卒業論文

ゴムの摩擦特性に及ぼす表面凹凸の影響に関する有限要素法解析

p.1~p.51 完

平成 25 年 2 月 1 日　提出

指導教員　　　酒井　信介　教授

110175　伊藤　哲久

目次

第 1 章　序論 6

1.1　研究背景 6
1.2　先行研究 7
1.3　研究目的 9
1.4　本論文の構成 9

第 2 章　表面粗さパワースペクトル 10

2.1　パワースペクトルの定義及び計算手法 10
2.1.1　表面粗さパワースペクトルの定義 10
2.1.2　計算手法 10
2.2　セルフアフィンフラクタル表面 13
2.2.1　フラクタルとは 13
2.2.2　セルフアフィンフラクタル表面の性質 13
2.2.3　セルフアフィンフラクタル表面の作成 16
2.3　表面計測 18
2.3.1　観察装置及び条件 18
2.3.2　表面サンプル 20
2.3.3　解析手法 22
2.3.4　解析結果 24

第 3 章　有限要素法解析手法 27

3.1　摩擦係数予測モデル 27
3.2　有限要素法解析 29
3.3　解析条件 29

第 4 章　接触・摩擦解析 34

4.1　接触解析 34
4.1.1　解析モデル 34
4.1.2　ヘルツの接触理論 34
4.1.3　解析結果：接触面積 35
4.1.4　解析結果の考察 40
4.2　摩擦解析 42
4.2.1　解析モデル 42

4.2.2　解析結果：垂直力 P 42
4.2.3　解析結果：接線力 F 43
4.2.4　解析結果：摩擦係数の増加率 Φ 44
4.2.5　解析結果の考察 47

第 5 章　結論と展望 48

5.1　結論 48
5.2　展望 48

謝辞 49

参考文献 50

図目次

図 1-1 タイヤの有限要素法解析例　(ブリヂストンより提供)..6
図 1-2 セルフアフィンフラクタル表面の接触概念図..7
図 2-1 表面粗さパワースペクトル...15
図 2-2 (A) 表面粗さパワースペクトル, (B) セルフアフィンフラクタル表面. 17
図 2-3 レーザー顕微鏡の外観...19
図 2-4 表面の画像, (A) 表面 A, (B) 表面 B..20
図 2-5 表面 A の 3 次元画像, (A) 10 倍, (B) 100 倍. 21
図 2-6 表面 B の 3 次元画像, (A) 10 倍, (B) 100 倍...21
図 2-7 表面粗さパワースペクトル計算のフローチャート..23
図 2-8 表面 A の表面粗さパワースペクトル..25
図 2-9　表面 B の表面粗さパワースペクトル. 25
図 2-10 表面粗さパワースペクトルの比較...26
図 3-1 摩擦係数予測モデル...28
図 3-2 表面の FEM モデル化領域..30
図 3-3 解析モデル (A) 全体図 (B) 側面図...32
図 3-4 剛体表面モデル (A) 表面 A　(B) 表面 B. 32
図 3-5　FEM 解析例. 33
図 4-1 押し込み荷重に対する接触面積率：表面 A..36
図 4-2 押し込み荷重に対する接触面積率：表面 B..36
図 4-3 押し込み荷重に対する接触面積率の比較. 37
図 4-4 押し込み荷重の違いによる z 方向応力の変化:表面 A..38
図 4-5 押し込み荷重の違いによる z 方向応力の変化:表面 B. 39
図 4-6 2 体モデル..40
図 4-7 垂直力の時間変化：表面 A...42
図 4-8 垂直力の時間変化：表面 B...42
図 4-9 接線力の時間変化：表面 A...43
図 4-10 接線力の時間変化：表面 B...43
図 4-11 押し込み荷重に対する摩擦係数増加率：表面 A...45
図 4-12 押し込み荷重に対する摩擦係数増加率：表面 B...45
図 4-13 詳細モデル比較...46
図 4-14 詳細モデル Φ...46

表目次

表 2-1 観察条件. 19
表 2-2 観察結果. 24
表 3-1 解析条件. 31

第1章　　序論

1.1　研究背景

摩擦現象は，非常に身近な現象の一つである．例えば，歩く，走る，つかむなどの人間の基本動作にも摩擦が関与しており，人は無意識のうちに摩擦を使いこなしている．工学分野においても摩耗, 漏洩, 接着等の現象はすべて摩擦が原因により発生するものであり，工業製品の性能を決定する上で極めて重要な因子である．

特にタイヤの設計開発において，摩擦特性は製品性能に直接的に影響を与える最も重要な設計変数である．図 1-1 のような，タイヤ設計のためのシミュレーションは実際上不可欠なものであり，そこでは摩擦係数の設定が重要な問題となるが，タイヤの研究開発において摩擦係数の設定は実験値を用いているのが現状である．しかし，摩擦現象は不均一な粗さをもつ表面同士の接触や，エネルギー散逸などを考慮しなければならず，複雑な現象であり，実験は大きな費用と時間を要する．そのため，摩擦係数を正確に予測できるような数理モデルを構築し，様々な条件下での摩擦係数を理論的に求めることができれば，タイヤ開発におけるコスト削減，開発期間の短縮，およびシミュレーション精度の向上が期待できる．今日までに，摩擦係数に関する研究は数多く行われており，ゴム-路面間の摩擦係数を用いた接触解析によるタイヤの性能評価も多くなされており[1]-[2]，合理的に摩擦係数を導出できる数理モデルが必要とされる．

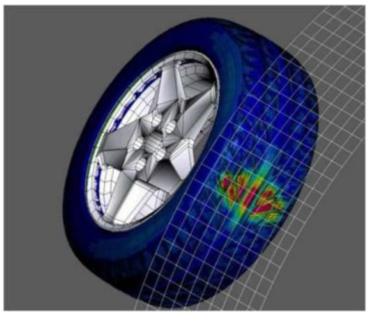


図 1-1 タイヤの有限要素法解析例　(ブリヂストンより提供).

1.2 先行研究

ゴムの摩擦は，凝着，ヒステリシスロス，接触面の形状など様々なスケールの物理現象に起因する複雑な現象である．

摩擦は固体間の相互作用により生じるため，接触状態を知ることは摩擦特性を解明する上で非常に重要である．図 1- 2 はゴムと路面の接触を表した模式図である．表面の凹凸は様々なスケールで存在しており，一見完全に接触しているように見える接触部でも，一部を拡大してみると非接触部があり，その中の接触部をさらに拡大するとさらに非接触部が存在する．そのため真実接触面積は見かけの接触面積に比べてはるかに小さいと言われている[1]．摩擦について議論するには，目に見える凹凸だけでなく，見た目では分からないような凹凸まで考慮する必要がある．

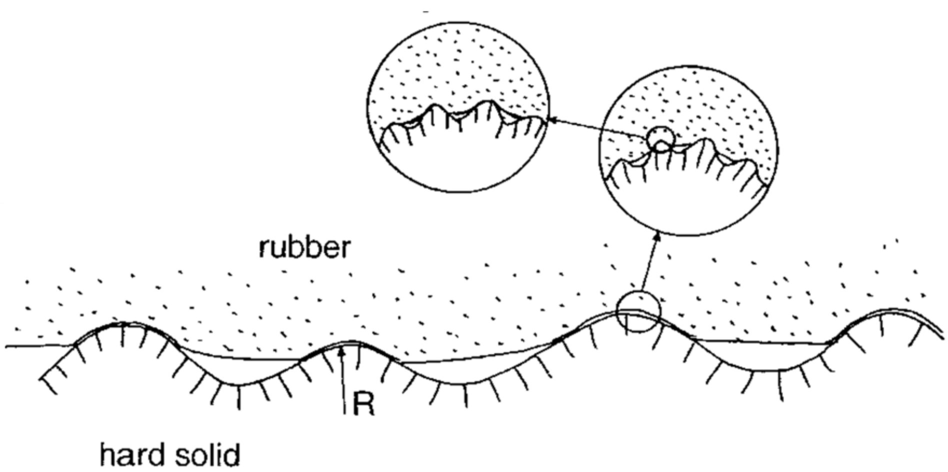


図 1-2 セルフアフィンフラクタル表面の接触概念図.

Persson らは，表面粗さパワースペクトルを表面特性を表現する指標として扱い，表面粗さのマルチスケール性を考慮した接触モデルを構築した[3]-[5]．さらに，Persson らは様々なスケールの表面粗さに追随して変形するゴムのヒステリシスロスエネルギーと前述の接触モデルから摩擦係数を予測する理論モデルを構築した．これにより，ミクロなスケールの表面粗さが摩擦係数に大きく影響を与えることを示し，マルチスケールな表面とゴム間の摩擦係数の評価が可能となった．

Persson らが対象にしているミクロな領域の表面粗さよりもマクロな領域の表面粗さが摩擦係数に及ぼす影響に関しての研究も行われてきた[6],[8]．Busfield らは，FEM 解析を用いてゴム平板-剛体球の接触・摩擦モデルについて解析を行った[6]．このモデルによる解析結果からゴム平板に押し込まれた剛体球の力学的作用によりすべり時の接線力が増加

することで，すべり時の接線力と垂直力の比で計算される摩擦係数が解析時に入力した摩擦係数に比べて増加することを明らかにした．そして，マクロな表面の凹凸が摩擦係数に影響を及ぼすことを示した．ゴム-路面間の摩擦においても，凹凸が多数存在することで相互作用により摩擦係数に影響を及ぼすことが予想されるが，これについては未だ理解が不十分である．

1.3　研究目的

摩擦特性の一般的な指標である摩擦係数は，ゴム-路面間においては速度依存性や温度依存性を持ち，ゴムの摩擦はミクロスケールからマクロスケールまでの様々な物理現象に起因する複雑な現象である．このようなゴムの摩擦のマルチスケール性を考慮した合理的な摩擦係数の予測モデルを開発することは，タイヤ設計開発において実験コスト，開発期間の削減が期待できるほか，ゴムの摩擦問題を扱う様々な分野において非常に有効なツールとなり得る．

ゴム-路面間の摩擦特性として, 接触部の力学的作用が働くマクロなスケールの凹凸による影響と, Persson の理論モデルが表現するさらに細かいマルチスケールな凹凸による影響を考慮する必要がある．本研究の目的は，上記の 2 つのスケールの凹凸による影響を統合し，全スケールの凹凸の影響を取り入れた新たな摩擦モデルを提案することである．そのため，有限要素法を用いてマクロな凹凸をモデル化し，ゴム平板と接触・摩擦解析を行うことでマクロな凹凸が摩擦係数に及ぼす影響を明らかにする．

1.4　本論文の構成

本論文の構成を以下に示す．

第1章では，序論として研究背景と先行研究，研究目的について述べる．

第2章では，表面粗さパワースペクトルの計算手法について述べ，表面観察によって得られた高さデータから表面粗さパワースペクトルを計算する．

第3章では，表面粗さパワースペクトルを用いたゴム-路面間の摩擦係数予測モデルを提案する．また，接触・摩擦のFEM解析のための解析条件について述べ，解析モデルを作成する．

第4章では，第3章で述べた解析モデルに対しFEM解析を実行し，解析結果を用いて表面の凹凸が摩擦に及ぼす影響について考察する．

第5章では，本研究で得られた結果および知見について総括する．また，今後の展望についても述べる．

第2章　表面粗さパワースペクトル

2.1　パワースペクトルの定義及び計算手法

2.1.1　表面粗さパワースペクトルの定義

接触，摩擦などの物理現象について議論する上で，接触面の凹凸形状は非常に重要なパラメータの一つである．接触面の目に見えるほどの比較的大きな凹凸だけでなく，その凹凸の中に存在する微小な凹凸も摩擦現象に大きく影響を及ぼすことが報告されている[3]．表面粗さのマルチスケール性を表現する有効な手法の一つである，表面粗さパワースペクトルは以下のように定義される[3].

$$C(\mathbf{q}) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int \mathrm{d}^2 x \left\langle h(\mathbf{x}+\boldsymbol{\tau})h(\boldsymbol{\tau})\right\rangle \mathrm{e}^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} \tag{2-1}$$

ここで，表面の高さデータを $h(\mathbf{x})$とし，$\langle\cdots\rangle$はアンサンブル平均である．$C(\mathbf{q})$は $h(\mathbf{x})$の自己相関関数のフーリエ変換で定義される．$\mathbf{q}$ は波数ベクトルであり，波長ベクトルを $\boldsymbol{\lambda}$ とすると，$\mathbf{q}=2\pi/\boldsymbol{\lambda}$ なる関係がある．

表面粗さパワースペクトルを計算することでサンプル内にマクロな凹凸からミクロな凹凸までどのようなスケールの凹凸がどの程度どの程度含まれているのかを表現することができる．

2.1.2　計算手法

式(2-1)に基づいて表面粗さパワースペクトルを計算するためには，高さデータ $h(\mathbf{x})$ の自己相関関数を求めなければならない．ここでは，式(2-1)を式展開することで，自己相関関数を求めずに，表面粗さパワースペクトルを計算する方法について述べる[3].

