

卒業論文

直動型摩擦試験による
ゴム - 路面間のマルチスケール評価
p.1 — p.107 完

2014 年 1 月 31 日

指導教員 泉 聡志 准教授

120251 吉村 侯泰

目次

1	序論	9
1.1	研究の背景	10
1.2	従来の研究	11
1.3	研究の目的	12
1.4	本論文の構成.....	13
2	タイヤ - 路面間の摩擦理論.....	14
2.1	摩擦現象のマルチスケール性.....	15
2.2	ゴムの粘弾性特性.....	16
2.3	Persson の摩擦理論	18
2.3.1	接触理論.....	18
2.3.2	すべり摩擦.....	27
2.3.3	路面表面粗さパワースペクトル.....	32
3	摩擦試験	34
3.1	ゴムサンプルの粘弾性特性.....	35
3.2	路面サンプルの表面粗さパワースペクトル.....	37
3.2.1	路面サンプル.....	37
3.2.2	表面高さデータ測定.....	38
3.2.3	表面粗さパワースペクトルの計算.....	40
3.3	直動型摩擦試験の概要.....	42
3.4	同一応力下における直動型摩擦試験.....	44
3.4.1	試験概要.....	44
3.4.2	試験結果.....	47
3.5	エッジ処理の有無に基づく直動型摩擦試験.....	53
3.5.1	試験概要.....	53
3.5.2	試験結果.....	55
3.6	考察および摩擦係数予測に用いる実験値選定.....	61
4	摩擦係数予測	63
4.1	カットオフ波数 q_l の逆算に基づく摩擦係数予測.....	64
4.1.1	計算条件.....	64
4.1.2	計算結果.....	67
4.2	オフセットを考慮した摩擦係数予測.....	68
4.2.1	計算条件.....	68
4.2.2	計算結果.....	70
4.3	オフセットの同定およびそれに基づく摩擦係数予測.....	72
4.3.1	計算条件.....	72

4.3.2	計算結果.....	74
4.4	考察	75
5	結論と今後の課題.....	79
5.1	結論	80
5.2	今後の課題	81
付録 A	スティックスリップ現象.....	82
付録 B	標準偏差および標準偏差の平均値.....	90
付録 C	厚さの異なるゴムサンプル比較.....	92
付録 D	潤滑剤を用いた摩擦試験.....	97
付録 E	ゴムサンプル A およびゴムサンプル C における摩擦係数予測	102
謝辞		104
参考文献		105

図目次

Fig. 1-1 Simulation of tire property (© Bridgestone Corporation).	10
Fig. 2-1 A rubber squeezed against a hard, rough, substrate.	15
Fig. 2-2 (a) Voigt • Kelvin Model (b) Maxwell Model.....	17
Fig. 2-3 Generalized Maxwell Model.	17
Fig. 2-4 Elastic contact between a flat rubber surface and a hard solid substrate.	18
Fig. 2-5 The energy dissipated during the time period t_0 (macro).....	28
Fig. 2-6 The energy dissipated during time period t_0 (micro).	28
Fig. 2-7 The surface roughness power spectrum of a surface which is a self-affine fractal for $q_0 < q < q_1$	33
Fig. 3-1 The change on the loss tangent of the rubber, depending on temperature.	36
Fig. 3-2 The complex modulus of elasticity.	36
Fig. 3-3 Surface sample.	37
Fig. 3-4 (a) Macroscope[28] (b) Laser microscope.....	38
Fig. 3-5 The surface roughness power spectrum.	41
Fig. 3-6 Straight type friction tester.	42
Fig. 3-7 A typical experimental result.	43
Fig. 3-8 Square rubber samples.....	45
Fig. 3-9 A cross sectional view of edge-processed rubber sample.	45
Fig. 3-10 Experimental results of rubber sample A.	48
Fig. 3-11 Experimental results of rubber sample B.....	49
Fig. 3-12 Experimental results of rubber sample C.	50
Fig. 3-13 Experimental results of rubber samples A, B, and C.....	51
Fig. 3-14 An enlarged view of experimental results of rubber samples A, B, and C.	52
Fig. 3-15 Experimental results of rubber samples A', B', and C'.	56
Fig. 3-16 Experimental results of rubber samples A and A'.	58
Fig. 3-17 Experimental results of rubber samples B and B'.	59
Fig. 3-18 Experimental results of rubber samples C and C'.	60
Fig. 4-1 The calculation algorithm of the $\zeta_{\max}$	66
Fig. 4-2 μ - v curves comparing the calculation with the experiment for rubber sample B.....	67
Fig. 4-3 The calculation algorithm of the $\zeta_{\max}$ for the change on μ_{offset}	69
Fig. 4-4 μ - v curves comparing the calculation with the experiment for rubber sample B based on the change on μ_{offset}	70
Fig. 4-5 Cut off wavenumber q_1 and wavelength λ_1 depending on μ_{offset}	71
Fig. 4-6 The calculation algorithm of the $\zeta_{\max}$ and μ_{offset}	73
Fig. 4-7 μ - v curves comparing the calculation with the experiment for rubber sample B based	

on calculated μ_{offset} and ζ_{max}	74
Fig. 4-8 The surface roughness power spectrum for $q_L \leq q$	75
Fig. 4-9 The calculation of the fraction of real contact area.	77
Fig. A-1 An experimental result of rubber sample B' at a speed of 0.1 mm/s.	84
Fig. A-2 An experimental result of rubber sample B' at a speed of 10.0 mm/s.	84
Fig. A-3 Experimental results of rubber sample A' ($0.1 \leq v \leq 10.0$ mm/s).	86
Fig. A-4 Experimental results of rubber sample B' ($0.1 \leq v \leq 10.0$ mm/s).	87
Fig. A-5 Experimental results of rubber sample C' ($0.1 \leq v \leq 10.0$ mm/s).	88
Fig. A-6 Standard deviation of rubber samples A', B', and C'.	89
Fig. A-7 Standard deviation average of rubber samples A', B', and C'.	89
Fig. C-1 Experimental results of rubber samples A' and A''.	94
Fig. C-2 Experimental results of rubber samples B' and B''.	95
Fig. C-3 Experimental results of rubber samples C' and C''.	96
Fig. D-1 Experimental results under lubrication of grease.	99
Fig. D-2 Experimental results under lubrication of silicone oil.	99
Fig. D-3 Standard deviation average under lubrication of grease.	100
Fig. D-4 Standard deviation average under lubrication of silicone oil.	100
Fig. D-5 A typical stribeck curve.	101
Fig. E-1 μ -v curves comparing the calculation with the experiment for rubber sample A based on calculated μ_{offset} and ζ_{max}	103
Fig. E-2 μ -v curves comparing the calculation with the experiment for rubber sample C based on calculated μ_{offset} and ζ_{max}	103

表目次

Table 3-1 Test piece properties.	35
Table 3-2 Conditions of the measurements.	39
Table 3-3 Surface properties.	41
Table 3-4 Specification of the friction tester.	43
Table 3-5 Conditions of friction tests of rubber samples A, B, and C.	46
Table 3-6 Friction coefficient properties of rubber samples A, B, and C.	52
Table 3-7 Conditions of friction tests of rubber samples A', B', and C'.	54
Table 3-8 Friction coefficient properties of rubber samples A', B', and C'.	57
Table 4-1 Calculation conditions.	65
Table A-1 Conditions of friction tests of rubber samples A', B', and C' ($1.0 < v \leq 10.0$ mm/s).	85
Table C-1 Conditions of friction tests of rubber samples A'', B'', and C''.	93
Table D-1 Conditions of friction tests under lubrication.	98
Table E-1 Calculated μ_{offset} and q_1 on each rubber sample.	102

1 序論

1.1 研究の背景

タイヤは唯一路面に接していて車両を支える重要な機械要素であり、その摩擦係数は車両自体の性能を左右する重要な因子となる[1]。企業におけるタイヤ設計では、タイヤと路面との間で起こっている現象について、メカニズム解明と技術開発が積み重ねられており、トレッドパターンによる転がり抵抗への影響などについて有限要素法を用いたシミュレーション (Fig. 1-1 参照) が行われている[2][3]。

シミュレーションにおいて摩擦係数は不可欠な要素であり、現在でもゴムと路面の組み合わせ毎に摩擦実験を行い、摩擦係数が求められている。しかし、同一のタイヤ - 路面間であっても、摩擦係数は環境温度やすべり速度により変化することが知られており[4]、シミュレーションで必要となる摩擦係数を全て実験で得ようとする、開発にかかる時間およびコストの増大は避けられない。

摩擦実験による開発時間およびコストを鑑みれば、タイヤゴムと路面間の摩擦現象を表現する数値モデルを構築することは非常に有用である。上述の温度や速度など、様々な条件下での摩擦係数を理論的に算出できることが望まれている。

現在、タイヤの転がり抵抗は、走行時のタイヤの変形によるエネルギーロス (ヒステリシスロス)、トレッドゴムの路面との接地摩擦 (凝着摩擦・掘り起こし摩擦) によるエネルギーロス、およびタイヤの回転に伴う空気抵抗によるエネルギーロスの 3 つの要因からなるとされている。特に、寄与率としては、ヒステリシスロスが 8 割以上を占めるとされている[5][6]。

しかし、摩擦係数を理論的に予測するのは非常に困難である。この原因のひとつとして、接触面積の問題がある。路面の表面には、マクロスケールから眼に見えないミクロスケールまでの凹凸が存在し、見かけ上の接触面積と実際に接触している真実接触面積は大きく異なる。また、路面のスケールだけではなく、ゴムなどの高分子材料が有する粘弾性特性も考慮しなければならない。以上でみられるように、ゴム - 路面間の摩擦は、路面およびゴムの特性が反映されるヒステリシス摩擦や粘着摩擦などが存在する複雑な現象である。

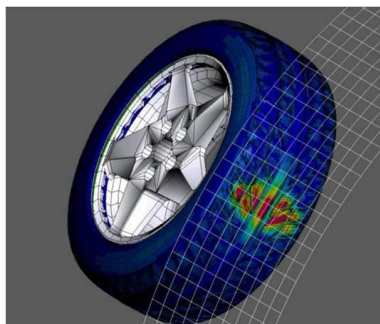


Fig. 1-1 Simulation of tire property (© Bridgestone Corporation).

1.2 従来の研究

ゴム - 路面間の接触面積を考慮した上で、表面粗さと粘弾性特性を扱った数理モデルをはじめて構築したのは、Persson である[7]。以下では、真実接触面積とゴムの粘弾性特性における関連研究を簡単に説明し、Persson が構築したゴム - 路面間摩擦モデルの取り組みと最近の研究動向について記述する。

従来、金属間における摩擦と接触面積の関係については、Amontons の法則[8]がよく知られている。この法則によれば、2 固体間のマクロの摩擦力 F_f は荷重 L に比例し、 $F_f = \mu L$ を満たす。ここで、 μ はマクロな摩擦係数であり、 F_f は見かけの接触面積に依らないとされる。その後、真実接触領域についての考察[9]から、摩擦力が真実接触面積に比例することが示された。これまでに、様々な曲率半径の完全に滑らかな表面に対して、摩擦特性を明らかにするための実験やシミュレーションが行われているほか[10]、単一のスケールで見た路面表面粗さのみを有する路面モデルも考えられてきた[11][12]。

しかし、タイヤ - 路面間のようなゴムの摩擦は、多くの点で他の固体間の摩擦特性とは異なる挙動を示す。この要因として、ゴムの粘弾性特性が挙げられる。粘弾性特性を有する物質は、固有の特性速度（特性時間／緩和時間）を基準として、粘性的あるいは弾性的な振る舞いを示す[13]。その原理の解明、変形挙動の正確な表現を目指し、動的ひずみを評価するなど多くの研究が行われてきた[14]–[16]。

上述した粘弾性特性に基づいた真実接触面積率を評価するため、まず Persson は、単一の粗さを持つ理想化された表面に対するゴムの摩擦理論を構築した[17][18]。その後、Persson は実際の路面が不規則に粗い表面を持つことに着目し、様々なスケールの粗さを考慮した摩擦モデルを提案した[7][19]。この Persson の摩擦モデルによれば、路面表面粗さパワースペクトルとゴムの粘弾性特性からゴムのヒステリシスロスに起因するゴム - 路面間の摩擦係数を計算することができる。さらに、Persson は、摩擦によるゴムの局所的加熱を取り入れ、より正確な摩擦係数の導出を試みた[20]。また、表面間の凝着力についても接触理論に基づいた評価が行われている[21][22]。特に、ゴムの局所的加熱の影響については、森住らにより摩擦試験に基づいた評価も報告されている[23][24]。

以上に示したように、ゴムと路面間の摩擦特性の知見に基づいて、様々なモデルが考案されており、Persson の摩擦モデルは摩擦係数を予測するにあたって有効な手段であると考えられる。しかし、Persson の摩擦モデルではミクロなスケールにおけるカットオフ波数の決定方法についての見解が十分ではない。さらに、摩擦試験と Persson の摩擦モデルとを直接的に評価した事例は未だ少なく、摩擦モデルの妥当性を正確に評価するには至っていない。したがって、摩擦モデルとの比較が可能なように摩擦試験を実施し、摩擦現象における摩擦モデルの位置づけを評価する必要がある。

1.3 研究の目的

1.1 節で述べたように、路面表面は分子スケールまでの幅広いスケールの凹凸を有し、ゴムは弾性的な挙動と粘性的な挙動とを併せ持っており、ゴム - 路面間の摩擦は、ヒステリシス摩擦、凝着摩擦、掘り起こし摩擦などの要素からなる複雑な現象である。特に、タイヤゴムの場合、硫黄やカーボンブラックなどの化学配合から決定される粘弾性特性がヒステリシス摩擦に直接寄与するため、表面凹凸によって損失する、いわゆるヒステリシスロスを実量的に予測することは、ゴム配合にとって重要な指標となる。したがって、本研究ではより正確なヒステリシスロスに相当する摩擦係数を導出することを目的とする。

摩擦現象からヒステリシス摩擦を抽出するには、他の現象の影響を排除する必要がある。すべり速度が大きくなると路面の凹凸の波長に対する周波数も増大し、またゴム内部の温度が上昇するため、本研究ではそれらの寄与が小さい低速度域での摩擦試験を行う。そして、ゴムサンプルの面積やエッジ部分の摩擦係数に対する影響を実験的に評価する。

得られた実験値と比較するため、実際の路面粗さデータや粘弾性データに基づいて、ヒステリシス摩擦を表現する Persson の摩擦モデルによる摩擦係数を算出する。摩擦試験によりヒステリシスロス以外の影響を考慮する必要性が示されれば、摩擦係数予測に反映させ、正味と考えられるヒステリシスロスに相当する摩擦係数を求める。

以上のようにして、摩擦現象におけるヒステリシスロスの正味の割合を得ることで摩擦メカニズムの基礎的理解を深め、マルチスケールな表面上を摺動するゴム摩擦予測法の構築を目指す。

1.4 本論文の構成

本論文の構成を以下に示す.

第 1 章「序論」

本研究の背景, 従来の研究, および研究の目的を述べる.

第 2 章「タイヤ - 路面間の摩擦理論」

タイヤ - 路面間の摩擦について, 概要を述べ, 本研究で用いる Persson の接触理論・摩擦理論について説明する.

第 3 章「摩擦試験」

本研究で用いるゴムおよび路面の特性を示し, 実施した直動型摩擦試験の概要と結果を説明して考察を行う.

第 4 章「摩擦係数予測」

本摩擦理論に基づく摩擦係数の計算を行い, 実験値と比較して考察を行う.

第 5 章「結論と今後の課題」

本研究の結論と今後の課題について述べる.

2 タイヤ - 路面間の摩擦理論

2.1 摩擦現象のマルチスケール性

固く粗い表面上をすべるゴムに生じる摩擦力は、主として、ゴムが路面上の凹凸により周期的な変動を行う際に発生するエネルギーロスによるヒステリシス項と、接触表面間の相互作用（主には van der Waals 力）により生じる凝着（粘着）項とに起因する。特に、タイヤゴムにおいては、ヒステリシスロスが、寄与率としては 8 割以上を占めることが知られている[5][6]。

路面の凹凸はあらゆるスケールで存在する (Fig. 2-1 参照)。例えば、あるスケールで見た凹凸の表面を拡大すると、さらに小さい凹凸が存在することが分かる。このような凹凸は分子スケールまで存在し、このような特性をマルチスケール性と称する。Persson は、あらゆるスケールの路面の粗さの摩擦力に対する寄与を全て考慮することで、任意の粗さを持つ路面に対するゴムの摩擦理論を構築した[19]。つまり、路面表面のあらゆるスケールの凹凸をゴムが摺動する際に生じるエネルギーロスの積算、すなわちヒステリシスロスの積算を、摩擦力と等価と考えた。

本章では、そのようなマルチスケール性に基づくヒステリシスロスを考慮した Persson のモデル、およびそれに付随するゴムと路面の特性について説明する。

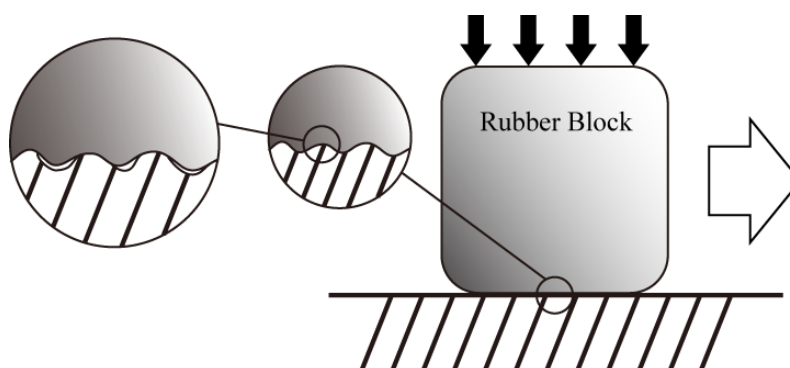


Fig. 2-1 A rubber squeezed against a hard, rough, substrate.

