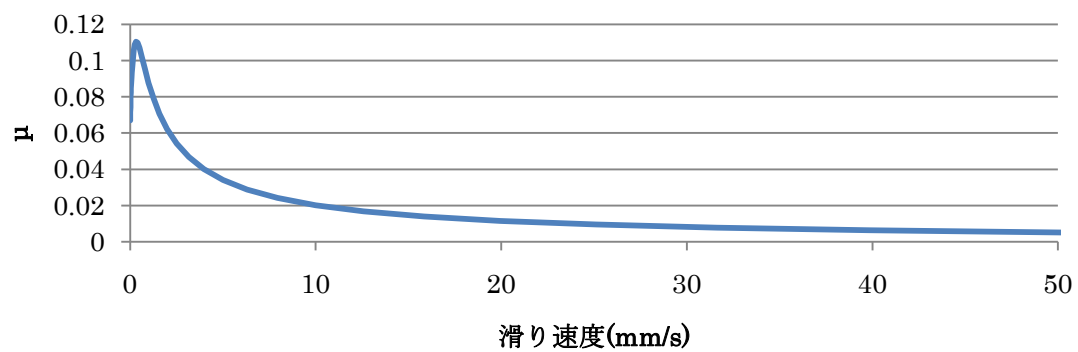


図 4-13 表面粗さパワースペクトルから求めた摩擦係数の速度依存性

第5章 結論

6.1 本研究における結論

本研究はタイヤ設計に用いるためのゴム - 路面間の有限要素法による接触摩擦解析手法を検討するとともに、路面粗さパワースペクトルから求めた摩擦係数の理論値等を有限要素法解析に取りこむことを目的として行った。

まず、路面サンプルから表面粗さを計測し、パワースペクトルを算出する手法を検討した。そして、そのパワースペクトルから得られたデータを用いて、Persson の理論に従って速度依存性の摩擦係数を理論的に予測することを試みた。

また、タイヤ設計の際に行われる摩擦試験機を有限要素法解析ソフト ANSYS にてモデリングし、ヘルツの理論値と比較して有限要素法による接触解析の妥当性を示した。そして、摩擦係数一定の条件下で試験機に合わせた押し付け加速滑り解析を行い、解析を収束させ正しい結果を得るための手法を検討した。

6.2 今後の課題

摩擦係数の理論予測値の算出に関しては本研究の段階では妥当な結果が得られなかったもので、表面粗さの計測方法、パワースペクトル算出後の摩擦係数の計算に用いる各種パラメータの同定方法などについて再検討する必要がある。

有限要素法による接触摩擦解析に関しては、収束性を保持しつつ、摩擦係数の速度依存性やゴムの粘弾性試験より得られる粘弾性特性などの非線形な要素を取り込み、Persson の理論と結びつけて、より正確で最適な解析モデルを構築していくのが今後の課題である。現在はタイヤの開発の際には、材料ゴムの組成の変更と実験を何度も交互に行わなければならないが、そのような手順を排し、材料の粘弾性特性や路面の粗さから摩擦係数を予測しながらゴム材料の組成やタイヤのトレッド形状などを変更し、効率的にタイヤの最適設計を実現することができるようなツールとしての有限要素法解析手法を構築するのが、タイヤ企業においても求められている最終的な目標である。

第6章 参考文献

- [1] 芥川恵造, 2005.10, 「タイヤの技術動向」, 月刊トライボロジー, P54, 新樹社
- [2] 日野幹雄, 1977.1, 「スペクトル解析」, 朝倉書店, 300P
- [3] B.N.J Persson, et al, "On the nature of surface roughness with application to contact mechanics, sealing, rubber friction and adhesion", J.Phys.Condens. Matter 17(2005) R1-R62
- [4] B.N.J Persson, "Theory of rubber friction and contact mechanics", J.Chem.Phys., Vol.115, No.8, 22 August 2001
- [5] 沢俊行, 2006.11, 「材料力学マンダラ」, 日経ものづくり第23巻, 日経BP社
- [6] 深堀美英, 2000.10, 「設計のための高分子の力学」, P119, 技報堂出版
- [7] 加藤孝久, 2004.12, 「トライボロジーの基礎」, P27, 培風館
- [8] 観山正見(編), 2008.11, 「平成21年度版理科年表」, 丸善株式会社
- [9] 安倍隆二, 「アスファルト舗装の理論的設計法に関する検討」, 寒地土木研究所

第7章 謝辞

本研究を進めるにあたり，酒井・泉研究室の皆様には多大なご支援をいただき大変感謝しております．指導教員であった泉准教授には大変お忙しい中，遅々として進まない私の研究に対して 様々なご指導ご鞭撻をいただきした．

また，同室の田中助教には本研究のスタート時から輪講なども通して，アドバイスをいただき感謝しております．輪講では，M1の緒方さんと熊沢さんにもお世話になり，卒論提出の直前まで ANSYS 解析手法も含め，多岐にわたって相談に乗っていただきました．研究を続けて卒論提出まで来られたのも，みなさんのおかげだと思っております．

これからは，この1年間で得た経験を活かし，大学院でも頑張っていきたいと思っております．

以上，簡単ではありますが，本卒業論文の謝辞とさせていただきます．

以上

1P～P52 完
卒業論文

平成 23 年 2 月 4 日提出
90195 高尾 康太