高さデータ $h(\mathbf{x})$について，データ長を L としデータ範囲の面積を $A(=L^2)$とすると，自己相関関数は次式で表される．

$$\left\langle h(\mathbf{x}+\boldsymbol{\tau})h(\boldsymbol{\tau})\right\rangle = \lim_{A\to\infty}\frac{1}{A}\int \mathrm{d}^2\tau\, h(\mathbf{x}+\boldsymbol{\tau})h(\boldsymbol{\tau}) \tag{2-2}$$

式(2-1)に代入して ，

$$C(\mathbf{q})=\frac{1}{(2\pi)^2}\lim_{A\to\infty}\frac{1}{A}\int \mathrm{d}^2x\int \mathrm{d}^2\tau\, h(\mathbf{x}+\boldsymbol{\tau})h(\boldsymbol{\tau})\mathrm{e}^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} \tag{2-3}$$

と表される．ここで，$h(\mathbf{x})$のフーリエ変換を $h(\mathbf{q})$と定義すると，

$$h(\mathbf{x})=\int \mathrm{d}^2q\;\, h(\mathbf{q})\mathrm{e}^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} \tag{2-4}$$

表わされるので，　式(2-3)に式(2-4)を代入し整理すると，

$$C(\mathbf{q})=\frac{1}{(2\pi)^2}\lim_{A\to\infty}\frac{1}{A}\int \mathrm{d}^2x\int \mathrm{d}^2\tau\int \mathrm{d}^2q'\int \mathrm{d}^2q''\; h(\mathbf{q}')h(\mathbf{q}'')\mathrm{e}^{i(\mathbf{q}'+\mathbf{q}'')\cdot\boldsymbol{\tau}}\mathrm{e}^{i(\mathbf{q}'-\mathbf{q})\cdot\mathbf{x}} \tag{2-5}$$

となる．ここで，フーリエ変換とデルタ関数の公式，

$$\int \mathrm{d}x^2\,\mathrm{e}^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}}=(2\pi)^2\,\delta(\mathbf{q}) \tag{2-6}$$

$$\int \mathrm{d}q'^2 h(\mathbf{q}')\delta(\mathbf{q}'-\mathbf{q})=h(\mathbf{q}) \tag{2-7}$$

を用いると式(2-5)は，

$$C(\mathbf{q})=\lim_{A\to\infty}\frac{(2\pi)^2}{A}h(\mathbf{q})h(-\mathbf{q}) \tag{2-8}$$

となる．また，

$$\begin{aligned}h(\mathbf{q})&=\int \mathrm{d}^2x\; h(\mathbf{x})\mathrm{e}^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}}\\&=\int \mathrm{d}^2x\; h(\mathbf{x})\cos(\mathbf{q}\cdot\mathbf{x})-i\int \mathrm{d}^2x\; h(\mathbf{x})\sin(\mathbf{q}\cdot\mathbf{x})\end{aligned} \tag{2-9}$$

$$h(-\mathbf{q})=\int \mathrm{d}^2x\; h(\mathbf{x})\cos(\mathbf{q}\cdot\mathbf{x})+i\int \mathrm{d}^2x\; h(\mathbf{x})\sin(\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}) \tag{2-10}$$

であるから，$h(-\mathbf{q})$は $h(\mathbf{q})$の複素共役となる．したがって，式(2-8)は，

$$C(\mathbf{q})=\lim_{A\to\infty}\frac{(2\pi)^2}{A}|h(\mathbf{q})|^2 \tag{2-11}$$

と表される．以上より，高さデータ $h(\mathbf{x})$の自己相関関数を求めずに，$h(\mathbf{x})$のフーリエ変換 $h(\mathbf{q})$を計算することで表面粗さパワースペクトル $C(\mathbf{q})$を算出することができる．逆に，式(2-11)よりパワースペクトルから表面データ $h(\mathbf{x})$を作成することも可能である(2.2.3 参照).

表面を等方的であると仮定すると, 式(2-11)を用いて得られた表面粗さパワースペクトル $C(\mathbf{q})$は等方性を有する. そこで, 2 次元データの $C(\mathbf{q})$を波数ベクトル $\mathbf{q}$ のスカラーq と $C(q)$の関係に変換し，1 次元のデータとした.

パワースペクトルから二乗平均平方根粗さ $\mathrm{R_q}$ を数値的に計算することができる. 式(2-1)より，フーリエ逆変換し，**x=0** とすると,

$$\left\langle h(\boldsymbol{\tau})^2\right\rangle=\int \mathrm{d}^2 q C(\mathbf{q}) \tag{2-12}$$

式(2-12)の平方根をとれば，$\mathrm{R_q}$ となる．つまり,

$$\mathrm{R_q}=\left\langle h(\boldsymbol{\tau})^2\right\rangle^{\frac{1}{2}}=\left\{\int \mathrm{d}^2 q C(\mathbf{q})\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{2-13}$$

と表される．したがって，表面粗さパワースペクトルを計算することで，マクロな凹凸を示す指標として扱われる $\mathrm{R_q}$ も得ることができる．ここで，$C(\mathbf{q})$に等方性を仮定すれば，波数ベクトル $\mathbf{q}$ の座標を極座標変換することで, 式(2-13)は式(2-14)として表すことができる.

$$\mathrm{R_q}=\left\{\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int \mathrm{d}q\, qC(q)\right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$=\left\{2\pi\int \mathrm{d}q\, qC(q)\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{2-14}$$

ここで, q は極座標系における半径方向成分$|\mathbf{q}|$である. 式(2-14)から, ある波数領域$[q_{min},q_{max}]$における二乗平均平方根粗さを $\mathrm{R_q}[q_{min},q_{max}]$とすると,

$$\mathrm{R_q}[q_{min},q_{max}]=\left\{2\pi\int_{q_{min}}^{q_{max}}\mathrm{d}q\, qC(q)\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{2-15}$$

となる．$q=2\pi/\lambda$ であるので，q_{min} は主に高さデータ $h(\mathbf{x})$のデータ長 L によって決まり，q_{max} は $h(\mathbf{x})$の分解能 dx によって定まる.

2.2　セルフアフィンフラクタル表面

2.2.1　フラクタルとは

部分を拡大すると全体と同じような構造になるような性質のことをフラクタルという[8]. 木々や雲の形, 煙草の煙の動き, ガラスの破片などの身近な現象もフラクタルである.

等方的に縮尺を変化させたときに自己相似になるものを，自己相似フラクタル(self similar fractal)と呼び，異方的変化により相似になるものをセルフアフィンフラクタル(self affine fractal)と呼ぶ. つまり, 関数 $h(x,y)$があるときに, $x\to\lambda x, y\to\lambda y$ という変換をしたとき, 式(2-16)の関係が成り立つ場合をセルフアフィンフラクタルと以下で定義する. H はセルフアフィンフラクタルの指標であり，Hurst 数と呼ばれる.

$$h(x,y) = \lambda^{-H} h(\lambda x, \lambda y) \tag{2-16}$$

Hurst 数とフラクタル次元 D_f との間には，$D_f=3-H$ なる関係がある．セルフアフィンフラクタルのとき Hurst 数は $0<H<1$ の範囲にあり，$H=1$ のとき自己相似性を持つ.

2.2.2　セルフアフィンフラクタル表面の性質

ここでは，セルフアフィンフラクタル表面とその表面粗さパワースペクトルの関係について示し，セルフアフィンフラクタル表面の性質について説明する.

表面粗さパワースペクトルは式(2-1)より，

$$C(\mathbf{q}) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int \mathrm{d}^2x \left\langle h(\mathbf{x}+\boldsymbol{\tau})\, h(\boldsymbol{\tau})\right\rangle \mathrm{e}^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} \tag{2-17}$$

で，定義されている．ここで，

$$\mathbf{x}\to\mathbf{x}'/\lambda \qquad \boldsymbol{\tau}\to\boldsymbol{\tau}'/\lambda \tag{2-18}$$

と座標変換すると，式(2-17)は，

$$C(\mathbf{q}) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int \mathrm{d}^2x'\,\lambda^{-2} \left\langle h\left(\frac{\mathbf{x}'+\boldsymbol{\tau}'}{\lambda}\right) h\left(\frac{\boldsymbol{\tau}'}{\lambda}\right)\right\rangle \mathrm{e}^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}'/\lambda} \tag{2-19}$$

となる．表面はセルフアフィンフラクタル表面であるとすると，式(2-16)より，

$$\left\langle h\left(\frac{\mathbf{x}'+\boldsymbol{\tau}'}{\lambda}\right)h\left(\frac{\boldsymbol{\tau}'}{\lambda}\right)\right\rangle = \left\langle \lambda^{-H}h\left(\mathbf{x}'+\boldsymbol{\tau}'\right)\lambda^{-H}h\left(\boldsymbol{\tau}'\right)\right\rangle \tag{2-20}$$

と表される．式(2-20)を式(2-19)に代入すると式(2-21)となる．

$$C\left(\mathbf{q}\right) = \frac{1}{\left(2\pi\right)^2}\int \mathrm{d}^2x'\,\lambda^{-2-2H}\left\langle h\left(\mathbf{x}'+\boldsymbol{\tau}'\right)h\left(\boldsymbol{\tau}'\right)\right\rangle \mathrm{e}^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}'/\lambda} \tag{2-21}$$

ここで，

$$\lambda = \left|\mathbf{q}\right| = q \qquad \hat{\mathbf{q}} = \mathbf{q}/q \tag{2-22}$$

とおくと，式(2-21)は，

$$C\left(\mathbf{q}\right) = q^{-2(\mathrm{H}+1)}\frac{1}{\left(2\pi\right)^2}\int \mathrm{d}^2x'\left\langle h\left(\mathbf{x}'+\boldsymbol{\tau}'\right)h\left(\boldsymbol{\tau}'\right)\right\rangle \mathrm{e}^{-i\hat{\mathbf{q}}\cdot\mathbf{x}'} \tag{2-23}$$

となる．式(2-23)より，セルフアフィンフラクタル表面のパワースペクトルは，波数ベクトルのスカラーq=|$\mathbf{q}$|が増加すると $q^{-2(H+1)}$に比例して減少することがわかる．つまり，波数とパワースペクトルの関係は両対数をとると図 2-1 に示すように線形となり，その傾きは -2(H+1)となる．

多くの表面粗さは図 2-1 で示されるように，$C(q)$が比較的平坦になる波数領域 $q_L<q<q_0$ とセルフアフィン性を示す波数領域 $q_0<q<q_1$ の 2 つの領域に分けるできることが知られている．この 2 つの領域は表面粗さの性質が大きく異なり，摩擦に及ぼす影響やメカニズムも異なるものとなる．

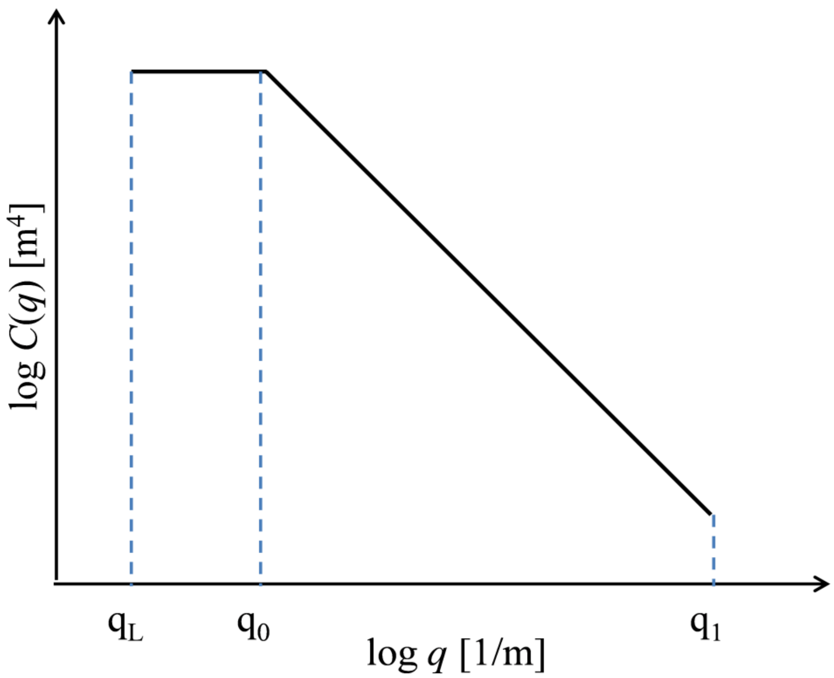


図 2-1 表面粗さパワースペクトル.

次に, セルフアフィンフラクタル表面の二乗平均平方根粗さ R_q について考える. 式(2-23)の関係から，セルフアフィンフラクタル表面のパワースペクトル $C(q)$は，C_0 を定数として以下のように表すことができる.

$$C\left(q\right)=C_0 q^{-2\left(H+1\right)} \tag{2-24}$$

式(2-24)をパワースペクトルと R_q の関係式(2-15)に代入して，

$$R_q\left[q_{min},q_{max}\right]=\left\{2\pi\int_{q_{min}}^{q_{max}}\mathrm{d}q\,C_0 q^{-2H\text{-}1}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$=\left\{\frac{\pi C_0}{H}\left(q_{min}^{-2H}-q_{max}^{-2H}\right)\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{2-25}$$

と表される．ここで，q_{min}<<q_{max} であるとすると，式(2-25)の q_{max} の項は無視することができ，式(2-26)のようになる.

$$\mathrm{R_q}\left[q_{\min},q_{\max}\right]=q_{\min}^{-H}\sqrt{\frac{\pi C_0}{H}} \tag{2-26}$$

式(2-26)から，セルフアフィンフラクタル表面では，$\mathrm{R_q}$ は低波数部 $q_{\min}$ や Hurst 数 H，定数 C_0 によって決まることがわかる．つまり，$q_{\min}$ はマクロな粗さを決めるパラメータの一つである．図 2-1 のような波数領域[q_L ,q_1]を持つ表面でも，セルフアフィン領域の端部 q_0 がマクロな粗さに大きく影響していると言える．

2.2.3　セルフアフィンフラクタル表面の作成

ここでは，表面粗さパワースペクトル $C(\mathbf{q})$から表面データ $h(\mathbf{x})$を作成する手法について述べる．

データ範囲をデータ長 $L\times L$ の正方形領域とすると，式(2-11)より

$$\left|h(\mathbf{q})\right|=\frac{L}{2\pi}\sqrt{C(\mathbf{q})} \tag{2-27}$$

と表される．したがって，$h(\mathbf{q})$はランダムな独立変数 $\Phi(\mathbf{q})$を用いて，

$$h(\mathbf{q})=\frac{L}{2\pi}\sqrt{C(\mathbf{q})}\mathrm{e}^{i\phi(\mathbf{q})}\qquad\left(0\le\phi(\mathbf{q})\le 2\pi\right) \tag{2-28}$$

となる．式(2-28)をフーリエ逆変換することで，

$$h(\mathbf{x})=\int\mathrm{d}^2q\ \frac{L}{2\pi}\sqrt{C(\mathbf{q})}\mathrm{e}^{i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}+\phi(\mathbf{q}))} \tag{2-29}$$