2.2 ゴムの粘弾性特性

ゴムを含む高分子物質は、その高分子鎖の持つ粘弾性により特異的な力学挙動を示す[4]。粘弾性体は、非常に速い変形に対しては弾性的な、非常に遅い変形に対しては粘性的な振る舞いを見せる。このような挙動をスプリングとダッシュポットの力学モデルによって表現できれば、数学的に取り扱うことが容易になる。ここで、粘弾性体の典型的な挙動であるクリープと応力緩和を考える。この両挙動を表現するために考案された代表的なモデルが、Voigt・Kelvin モデルと Maxwell モデルである (Fig. 2-2 参照)。

実際の粘弾性体の力学的挙動は複雑であるため、構成要素を増やして、より正確に挙動を近似することになる。そこで、本研究における粘弾性挙動の表現は Fig. 2-3 に示す一般化 Maxwell モデルを用いる。現在、粘弾性解析ではこの一般化 Maxwell モデルが広く使用されている。一般化 Maxwell モデルの応力緩和式と緩和弾性率はそれぞれ次のように表される。

$$\sigma(t) = \sigma_0 + \sum_{i=1}^n \sigma_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \quad (2.1)$$

$$E(t) = E_0 + \sum_{i=1}^n E_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \quad (2.2)$$

ここで、 σ は応力、 E はヤング率である。 τ は緩和時間と呼ばれ、ダッシュポットの粘性係数 η を用いて $\tau = \eta/E$ で与えられる。また、動的変形（周期変位）を与えた場合、すなわち $\varepsilon = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$ 、 $\sigma = \sigma_0 e^{i(\omega t + \delta)}$ を仮定すると、 $\varepsilon = \varepsilon_0 = \varepsilon_1 = \dots = \varepsilon_n$ より、

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_0} = \frac{\sigma_k}{E_k} + \frac{\sigma_k}{i\omega\eta_k} \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

また、

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_1 + \sigma_2 + \dots + \sigma_n$$

よって、複素弾性率は以下のように表される。

$$E(\omega) = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \sum_{i=0}^n \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} = E_0 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\frac{1}{E_i} + \frac{1}{i\omega\eta_i}} \quad (2.3)$$

ここで、 $E(\omega)$ を、

$$E(\omega) = E' + iE''$$

と表したとき、 E' を貯蔵弾性率、 E'' を損失弾性率と呼ぶ。

Persson の摩擦理論では、式(2.3)で得られる複素弾性率を用いて摩擦係数の計算を行う。ただし、ゴムの複素弾性率はひずみ依存があり、ひずみが小さいときは、応力とひずみは線形性を保つが、ひずみが大きくなると一般的には複素弾性率は低下する傾向にある[25]。そのため、路面凹凸にゴムの変形が追従する場合、そのひずみ量を考慮した複素弾性率を用いる必要がある。

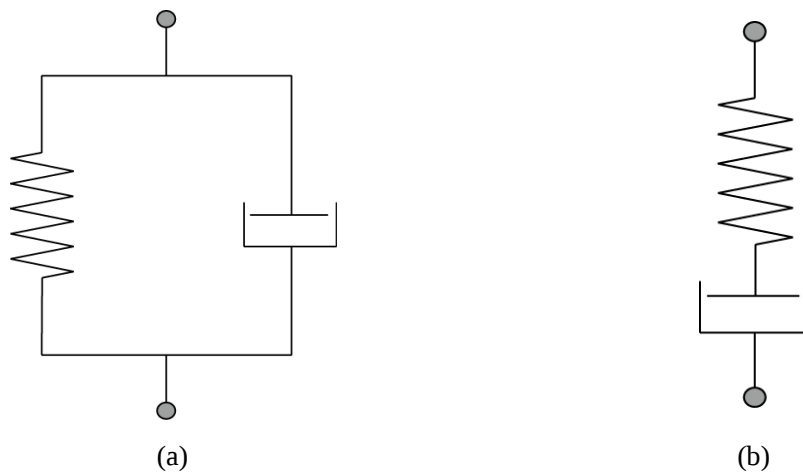


Fig. 2-2 (a) Voigt • Kelvin Model (b) Maxwell Model.

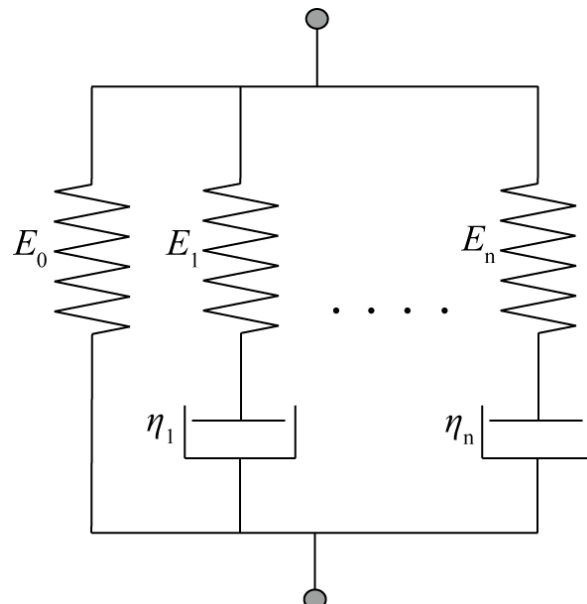


Fig. 2-3 Generalized Maxwell Model.

2.3 Persson の摩擦理論

2.3.1 接触理論

平らな表面を持つゴムブロックが、粗い路面表面に押し付けられている状態を考える。このとき、見かけ上ゴムの表面全体が路面に接触しているが、観察倍率を上げ、より詳細に見ると、そこには接触部と非接触部が混在している。さらにその接触部を拡大して見ると、その中にも接触部と非接触部が混在している (Fig. 2-4 参照)。このように見かけ上の接触領域は観察倍率によって変化し、真の接触領域は見かけの接触領域よりも非常に小さくなる。

Persson の摩擦理論においては路面の凹凸を波数空間で表す。つまり、摩擦力を路面の凹凸の波長の大きさ毎に求める。波数は観察倍率に対応し、より大きい波数（より小さい波長）の凹凸ほど観察倍率は大きい。ここで、ある波数の路面凹凸の摩擦力への寄与を考えると、実際にゴムの変形をもたらす、摩擦力に寄与するのは、その波数に対応する観察倍率において、見かけ上ゴムと路面が接触している部分のみである。そこで、波数 q における見かけ上の接触領域の割合 $P(q)$ を考慮することによって、各スケールの凹凸による摩擦力を正しく見積もることが可能となる。 $P(q)$ は次のように定義される。

$$P(q) = \frac{A(\zeta)}{A_0} \quad (2.4)$$

ここで、 A_0 は公称接触領域、 $A(\zeta)$ は倍率 ζ における見かけ上の接触領域である。また、 $q = q_0 \zeta$ 、 q_0 は低波数ロールオフであり、 q が最も小さい波数 q_0 の ζ 倍の波数であるということを示している。本節では、この $P(q)$ の導出を説明する。

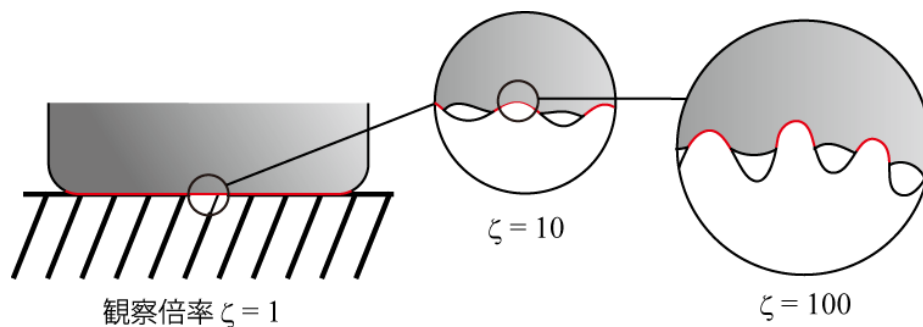


Fig. 2-4 Elastic contact between a flat rubber surface and a hard solid substrate.

ゴムブロックと路面の接触において、 A_0 を公称接触領域（倍率 $\zeta = 1$ での見かけの接触領域）とすると、全荷重 F_N は次式のように表される。

$$F_N = \sigma_0 A_0,$$

ここで、 σ_0 は公称垂直応力である。長さスケール $\lambda = L/\zeta$ を考える。ここで、 L は公称接触領域の直径である。 $q_0 = 2\pi/L$ と定義すると、 $q = q_0\zeta$ より、

$$P(q) = P(q_0\zeta) \equiv P(\zeta).$$

倍率 ζ における見かけの接触領域の平均垂直応力を $\langle\sigma\rangle_\zeta$ と書けば、全荷重は常に一定であるので、

$$\sigma_0 A_0 = \langle\sigma\rangle_\zeta P(\zeta) A_0.$$

よって、

$$P(\zeta) = \frac{\sigma_0}{\langle\sigma\rangle_\zeta}. \quad (2.5)$$

したがって、 $P(\zeta)$ を求めるためには、まず $\langle\sigma\rangle_\zeta$ を求めなければならない。長さスケール $\lambda = L/\zeta$ での応力の確率分布を $P(\sigma, \zeta)$ と書けば、

$$\langle\sigma\rangle_\zeta = \frac{\int_0^\infty d\sigma \sigma P(\sigma, \zeta)}{\int_0^\infty d\sigma P(\sigma, \zeta)}. \quad (2.6)$$

よって、式(2.6)を式(2.5)に代入して、

$$P(\zeta) = \frac{\sigma_0 \int_0^\infty d\sigma P(\sigma, \zeta)}{\int_0^\infty d\sigma \sigma P(\sigma, \zeta)}. \quad (2.7)$$

あるスケールにおいて、見かけ上の接触領域ではゴムと路面は完全に接触していると仮定すると、

$$P(\sigma, \zeta) = \langle\delta(\sigma - \sigma_1(\mathbf{x}))\rangle,$$

ここで、 $\sigma_1(\mathbf{x})$ は倍率 ζ でかかる垂直応力である。 $\langle\cdots\rangle$ はアンサンブル平均を表し、次式のように定義される。

$$\langle f(x) \rangle = \frac{1}{A_0} \int d^2x f(x).$$

$\sigma_1 + \Delta\sigma$ を、長さスケール $L/(\zeta + \Delta\zeta)$ における垂直応力とすると、

$$\begin{aligned}
P(\sigma, \zeta + \Delta\zeta) &= \langle \delta(\sigma - \sigma_1 - \Delta\sigma) \rangle \\
&= \int d\sigma' \langle \delta(\sigma' - \Delta\sigma) \delta(\sigma - \sigma_1 - \sigma') \rangle \\
&= \int d\sigma' \langle \delta(\sigma' - \Delta\sigma) \rangle P(\sigma - \sigma', \zeta),
\end{aligned}$$

ここで,

$$\langle \delta(\sigma' - \Delta\sigma) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int dw \langle e^{iw(\sigma' - \Delta\sigma)} \rangle.$$

右辺を $\Delta\sigma = 0$ の周りでテイラー展開すると,

$$\begin{aligned}
\langle \delta(\sigma' - \Delta\sigma) \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int dw \left\langle e^{iw\sigma'} \left(1 - iw\Delta\sigma - \frac{w^2}{2} \Delta\sigma^2 + \dots \right) \right\rangle \\
&= \frac{1}{2\pi} \int dw e^{iw\sigma'} \left(1 - \frac{w^2 \langle \Delta\sigma^2 \rangle}{2} \right),
\end{aligned}$$

ただし、虚数項と 3 次以上の微小項は無視した。よって,

$$\begin{aligned}
P(\sigma, \zeta + \Delta\zeta) &= \int d\sigma' P(\sigma - \sigma', \zeta) \frac{1}{2\pi} \int dw e^{iw\sigma'} \left(1 - \frac{w^2 \langle \Delta\sigma^2 \rangle}{2} \right) \\
&= \int d\sigma' P(\sigma - \sigma', \zeta) \left[\delta(\sigma') + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \sigma'^2} \delta(\sigma') \langle \Delta\sigma^2 \rangle \right] \\
&= P(\sigma, \zeta) + \frac{\langle \Delta\sigma^2 \rangle}{2} \frac{\partial^2 P(\sigma, \zeta)}{\partial \sigma^2}.
\end{aligned}$$

左辺を $\Delta\zeta = 0$ の周りでテイラー展開すれば、次式が得られる。ただし、2 次以上の微小項は無視する。

$$\begin{aligned}
P(\sigma, \zeta) + \frac{\partial P(\sigma, \zeta)}{\partial \zeta} \Delta\zeta &= P(\sigma, \zeta) + \frac{\langle \Delta\sigma^2 \rangle}{2} \frac{\partial^2 P(\sigma, \zeta)}{\partial \sigma^2} \\
\Leftrightarrow \frac{\partial P(\sigma, \zeta)}{\partial \zeta} &= \frac{1}{2} \frac{\langle \Delta\sigma^2 \rangle}{\Delta\zeta} \frac{\partial^2 P(\sigma, \zeta)}{\partial \sigma^2}.
\end{aligned}$$

よって,

$$\frac{\partial P}{\partial \zeta} = f(\zeta) \frac{\partial^2 P}{\partial \sigma^2}, \quad (2.8)$$

ここで,

$$f(\zeta) = \frac{1}{2} \frac{\langle \Delta\sigma^2 \rangle}{\Delta\zeta}.$$

$P(\sigma, 1) = P_0(\sigma)$ とおくと,

$$P_0(\sigma) = \delta(\sigma - \sigma_0).$$

式(2.8)は拡散型の方程式である. 一般的な拡散方程式における時間項は倍率 ζ に, 空間座標は垂直応力 σ に置き換えられている. よって, 倍率 ζ を上げていく(より小さいスケールを見ていく)と, $P(\sigma, \zeta)$ は σ 空間でより広がっていく. 表面間の凝着は無いという仮定では, $\sigma = 0$ で剥離が起こるので, 境界条件は次のようになる.

$$P(0, \zeta) = 0.$$

式(2.8)の両辺に σ をかけて, σ にわたって積分すると,

$$\begin{aligned} \int_0^\infty d\sigma \sigma \frac{\partial P}{\partial \zeta} &= \int_0^\infty d\sigma \sigma f(\zeta) \frac{\partial^2 P}{\partial \sigma^2} \\ &= 0. \end{aligned}$$

よって,

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \int_0^\infty d\sigma \sigma P(\sigma, \zeta) = 0.$$

ζ で積分して,

$$\int_0^\infty d\sigma \sigma P(\sigma, \zeta) = \sigma_0, \quad (2.9)$$

ただし, 総荷重はあらゆるスケールで不変という仮定を用いた.

次に式(2.8)を σ にわたって積分すると,

$$\begin{aligned} \int_0^\infty d\sigma \frac{\partial P}{\partial \zeta} &= \int_0^\infty d\sigma f(\zeta) \frac{\partial^2 P}{\partial \sigma^2} \\ \Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \zeta} \int_0^\infty d\sigma P(\sigma, \zeta) &= f(\zeta) \left\{ \frac{\partial P(\infty, \zeta)}{\partial \sigma} - \frac{\partial P(0, \zeta)}{\partial \sigma} \right\} \\ \Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \zeta} \int_0^\infty d\sigma P(\sigma, \zeta) &= -f(\zeta) \frac{\partial P(0, \zeta)}{\partial \sigma}. \end{aligned}$$

ζ で積分して,

$$\begin{aligned} \left[\int_0^\infty d\sigma P(\sigma, \zeta') \right]_1^\zeta &= - \int_1^\zeta d\zeta' f(\zeta') \frac{\partial P(0, \zeta')}{\partial \sigma} \\ \Leftrightarrow \int_0^\infty d\sigma P(\sigma, \zeta) - \int_0^\infty d\sigma P(\sigma, 1) &= - \int_1^\zeta d\zeta' f(\zeta') \frac{\partial P(0, \zeta')}{\partial \sigma} \\ \Leftrightarrow \int_0^\infty d\sigma P(\sigma, \zeta) &= 1 - \int_1^\zeta d\zeta' f(\zeta') \frac{\partial P(0, \zeta')}{\partial \sigma}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

式(2.7)に式(2.9)と式(2.10)を代入して,

$$P(\zeta) = 1 - \int_1^\zeta d\zeta' f(\zeta') \frac{\partial P(0, \zeta')}{\partial \sigma}. \quad (2.11)$$

次に, $\langle \Delta \sigma^2 \rangle$ を計算する.

$$\begin{aligned} \langle \sigma_z^2 \rangle &= \frac{1}{A_0} \int d^2x \sigma_z(\mathbf{x}) \sigma_z(\mathbf{x}) \\ &= \frac{1}{A_0} \int d^2x \sigma_z(\mathbf{x}) \int d^2q \sigma_z(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}} \\ &= \frac{(2\pi)^2}{A_0} \int d^2q \sigma_z(-\mathbf{q}) \sigma_z(\mathbf{q}) \\ &= \int d^2q [M_{zz}(\mathbf{q}, \mathbf{q}_x \nu)]^{-1} [M_{zz}(-\mathbf{q}, -\mathbf{q}_x \nu)]^{-1} \frac{(2\pi)^2}{A_0} u_z(\mathbf{q}) u_z(-\mathbf{q}) \\ u_z(\mathbf{q}) &\rightarrow h(\mathbf{q}) \text{ とすれば,} \\ &= \int d^2q [M_{zz}(\mathbf{q}, \mathbf{q}_x \nu)]^{-1} [M_{zz}(-\mathbf{q}, -\mathbf{q}_x \nu)]^{-1} \frac{(2\pi)^2}{A_0} \langle h(\mathbf{q}) h(-\mathbf{q}) \rangle \\ &= \int d^2q [M_{zz}(\mathbf{q}, \mathbf{q}_x \nu)]^{-1} [M_{zz}(-\mathbf{q}, -\mathbf{q}_x \nu)]^{-1} C(q), \end{aligned}$$

ここで, M_{zz} は次式で表される.

$$(M_{zz})^{-1} = -\frac{Eq}{2(1-\nu^2)}.$$

よって,

$$\begin{aligned} \langle \sigma_z^2 \rangle &= \frac{1}{4} \int d^2q q^2 C(q) \left| \frac{E(q\nu \cos \phi)}{1-\nu^2} \right|^2 \\ &= \frac{1}{4} \int dq q^3 C(q) \int d\phi \left| \frac{E(q\nu \cos \phi)}{1-\nu^2} \right|^2. \end{aligned}$$

したがって,

$$\begin{aligned} f(\zeta) &= \frac{1}{2} \frac{\langle \Delta \sigma^2 \rangle}{\Delta \zeta} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\langle \Delta \sigma^2 \rangle}{\Delta q} q_0 \quad (\because q = q_0 \zeta) \\ &= \frac{1}{8} q_0 q^3 C(q) \int d\phi \left| \frac{E(q\nu \cos \phi)}{1-\nu^2} \right|^2. \end{aligned}$$

新たに $f(\zeta) = f(q)$ と置き, $g(q) = f(q)/\sigma_0^2$ とすると,

$$g(q) = \frac{1}{8} q_0 q^3 C(q) \int d\phi \left| \frac{E(qv \cos \phi)}{(1-v^2)\sigma_0} \right|^2. \quad (2.12)$$

ここからは, 式(2.8)を解くことを考える. 式(2.8)を再掲すると,

$$\frac{\partial P}{\partial \zeta} = f(\zeta) \frac{\partial^2 P}{\partial \sigma^2}. \quad (2.8)$$

境界条件は,

$$P(0, \zeta) = P(\sigma_Y, \zeta) = 0, \quad (2.13)$$

$$P(\sigma, 1) \equiv P_0(\sigma) = \delta(\sigma - \sigma_0). \quad (2.14)$$

ここでは, 一般的な条件を設定し, $P(\sigma, \zeta)$ は $0 < \sigma < \sigma_Y$ でのみ定義されるとした. 後に, $\sigma_Y \rightarrow \infty$ とすることで最終的な解を導く. 式(2.8)の一般解は次のように表される.

$$P = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\zeta) \sin\left(\frac{n\pi\sigma}{\sigma_Y}\right). \quad (2.15)$$

式(2.15)を式(2.8)に代入して,

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial A_n}{\partial \zeta} \sin\left(\frac{n\pi\sigma}{\sigma_Y}\right) &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[-f(\zeta) \left(\frac{n\pi}{\sigma_Y}\right)^2 A_n \sin\left(\frac{n\pi\sigma}{\sigma_Y}\right) \right] \\ \Leftrightarrow \frac{dA_n}{d\zeta} &= -f(\zeta) \left(\frac{n\pi}{\sigma_Y}\right)^2 A_n. \end{aligned}$$

ζ で積分して,

$$A_n(\zeta) = C \exp \left[-\left(\frac{n\pi}{\sigma_Y}\right)^2 \int_1^{\zeta} d\zeta' f(\zeta') \right] \quad (C = \text{const.}).$$

$\zeta = 1$ を代入すれば,

$$C = A_n(1).$$

よって,

$$A_n(\zeta) = A_n(1) \exp \left[-\left(\frac{n\pi}{\sigma_Y}\right)^2 \int_1^{\zeta} d\zeta' f(\zeta') \right].$$

式(2.15)に代入して,

$$P = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(1) \exp \left[- \left(\frac{n\pi}{\sigma_Y} \right)^2 \int_1^{\zeta} d\zeta' f(\zeta') \right] \sin \left(\frac{n\pi\sigma}{\sigma_Y} \right). \quad (2.16)$$

三角関数の直交性より、次の等式が成り立つ。

$$\int_0^{\sigma_Y} d\sigma \sin \left(\frac{n\pi\sigma}{\sigma_Y} \right) \sin \left(\frac{m\pi\sigma}{\sigma_Y} \right) = \frac{\sigma_Y}{2} \delta_{nm}, \quad (2.17)$$

ここで、 n, m は自然数とする。式(2.15)の両辺に $\sin(m\pi\sigma/\sigma_Y)$ をかけて、 $0 \sim \sigma_Y$ まで積分すると、

$$\begin{aligned} & \int_0^{\sigma_Y} d\sigma P \sin \left(\frac{m\pi\sigma}{\sigma_Y} \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} A_n(1) \exp \left[- \left(\frac{n\pi}{\sigma_Y} \right)^2 \int_1^{\zeta} d\zeta' f(\zeta') \right] \int_0^{\sigma_Y} d\sigma \sin \left(\frac{n\pi\sigma}{\sigma_Y} \right) \sin \left(\frac{m\pi\sigma}{\sigma_Y} \right). \end{aligned}$$

式(2.17)を用いると、

$$\int_0^{\sigma_Y} d\sigma P \sin \left(\frac{n\pi\sigma}{\sigma_Y} \right) = A_n(1) \exp \left[- \left(\frac{n\pi}{\sigma_Y} \right)^2 \int_1^{\zeta} d\zeta' f(\zeta') \right] \frac{\sigma_Y}{2}.$$

さらに、 $\zeta = 1$ を代入すれば、

$$\begin{aligned} A_n(1) &= \frac{2}{\sigma_Y} \int_0^{\sigma_Y} d\sigma P(\sigma, 1) \sin \left(\frac{n\pi\sigma}{\sigma_Y} \right) \\ &= \frac{2}{\sigma_Y} \int_0^{\sigma_Y} d\sigma \delta(\sigma - \sigma_0) \sin \left(\frac{n\pi\sigma}{\sigma_Y} \right) \\ &= \frac{2}{\sigma_Y} \sin \alpha_n, \end{aligned} \quad (2.18)$$

ただし、

$$\alpha_n = \frac{n\pi\sigma_0}{\sigma_Y} \equiv s\sigma_0. \quad (2.19)$$

式(2.18)を式(2.16)に代入して、

$$P = \frac{2}{\sigma_Y} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \alpha_n \exp \left[- \left(\frac{n\pi}{\sigma_Y} \right)^2 \int_1^{\zeta} d\zeta' f(\zeta') \right] \sin \left(\frac{n\pi\sigma}{\sigma_Y} \right). \quad (2.20)$$

極限 $\sigma_Y \rightarrow \infty$ をとると、

$$\sum_n^\infty \rightarrow \int_0^\infty dn = \frac{\sigma_Y}{\pi} \int_0^\infty ds \quad \left(\because s = \frac{n\pi}{\sigma_Y} \right).$$

よって、式(2.20)は次のようになる。

$$P = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty ds \sin(s\sigma_0) \exp \left[-s^2 \int_1^\zeta d\zeta' f(\zeta') \right] \sin(s\sigma), \quad (2.21)$$

ここで、次に示す J を考える。

$$J = \int_1^\zeta d\zeta' f(\zeta') \frac{\partial P(0, \zeta')}{\partial \sigma},$$

ただし、式(2.11)より、 $P(\zeta) = 1 - J$ である。式(2.21)より、

$$\frac{\partial P(\sigma, \zeta')}{\partial \sigma} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty ds s \sin(s\sigma_0) \exp \left[-s^2 \int_1^{\zeta'} d\zeta'' f(\zeta'') \right] \cos(s\sigma).$$

よって、

$$J = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty ds s \sin(s\sigma_0) \int_1^\zeta d\zeta' f(\zeta') \exp \left[-s^2 \int_1^{\zeta'} d\zeta'' f(\zeta'') \right], \quad (2.22)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \int_1^\zeta d\zeta' f(\zeta') \exp \left[-s^2 \int_1^{\zeta'} d\zeta'' f(\zeta'') \right] &= \left[-\frac{1}{s^2} \exp \left[-s^2 \int_1^{\zeta'} d\zeta'' f(\zeta'') \right] \right]_1^\zeta \\ &= \frac{1}{s^2} \left(1 - \exp \left[-s^2 \int_1^\zeta d\zeta' f(\zeta') \right] \right). \end{aligned}$$

式(2.22)に代入して、

$$\begin{aligned} J &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty ds s \sin(s\sigma_0) \frac{1}{s^2} \left(1 - \exp \left[-s^2 \int_1^\zeta d\zeta' f(\zeta') \right] \right) \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty ds \frac{\sin(s\sigma_0)}{s} - \frac{2}{\pi} \int_0^\infty ds \frac{\sin(s\sigma_0)}{s} \exp \left[-s^2 \int_1^\zeta d\zeta' f(\zeta') \right] \\ &= 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^\infty ds \frac{\sin(s\sigma_0)}{s} \exp \left[-s^2 \int_1^\zeta d\zeta' f(\zeta') \right], \end{aligned}$$

ただし、

$$\frac{2}{\pi} \int_0^\infty ds \frac{\sin(s\sigma_0)}{s} = 1,$$

という関係式を用いた。よって、

$$\begin{aligned} P(\zeta) &= 1 - J \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty ds \frac{\sin(s\sigma_0)}{s} \exp \left[-s^2 \int_1^\zeta d\zeta' f(\zeta') \right]. \end{aligned}$$

$s\sigma_0 = x$ と置き換えると、

$$P(\zeta) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty dx \frac{\sin x}{x} \exp \left[-x^2 \int_1^\zeta d\zeta' g(\zeta') \right], \quad (2.23)$$

ただし, $g(q) = g(q_0 \zeta) \equiv g(\zeta)$ であり, 式(2.12)によって与えられる. まとめると,

$$P(q) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty dx \frac{\sin x}{x} \exp \left[-x^2 G(q) \right], \quad (2.24)$$

ただし, 式(2.12)より,

$$G(q) = \frac{1}{8} \int_{q_0}^{q_1} dq q^3 C(q) \int_0^{2\pi} d\phi \left| \frac{E(qv \cos \phi)}{(1-v^2)\sigma_0} \right|^2. \quad (2.25)$$

さらに, ほとんどの場合, $\sigma_0 \ll E(0)$ であり, この場合 $G(q) \gg 1$ となり, 式(2.24)の積分範囲の内 $x \ll 1$ の部分の寄与のみが計算結果に影響する. よって, $\sin x \approx x$ と近似することができ, 次の式が成り立つ.

$$\begin{aligned} P(q) &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty dx \exp \left[-x^2 G(q) \right] \\ &= [\pi G(q)]^{-1/2} \quad (\because \text{ガウス積分}). \end{aligned}$$

このとき, $P(q) \sim \sigma_0$ が成り立つので, 2.3.2 項で導出する摩擦係数の式と合わせると, 摩擦係数が公称垂直応力 σ_0 に依存しないことがわかる. さらに, $G(q) \rightarrow 0$ のとき $P(q) \rightarrow 1$ を考慮すると, 補間公式より, 次の近似式が成り立つ.

$$P(q) = \left(1 + [\pi G(q)]^{3/2} \right)^{-1/3}. \quad (2.26)$$

2.3.2 すべり摩擦

本項では Persson の摩擦モデルによる摩擦係数の導出を説明する.

ゴムブロックが粗い路面上をすべる際の変位場 $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ について

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}(\mathbf{x} - \mathbf{v}t),$$

と仮定すると,

$$\mathbf{u}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^2x dt \mathbf{u}(\mathbf{x} - \mathbf{v}t) e^{-i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{x} - \omega t)},$$

ここで, $\mathbf{x} - \mathbf{v}t = \mathbf{k}$ とおくと, $\mathbf{v}$ は $\mathbf{x}$ に依存しないため $dk/dx = 1$ より,

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{q}, \omega) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^2k dt \mathbf{u}(\mathbf{k}) e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{k} + i(\omega - \mathbf{q}\cdot\mathbf{v})t} \\ &= \delta(\omega - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) \mathbf{u}(\mathbf{q}). \end{aligned} \quad (2.27)$$

Fig. 2-5 より, ゴムと路面間のせん断摩擦力を σ_f とすると, 時間 t_0 の間に摩擦によって散逸するエネルギー ΔE は,

$$\Delta E = \sigma_f A_0 v t. \quad (2.28)$$

また, Fig. 2-6 のように ΔE をゴムの変形に使われたエネルギーとして表すと,

$$\begin{aligned} \Delta E &= \int d^2x dt \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) \\ &= \int d^2x dt \left[\frac{d}{dt} \int d^2q d\omega \mathbf{u}(\mathbf{q}, \omega) e^{i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{x} - \omega t)} \right] \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) \\ &= \int d^2q d\omega (-i\omega) \mathbf{u}(\mathbf{q}, \omega) \left[\int d^2x dt \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) e^{i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{x} - \omega t)} \right] \\ &= (2\pi)^3 \int d^2q d\omega (-i\omega) \mathbf{u}(\mathbf{q}, \omega) \cdot \boldsymbol{\sigma}(-\mathbf{q}, -\omega), \end{aligned} \quad (2.29)$$

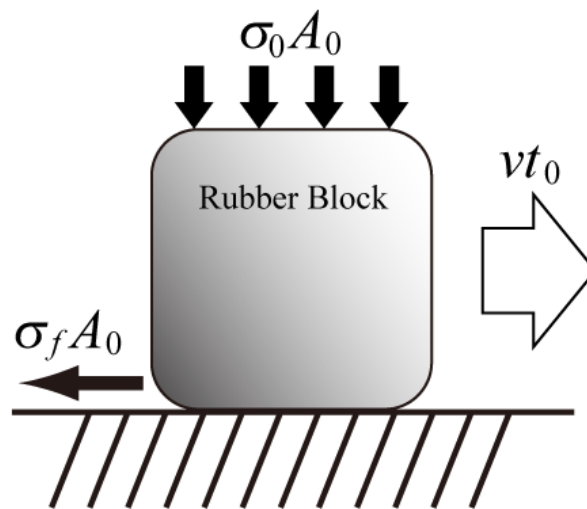


Fig. 2-5 The energy dissipated during the time period t_0 (macro).

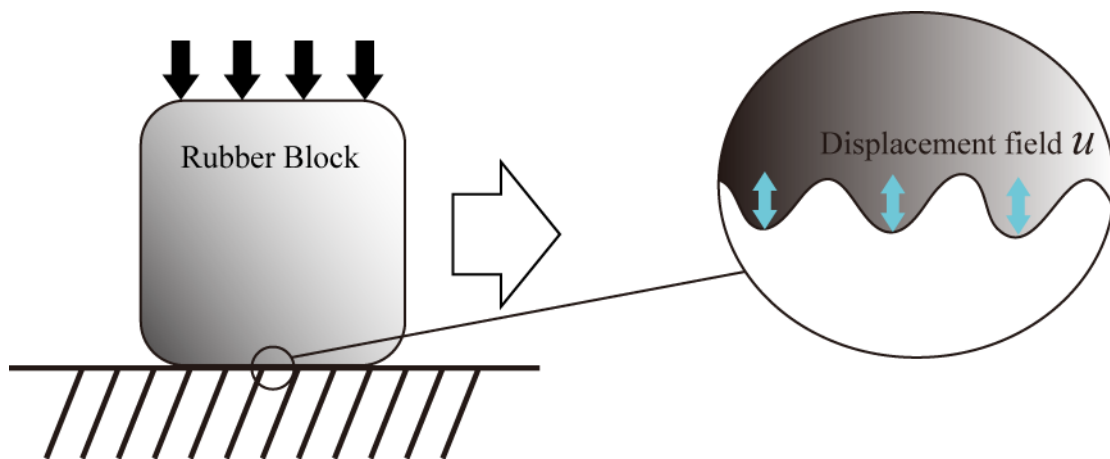


Fig. 2-6 The energy dissipated during time period t_0 (micro).

ここで,

$$u_z(\mathbf{q}, \omega) = M_{zz}(\mathbf{q}, \omega) \sigma_z(\mathbf{q}, \omega),$$

より,

$$\sigma_z(-\mathbf{q}, -\omega) = [M_{zz}(-\mathbf{q}, -\omega)]^{-1} u_z(-\mathbf{q}, -\omega).$$

式(2.29)に代入して, 式(2.27)を用いると,

$$\begin{aligned} \Delta E &= (2\pi)^3 \int d^2q d\omega (-i\omega) u_z(\mathbf{q}, \omega) [M_{zz}(-\mathbf{q}, -\omega)]^{-1} u_z(-\mathbf{q}, -\omega) \\ &= (2\pi)^3 \int d^2q d\omega (-i\omega) \delta(\omega - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) \delta(-\omega + \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) [M_{zz}(-\mathbf{q}, -\omega)]^{-1} u_z(\mathbf{q}) u_z(-\mathbf{q}) \\ &= (2\pi)^3 \int d^2q d\omega (-i\omega) [\delta(\omega - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v})]^2 [M_{zz}(-\mathbf{q}, -\omega)]^{-1} u_z(\mathbf{q}) u_z(-\mathbf{q}), \end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned} [\delta(\omega - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v})]^2 &= \delta(\omega - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) \delta(0) \\ &= \delta(\omega - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt \\ &= \delta(\omega - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{t_0}{2}}^{\frac{t_0}{2}} dt \\ &= \frac{t_0}{2\pi} \delta(\omega - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}), \end{aligned}$$

という関係式を用いると,

$$\begin{aligned} \Delta E &= (2\pi)^2 t_0 \int d^2q d\omega (-i\omega) \delta(\omega - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) [M_{zz}(-\mathbf{q}, -\omega)]^{-1} u_z(\mathbf{q}) u_z(-\mathbf{q}) \\ &= (2\pi)^2 t_0 \int d^2q (-i\omega) [M_{zz}(-\mathbf{q}, -\omega)]^{-1} u_z(\mathbf{q}) u_z(-\mathbf{q}). \end{aligned} \quad (2.30)$$

式(2.30)と式(2.28)を比較して,

$$\begin{aligned} \sigma_f A_0 v t &= (2\pi)^2 t_0 \int d^2q (-i\omega) [M_{zz}(-\mathbf{q}, -\omega)]^{-1} u_z(\mathbf{q}) u_z(-\mathbf{q}) \\ \Leftrightarrow \sigma_f &= \frac{(2\pi)^2}{v A_0} \int d^2q (-i\omega) [M_{zz}(-\mathbf{q}, -\omega)]^{-1} \langle u_z(\mathbf{q}) u_z(-\mathbf{q}) \rangle, \end{aligned} \quad (2.31)$$

ここで, $\langle \dots \rangle$ はアンサンブル平均を表し,

$$\begin{aligned} \langle u_z(\mathbf{q}) u_z(-\mathbf{q}) \rangle &= \frac{1}{A_0} \int d^2x u_z(\mathbf{q}) u_z(-\mathbf{q}) \\ &= u_z(\mathbf{q}) u_z(-\mathbf{q}), \end{aligned}$$

という関係を用いた. さらに, ゴムが x 方向にすべるとすれば, $\omega = v q_x$ と書けるので,

$$\sigma_f = -i \frac{(2\pi)^2}{A_0} \int d^2 q q_x \langle u_z(\mathbf{q}) u_z(-\mathbf{q}) \rangle [M_{zz}(-\mathbf{q}, -q_x v)]^{-1}. \quad (2.32)$$

路面の表面プロファイルは次のように記述される.

$$z = h(\mathbf{x}) \quad (\mathbf{x} = (x, y)).$$

ゴムが路面上をすべる際, 路面の表面プロファイルに完全に追従するとすれば,

$$u_z \simeq h(\mathbf{x}),$$

と書けるので, 式(2.32)は次のように表される.

$$\sigma_f = -i \frac{(2\pi)^2}{A_0} \int d^2 q q_x \langle h(\mathbf{q}) h(-\mathbf{q}) \rangle [M_{zz}(-\mathbf{q}, -q_x v)]^{-1}. \quad (2.33)$$

今, 路面表面粗さパワースペクトルは次のように定義される.

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2 x \langle h(\mathbf{x}) h(\mathbf{0}) \rangle e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}}. \quad (2.34)$$

さらに, $\langle h(\mathbf{x}) h'(\mathbf{x}') \rangle$ が $\mathbf{x} - \mathbf{x}'$ のみに依存することを用いると, 次の関係式が得られる.

$$\langle h(\mathbf{q}) h(-\mathbf{q}) \rangle = \frac{A_0}{(2\pi)^2} C(q). \quad (2.35)$$

式(2.35)と M_{zz} を式(2.33)に代入すれば,

$$\begin{aligned} \sigma_f &= -i \frac{(2\pi)^2}{A_0} \int d^2 q q_x \frac{A_0}{(2\pi)^2} C(q) \left[-\frac{2(1-\nu^2)}{E(-\omega)q} \right]^{-1} \\ &= i \frac{1}{2} \int d^2 q q^2 \cos \phi C(q) \frac{E(-\omega)}{1-\nu^2} \\ &= \frac{1}{2} \int d^2 q q^2 \cos \phi C(q) \operatorname{Im} \frac{E(qv \cos \phi)}{1-\nu^2}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

$q_x = q \cos \phi$, $E = E(\omega) = E(qv \cos \phi)$ である. 厳密には ν も周波数に依存するが, その依存度は無視できるほど小さい.