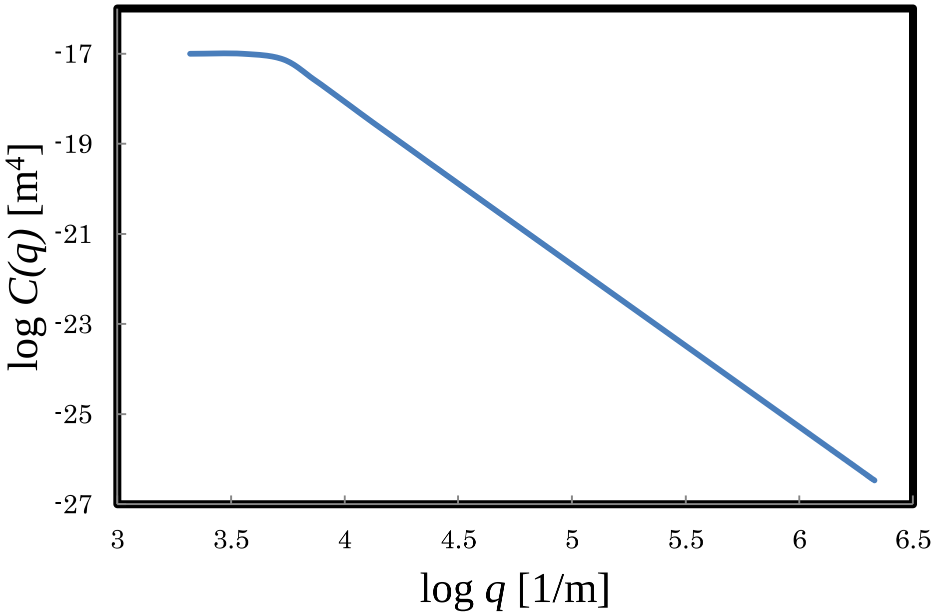
となり，dq=2π/L として離散化すると，

$$h(\mathbf{x})=\sum_q \mathrm{B}(\mathbf{q})\mathrm{e}^{i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}+\phi(\mathbf{q}))} \tag{2-30}$$

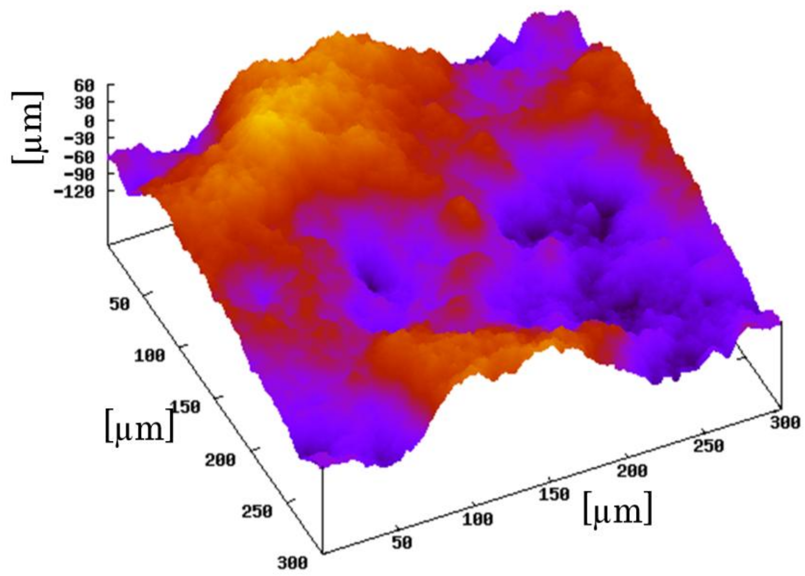
$$\mathrm{B}(\mathbf{q})=\frac{2\pi}{L}\sqrt{C(\mathbf{q})} \tag{2-31}$$

と表される．式(2-30)は，表面データ $h(\mathbf{x})$をフーリエ級数を用いて表現したものであり，式(2-31)より表面粗さパワースペクトルによってフーリエ級数の係数を決めることができる．このようにして，表面粗さパワースペクトルから表面データ $h(\mathbf{x})$を数値的に作成することが可能となる．図 2-2(a)に示す表面粗さパワースペクトルから作成したセルフアフィンフ

ラクタル表面が図 2-3(b)である. データ長 L=0.03[m], q_0=1000[1/m], 格子点間隔 dx,dy=29.3[μm]とし，Hurst 数を 0.8 とした.



(a)



(b)

図 2-2 (a) 表面粗さパワースペクトル, (b) セルフアフィンフラクタル表面.

2.3　表面計測

2.3.1　観察装置及び条件

実際に存在する表面から表面粗さパワースペクトルを計算するために，表面の高さデータが必要である．観察装置としてキーエンス製のレーザー顕微鏡(KEYENCE VK-9500)を用い表面観察を行い，高さデータ $h(\mathbf{x})$を得た．観察画像の解析には，同社の画像解析ソフト VK-Analyzer を使用した．レーザー顕微鏡の外観を図 2-3 に示す．

表 2-1 にレーザー顕微鏡による表面の観察条件を示す．2 種類それぞれの表面に対し，観察倍率を変えた，①分解能が粗いが観察領域が広い 10 倍，②分解能が高く，観察範囲が狭い 100 倍の 2 つの条件で表面観察を行い，表面データを得た．観察倍率を変えるのは倍率によって得られるパワースペクトルの波数領域が違うため，倍率を変えることで広い範囲の波数領域のデータを得るためである．また，観察は複数箇所行い，それぞれの観察箇所での表面粗さパワースペクトルを計算し，それらのパワースペクトルの平均値を最終的な結果とした. 特に 100 倍の表面データは観察箇所によるばらつきが大きいため 10 倍よりも多くの箇所を観察し，平均した．

図 2-3 レーザー顕微鏡の外観.

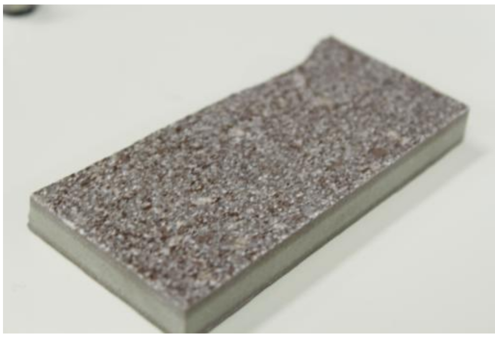
表 2-1 観察条件.

観察倍率		データ長	データ点数	観察箇所
①	10 倍	28.5×28.5[mm]	2048×2048	3
②	100 倍	2.85×2.85[mm]	2048×2048	6

2.3.2　表面サンプル

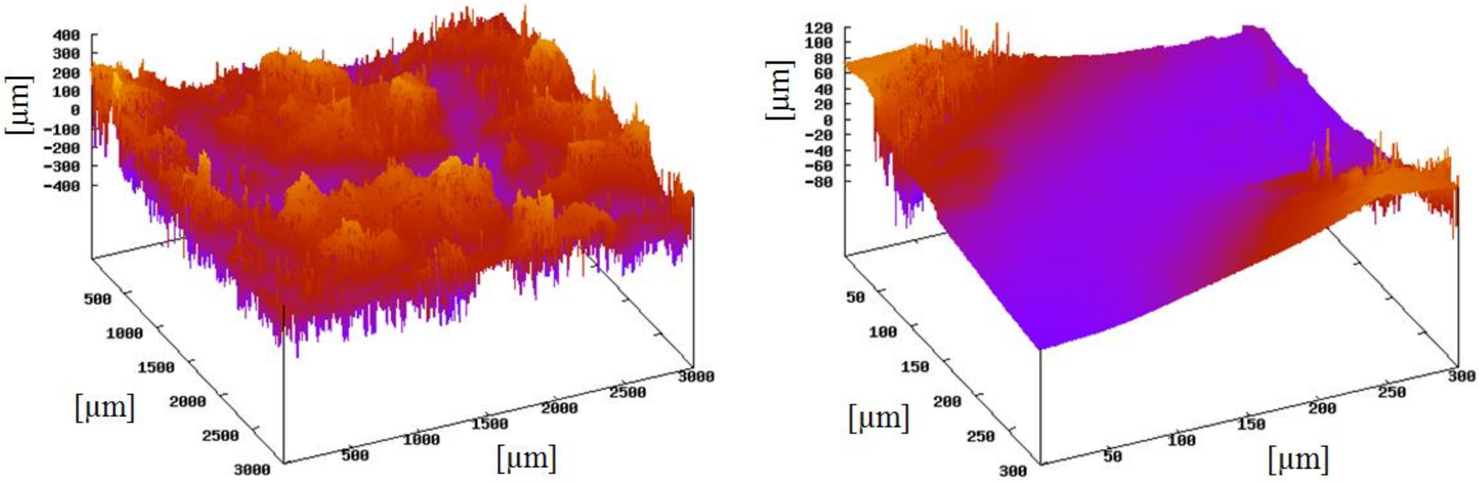
図 2-4 に観察に用いた表面サンプルを示す．表面 A と表面 B の 2 種類の表面について観察を行った. 表面 A は, “3M 製 Safety-Walk すべり止めテープ typeB”, 表面 B は“MARAZZI 製 タイル コンテニュア” とし，ともに未使用のものを用いた．以降，表面 A，表面 B とする．図 2-5，図 2-6 に表面観察によって取得した高さデータを表面 A，表面 B それぞれ 3 次元的にプロットした画像を示す．表面 A の画像において多くみられる立っている線は観察の際に発生したノイズである．

(a)



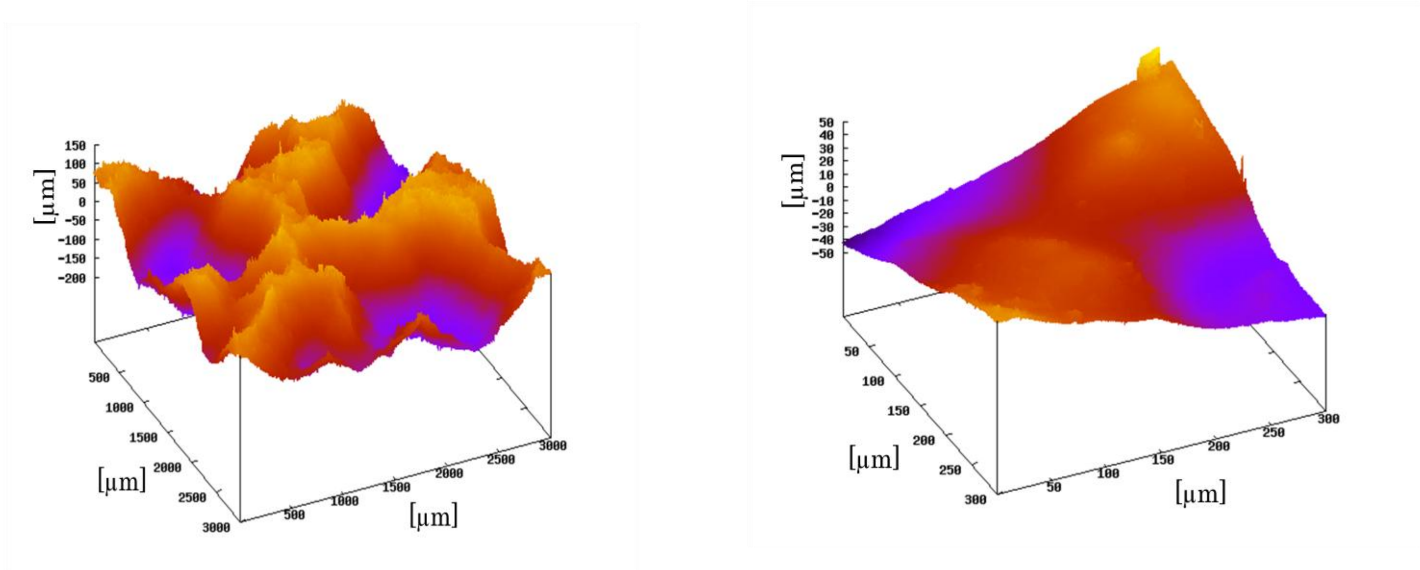
(b)

図 2-4 表面の画像, (a) 表面 A, (b) 表面 B.



(a) (b)

図 2-5 表面 A の 3 次元画像, (a) 10 倍, (b) 100 倍.



(a) (b)

図 2-6 表面 B の 3 次元画像, (a) 10 倍, (b) 100 倍.