Amontons-Coulomb の法則より, 摩擦係数 μ を $\mu = \sigma_f / \sigma_0$ と定義すると,

$$\mu = \frac{1}{2} \int d^2 q q^2 \cos \phi C(q) P(q) \operatorname{Im} \frac{E(qv \cos \phi)}{(1-\nu^2) \sigma_0}, \quad (2.37)$$

ここで、2.3.1 項で導出した真実接触領域の割合 $P(q)$ を導入した。さらに、波数空間において直交座標から極座標への座標変換を考えると、

$$\begin{aligned} \begin{cases} q_x = q \cos \phi \\ q_y = q \sin \phi \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} dq_x = \cos \phi dq - q \sin \phi d\phi \\ dq_y = \sin \phi dq + q \cos \phi d\phi \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} dq_x \\ dq_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -q \sin \phi \\ \sin \phi & q \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq \\ d\phi \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

右辺の行列ヤコビアン $|J|$ は、

$$|J| = q \cos^2 \phi + q \sin^2 \phi = q.$$

よって、

$$d^2 q = dq_x dq_y = q dq d\phi.$$

したがって、式(2.37)は次のように表される。

$$\mu = \frac{1}{2} \int dq q^3 C(q) P(q) \int_0^{2\pi} d\phi \cos \phi \operatorname{Im} \frac{E(qv \cos \phi)}{(1 - v^2) \sigma_0}. \quad (2.38)$$

2.3.3 路面表面粗さパワースペクトル

2.3.2 項で説明したように、路面のパワースペクトル $C(q)$ は、摩擦力に寄与していることが分かる。ここで、 $C(q)$ の定義式である式(2.34)を再掲する。

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x \langle h(\mathbf{x}) h(\mathbf{0}) \rangle e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}}. \quad (2.34)$$

ただし、 $h(\mathbf{x})$ は位置 $\mathbf{x} = (x, y)$ における高さプロファイルであり、 $\langle \dots \rangle$ はアンサンブル平均を表す。ここでは路面の等方性を仮定しているため、路面表面粗さパワースペクトルは波数ベクトル $\mathbf{q}$ の絶対値 $|\mathbf{q}| = q$ のみに依存する。また、路面表面の統計的性質は基準位置に依らないと仮定しているため、高さプロファイルにおいて $h(\mathbf{x}_0 + \mathbf{x})h(\mathbf{x}_0) = h(\mathbf{x})h(\mathbf{0})$ であることに注意されたい。つまり、路面表面粗さパワースペクトルは、路面表面の高さプロファイルの自己相関関数のアンサンブル平均をフーリエ変換したものと定義される。物理的には、路面表面粗さパワースペクトルは、路面凹凸の波数成分毎の強さであると表現できる。

また、クラック表面や路面のような自然生成された表面は、多くの場合セルフアフィンフラクタル表面であることが知られている。セルフアフィンフラクタル表面とは、表面の観察倍率を上げる際、高さを平面座標とは異なる倍率で表示すると、観察倍率を上げる前の表面と同じ表面プロファイルが見られる表面のことである。具体的には、次のようなスケール変換を考える。

$$x \rightarrow \zeta x, y \rightarrow \zeta y, z \rightarrow \zeta^H z, \quad (2.39)$$

このとき、表面の統計的性質が倍率変更前後で変化しない表面がセルフアフィンフラクタル表面である。ここで、 H はハースト指数であり、フラクタル次元 D_f と、 $D_f = 3 - H$ の関係がある。さらに、セルフアフィンフラクタル表面では、

$$C(q) \sim q^{-2(H+1)} \quad (2.40)$$

の関係が成り立つ。自然に生成された一般的な表面形状に見られるパワースペクトルと波数の関係を Fig. 2-1 に示す。ここで、セルフアフィンフラクタル性は $q_0 < q < q_1$ の範囲でみられる。 q_0 は低波数ロールオフであり、セルフアフィンフラクタル性を示す波数の最小値を示す。 q_1 は高波数カットオフであり、その波長は分子スケールである。

したがって、路面がセルフアフィンフラクタル性を持つと仮定すると、

$$C(q) \simeq k \left(\frac{q}{q_0} \right)^{-2(H+1)} \quad (k = \text{const.}),$$

と表すことができる。 $\langle h^2 \rangle = h_0^2/2$ と定義すると、式(2.34)より、

$$\begin{aligned}
\frac{h_0^2}{2} &= 2\pi \int_{q_0}^{q_1} dq q C(q) \\
&= 2\pi \int_{q_0}^{q_1} dq q k \left(\frac{q}{q_0} \right)^{-2(H+1)} \\
&= \frac{\pi}{H} q_0^{2(H+1)} k (q_0^{-2H} - q_1^{-2H}),
\end{aligned}$$

ここで, $q_0 \ll q_1$ より,

$$\frac{h_0^2}{2} \simeq \frac{\pi}{H} q_0^2 k.$$

よって,

$$k \approx \frac{H}{2\pi} \left(\frac{h_0}{q_0} \right)^2.$$

したがって,

$$C(q) \simeq \frac{H}{2\pi} \left(\frac{h_0}{q_0} \right)^2 \left(\frac{q}{q_0} \right)^{-2(H+1)} \quad (2.41)$$

式(2.41)を式(2.38)に代入して, $q = q_0 \zeta$ を用いて μ を ζ で表した近似式は次のようになる.

$$\mu \simeq \frac{1}{4\pi} (q_0 h_0)^2 H \int_1^{q_1/q_0} d\zeta \zeta^{-2H+1} P(\zeta) \int_0^{2\pi} d\phi \cos \phi \operatorname{Im} \frac{E(\zeta q_0 v \cos \phi)}{(1-v^2)\sigma_0}. \quad (2.42)$$

さらに, 式(2.25)は次のように書き換えられる.

$$G(\zeta) = \frac{1}{16\pi} (q_0 h_0)^2 H \int_1^\zeta d\zeta' \zeta'^{-2H+1} \int_0^{2\pi} d\phi \left| \frac{E(q_0 \zeta' v \cos \phi)}{(1-v^2)\sigma_0} \right|^2. \quad (2.43)$$

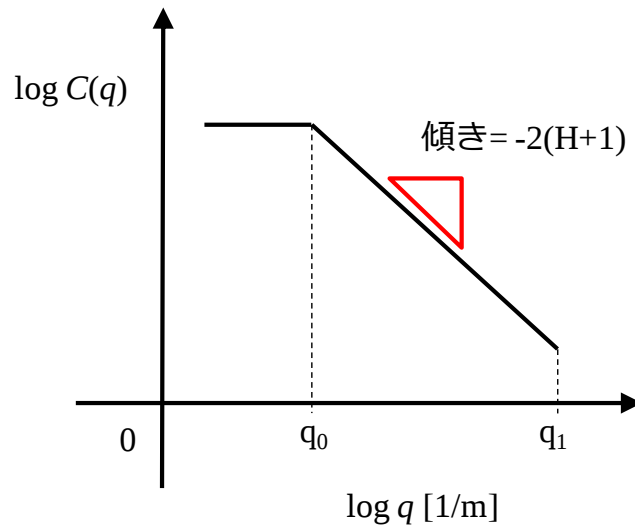


Fig. 2-7 The surface roughness power spectrum of a surface which is a self-affine fractal for $q_0 < q < q_1$.

3 摩擦試験

3.1 ゴムサンプルの粘弾性特性

本研究の摩擦試験で用いるゴムサンプルの配合データを Table 3-1 に示す。ただし，phr はゴム重量 100 に対する各種配合剤の重量部である[26]。

Persson の理論による摩擦係数の計算にはゴムサンプルの複素弾性率が必要である。そこで，ゴムサンプルの複素弾性率を粘弾性試験によって求めた。計測は複数の温度条件下で実施し，WLF 変換式により周波数 f をシフトして重ね合わせ，温度 $T = 300$ [K]，周波数範囲 $5.0 \times 10^{-1} \sim 1.25 \times 10^6$ [Hz]での複素弾性率を算出した。Fig. 3-1 は $5.0 \times 10^{-1} \sim 1.25 \times 10^6$ [Hz]での粘弾性応答（損失正接）に一般化 Maxwell モデルを適用して得られたフィッティング曲線と，WLF 変換式を用いて温度変化によるゴムの粘弾性特性の変化を示している。損失正接 $\tan\delta$ とは，貯蔵弾性率 E' に対する損失弾性率 E'' の割合，すなわち $\tan\delta = E''/E'$ である。損失正接のフィッティング曲線において，100.0 Hz未満の範囲で値の振動がみられる。この振動は実際のデータにはないものであり，計算に影響を及ぼし得る。そのため，実測値を基に100.0 Hz未満での複素弾性率の値を Maxwell モデルとは別に直線近似した。以上より得られた複素弾性率を Fig. 3-2 に示す。

$1 \sim 10^5$ [Hz]の周波数帯域では，貯蔵弾性率，損失弾性率ともに増加するが，より大きい周波数でゴムの貯蔵弾性率は一定になり，損失弾性率はピークを迎えた後，減少に転じることが一般に知られている[27]。

ゴムサンプル用の材料およびその組成情報の提供，粘弾性試験の実施，複素弾性率の一般化 Maxwell モデルへのフィッティングは株式会社ブリヂストンの協力によって行われた。

Table 3-1 Test piece properties.

Diameter [mm]	40
SBR [phr]	100
Carbon black [phr]	70
Softener [phr]	40
Sulfur [phr]	1.5
Others	Age inhibitor, Rubber accelerator, etc.

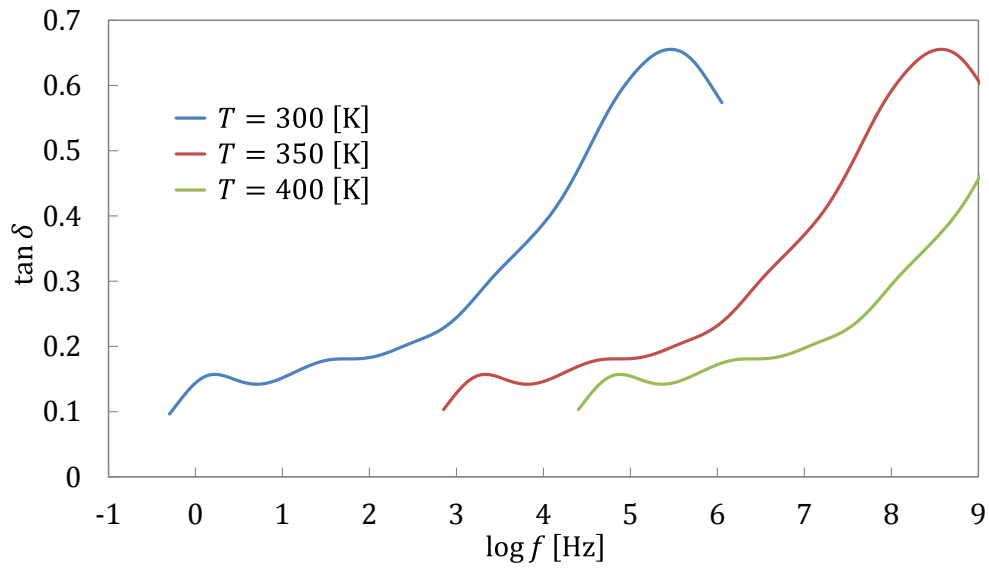


Fig. 3-1 The change on the loss tangent of the rubber, depending on temperature.

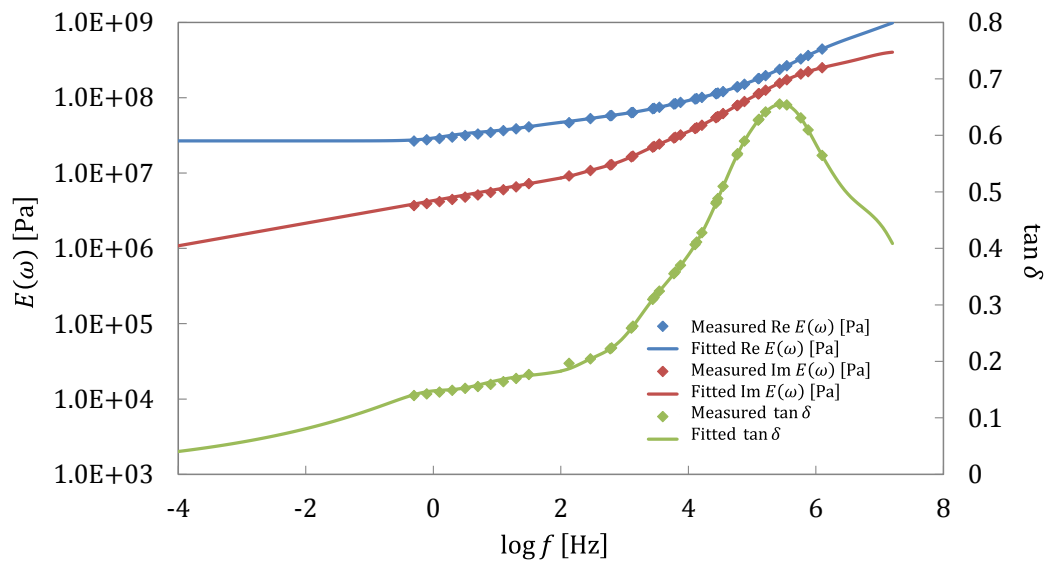


Fig. 3-2 The complex modulus of elasticity.

3.2 路面サンプルの表面粗さパワースペクトル

3.2.1 路面サンプル

本研究の摩擦試験では, 路面サンプルとして Fig. 3-3 に示す 3M 社製すべり止めテープ「セーフティ・ウォーク (タイプ B) ®」を用いる. 以降, 単に「路面」と称する.



Fig. 3-3 Surface sample.

3.2.2 表面高さデータ測定

路面サンプルの表面粗さパワースペクトルを得るため、まず、路面凹凸の高さデータを測定する必要がある。本研究では、Fig. 3-4 に示すマクロスコープ（KEYENCE VR-3100）およびレーザー顕微鏡（KEYENCE VK-9500）を用いて測定を行った。Table 3-2 に測定条件を示す。マクロスコープにおいては、測定倍率 40 倍で測定を行った。レーザー顕微鏡においては、10 倍と 100 倍の 2 種の対物レンズを用い、測定倍率 200 倍と 2000 倍で測定を行った。本測定では、3 種の測定倍率により、 $10^3 < q < 10^7$ [1/m] の波数範囲（ $10^{-3} < \lambda < 10^{-7}$ [m] の波長範囲）の表面粗さパワースペクトルを得る。



(a)



(b)

Fig. 3-4 (a) Macroscope[28] (b) Laser microscope.

Table 3-2 Conditions of the measurements.

Measuring machine	Macroscope (KEYENCE VR-3100)	Laser microscope (KEYENCE VK-9500)
Observed area	$15.161 \times 15.161 \text{ [mm}^2\text{]} (\times 40)$	$2.849 \times 2.849 \text{ [mm}^2\text{]} (\times 200)$
		$0.281 \times 0.281 \text{ [mm}^2\text{]} (\times 2000)$
Points	2048×2048	2048×2048

3.2.3 表面粗さパワースペクトルの計算

マクロスコープおよびレーザー顕微鏡で測定した表面高さデータから、路面の表面粗さパワースペクトルを計算した。路面のパワースペクトルを Fig. 3-5 に示す。横軸は波数 q 、縦軸はパワースペクトル $C(q)$ である。ただし、マクロスコープの測定において、データを取得できなかった欠損点が全測定点に対して0.23%の割合で発生したため、欠損点を高さ $h = 0$ [μm]の点として計算を行った。また、実表面の表面粗さパワースペクトルにばらつきが存在するため、 $C(q)$ を求める際、波数 q に対する平均化処理を行った。さらに、各測定倍率において測定のノイズの影響が出ていると考えられる高波数側のデータはカットした。

Fig. 3-5 に示されるように、路面のパワースペクトルは低波数側での水平部分と高波数側での傾斜部分がそれぞれほぼ直線で得られており、路面表面がセルフアフィンフラクタル性を有することが分かる (Fig. 2-7 参照)。得られたパワースペクトルより、4 章の摩擦係数予測で必要となるハースト指数 H 、カットオフ波数 q_0 、および路面の表面粗さ h_0 を以下のように求める。求められたパラメーターを Table 3-3 に示す。

(i) ハースト指数 H

高波数側の傾斜部分を $\log C(q) > 4.00$ [m^{-1}]の領域で直線近似し、対応する傾き a を得る。ハースト指数 H を用いることで傾きは $a = -2(H + 1)$ で表されるため、 $H = -(a/2 + 1)$ より H が得られる。

(ii) カットオフ波数 q_0

$\log C(q) < 3.55$ [m^{-1}]の領域での $C(q)$ の平均値を求め、低波数側の水平部分の高さとする。 H を求める際の傾斜部分の近似された直線が水平部分の高さと一致する（交差する）点を計算し、その点の波数より q_0 が得られる。このとき、水平部分の高さが $C(q_0)$ として表される。

(iii) 路面の表面粗さ h_0

h_0 は、 $\langle h^2 \rangle = h_0^2/2$ と定義され、路面の表面粗さに対応する。ハースト指数 H 、波数 q 、および路面の表面粗さ h_0 の間には式(2.41)の関係が成立する。よって、 $q = q_0$ において h_0 は以下のように表せる。

$$h_0 = \sqrt{\frac{2\pi}{H} q_0^2 C(q_0)}$$

以上より、求めた H 、 q_0 および $C(q_0)$ から h_0 が計算される。

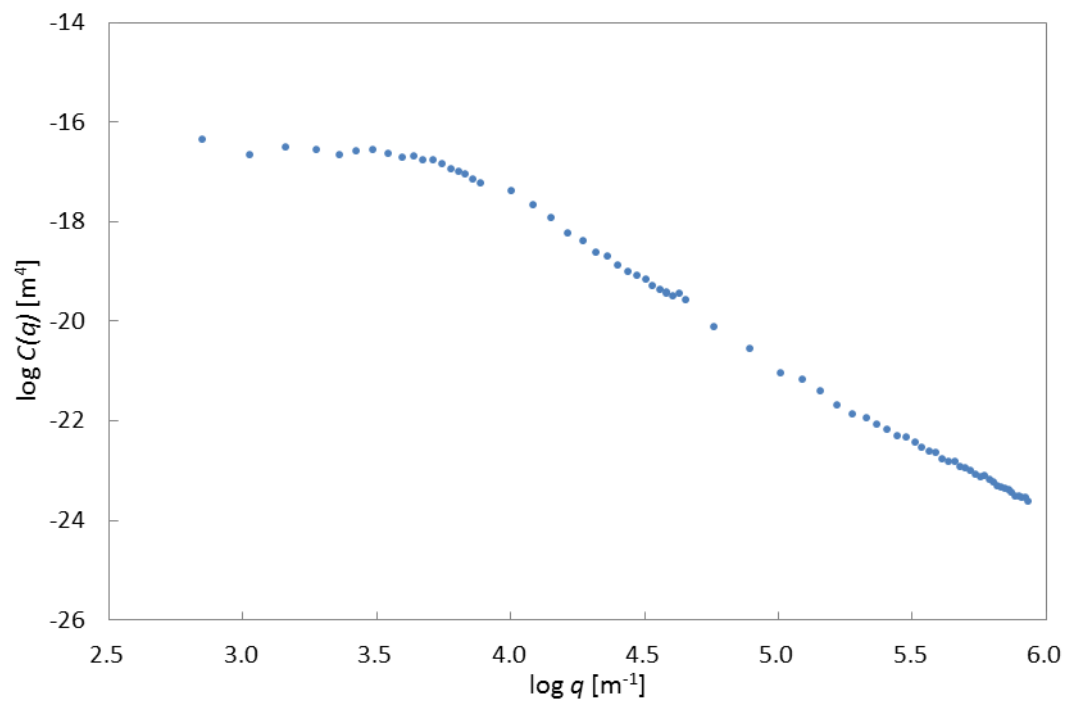


Fig. 3-5 The surface roughness power spectrum.

Table 3-3 Surface properties.

Road specimen	Safety-Walk type B (Sumitomo 3M Limited)
H	0.63069
$q_0 \text{ [1/m]}$	5070.0
$h_0 \text{ [}\mu\text{m]}$	88.8859

3.3 直動型摩擦試験の概要

本摩擦試験には, Fig. 3-6 に示す直動型摩擦試験機 TL201Ts (株式会社トリニティーラボ) を用いる. 本試験器は, 直動ユニット, ロードセルユニット, およびコントロールボックスで構成される. 直動ユニットでは, ボールねじの回転により移動テーブルを地面に平行に所望の速度で移動させる. ロードセルユニットは, ロードセル, 平面接触子, および垂直荷重分銅受けを備えており, 分銅を設置することで垂直荷重を負荷させる. 試験を実施する際には, 路面を移動テーブル上に固定し, ゴムサンプルを平面接触子に取付け, ロードセルユニットに対向するバランス分銅と上下調節ツマミを用いて路面とゴムサンプルの位置合わせを行う. 直動ユニットにおいて移動テーブルを指定した速度で移動させ, ロードセルによりせん断摩擦力を計測し, 垂直負荷荷重とせん断摩擦力の比から摩擦係数を求める. 本試験器の使用を Table 3-4 に示す.

本摩擦試験によって得られる典型的な摩擦係数とすべり速度の関係を Fig. 3-7 に示す. 路面の移動開始とともに摩擦係数は急激に増大していき, ある時刻で最大値を持つ. その後, 減少に転じ, 摩擦係数は安定した値を示すようになる. 本研究では, 十分に安定した時刻以降において摩擦係数の平均値を算出し, 摩擦試験 1 回における摩擦係数値として用いた.

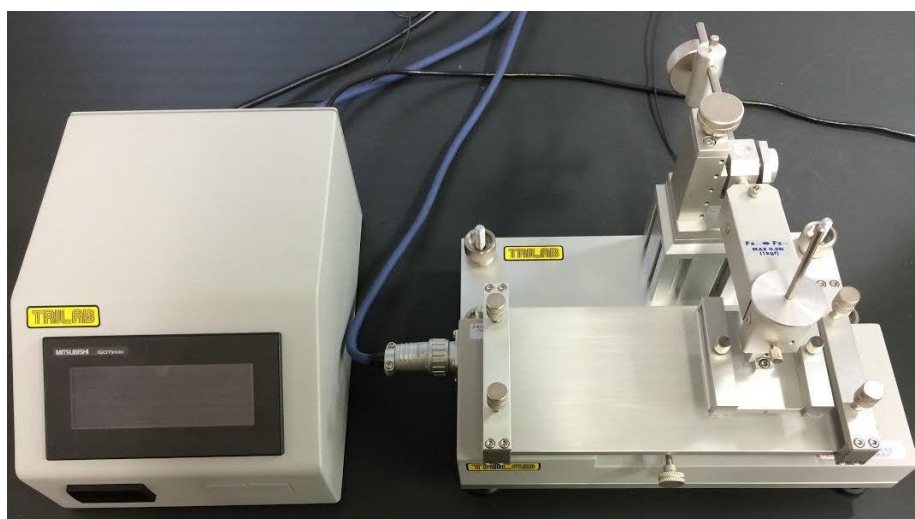


Fig. 3-6 Straight type friction tester.

Table 3-4 Specification of the friction tester.

Measuring range (Friction force)	~9.8 N (1000 gf.)
Measuring normal load	~4.9 N (500g)
Sensitivity of normal load	~0.5 g
Measuring speed	0.1~100 mm/s
Measuring distance	1~100 mm

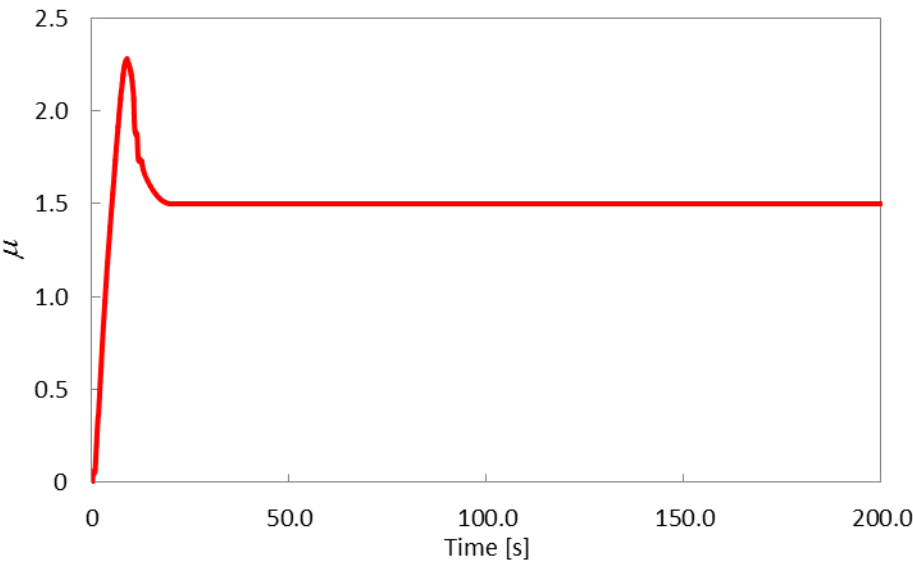


Fig. 3-7 A typical experimental result.

3.4 同一応力下における直動型摩擦試験

3.4.1 試験概要

式(2.38)に示されるように、Persson の理論において摩擦係数 μ は公称垂直応力 σ_0 に依存せず、ゴムサンプルの面積に依らないとしている。本節では、異なる摺動面積を用い、同一応力になるような垂直負荷荷重の組み合わせを選択し摩擦試験を実施する。

本試験で採用した3種類のゴムサンプルを Fig. 3-8 に示す。ゴムサンプルの寸法は、Fig. 3-8 左より 20.0 mm × 20.0 mm × 4.0 mm (以下、ゴムサンプル A)、28.3 mm × 28.3 mm × 4.0 mm (以下、ゴムサンプル B)、および 40.0 mm × 40.0 mm × 4.0 mm (以下、ゴムサンプル C) である。垂直荷重は、それぞれ、100 g, 200g, および 400 g を負荷し、公称垂直応力は $\sigma_0 = 2450$ [Pa] で一定とした。また、Fig. 3-9 に概略的に示すように、各ゴムサンプルにおいて、摺動方向前方の 1 辺のエッジ部分を面取りし、丸みづけを行った（以下、この処理のことをエッジ処理と称する）。

すべり速度 v において、 $v = 1.0$ [mm/s]以上の領域では温度上昇と摩耗の影響を受け[29]、本モデルの研究対象ではないスティックスリップ現象などが現れる場合もある（付録 A 参照）。よって、本研究では、 $v = 1.0$ [mm/s]以下のすべり速度で実験を行った。ここで、サンプリングスピードは0.001秒と十分に小さく、測定距離20.0 mmで十分なデータ点数が確保できた。

試験条件を Table 3-5 に示す。



Fig. 3-8 Square rubber samples.



Fig. 3-9 A cross sectional view of edge-processed rubber sample.

Table 3-5 Conditions of friction tests of rubber samples A, B, and C.

Rubber sample	Weight [g]	Sliding velocity [mm/s]	Measuring distance [mm]	The number of trials
A	100	0.1	20.0	3
A	100	0.2	20.0	3
A	100	0.3	20.0	3
A	100	0.4	20.0	3
A	100	0.5	20.0	3
A	100	1.0	20.0	3
B	200	0.1	20.0	3
B	200	0.2	20.0	3
B	200	0.3	20.0	3
B	200	0.4	20.0	3
B	200	0.5	20.0	3
B	200	1.0	20.0	3
C	400	0.1	20.0	3
C	400	0.2	20.0	3
C	400	0.3	20.0	3
C	400	0.4	20.0	3
C	400	0.5	20.0	3
C	400	1.0	20.0	3

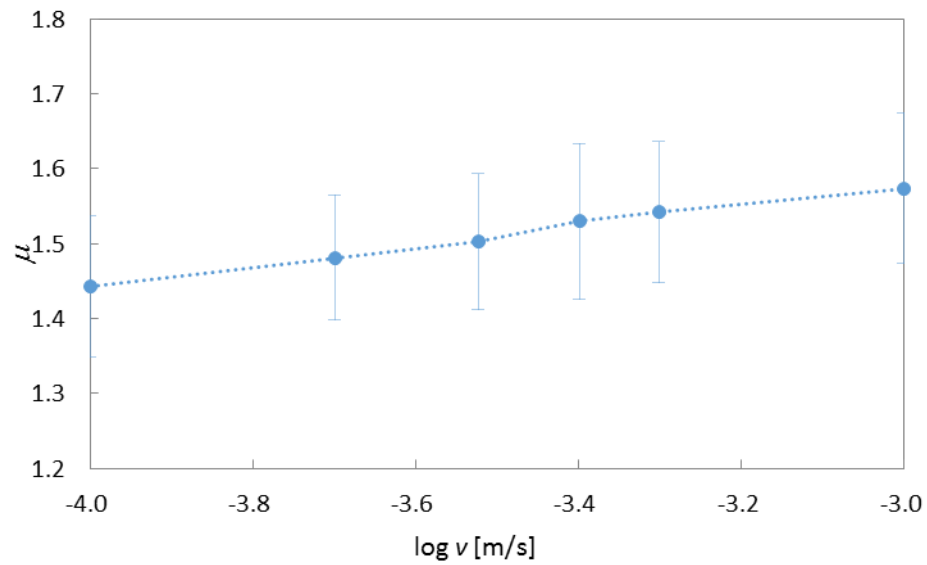
3.4.2 試験結果

ゴムサンプル A, ゴムサンプル B, およびゴムサンプル C の試験結果を, それぞれ, Fig. 3-10, Fig. 3-11, および Fig. 3-12 に示す. (a)で示される図のエラーバーは, 各すべり速度における全試行を通しての標準偏差 S を表す. 一方, (b)で示される図のエラーバーは, 各すべり速度における各試行の標準偏差の平均値 (標準偏差平均) $\bar{S}$ を表す. 標準偏差および標準偏差平均については付録 B を参照されたい.

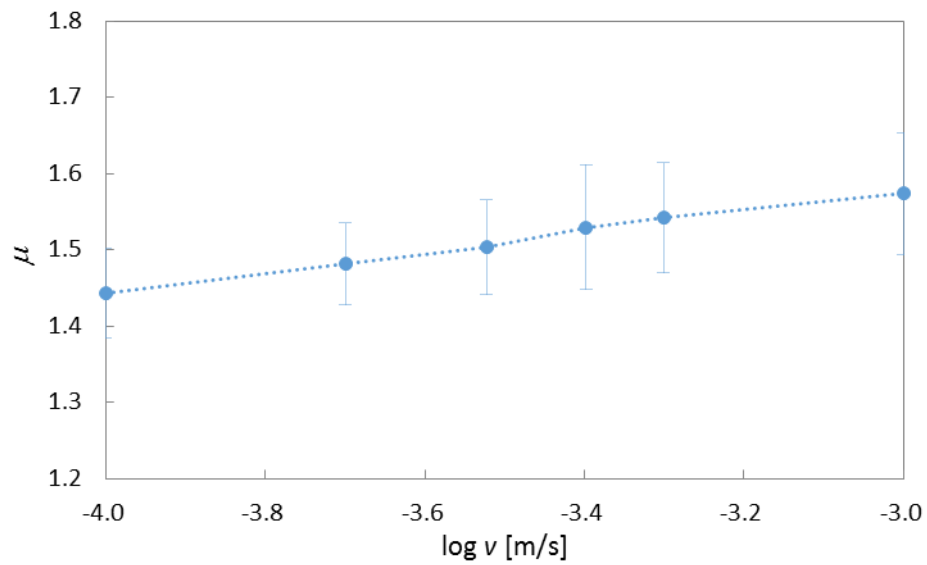
ゴムサンプル A において, $0.083 < S < 0.104$ および $0.053 < \bar{S} < 0.083$ となった. ゴムサンプル B において, $0.070 < S < 0.116$ および $0.025 < \bar{S} < 0.046$ となった. ゴムサンプル C において, $0.041 < S < 0.067$ および $0.033 < \bar{S} < 0.038$ となった. 各ゴムサンプルおよび各すべり速度において標準偏差 S は標準偏差平均 $\bar{S}$ よりも大きくなっている. これは, 試験毎の摩擦係数の差異が全体の標準偏差に反映されるためである (付録 B 参照). 標準偏差平均 $\bar{S}$ に注目すると, ゴムサンプル B およびゴムサンプル C においては標準偏差平均 $\bar{S}$ が小さく, 各試験における摩擦係数の振動が小さいことが分かる. 一方, ゴムサンプル A では, 標準偏差平均 $\bar{S}$ がゴムサンプル B とゴムサンプル C よりも大きくなっており, 各試験における摩擦係数の振動が大きいことが分かる. ゴムサンプル A において標準偏差平均 $\bar{S}$ が大きくなったのは, 全ゴムサンプルの中で最も面積が小さいため, 摩擦試験中の片当たりの影響を受けやすいからではないかと考えられる.

次に, 各ゴムサンプルの摩擦係数の比較を Fig. 3-13 に示す. エラーバーは, Fig. 3-13 (a) においては標準偏差 S を, Fig. 3-13 (b)においては標準偏差平均 $\bar{S}$ を示す. $-4.0 \leq \log v \leq -3.0$ [m/s]の速度区間において, 各サンプルとも摩擦係数が単調増加しており, すべり速度の増加に伴う増加率は良く一致している. 特に, ゴムサンプル A とゴムサンプル B は, 摩擦係数とその増加率の両方が類似していることが分かる. 一方, ゴムサンプル C の摩擦係数は, ゴムサンプル A およびゴムサンプル B と比較して $0.053 \sim 0.086$ 大きな値を示した. ゴムサンプル C との比較をしやすいくするため, Fig. 3-13 の拡大図を Fig. 3-14 に示す. Fig. 3-14 のエラーバーはゴムサンプル C の実験値のみに付し, 標準偏差 S を黒の実線で表している. Fig. 3-14 に示されているように, $v = 1.0$ [mm/s]におけるゴムサンプル B の実験値を除き, ゴムサンプル A およびゴムサンプル B の摩擦係数は, ゴムサンプル C のエラーバーの範囲外に存在している. この原因としてエッジ処理による摺動面積の減少が考えられるが, その詳細は 3.6 節で考察する.

各ゴムサンプルの摩擦係数の最大値および上昇値を Table 3-6 にまとめる.

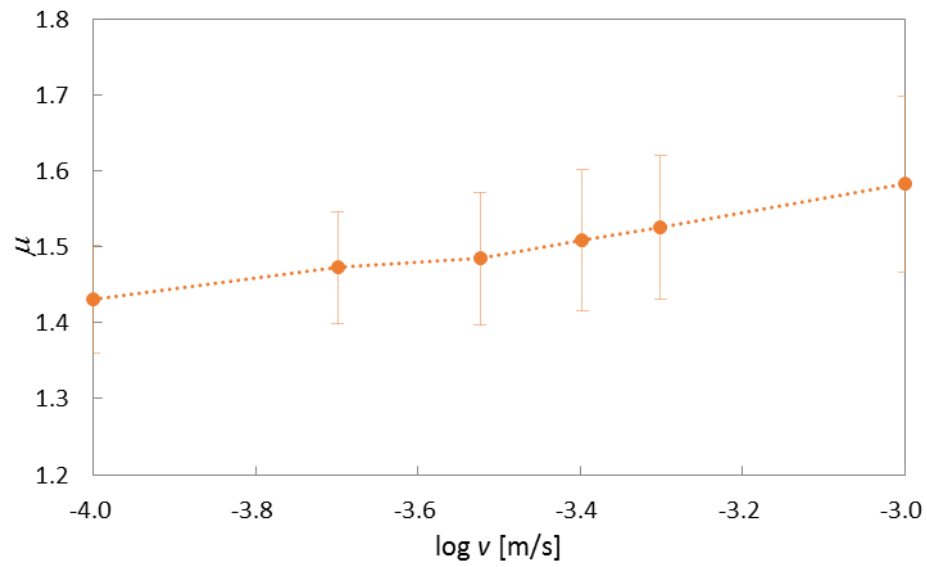


(a)

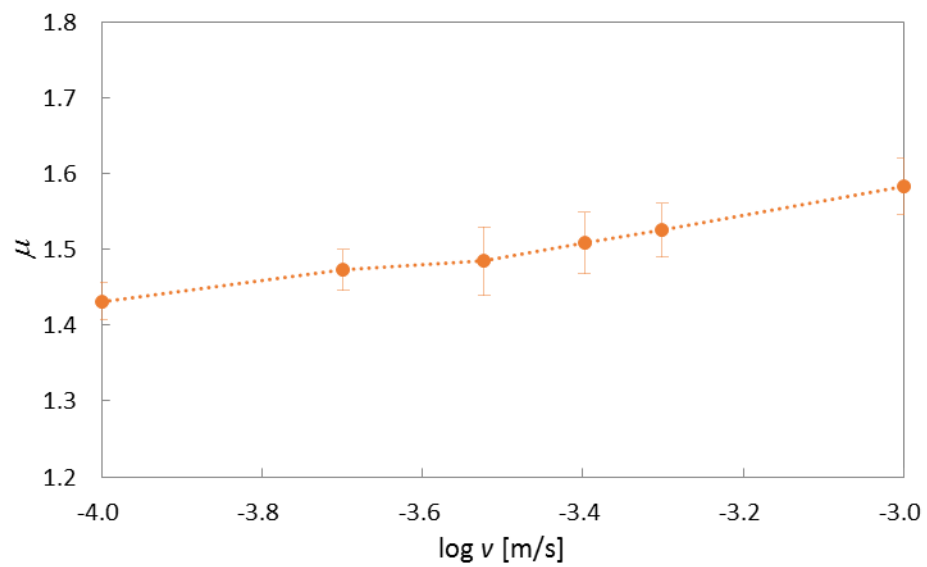


(b)

Fig. 3-10 Experimental results of rubber sample A.



(a)



(b)

Fig. 3-11 Experimental results of rubber sample B.