2.3.3　解析手法

得られた高さデータからパワースペクトルを計算する．レーザー顕微鏡を用いて表面観察し，表面粗さパワースペクトルを導出するまでの解析手法について以下に述べる．図 2-7 は表面観察からパワースペクトルの導出までの過程をフローチャートに表したものである．図 2-7 のフローチャートに沿って，表面粗さパワースペクトルの計算方法について説明する．

まず，(1)レーザー顕微鏡を用いて，各表面の表面データ $h(\mathbf{x})$を取得する．パワースペクトルの計算に用いる高速フーリエ変換(FFT)を利用するためには，データ点は 2 のべき乗でなければばならない．そこで，(2)表面データ $h(\mathbf{x})$の端のデータを無作為に取り除き，データ点数を 2 のべき乗に揃える．次に，(3)FFT を用いて，$h(\mathbf{x})$のパワースペクトル $C(\mathbf{q})$を計算し，(4)等方性の過程から，2 次元パワースペクトル $C(\mathbf{q})$を 1 次元のパワースペクトル $C(q)$に変換する．得られた 1 次元のパワースペクトル $C(q)$は非常にばらつきが大きく，そのままでは統計的な性質を得ることが難しいので，(5)ある q の間隔にある $C(q)$の値の平均をとることで，$C(q)$のばらつきを低減させる

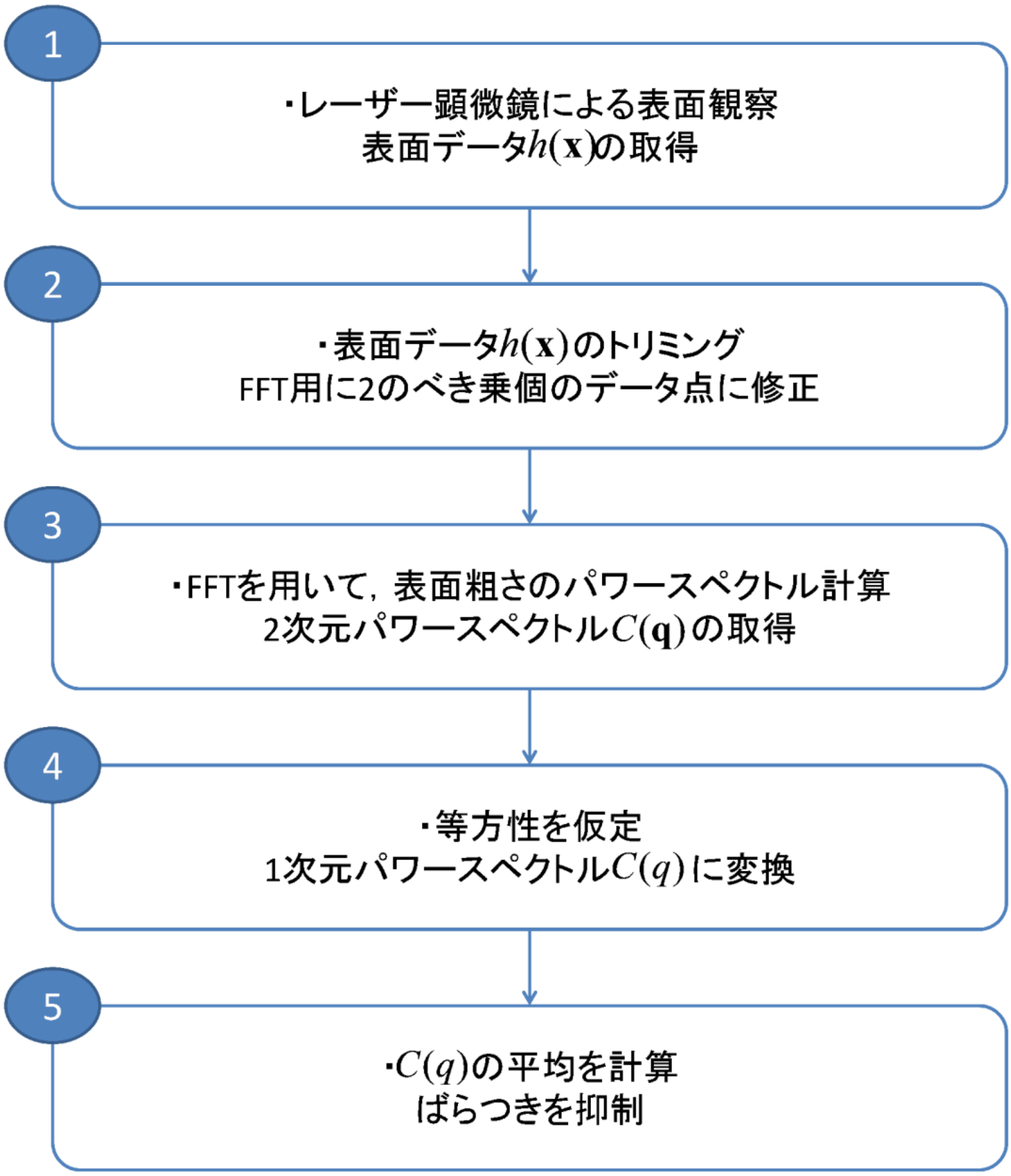


図 2-7 表面粗さパワースペクトル計算のフローチャート.

2.3.4 解析結果

図 2-8，図 2-9 に表面 A，表面 B それぞれの観察データから計算した表面粗さパワースペクトルを示す．横軸は波数 q の対数をとった $\log q$ であり，縦軸はパワースペクトル $C(q)$ の対数である．青色のラインが観察倍率 10 倍のパワースペクトル，赤色のラインが観察倍率 100 倍のパワースペクトルである．10 倍，100 倍のパワースペクトルは図の破線に示すような直線で連続的につながると考えることができる．しかし，それぞれのパワースペクトルの高波数側では，破線よりも大きい値をとっている．これは，表面観察の際に生じたノイズの影響によるものと考えられる．したがって，それぞれの観察倍率の高波数側は本来の表面形状を表現していないと考え，パワースペクトルについて考察する際はこの領域を除去する必要がある．

図 2-10 に表面 A と表面 B のそれぞれの表面データから計算した表面粗さパワースペクトルを比較した様子を示す．それぞれのパワースペクトルは前述のように，10 倍，100 倍それぞれのパワースペクトルの高波数側ではノイズの影響を受けていると考え，高波数部を除去した後に 2 つの観察倍率のパワースペクトルを連結したものを表示した．表 2-2 にパワースペクトルから得られた情報を示す．平均二乗平方根粗さ Rq が表面 A のほうが大きいことからマクロな粗さは表面 A のほうが大きいことが分かる．図 2-8，図 2-9 から表面 A, 表面 B ともに波数領域 q_0 以下で線形に近い性質を持っていることがわかる. つまり，両者は図 2-1 に示すセルフアフィンフラクタル性をもつモデルと仮定することができ，マクロな粗さ領域 $q_L<q<q_0$ とセルフアフィンフラクタル性を有するミクロな粗さ領域 $q_0<q<q_1$ に区分することができる．

表 2-2 観察結果.

	表面 A	表面 B
平均二乗平方根粗さ R_q	76.6[μm]	62.9[μm]
ハースト数 H	0.6307	0.6067

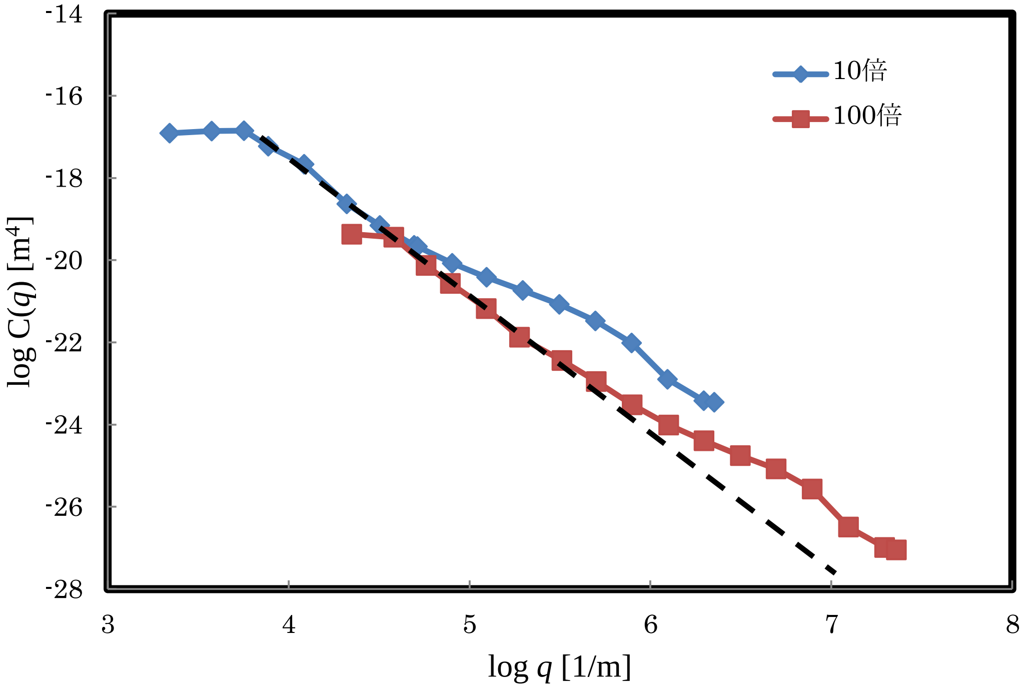


図 2-8 表面 A の表面粗さパワースペクトル.

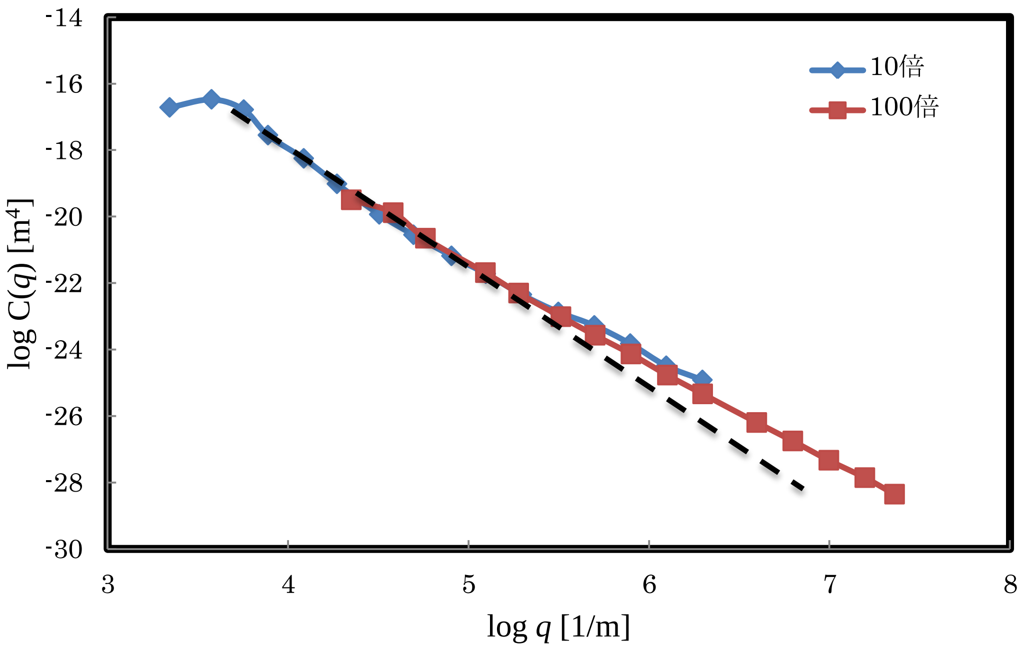


図 2-9　表面 B の表面粗さパワースペクトル.

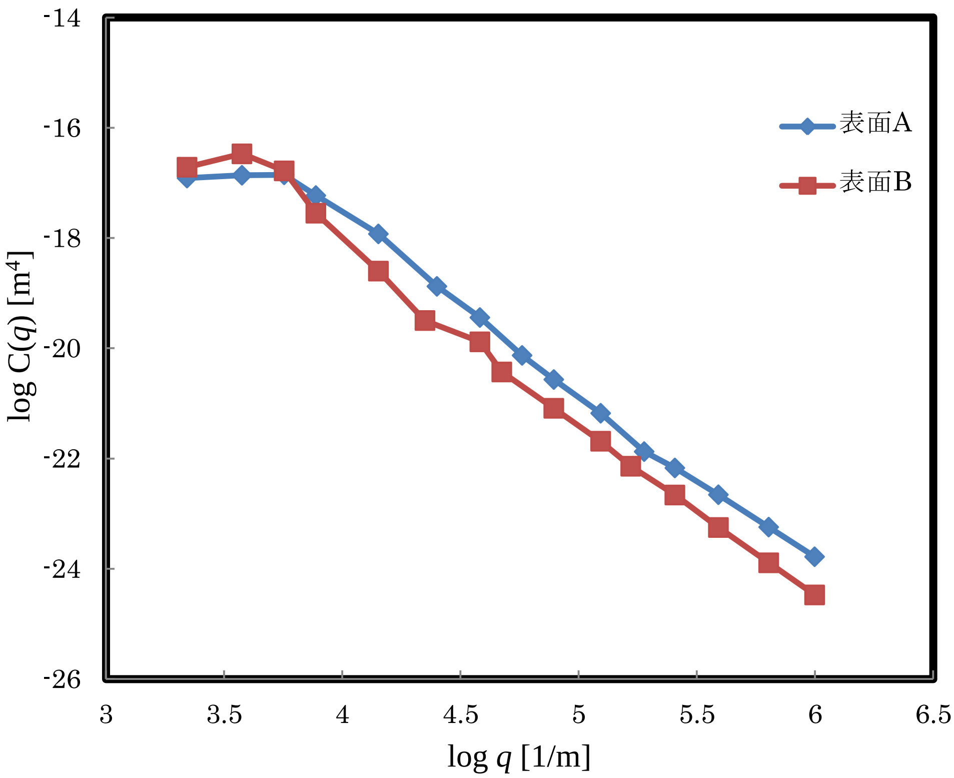


図 2-10 表面粗さパワースペクトルの比較.

第3章　有限要素法解析手法

3.1　摩擦係数予測モデル

ここではマクロな凹凸からミクロな凹凸までを考慮し，理論的に摩擦係数を予測するためのモデルを提案する．第 2 章において表面サンプルの表面粗さパワースペクトルを計算し，パワースペクトルの結果から表面サンプルの凹凸がマクロスケールの粗さを有する波数領域とミクロスケールの粗さを有する波数領域に区分できることを示した．Persson らの研究[3]では，図 2-9 に示す表面粗さパワースペクトルから，$q_0<q<q_1$ のミクロな粗さ領域についてセルフアフィン性を仮定し，摩擦係数を算出するモデルを構築した．Persson の摩擦理論モデルによって, ミクロスケールの粗さがを考慮した摩擦係数が導出できる. 一方で, Busfield らは鉄球とゴム平板の接触・摩擦実験と，実験を模した剛体球-ゴム平板の FEM 解析によって，マクロスケールの表面粗さが摩擦係数に影響を与えることを明らかにした[6]. この 2 種類の研究を組み合わせることでマクロな凹凸からミクロな凹凸までを考慮した摩擦係数の予測が可能になると考える．

本研究では，以下に説明するような実路面とゴム間の摩擦係数予測モデルを提案する．モデルの概要を図 3-1 に示す．表面粗さパワースペクトルをマクロスケールの波数領域 $q_L<q<q_0$ とミクロスケールの波数領域 $q_0<q<q_1$ に区分する．マクロスケールの波数領域は, 算術平均粗さ R_a や二乗平均平方根粗さ R_q で特徴づけられる単一なスケールの粗さ領域であり，ミクロスケールの波数領域は，広いスケールの高さ成分が重なり合ったマルチスケール性を有する複雑な粗さ領域である. Persson の摩擦理論モデルを用いてミクロスケールの波数領域 $q_0<q<q_1$ の表面粗さによる摩擦係数を理論的に求めることができ，導出された摩擦係数を μ_{in} とする．マクロスケールの波数領域 $q_L<q<q_0$ の表面粗さを表面モデルとし，μ_{in} を入力値とした FEM による摩擦解析を行う．解析によって得られたすべり時の垂直力 P と接線力 F の関係($\mu_{out}=F(\mu_{in})/P$)よりマクロなスケールの表面粗さの影響を加えた摩擦係数 μ_{out} を導出する．以上より，ゴム-路面間の全スケールの表面粗さを考慮した摩擦係数の予測が可能となると考える．

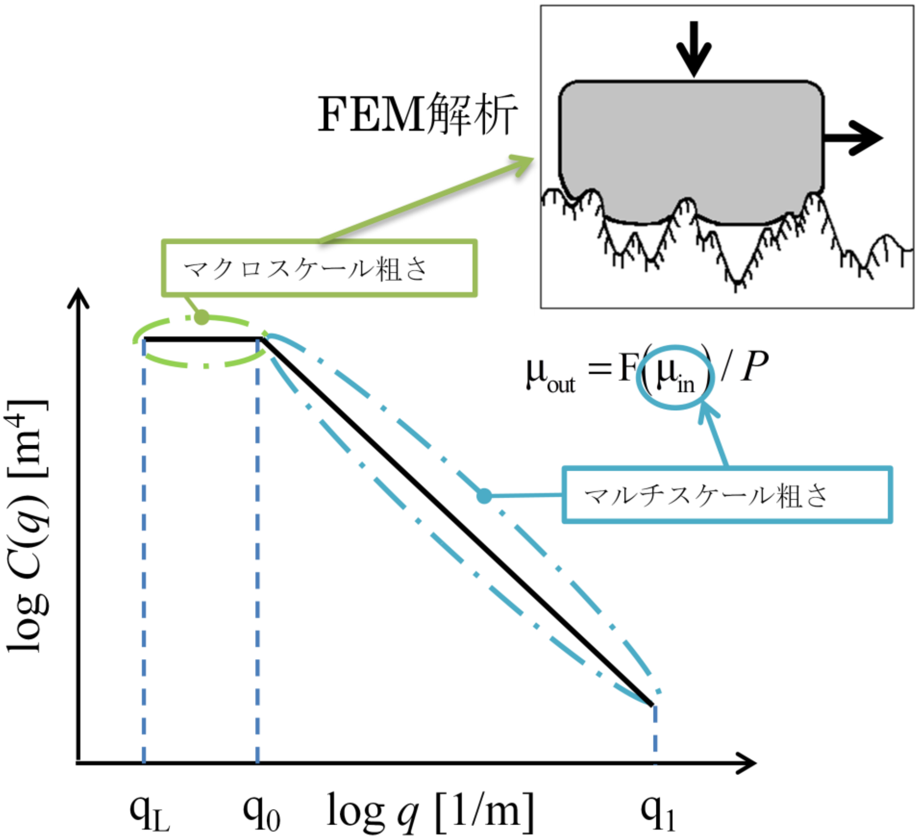


図 3-1 摩擦係数予測モデル.

3.2　有限要素法解析

ここでは，マクロスケール領域の凹凸が摩擦係数に及ぼす影響について評価するための FEM 解析の手法について述べる．前述した摩擦係数予測モデルではミクロな凹凸からの摩擦係数の導出とマクロな凹凸の影響を考慮するための接触・摩擦解析を行うことが必要である．Gabriel, Busfield らは，マクロスケールの粗さを考慮した接触・摩擦解析を行った．ゴム平板に剛体球を押し込み，すべらせることで，押し込み深さを変化させたときの摩擦係数の変化について FEM 解析を用いて計算した[6]．この計算によって，ゴム平板に鉄球が食い込むことにより，摩擦係数が増加することを解析結果と実験結果から示し，マクロスケールの粗さが摩擦係数に影響を与えることを明らかにした．

本研究では, マクロスケールの凹凸が摩擦係数に及ぼす影響を FEM を用いて評価する．ゴム平板を剛体表面に押し込み，すべらせることで押し込み量を変化させたときの摩擦係数の変化について解析することで，マクロスケールの凹凸が摩擦係数に及ぼす影響を評価する．

FEM 解析はゴムの接触解析に活用されており, ゴムローラーの接触解析では多くの報告[8]がなされている．しかし，この場合は平滑面同士の接触解析であり，粗さをもつ表面とゴムの接触解析の例は少なく，圧縮変形時の接触圧を計算した例[13]はあるが，接線力を加えた解析例はない．これはゴムが接線力により局部的な大変形を受けるため解析が非常に困難になるからである．本解析において，剛体表面は複雑な凹凸があり，接触・摩擦解析における収束困難の問題を避けるために解析には陽解法を用い，変形量が微小である範囲で行った．一般的に陽解法は陰解法に比べて衝突や落下問題などの非線形性の強い現象の解析に適しており，計算時間も短いという利点がある．解析には，Altair 社の FEM 解析ソフト Radioss11.0 を用いる．

3.3　解析条件

ゴム平板の接触･摩擦の FEM 解析の条件について述べる. 解析モデルを 図 3-3 に示す. 接触が想定されるゴム平板下面はメッシュを細かく，非接触領域のメッシュは接地域から非接地域に向かってい徐々にメッシュサイズを大きくして解析時間の増大を抑制した．ゴム平板上面を剛体面とし，この剛体面の回転と y 方向変位を拘束し，z 方向に強制変位を与えることでゴム平板を剛体球に押し込み，その後 z 方向変位を拘束し，剛体表面の平均線に平行な x 方向に強制変位を与えることですべり摩擦の解析を行った．

ゴム平板には Neo-Hookean の超弾性体モデルを用いた. ゴム平板の寸法は, 奥行 60[mm], 幅 60[mm], 厚さ 40[mm]とした. 厚さに関しては, 接触反力に対してゴム平板上面の剛体面がほとんど影響を与えない十分な大きさに設定した.

剛体表面は表面 A と表面 B の 2 種類を用い, 表面粗さパワースペクトルを計算する際に得た高さデータからモデリングした. 高さデータは 10 倍と 100 倍のデータがあるがマクロな凹凸の影響を評価するので 10 倍の高さデータを用いた. マクロな凹凸による影響を評価しいため, 表面粗さパワースペクトルの高波数領域を取り除く必要がある. ゴム平板の剛体表面と接触する面のメッシュサイズは 1 辺 10^{-3}[m]であり, 波長が 10^{-3}[m]の 1/2 よりも小さな領域は除去されたと考える. 表面粗さパワースペクトル上では図 3-2 のように高周波側は除去されたと考えることができる. 図 3-4 は表面 A, 表面 B を FEM 解析を行う上で, モデル化したものである.

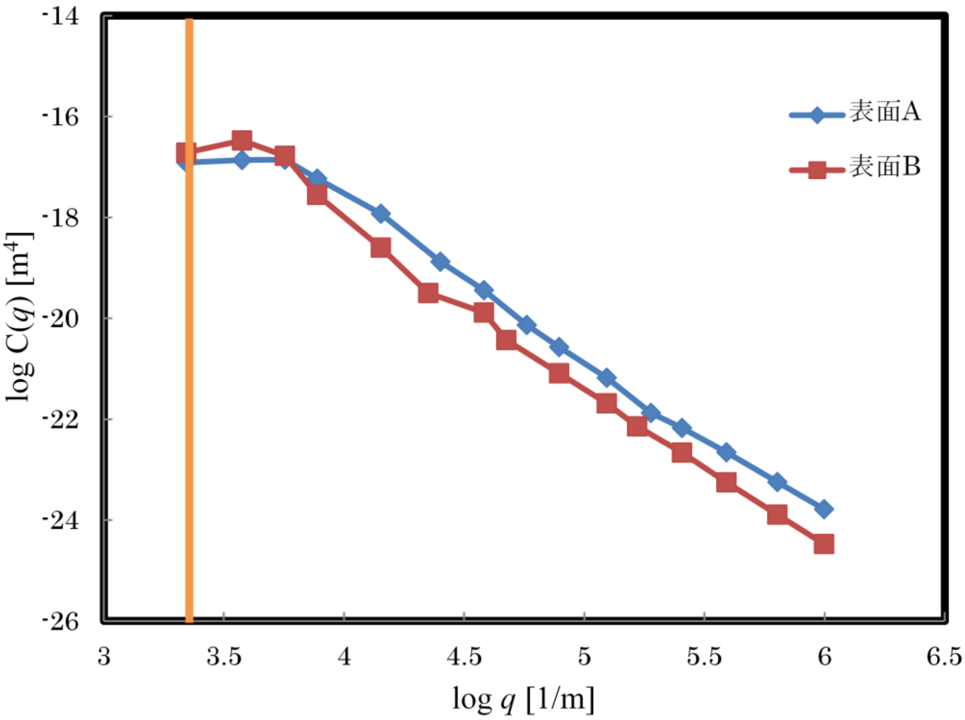


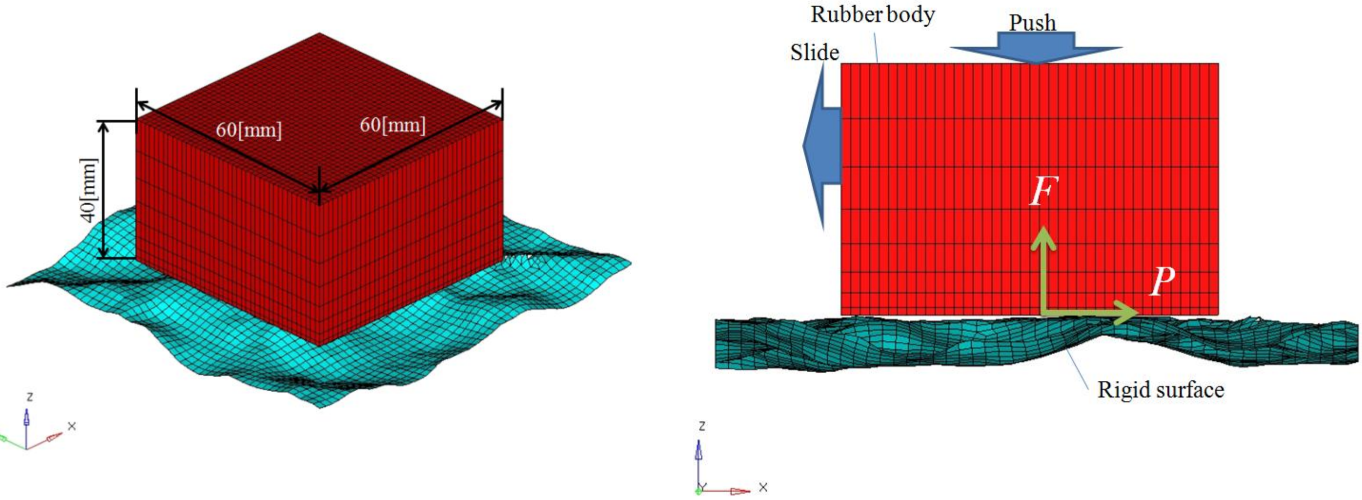
図 3-2 表面の FEM モデル化領域.

ゴム平板と剛体表面の接触アルゴリズムはペナルティ法を用いる．今回の解析において マクロな影響の考察に用いているのは入力した摩擦係数 μ_{in} と計算結果から得られた摩擦係数 μ_{out} の比であり，入力摩擦係数 μ_{in} の絶対値に考察上の意味はなく解析の安定性の都合上 0.15 とした．解析条件について表 3-1 にまとめる．

表 3-1 解析条件.

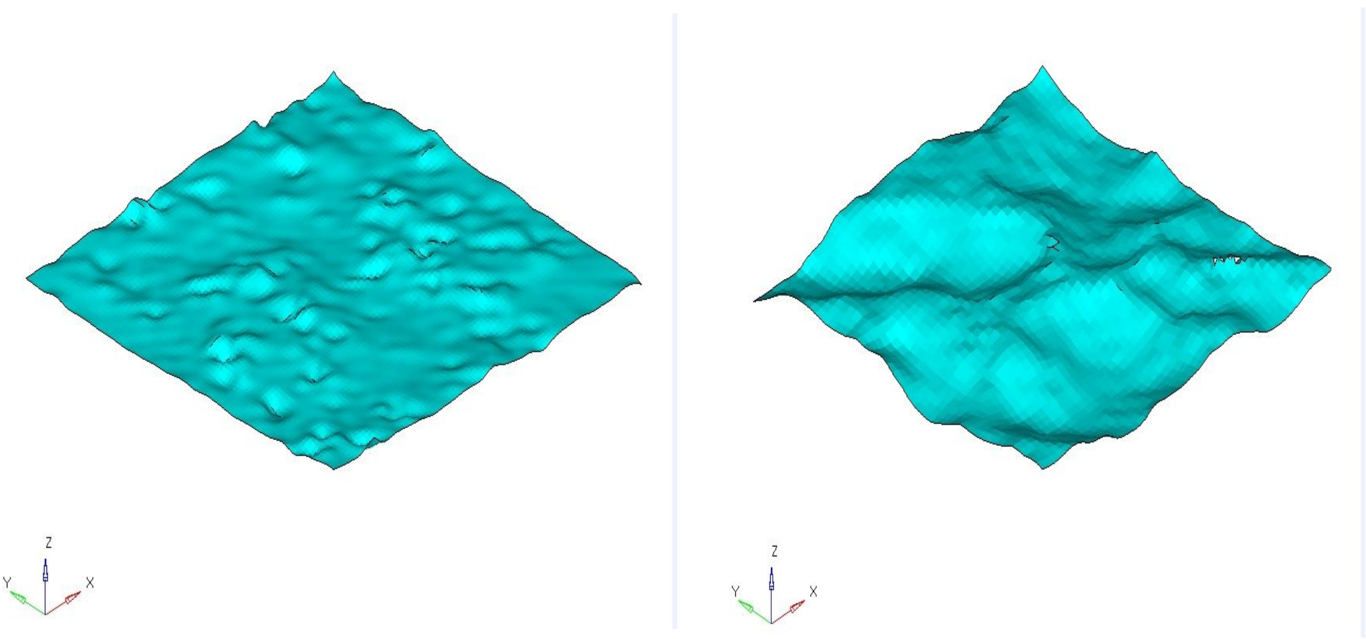
解析ソフト	Radioss 11.0　(陽解法)
単位系	[mm],[N],[s]
材料特性(ゴム平板)：横剛性率 G [MPa]	0.3333
材料特性(ゴム平板)：ポアソン比 ν	0.495
接触アルゴリズム	ペナルティ法
摩擦係数 μ_{in}	0.15(const.)
要素数	12800
節点数	15192

マクロな表面形状の摩擦への影響を評価するために，すべり摩擦時の摩擦係数 μ_{out} を計算した．解析結果の例を図 3-5 に示す．一定時間ゴム平板を押し込み，その後 x 方向へ強制変位を与えている．図より，しばらく x 方向変位を与えると振動しているが接線力が一定となることがわかる．この時，剛体球とゴム平板は完全に滑っていると考え，接触部における接線力と垂直力の比を μ_{out} とする．このようにして得たすべり時の摩擦係数 μ_{out} と解析時に入力した摩擦係数 μ_{in} から摩擦係数の増加率 $\Phi(=\mu_{\mathrm{out}}/\mu_{\mathrm{in}})$を算出し，摩擦の影響を評価する．平面同士の摩擦では Φ=1.0 であるので，凹凸をもつ表面では Φ が変化する．これは，摩擦係数がマクロな凹凸による影響をうけていることを意味する．



(a) (b)

図 3-3 解析モデル (a) 全体図 (b) 側面図.