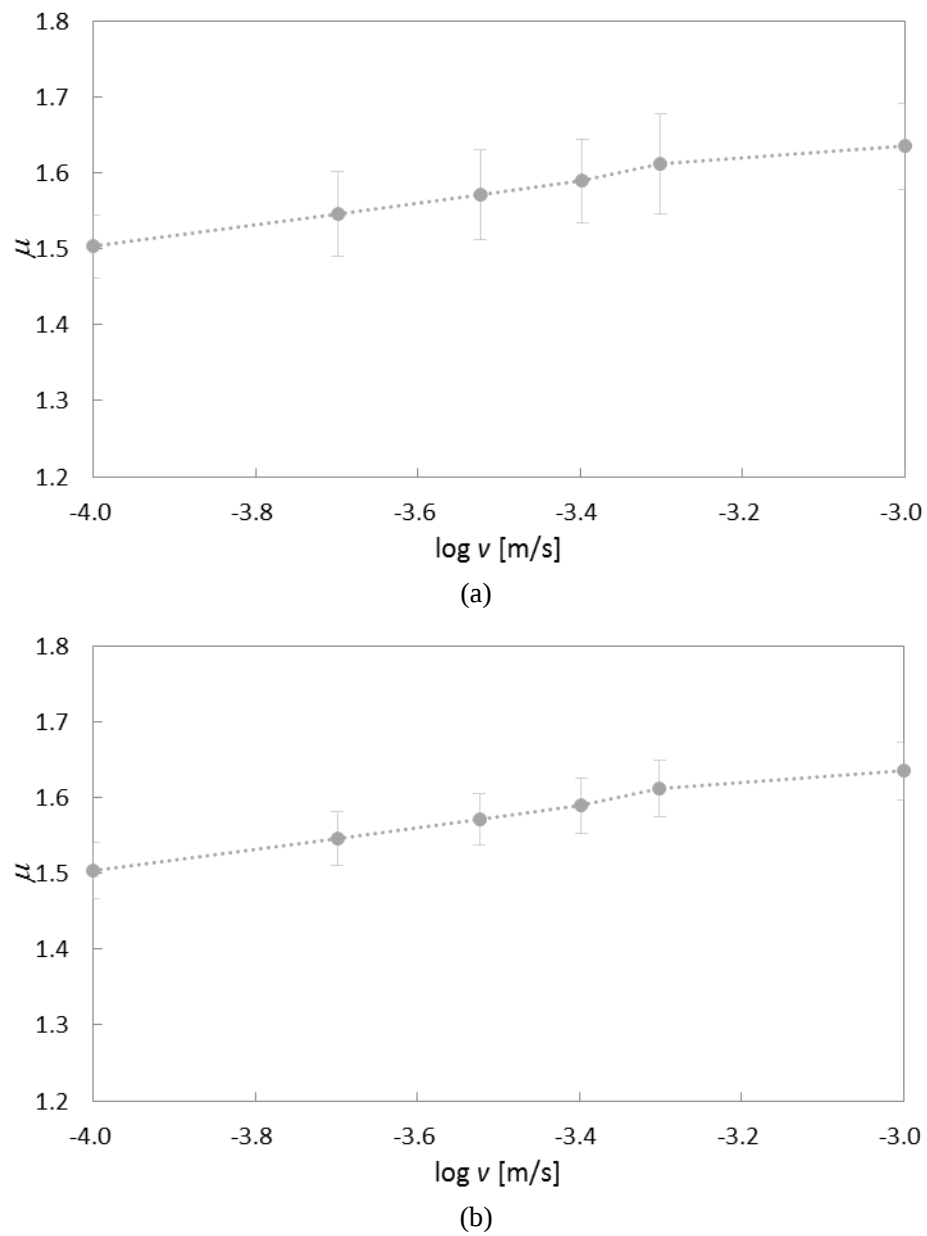
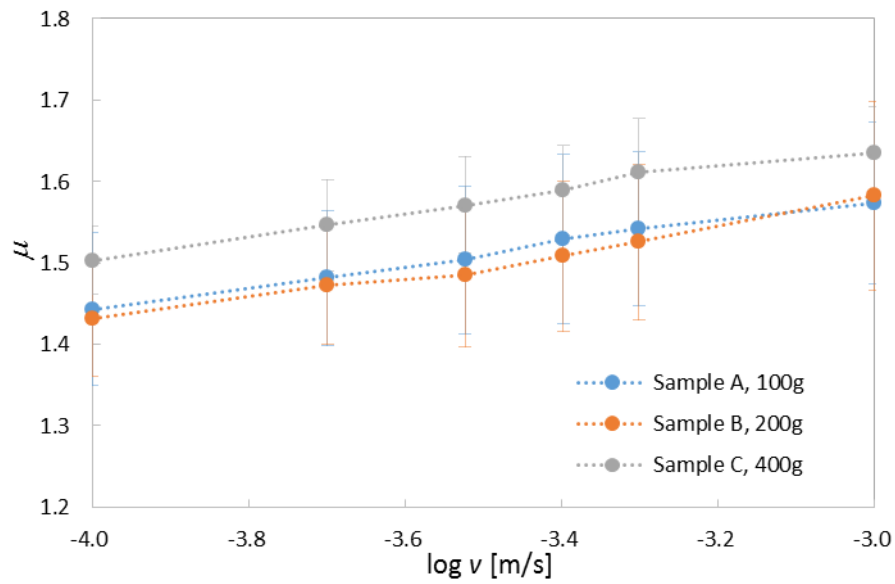
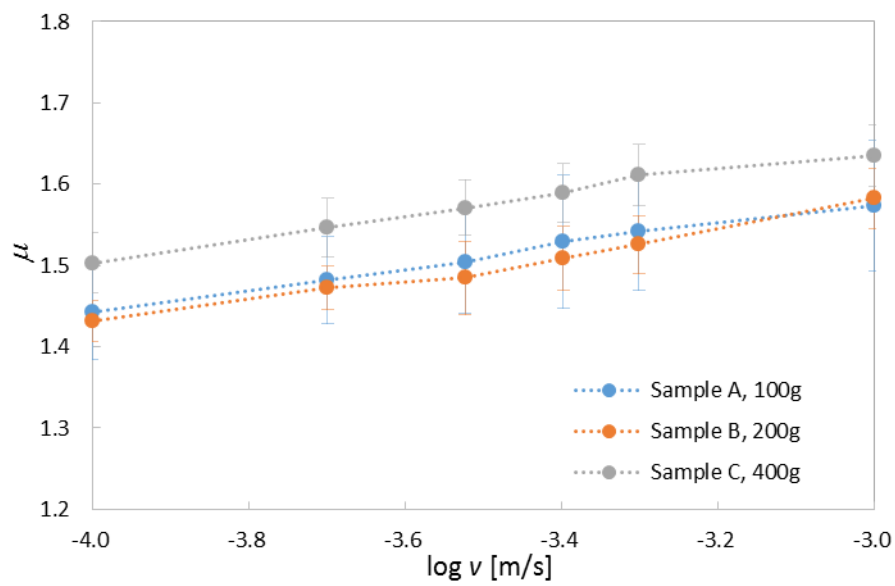


Fig. 3-12 Experimental results of rubber sample C.



(a)



(b)

Fig. 3-13 Experimental results of rubber samples A, B, and C.

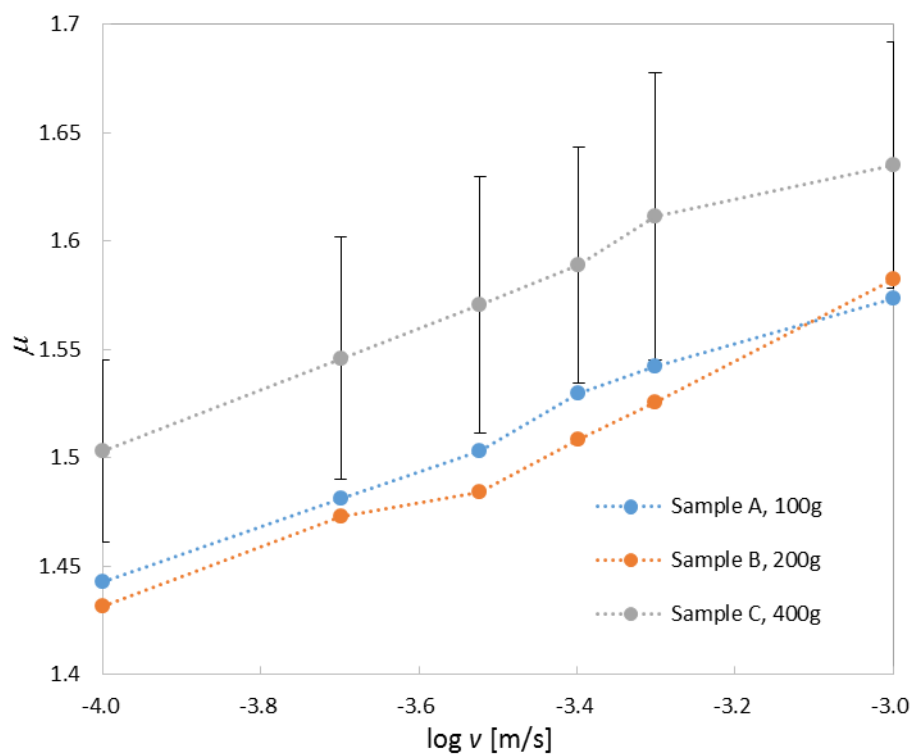


Fig. 3-14 An enlarged view of experimental results of rubber samples A, B, and C.

Table 3-6 Friction coefficient properties of rubber samples A, B, and C.

	Maximum friction coefficient	Increase of friction coefficient
Rubber sample A	1.57	0.130
Rubber sample B	1.58	0.151
Rubber sample C	1.64	0.132

3.5 エッジ処理の有無に基づく直動型摩擦試験

3.5.1 試験概要

3.4 節の摩擦試験では、摺動方向前方の 1 辺をエッジ処理したゴムサンプルを使用した。本節では、エッジ処理を施さないゴムサンプルを用いた試験を行い、エッジ処理をした場合と比較することでエッジ処理の有無による影響を評価する。

エッジ処理を施さないゴムサンプルの寸法は、20.0 mm × 20.0 mm × 2.0 mm（以下、ゴムサンプル A'）、28.3 mm × 28.3 mm × 2.0 mm（以下、ゴムサンプル B'）、および 40.0 mm × 40.0 mm × 2.0 mm（以下、ゴムサンプル C'）であり、垂直負荷荷重、すべり速度、および測定距離は 3.4 節と同様である。エッジ処理を施し易くするため、ゴムサンプル A、ゴムサンプル B、およびゴムサンプル C は 4mm の厚さを有したのに対し、ゴムサンプル A'、ゴムサンプル B'、およびゴムサンプル C' は 2mm の厚さを有する。しかし、厚さの違いによる影響は小さく、無視できるとした（付録 C 参照）。試験条件を Table 3-7 に示す。

Table 3-7 Conditions of friction tests of rubber samples A', B', and C'.

Rubber sample	Weight [g]	Sliding velocity [mm/s]	Measuring distance [mm]	The number of trials
A'	100	0.1	20.0	6
A'	100	0.2	20.0	6
A'	100	0.3	20.0	6
A'	100	0.4	20.0	6
A'	100	0.5	20.0	6
A'	100	1.0	20.0	6
B'	200	0.1	20.0	6
B'	200	0.2	20.0	6
B'	200	0.3	20.0	6
B'	200	0.4	20.0	6
B'	200	0.5	20.0	6
B'	200	1.0	20.0	6
C'	400	0.1	20.0	6
C'	400	0.2	20.0	6
C'	400	0.3	20.0	6
C'	400	0.4	20.0	6
C'	400	0.5	20.0	6
C'	400	1.0	20.0	6

3.5.2 試験結果

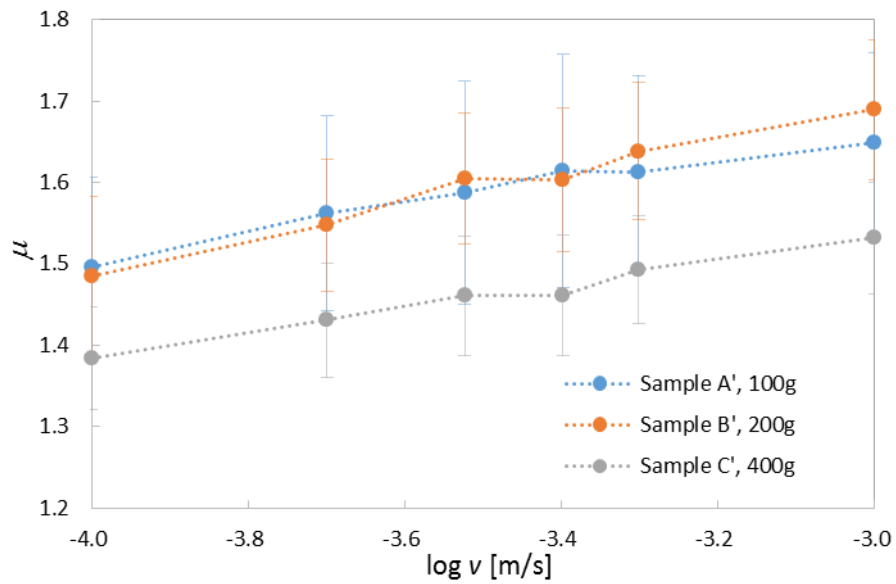
エッジ処理無の各ゴムサンプルの試験結果の比較を Fig. 3-15 に示し、各ゴムサンプルの摩擦係数の最大値および上昇値を Table 3-8 にまとめる。また、各荷重におけるエッジ処理の有無に基づく比較を、Fig. 3-16, Fig. 3-17, および Fig. 3-18 に示す。(a)で示される図のエラーバーは各すべり速度における標準偏差 S を表し、(b)で示される図のエラーバーは各すべり速度における標準偏差平均 $\bar{S}$ を表す。

エッジ処理有の場合と同様、ゴムサンプル A'およびゴムサンプル B'の試験結果は良く一致している。しかし、ゴムサンプル C'の摩擦係数は、ゴムサンプル A'およびゴムサンプル B'と比較して0.102~0.158小さな値を示し、エッジ処理有の場合と異なり、荷重 400g の試験結果が荷重 100g および荷重 200g の試験結果を下回っている。

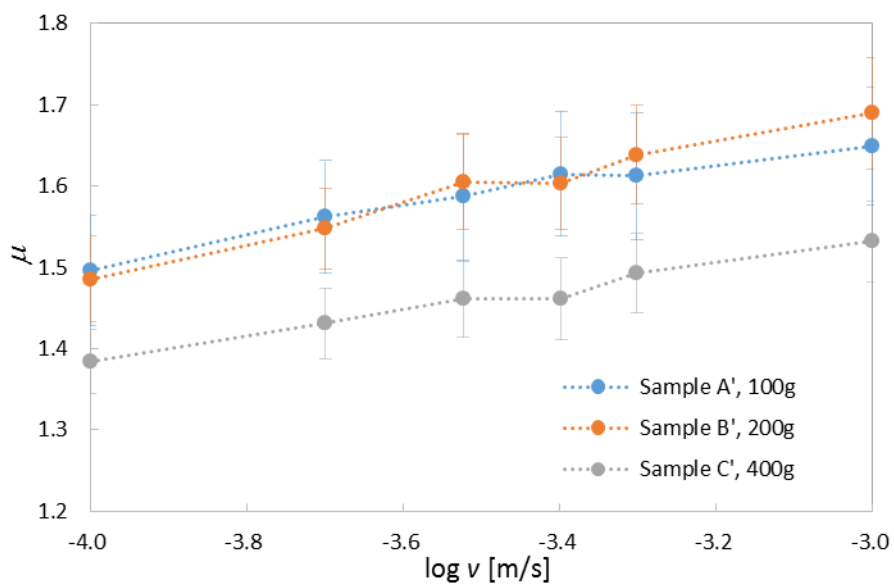
また、ゴムサンプル A'において、 $0.110 < S < 0.144$ および $0.067 < \bar{S} < 0.079$ となった。ゴムサンプル B'において、 $0.080 < S < 0.098$ および $0.049 < \bar{S} < 0.069$ となった。ゴムサンプル C'において、 $0.063 < S < 0.075$ および $0.039 < \bar{S} < 0.051$ となった。エッジ処理有の場合と同様、エッジ処理無の場合、ゴムサンプル A'がゴムサンプル B'およびゴムサンプル C'より標準偏差平均 $\bar{S}$ が大きくなっており、摩擦係数の振動が大きいことが分かる。

Table 3-6 および Table 3-8 を比較すると、すべり速度に対する摩擦係数の増加率は、エッジの処理の有無に対してあまり変化しない。最も大きく変化するのはゴムサンプル B'の場合であり、ゴムサンプル B'の摩擦係数は、 $0.1 \leq v \leq 1.0$ [mm/s]においてエッジ処理されたゴムサンプル B に比べて 0.054 程度増加している。これは、摩擦係数の絶対値に対して 5% ほどの増加である。以上より、エッジ処理の有無にかかわらず、計測したすべり速度領域におけるゴムサンプルの摩擦係数の増加率は良く一致すると考える。

エッジ処理の有無に基づく摩擦係数の大小関係においては、ゴムサンプル A'がゴムサンプル A に比べ0.053~0.085大きく、ゴムサンプル B'がゴムサンプル B に比べ0.054~0.121大きく、ゴムサンプル C'がゴムサンプル C に比べ0.103~0.128小さくなっている。荷重100gのゴムサンプル A および A' ならびに荷重200gのゴムサンプル B および B'においては、エッジ処理有の場合がエッジ処理無の場合より摩擦係数が小さくなった。一方、荷重400gのゴムサンプル C および C'においては、エッジ処理有の場合がエッジ処理無の場合より摩擦係数が大きくなり、大小関係が逆転している。



(a)

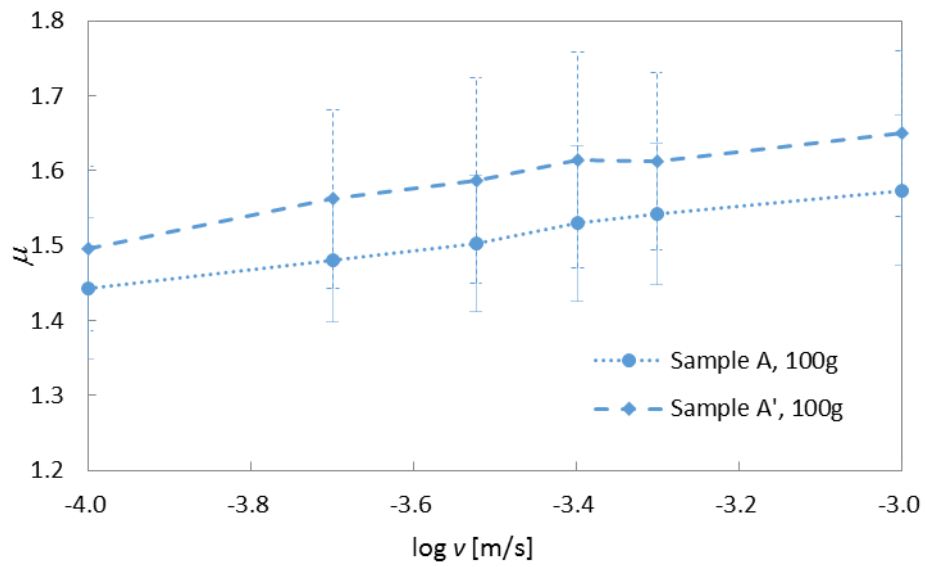


(b)

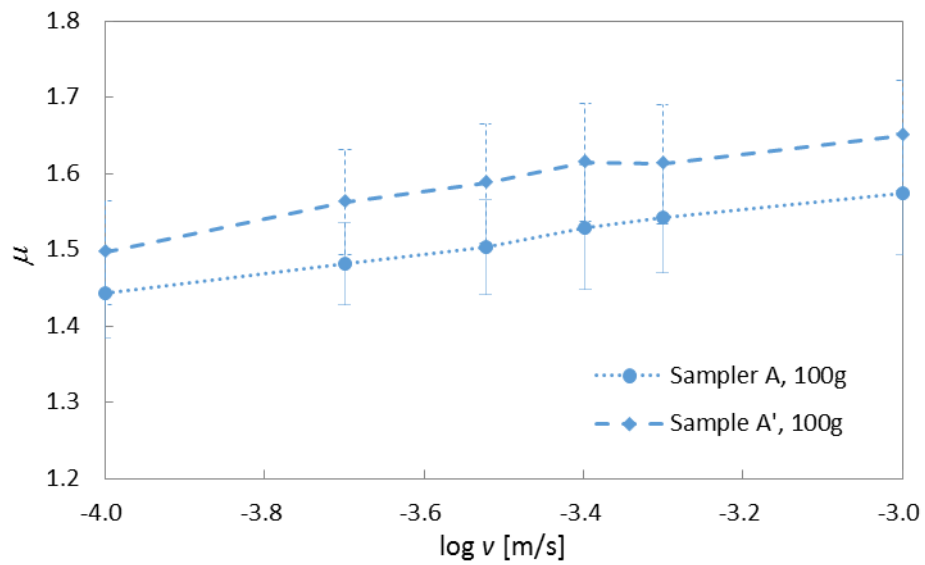
Fig. 3-15 Experimental results of rubber samples A', B', and C'.

Table 3-8 Friction coefficient properties of rubber samples A', B', and C'.