(a) (b)

図 3-4 剛体表面モデル (a) 表面 A　(b) 表面 B.

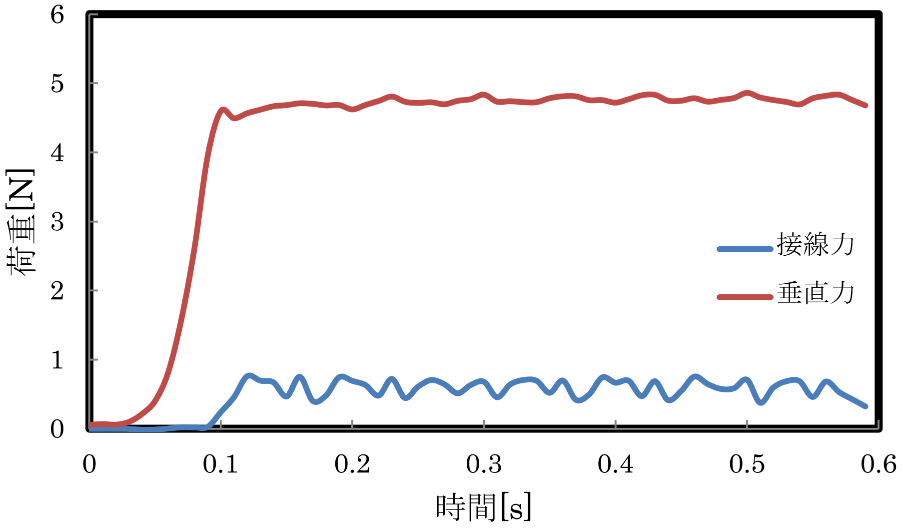


図 3-5　FEM 解析例.

第4章　接触・摩擦解析

4.1　接触解析

4.1.1　解析モデル

ここでは3章で示したモデルを用いてゴム平板の押し込み解析を行い，押し込み荷重と接触面積の関係を示す．　ゴム平板の上面を剛体拘束し，z方向の変位を与えることでゴム平板を剛体表面に押し込む．解析に用いる剛体表面は表面A,Bの2種類について解析を行う．

4.1.2　ヘルツの接触理論

ここでは接触に関する重要な公式である，ヘルツの接触理論について説明する．ヘルツは球と球の接触について，変形が弾性変形範囲であることを仮定して，荷重と接触部分の面積の関係を導いている[9]-[11].

式(4-1)は荷重 P における半径 a の接触円において中心からの距離 r に対する接触圧 p の分布を表わしたものである．ヘルツの接触理論では二つの球による接触領域は半径 a の接触円を断面とする楕円上に広がっていると仮定しており，そこから式(4-1)が導かれる．また，実際とは異なるがヘルツの理論では幾何的接触面全体が真実接触していると仮定している．

$$p(r) = \frac{3P}{2\pi a^3}\sqrt{a^2 - r^2} \tag{4-1}$$

式(4-1)に用いた接触円半径 a は式(4-2)のように表わされるが，ここで用いる R，K という定数はそれぞれ式(4-3)と式(4-4)のように表わされるパラメータである．係数 1，2 のついた R，v，E は接する二つの球のそれぞれの半径，ポアソン比，ヤング率を示している．

$$a = \sqrt[3]{\frac{RP}{K}} \tag{4-2}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \tag{4-3}$$

$$\frac{1}{K}=\frac{3}{4}\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1}+\frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right) \qquad (4\text{-}4)$$

ここで，半径 R_1 の球を平板に押しつける場合は，$R_2\rightarrow\infty$ とすればよく，結局 $R=R_1$ となる．
式(4-2)より，接触円の面積 A は式(4-5)で与えられる．

$$A=\pi a^2=\left(\frac{RP}{K}\right)^{\frac{2}{3}} \qquad (4\text{-}5)$$

このように，接触円の面積 A は荷重の 2/3 乗に比例する．
また二つの球の接近距離(δ)は式(4-6)のように表わされる．

$$\delta=\frac{a^2}{R}=\left(\frac{P}{Ka}\right) \qquad (4\text{-}6)$$

以上が工学分野で広く用いられる，ヘルツの接触理論の概要である．

4.1.3　解析結果：接触面積

FEM 解析の結果について以下に示す．　図 4-1 に表面 A，図 4-12 に表面 B の押し込み荷重と接触面積の関係を示す．接触面積は剛体表面と接触するゴム平板の要素が受け持つ面積の総和とした．図 4-1，図 4-2 より押し込み荷重と接触面積の関係を線形の関係にあることが分かる．

図 4-3 は表面 A と表面 B の押し込み荷重と接触面積率の関係を比較したものである．同じ押し込み荷重に対して表面 B のほうが接触面積率が大きくなっている．また表面 A に関して，押し込み荷重を増やしていくと，計算量が増えて解析が進まなくなってしまった．

図 4-4, 図 4-5 は, ゴム平板と剛体表面の接触面における z 方向応力のコンター図である．図 4-4，図 4-5 より，押し込み荷重が大きくなるほど接触面積が広がっているのが分かる．

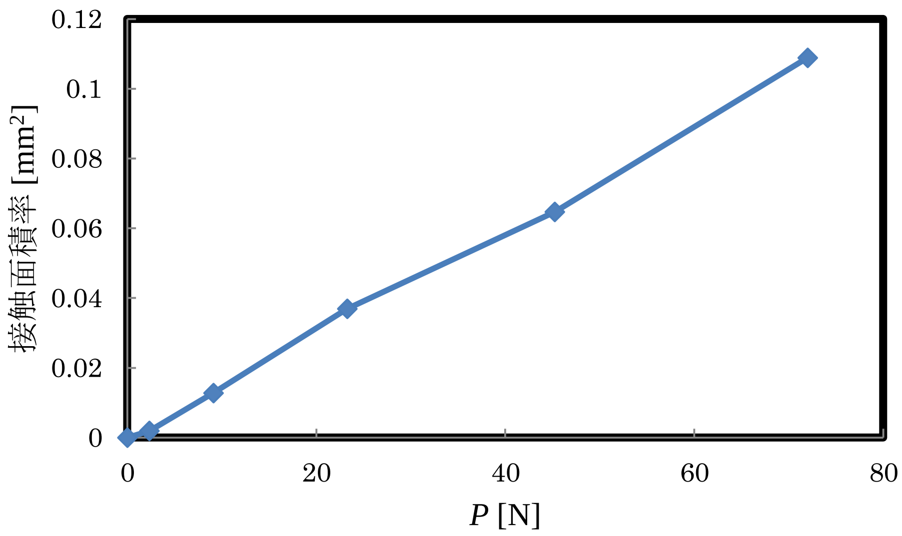


図 4-1 押し込み荷重に対する接触面積率：表面 A.

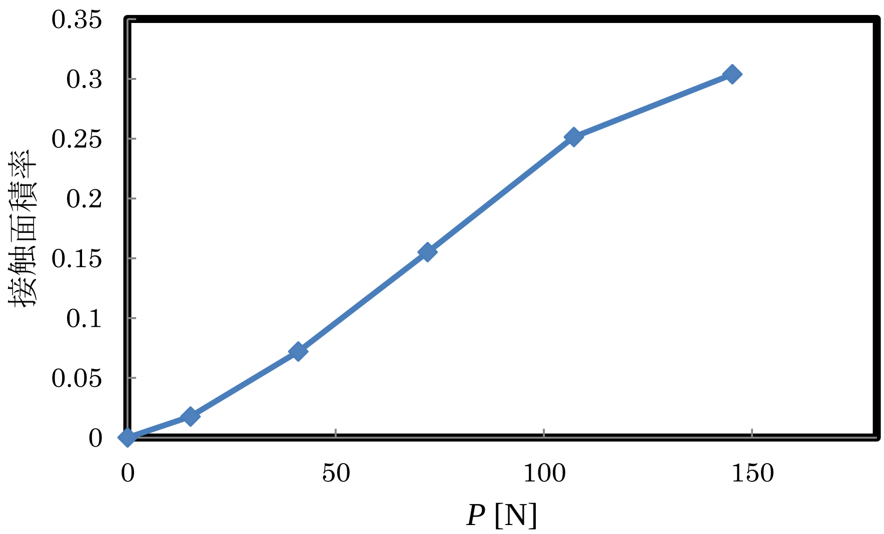


図 4-2 押し込み荷重に対する接触面積率：表面 B.

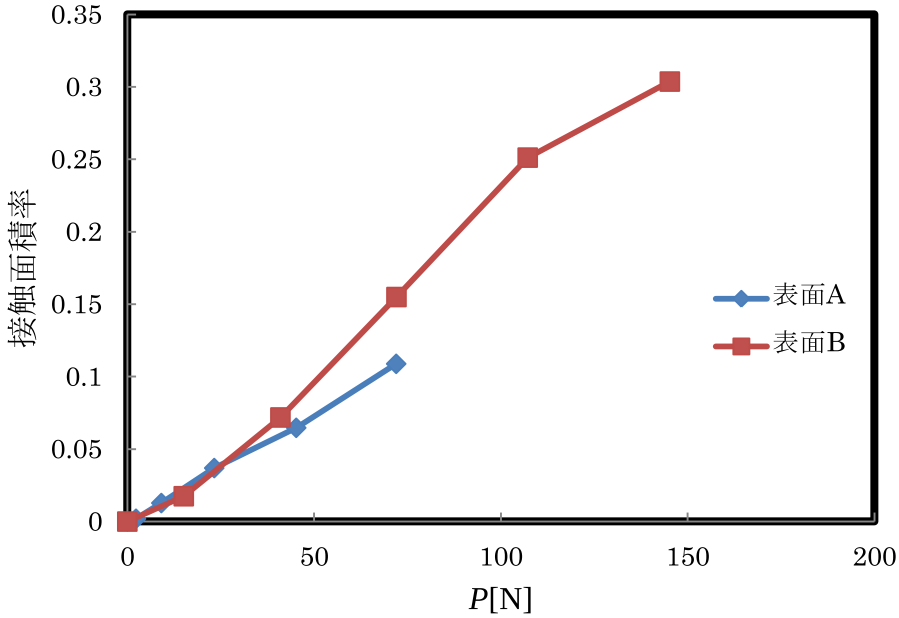
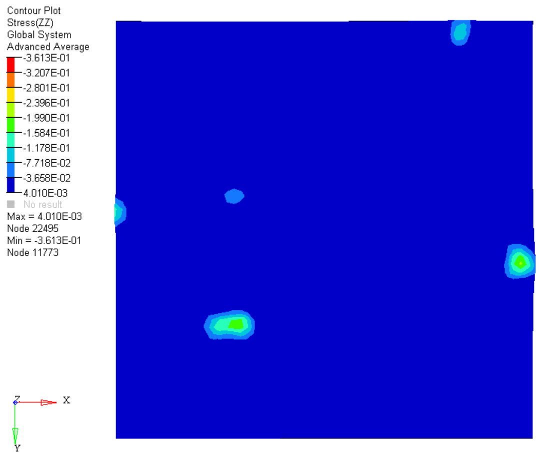
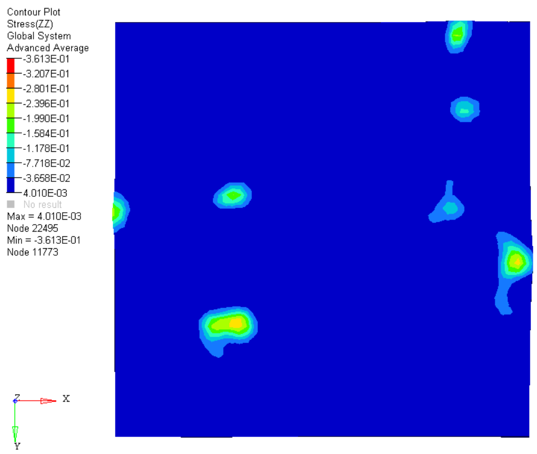


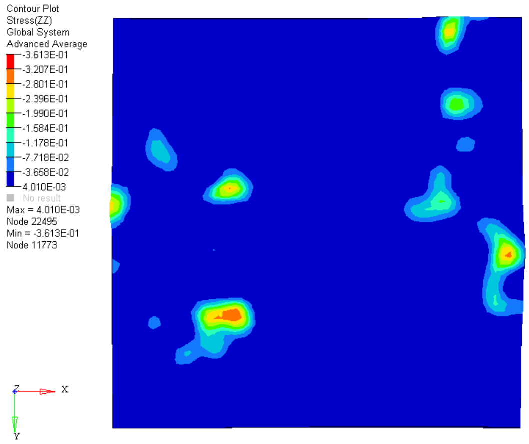
図 4-3 押し込み荷重に対する接触面積率の比較.



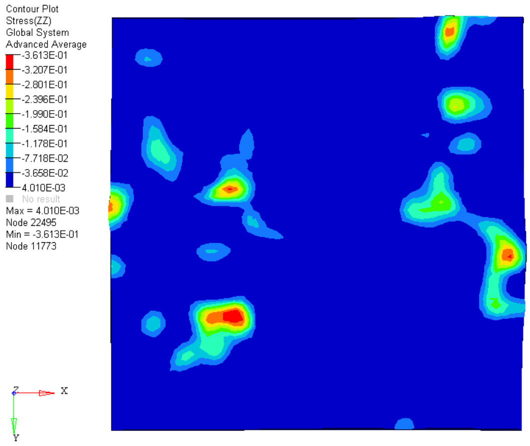
(a)P=9.11N



(b)P =23.3N

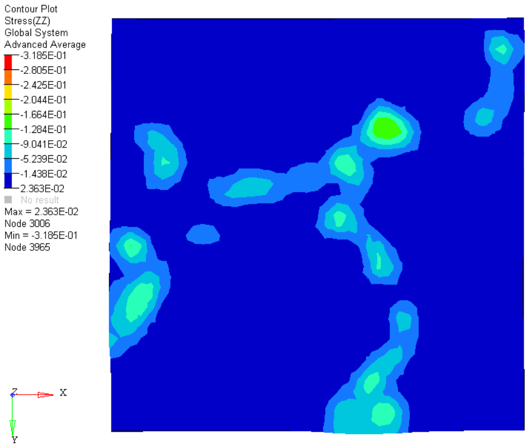


(c) P=45.2N

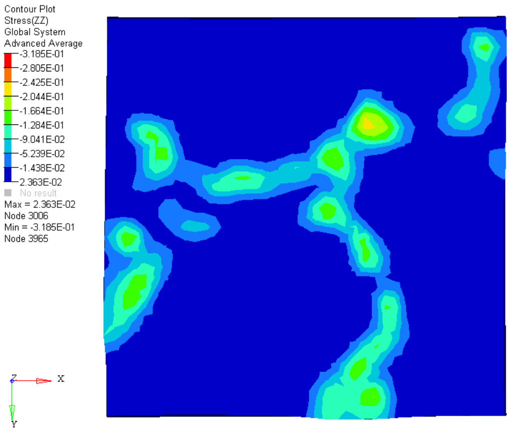


(d)P =72.0N

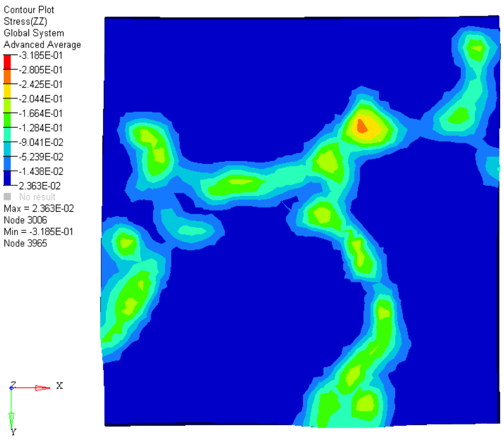
図 4-4 押し込み荷重の違いによる z 方向応力の変化:表面 A.



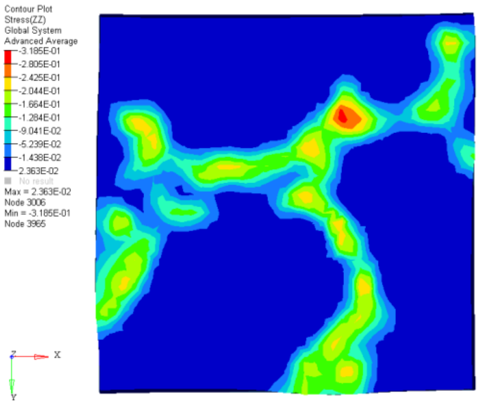
(a) *P*=15.1N



(b) *P*=41.0N



(c) *P*=72.1N



(d) *P*=144N

図 4-5 押し込み荷重の違いによる z 方向応力の変化:表面 B.

4.1.4　解析結果の考察

ここでは得られた接触面積と荷重についての解析結果の考察を行う．ゴム平板を押しつけていくとまず剛体表面に存在するもっとも大きな突起とゴム平板が接触する．突起の先端がある曲率半径の球面で表わされるとすると，接触は弾性的であり，ヘルツの接触理論に従う．ゴム平板を押し込んでいき，荷重を支え切れないと次に大きな突起と接触する．それでも支えきれないと次の突起と接触が生じ，突起の支持荷重が押しつけ荷重と釣り合うまで接触が続く．このようにして無数の突起で接触する．接触している突起の一つ一つの接触において，前述したヘルツの公式が成り立つとすると面積は荷重の 2/3 乗に比例する．しかしながら剛体表面とゴム平板でみると荷重と面積が比例している．

図 4-6 に示すような単純なモデルで考える．

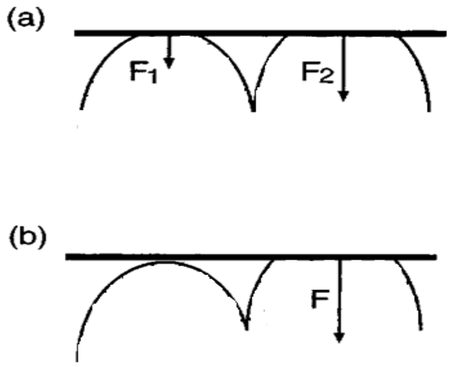


図 4-6 2 体モデル.

(a)における接触面積 A はヘルツの理論より

$$A = a(F_1^{2/3} + F_2^{2/3}) \tag{4-7}$$

となる．また $F=F_1+F_2$ であり，(b)における接触面積 A'は.

$$A' = aF^{2/3} = a(F_1 + F_2)^{2/3} < A \tag{4-8}$$

この関係式は接触する突起が増えても成り立ち，同じ荷重に対して接触している突起の数が増えるたびに接触面積が変化する．

コンター図をみると，荷重をあげていくとそれまで独立に接触していた突起部分が一つに合わさっていることが分かる．突起同士の相互作用により，垂直力が変化したものと考える．粗さを表面では突起同士の相互作用により荷重と面積が比例すると考えられる．

表面 A の凹凸はそれぞれ独立しているが表面 B はなだらかな凹凸が連なっており同じ荷重に対して表面 B のほうが接触率が大きくなったと考えられる．

実際のセルフアフィンフラクタル表面は図 1-2 のようにスケールの違う凹凸が存在している．本研究でモデル化した領域は限られており，今のモデルの最小波長もさらに細かくすることで接触面積は減少することが考えられる．

4.2　摩擦解析

4.2.1　解析モデル

ここでは，第 3 章で述べた解析モデルを用いて，剛体表面とゴム平板の接触・摩擦解析を行い，摩擦係数の増加率 Φ と押し込み荷重との関係を示す．ゴム平板の押し込み量を変化させて解析を行い，押し込み荷重と摩擦係数の増加率 Φ の関係を示す．

4.2.2　解析結果：垂直力 *P*

図 4-7，図 4-8 は押し込み量を変えた時の垂直力の変化である．x 方向変位を与えてゴム平板をすべらせている間は垂直力はほぼ一定である．表面 A は表面 B に比べて表面が粗く，局部的な変形量が大きくなるため，押し込み量を大きくすると解析が安定しなかった．

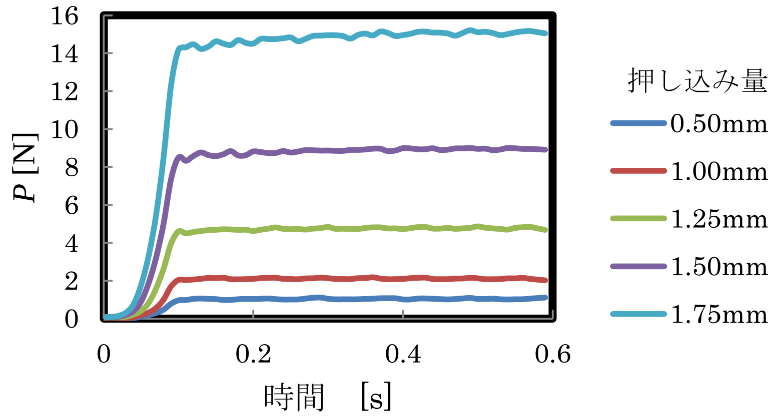


図 4-7 垂直力の時間変化：表面 A.

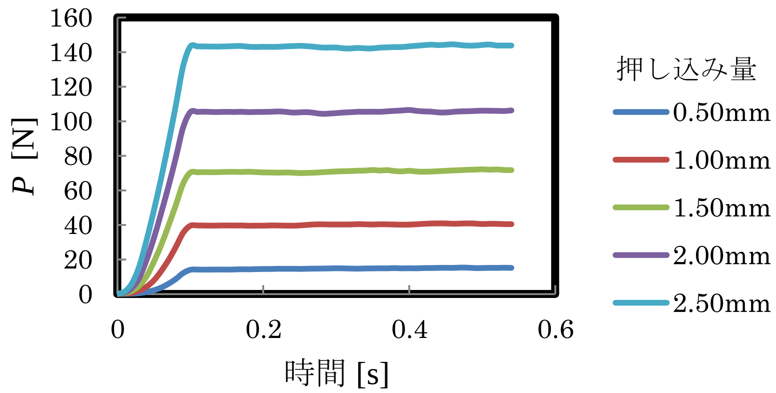


図 4-8 垂直力の時間変化：表面 B.

4.2.3　解析結果：接線力 *F*

図 4-9，図 4-10 は押し込み量を変えた時の接線力の変化である．押し込み量が大きいほど接線力の振動が大きくなっている．図 4-10 より表面 B では押し込み量が大きいほどすべり始めるまでに時間がかかっていることが分かる．

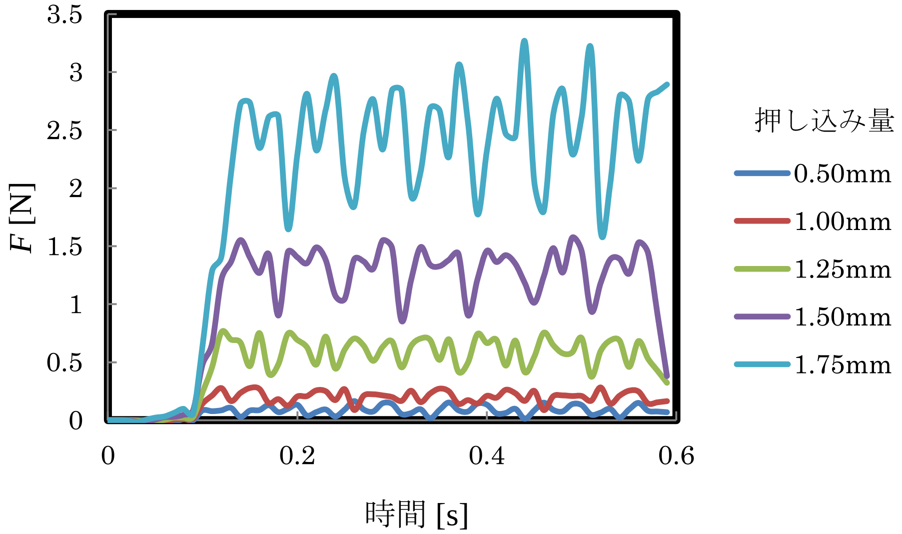


図 4-9 接線力の時間変化：表面 A.

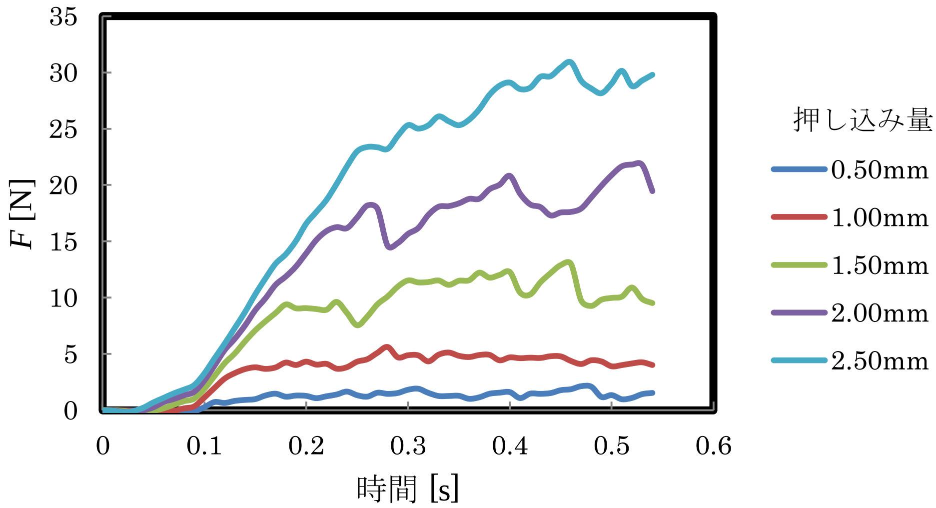


図 4-10 接線力の時間変化：表面 B.

4.2.4　解析結果：摩擦係数の増加率 Φ

解析結果から得られた垂直力と接線力を用いて摩擦係数を導出し，入力した摩擦係数との比から摩擦係数増加率を導出した．計算結果はタイムステップごとに出力される値の平均値を用いており，標準偏差をエラーバーとしている．

図 4-11，図 4-12 に摩擦係数増加率と押し込み荷重の関係を示す．どちらの表面についても押し込み荷重が大きいほど摩擦係数増加率が大きくなっている．タイムステップごとのばらつきは表面 A のほうが大きくなっている．荷重が小さい範囲においては摩擦係数の増加率は 1 より小さくなっており，入力した摩擦係数よりも計算結果から得られた摩擦係数のほうが小さくなっている．

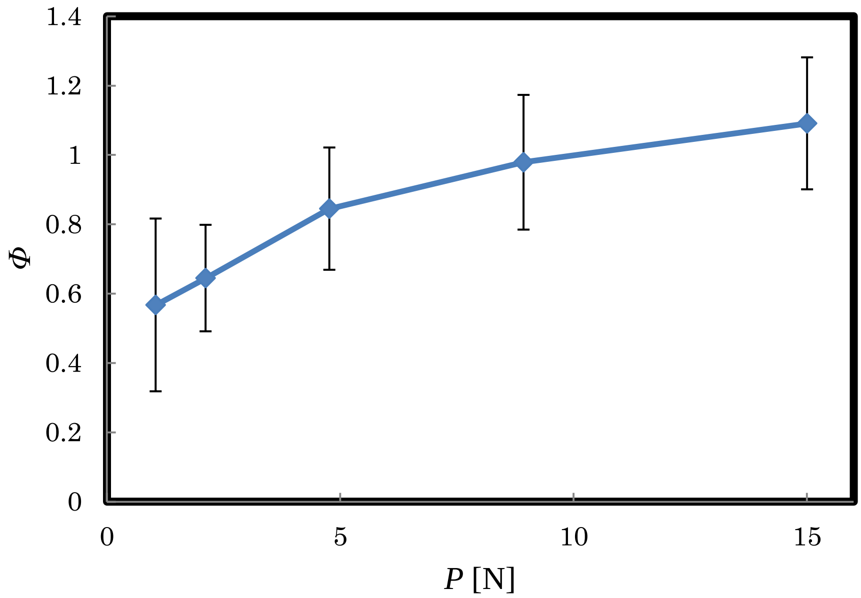


図 4-11 押し込み荷重に対する摩擦係数増加率：表面 A.