	Maximum friction coefficient	Increase of friction coefficient
Rubber sample A	1.65	0.153
Rubber sample B	1.69	0.204
Rubber sample C	1.53	0.148

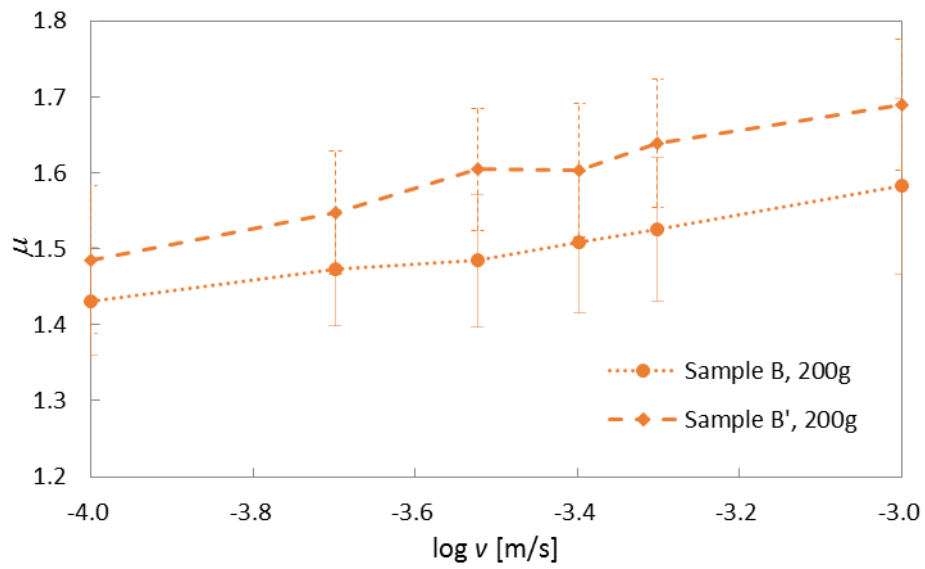


(a)

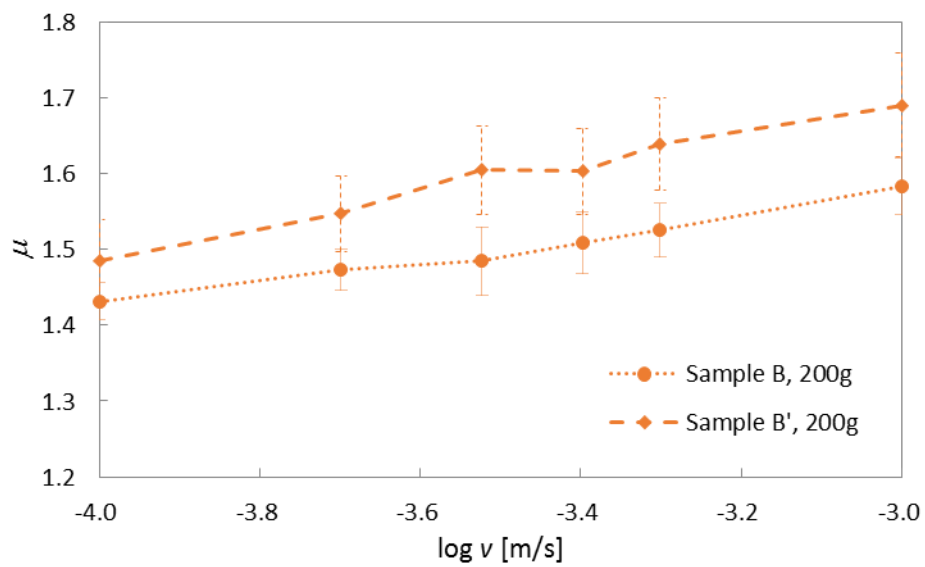


(b)

Fig. 3-16 Experimental results of rubber samples A and A'.

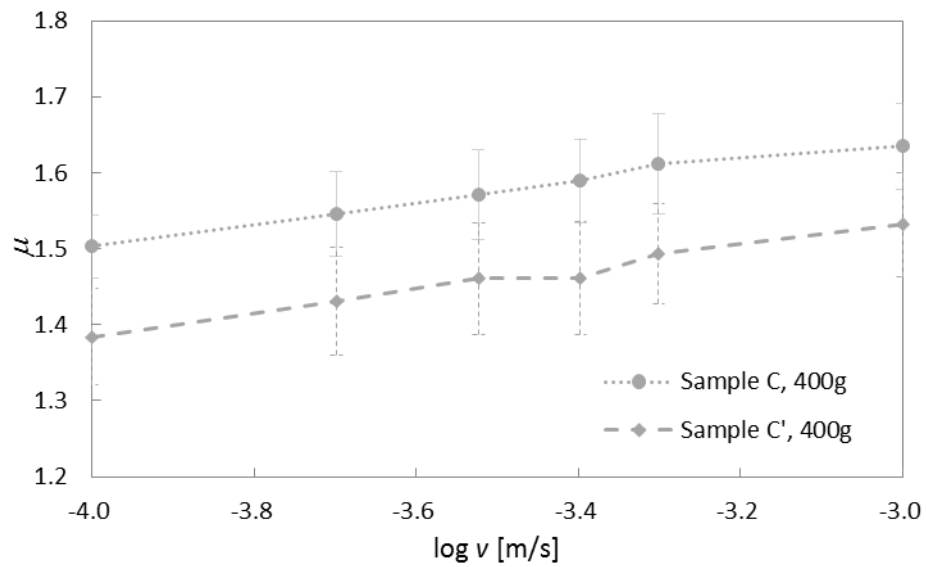


(a)

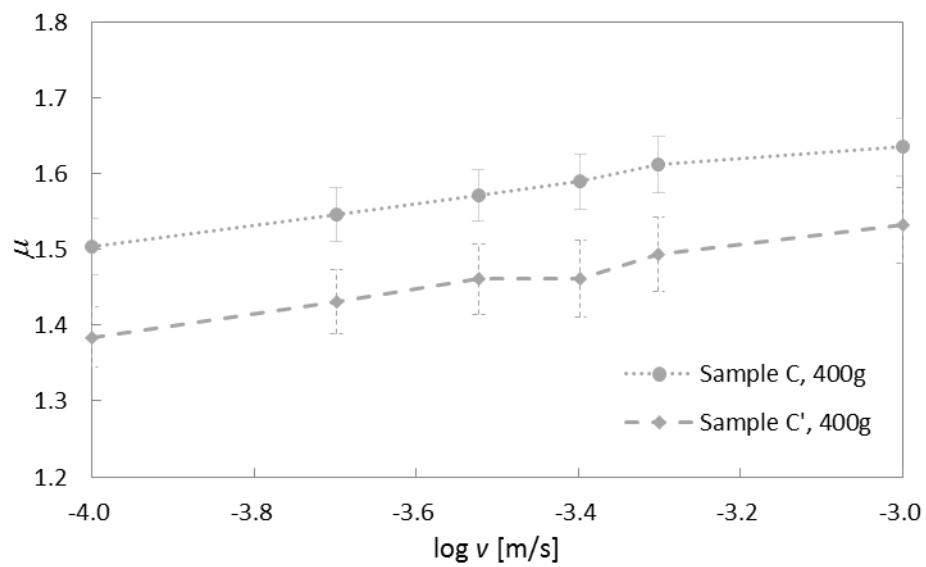


(b)

Fig. 3-17 Experimental results of rubber samples B and B'.



(a)



(b)

Fig. 3-18 Experimental results of rubber samples C and C'.

3.6 考察および摩擦係数予測に用いる実験値選定

本節では、実験結果の考察および4章の摩擦係数予測に用いる実験値の選定を行う。

まず、3.4節で行った同一応力下における摩擦試験において、荷重 100g と荷重 200g においては試験結果が良く一致している一方、荷重 400g の摩擦係数が荷重 100g および荷重 200g の摩擦係数を上回る結果を得た。この原因として考えられるのが、エッジ処理による摺動面積の減少である。面積が減少すれば、実際にゴムサンプルに負荷される公称垂直応力 σ_0 は設定した2450 Paよりも高くなる。全ゴムサンプルを通してエッジ処理により1辺は0.5mmから高々1.0 mm程度短くなっていた。ここで、ゴムサンプル A、ゴムサンプル B、およびゴムサンプル C のエッジ処理による正味の公称垂直応力をそれぞれ σ_A 、 σ_B 、および σ_C とすると、1 辺が0.5 mm短くなった場合、 $\sigma_A = 2450 \times 20/19.5 \approx 2512.82$ Pa、 $\sigma_B = 2450 \times 28.3/27.8 \approx 2539.74$ Pa、および $\sigma_C = 2450 \times 40/39.5 \approx 2481.01$ Paとなる。また、1 辺が1.0 mm 短くなった場合、 $\sigma_A = 2450 \times 20/19 \approx 2578.95$ Pa、 $\sigma_B = 2450 \times 28.3/27.3 \approx 2539.74$ Pa、および $\sigma_C = 2450 \times 40/39 = 2512.82$ Paとなる。以上のように、正味の公称垂直応力は設定した値より高くなっていると考えられる。一般的にゴムの示す摩擦係数は、応力が増えると減少することが知られている[30][31]。したがって、正味の公称垂直応力が大きい荷重 100g および荷重 200g が荷重 400g に対して小さい摩擦係数を示したと考えられる。しかし、摺動面積の変化だけではなく、ゴムサンプルと路面との接触部分における垂直応力のばらつきが生じていることも考えられる。したがって、ゴムサンプル C がゴムサンプル A およびゴムサンプル B に対して大きな摩擦係数を示したのは、エッジ処理による摺動面積の低減が一因であると言えるが、他の要因も考える余地がある。

さらに、3.5.2 項に示されているように、エッジ処理の有無に基づく摩擦試験において、いずれの荷重においてもすべり速度の増加に伴う摩擦係数の増加率は良く一致し、荷重 100g と 200g では摩擦係数自体も良く一致したが、荷重 400g のみ摩擦係数の大小関係が逆転した。加えて、3.4 節とは異なり、3.5 節では荷重 400g の摩擦係数が荷重 100g および荷重 200g の摩擦係数を下回っている。

このように荷重 400g のみが異なる傾向を示した原因は、実験上の問題もあると考えられる。荷重 400g の実験を行っている際、ゴムと路面が摺動すると、摺動方向とは垂直の方向に力が働き、直動ユニットとロードセルユニットとの位置がずれることがあった。これは、直動型摩擦試験において摺動方向にだけ力が生じるはずであるから、想定されていない方向に力が生じていることを示している。荷重 400g ではこの鉛直方向の力の影響を受け、傾向が異なった可能性がある。荷重 100g と 200g においても同様の力が発生していると考えられるが、影響は相対的に小さかったと思われる。荷重 400g における摩擦係数の特性を評価するには、実験精度を向上させ、荷重 300g など異なる荷重に相当するゴムサンプルを用いた追実験を行う必要がある。

上述の考察に示すように、荷重 400g における試験結果はさらなる摩擦試験等による評価が必要であり、摩擦係数予測に用いるのに適当であると言えない。よって、本研究では同様の特徴を示す荷重 100g および 200g の実験結果の評価を行う。

荷重 100g および 200g において、エッジを処理することにより摩擦係数の低下が観察されたが、これはせん断摩擦力に対するエッジ部分の影響が低減されたためではないかと考えられる。よって、ヒステリシスロスを考慮する Persson のモデルに基づく摩擦係数予測は、エッジ部分におけるエネルギーロスが低減されたエッジ処理有のゴムサンプル A およびゴムサンプル B に基づくのが適当である。また、ゴムサンプル A はゴムサンプル B より標準偏差平均 $\bar{S}$ が大きく、摩擦係数の振動が大きいことが分かる (3.4.2 項参照)。したがって、摩擦係数予測にはより安定した結果を示すゴムサンプル B の実験値を用いる。

以上より、Persson のモデルに基づく数値計算を行う際、エッジ処理を施した荷重 200g における (ゴムサンプル B の) 実験値を用いることとした。

4 摩擦係数予測

4.1 カットオフ波数 q_1 の逆算に基づく摩擦係数予測

4.1.1 計算条件

本章で用いる 2 章で導出した摩擦係数 μ の計算式を以下にまとめる.

$$\mu = \frac{1}{4\pi} (q_0 h_0)^2 H \int_1^{q_1/q_0} d\zeta \zeta^{-2H+1} P(\zeta) \int_0^{2\pi} d\phi \cos \phi \operatorname{Im} \frac{E(\zeta q_0 v \cos \phi)}{(1 - v^2) \sigma_0} \quad (4.1)$$

ここで, 真実接触領域の割合 $P(\zeta)$ は次の式で計算される.

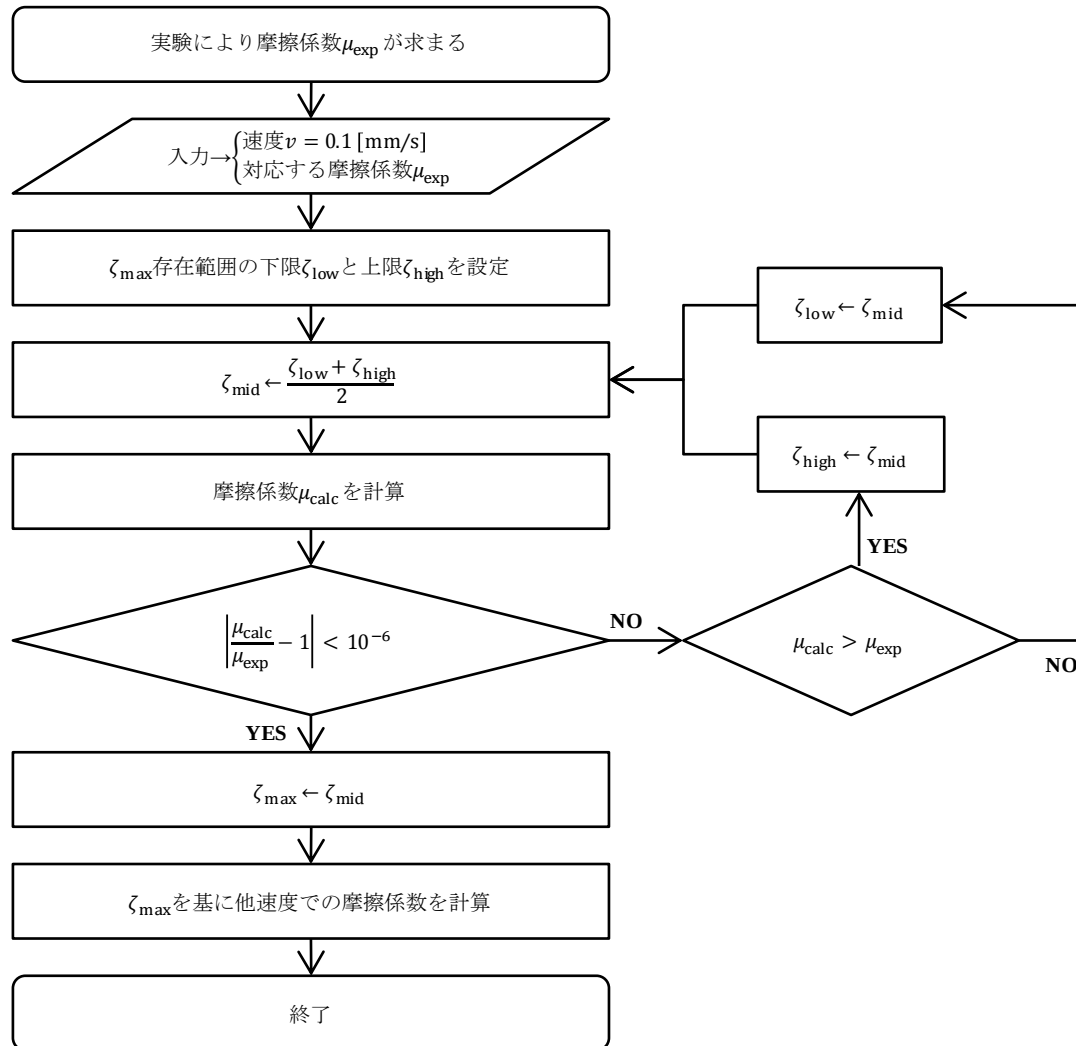
$$P(\zeta) = (1 + [\pi G(\zeta)]^{3/2})^{-1/3} \quad (4.2)$$

$$G(\zeta) = \frac{1}{16\pi} (q_0 h_0)^2 H \int_1^\zeta d\zeta' \zeta'^{-2H+1} \int_0^{2\pi} d\phi \left| \frac{E(q_0 \zeta' v \cos \phi)}{(1 - v^2) \sigma_0} \right|^2 \quad (4.3)$$

Persson の摩擦理論においては, ミクロ領域の力学的取り扱いについての考察が不足しており, カットオフ波数 q_1 の理論的決定法が示されていない. そこで, 本研究では摩擦試験によって測定した摩擦係数 μ_{exp} から逆算して q_1 を決定する. Persson のモデルにおいて, カットオフ波数 q_1 の関数としての摩擦係数 μ は単調増加であるので, μ_{exp} に対して q_1 は一意に定まる. また, 本研究のすべり速度領域においてカットオフ波数 q_1 は一定であるとする. 本研究では, 摺動面の温度上昇効果などを無視するために, 測定範囲において最小であるすべり速度 $v = 1.0 \times 10^{-4}$ [mm/s] における摩擦係数 μ_{exp} を用いて, 定数 q_1 の合わせこみを行った. 計算条件を Table 4-1 に示す. $q_1 (= \zeta_{\text{max}} q_0)$ の計算には二分法を用いた. 計算アルゴリズムを Fig. 4-1 に示す.

Table 4-1 Calculation conditions.

Surface data	q_0 [1/m]	5070.0
	h_0 [μm]	88.8859
	H	0.63069
Rubber data	Viscoelastic property $E(\omega)$ [Pa]	if $\omega < 2\pi \times 10^2$ $\text{Re } E(\omega) = \sum_{i=0}^n E_i$ $\text{Im } E(\omega) = \left(\frac{\omega}{2\pi}\right)^{0.15} \times 10^{6.634}$
		if $\omega \geq 2\pi \times 10^2$ $E_0 + \sum_{i=1}^n \{(1/E_i) + (1/i\omega\eta_i)\}^{-1}$
	Poisson's ratio ν	0.49
Normal stress σ_0 [Pa]		2450
Sliding speed range [m/s]		$1.0 \times 10^{-4} \sim 1.0 \times 10^{-3}$

Fig. 4-1 The calculation algorithm of the $\zeta_{\max}$.