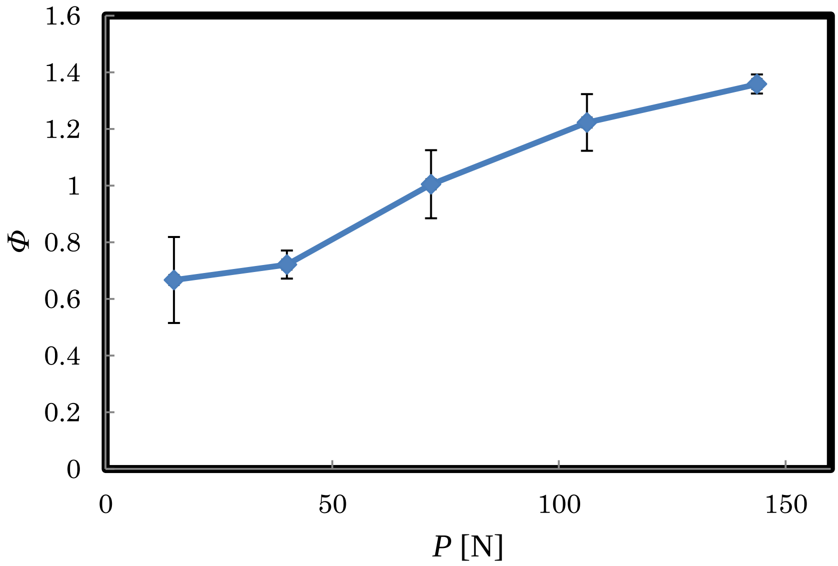


図 4-12 押し込み荷重に対する摩擦係数増加率：表面 B.

押し込み荷重が小さくなると $\varPhi$ が 1 より小さくなることについて，ゴム平板のメッシュが十分ではなく，表面の凹凸を十分表現できていないと考える．元のゴム平板のメッシュを細かくした解析を行った．詳細モデルの要素数は 600000 要素，節点数 71407 節点である．解析結果を以下に示す．詳細モデルでは，元のモデルよりも垂直力が大きくなり，接線力は小さくなった．摩擦係数増加率 $\varPhi$ は元のモデルよりも小さくなった．

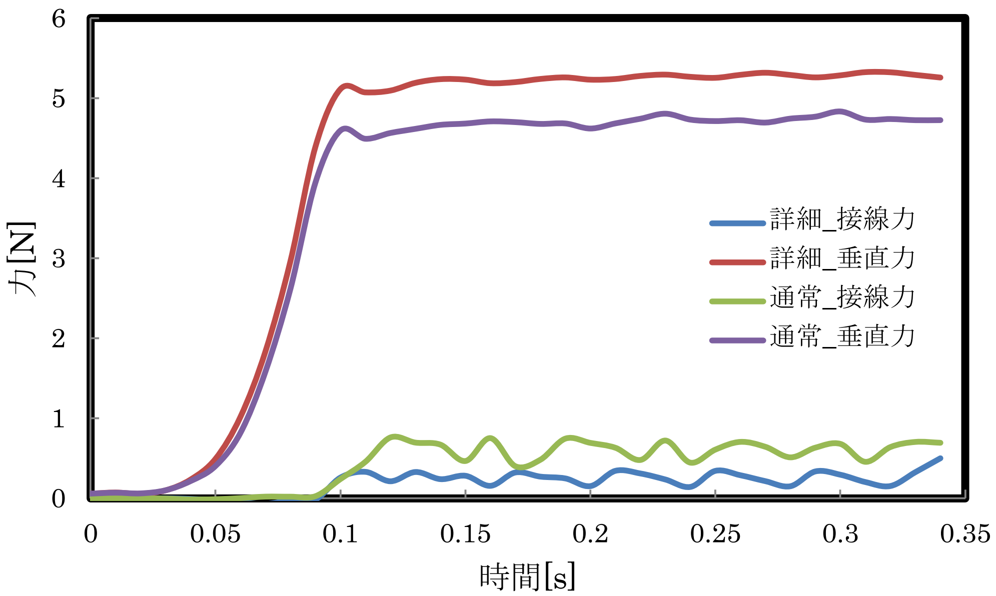


図 4-13 詳細モデル比較.

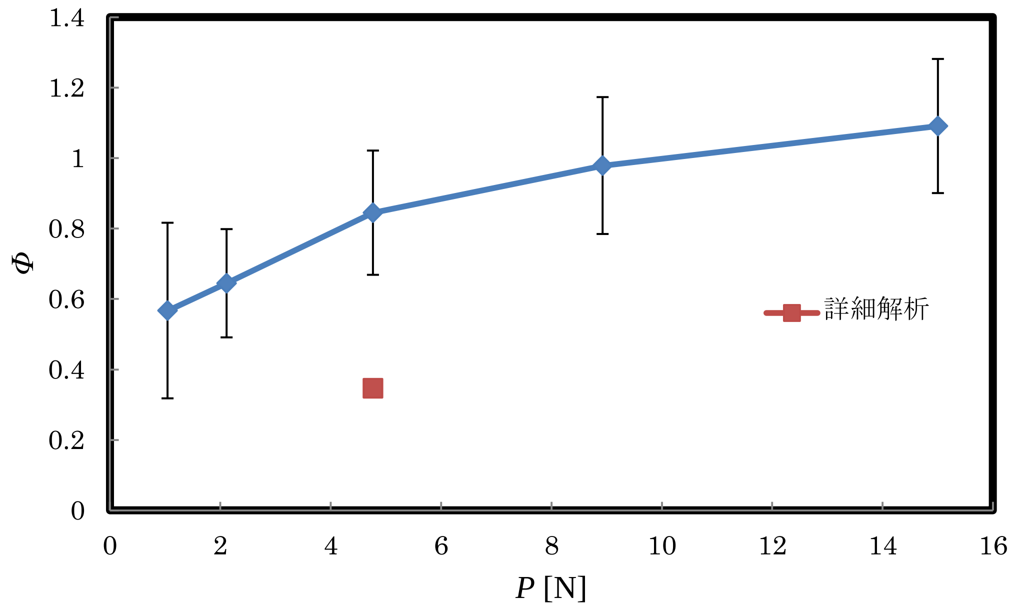


図 4-14 詳細モデル $\varPhi$.

4.2.5 解析結果の考察

ゴムと剛体表面の接触・摩擦解析を行い，摩擦係数の増加率 Φ は図に示すようにゴム平板の押し込み荷重によって変化し，押し込み荷重が大きいほど摩擦係数の増加率が大きくなることが分かった．これは押し込み荷重が大きいほど剛体表面の凹凸部分にゴムが引っかかる部分が多くなり，接線力が大きくなったため，入力した摩擦係数よりも計算で得られた摩擦係数のほうが大きくなったと考えられる．接線力が振動していることからゴム平板と剛体表面の間でスティックスリップ現象が起きていると考える．スティックスリップを防ぐためにゴム平板に粘性減衰を取り入れたモデルで，解析する必要がある．

Φ が 1 より小さくなることについて考察する．Φ が1 より大きくなるのは突起部分にゴムが引っかかることで接線力が増加するからであり，押し込み荷重を小さくしても突起が存在する面に対しても接触では Φ が 1 より大きくなるはずである．精度を上げるためにメッシュを細かくして解析を行うと Φ がさらに小さくなった．押しつけ荷重が小さく，Φ が 1 より小さくなる領域では接触解析の結果より，接触面積率は 0.05 程度である．ゴム平板と剛体表面が十分接触しておらず，接触力が正確に計算されなかったと考える．また，接触アルゴリズムのペナルティ法も原因であると考える．ペナルティ法では接触すると思われる場所にあらかじめ仮想的なばねを想定し，物体同士がある距離まで近づくと力が発生する．ゴム平板と剛体表面の接触面積が小さく，仮想的に想定したばねのばね剛性の影響を受け，十分な精度をもった解が出ていないと考える．

第5章　結論と展望

5.1　結論

本研究では，ゴム-路面間の接触における摩擦係数の予測モデルを構築することを目的とし，表面粗さを表現する凹凸モデルを提案し，有限要素法解析によってマクロな幾何学的形状と摩擦係数の力学的関係を明らかにした．本研究で得られた新たな知見について以下にまとめる．

セルフアフィンフラクタル性を持つ表面とゴムの接触において，垂直荷重と真実接触面積が比例関係にある．セルフアフィンフラクタル性を持つ表面のすべり時の摩擦係数の増加率 Φ は，垂直荷重を増加させていくと Φ は増加していく．荷重が小さい範囲においては Φ は 1 より小さくなり，入力した摩擦係数よりも小さくなる．

実際に得られた高さデータから表面モデルを作成し，接触・摩擦解析を行うことでマクロな凹凸による影響が評価できる．

5.2　展望

本研究でマクロな凹凸の幾何学的形状の相互作用が摩擦係数に影響を与えることを明らかにした．本研究では，ゴム平板を超弾性体として解析を行い，粘性や温度変化については考慮していない．特に摩擦解析においては，粘性を解析に取り入れることで，接線力の振動を抑えることができると考える．ゴム平板のモデルを実際の物体と近いモデルにすることで，ゴムの摩擦係数が表面の凹凸から受ける影響をより精度よく見積もることが可能になると期待できる．表面に関しては，別の測定箇所からモデルを作り，確認する必要がある．

マクロな凹凸が摩擦係数に与える影響を評価するモデルを構築し，ミクロスケールの摩擦係数を導出する Persson の理論モデルと組み合わせることにより，マクロな凹凸からミクロな凹凸までを考慮した摩擦係数が理論的に導出可能になると考える．

謝辞

本研究を進めるにあたり，多くの方々にご指導，ご支援をいただき大変感謝しております.

指導教員であった酒井教授にはお忙しい中，貴重な時間をさいていただき私の研究に対する様々なご指導をいただきました．心より感謝申し上げます.

泉聡志准教授には，研究に専念することができるような素晴らしい研究環境を提供していただき，研究を進めるにあたり数多くの助言をいただきました．心より感謝申し上げます.

田中展助教には研究の開始時から和やかな雰囲気の輪講などを通して，研究内容以外にもアドバイスをいただき感謝しております．　輪講では M2 の森住さん，荒牧にお世話になり，多岐にわたって相談にのっていただきました．感謝しております.

研究室の先輩方，同期の皆様には非常に充実した研究環境を整えていただきました．本研究活動を支えていただいた研究室の皆様に深く感謝申し上げます.

以上で簡単ではありますが本卒業論文の謝辞とさせていただきます.

参考文献

[1] 松崎亮介, 平岡直樹, 轟章, 水谷義弘, “路面状態推定のためのタイヤの三次元変形計測”, M&M2011 カンファレンス講演論文, (2011), OS0304

[2] B. N. J. Persson, “Rubber friction and tire dynamics”, J. Phys.: Condens. Matter, Vol. 23, (2011), 015003B. N. J. Persson, “Theory of rubber friction and contact mechanics”, J. Chem. Phys., Vol. 115, (2001), pp.3840-3861

[3] B. N. J. Persson, O. Albohr, U. Tartaglino, A. I. Volokitin and E. Tosatti, “On the nature of surface roughness with application to contact mechanics, sealing, rubber friction and adhesion”, J. Phys.: Condens. Matter, Vol. 17, (2005), pp.1-62

[4] G.Carbone, B. Lorenz, B. N. J. Persson, and A. Wohlers, “Contact mechanics and rubber friction for randomly rough surfaces with anisotropic statistical properties”, Eur. Phys. J. E, Vol. 29, (2009), pp.275-284

[5] B. Lorenz, B. N. J. Persson, S. Dieluweit, and T. Tada, “Rubber friction: Comparison of theory with experiment”, Eur. Phys. J. E., Vol. 34, (2011)

[6] P. Gabriel, A. G. Thomas, J.J.C. Busfield, “Influence of interface geometry on rubber friction”, Wear, Vol268, (2010), pp.747-750

[7] Hassan Eid and George G Adams, “An elastic-plastic finite element analysis of interacting asperities in contact with a rigid flat”, J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 40, (2007), pp.7432-7439

[8] 高安秀樹, “フラクタル化学”, 朝倉書店, (1995)

[9] 岡本紀明,大谷和弘,三沢恵一郎,吉田賢治,”ゴムローラによる紙搬送の速度特性と支配メカニズムの解明”,日本機械学会論文集(C 編),67,654(2001)475

[10] 沢俊行,2006.11,「材料力学マンダラ」,日経ものづくり第 23 巻,日経 BP 社

[11] 深堀美英,2000.10,「設計のためのトライボロジーの基礎」,P119,技報堂出版

[12] 加藤孝久,2004.12,「トライボロジーの基礎」,P27,培風館

[13] T.G.Clapp,A.C.Eberhardt & C.T.Kelly, “Deveolpment and Validation of aMethod for Approximating Road Surface Texture-Induced Contact Pressure in Tire-Pavement Interaction”,Tire Science and Technology,16,(1988).

以上

P.1　～　P.51

卒業論文

平成25年2月1日　提出

指導教官　　　　酒井　信介　教授

110175　伊藤　哲久