4.1.2 計算結果

カットオフ波数は $q_1 = 1.52516 \times 10^7$ [1/m] となった。得られた q_1 を用いて計算した μ - v 予測線を Fig. 4-2 に示す。図中の実線は計算結果，点線は実験結果を示し，実験結果に対するエラーバーは標準偏差平均 $\bar{S}$ を表す。

合わせこみを行った $v = 1.0 \times 10^{-4}$ [m/s] の摩擦係数は，実験値と計算値が一致している。しかし， $v > 1.0 \times 10^{-4}$ [m/s] の速度域においては，計算結果は実験値より大きい摩擦係数を示した。例えば， $v = 1.0 \times 10^{-3}$ [m/s] では，実験値に対して 0.226 ほど大きな摩擦係数を示した。

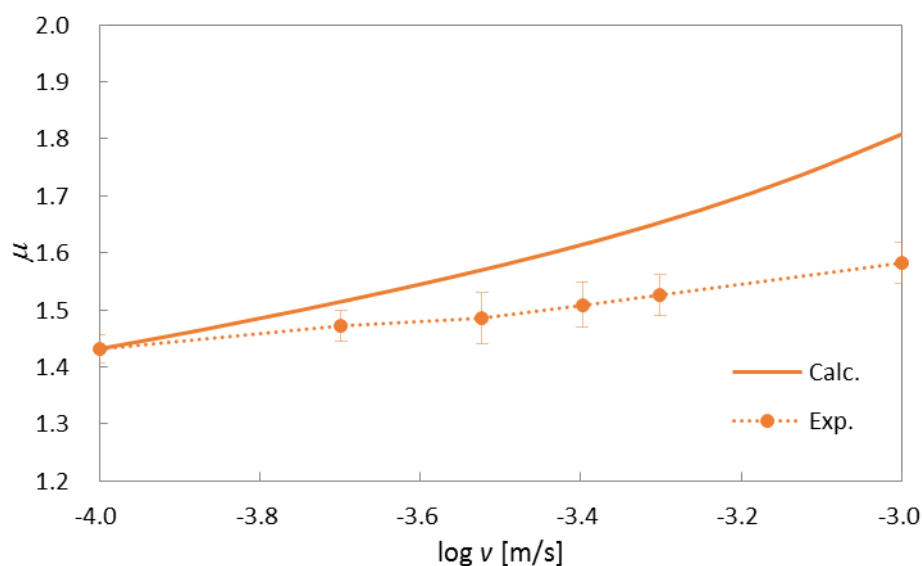


Fig. 4-2 μ - v curves comparing the calculation with the experiment for rubber sample B.

4.2 オフセットを考慮した摩擦係数予測

4.2.1 計算条件

前節では、エッジ処理有のゴムサンプル B の実験値に対して、Persson のモデルにおけるヒステリシスロスと等しいとして摩擦係数予測を行った。3.5.2 項で論じているように、荷重 200g においてエッジ処理を施すことにより、すべり速度の増加に伴う摩擦係数の増加率は変わらずに摩擦係数は全速度域で低下した。エッジ処理により、ゴムサンプル B ではエッジ部分の影響が低減されたと考えられるが、完全にエッジの影響を無くすることができたとは言えない。すなわち、正味のヒステリシスロスはさらに小さいと考えられる。つまり、正味のヒステリシスロスによる摩擦係数 μ_{hys} は、実験により求められた摩擦係数 μ_{exp} からオフセット μ_{offset} を引いたものに等しい ($\mu_{\text{hys}} = \mu_{\text{exp}} - \mu_{\text{offset}}$) と表せ得る。よって、本節では摩擦係数に対するオフセットを考慮した摩擦係数予測を行う。具体的には、 $v = 1.0 \times 10^{-4}$ [m/s]において、 μ_{exp} を $\mu_{\text{offset}} = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ で減算し、計算値 μ_{calc} が $\mu_{\text{calc}} = \mu_{\text{exp}} - \mu_{\text{offset}}$ となるようにカットオフ波数 q_1 を計算する。そして、得られた q_1 に基づいて他速度での摩擦係数を計算する。計算条件は、前節の Table 4-1 と同様である。オフセットを考慮した場合の計算アルゴリズムを Fig. 4-3 に示す。

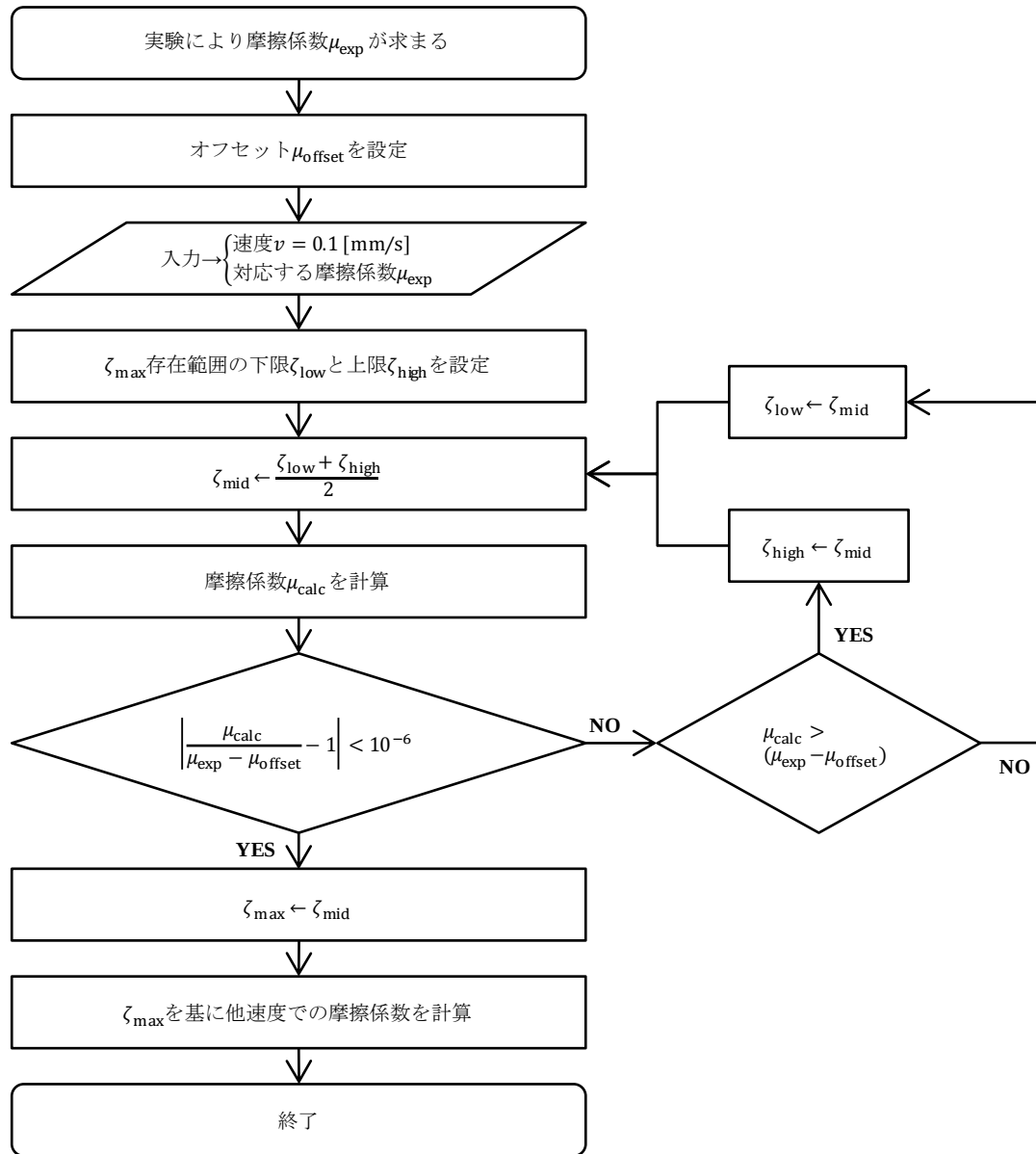


Fig. 4-3 The calculation algorithm of the ζ_{max} for the change on μ_{offset} .

4.2.2 計算結果

オフセット μ_{offset} を考慮した摩擦係数予測を Fig. 4-4 に示す．図中の実線は計算結果，点線は実験結果を示し，実験結果に対するエラーバーは標準偏差平均 $\bar{S}$ を表す．オフセットの値毎に図中の色が異なっている．なお，計算結果との比較を容易にするため，実験で得られた摩擦係数 μ_{exp} からもオフセットを差し引いてプロットしている．また，オフセット μ_{offset} に対する計算されたカットオフ波数 q_1 および対応する波長 $\lambda_1 (= 2\pi/q_1)$ を Fig. 4-5 に示す．

Fig. 4-5 に示すように，オフセット μ_{offset} を大きくするにつれ $v = 1.0 \times 10^{-4}$ [m/s]で計算されるカットオフ波数 q_1 は減少している（波長 λ_1 は増加している）． μ_{offset} により q_1 が減少することで， $1.0 \times 10^{-4} \leq v \leq 1.0 \times 10^{-3}$ [m/s]におけるすべり速度の増加に伴う摩擦係数の増加率は μ_{offset} の増大に伴い低下している（Fig. 4-4 参照）． $\mu_{\text{offset}} < 0.6$ における計算では， $v > 1.0 \times 10^{-4}$ [m/s]の速度域で計算値が実験値を上回っている．一方， $\mu_{\text{offset}} > 0.6$ における計算では， $v > 1.0 \times 10^{-4}$ [m/s]の速度域で計算値が実験値を下回っている．特に， $\mu_{\text{offset}} = 0.6$ 付近において，全速度域で計算値と実験値が良く一致している．すなわち， $\mu_{\text{offset}} \approx 0.6$ のとき実験値 μ_{exp} の増加率は，ヒステリシスロスによる摩擦係数 μ_{hys} の増加率と良く一致している．

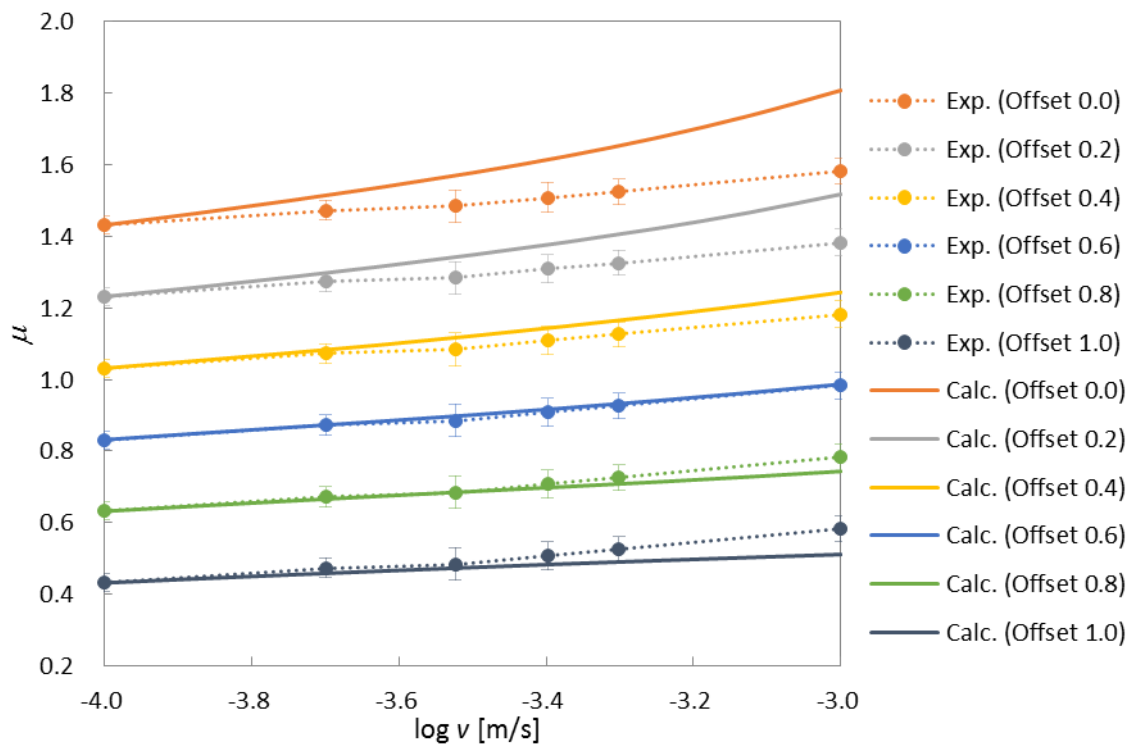


Fig. 4-4 μ - v curves comparing the calculation with the experiment for rubber sample B based on the change on μ_{offset} .

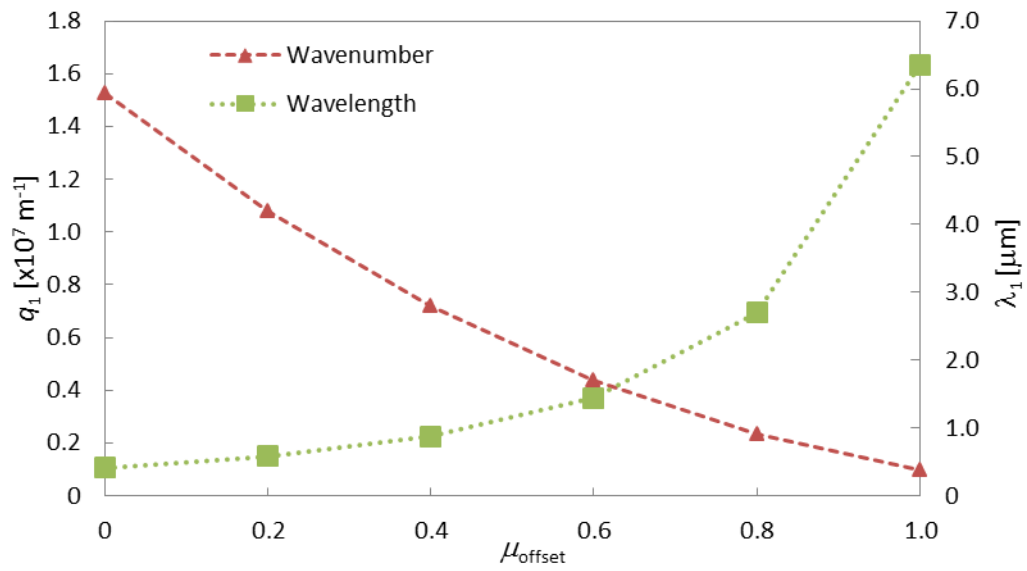
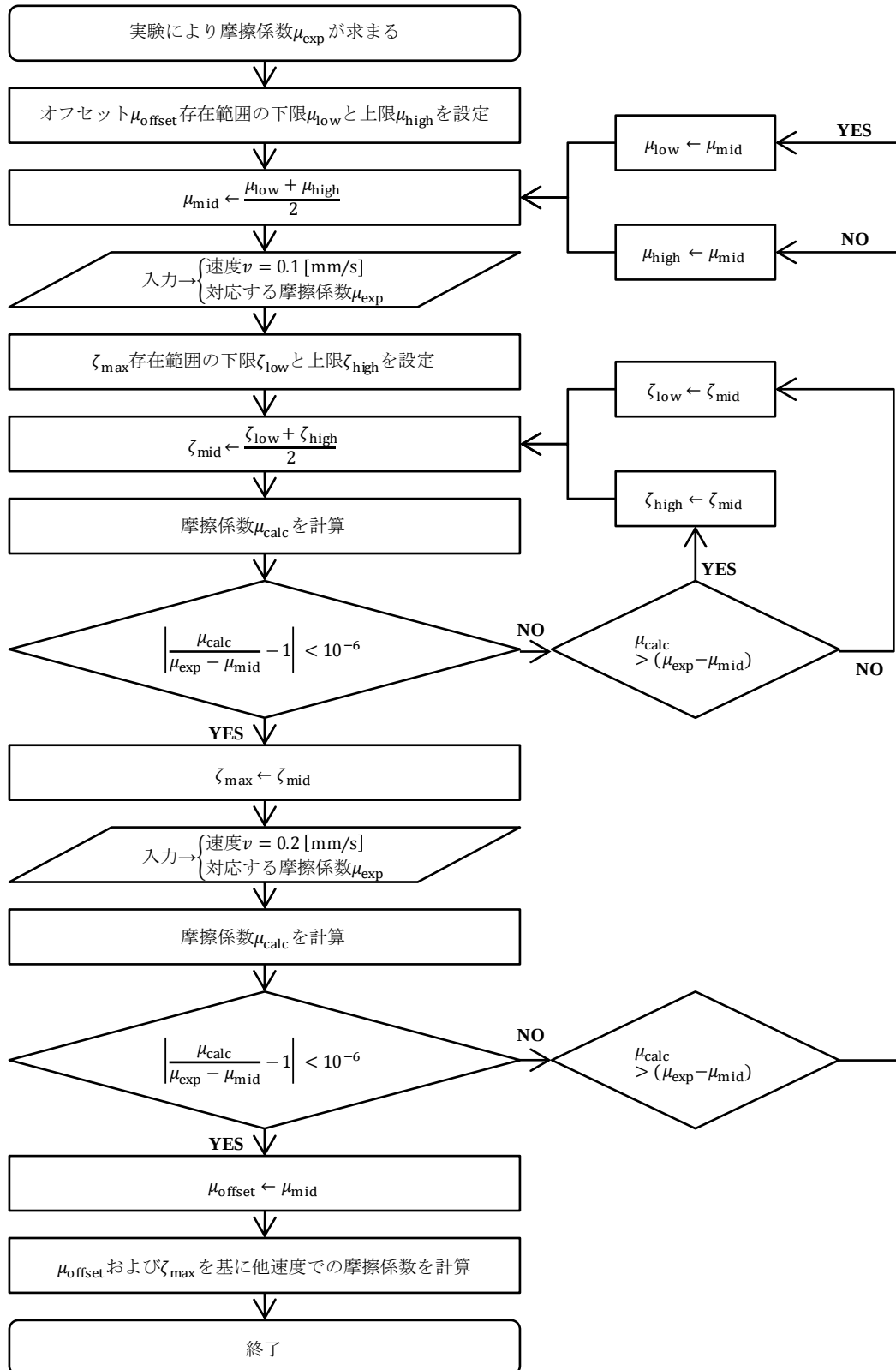


Fig. 4-5 Cut off wavenumber q_1 and wavelength λ_1 depending on μ_{offset} .

4.3 オフセットの同定およびそれに基づく摩擦係数予測

4.3.1 計算条件

前節において、オフセットを $\mu_{\text{offset}} \approx 0.6$ とすることで、すべり速度の増加に伴う実験値 μ_{exp} の増加率がヒステリシスロスによる摩擦係数 μ_{hys} により見積もれることが示唆された。よって、本節では実験値 μ_{exp} と一致するより正確な μ_{offset} を算出する。具体的に述べると、 $v = 1.0 \times 10^{-4}$ [mm/s]において計算値 μ_{calc} と μ_{exp} とが一致するようにカットオフ波数 q_1 を合わせこみ、同様に $v = 2.0 \times 10^{-4}$ [mm/s]において μ_{calc} と μ_{exp} とが一致するように μ_{offset} を評価する。 $v = 2.0 \times 10^{-4}$ [mm/s]の速度における試験結果を用いたのは、最小速度である $v = 1.0 \times 10^{-4}$ [mm/s]の次に温度上昇の影響が小さいと考えられるためである。計算条件は、4.1.1 項の Table 4-1 と同様である。また、 q_1 および μ_{offset} を求める際には二分法を用いた。その計算アルゴリズムを Fig. 4-6 に示す。

Fig. 4-6 The calculation algorithm of the $\zeta_{\max}$ and μ_{offset} .

4.3.2 計算結果

Fig. 4-6 の計算アルゴリズムで求めたオフセットは $\mu_{\text{offset}} = 0.610$ となり，対応するカットオフ波数は $q_1 = 4.24508 \times 10^6$ [1/m]となった．得られた q_1 を用いて計算した μ - v 予測線を Fig. 4-7 に示す．図中の実線は計算結果，点線は実験結果を示し，実験結果に対するエラーバーは標準偏差平均 $\bar{S}$ を表す．なお，計算結果との比較を容易にするため，実験で得られた摩擦係数からもオフセットを差し引いてプロットしている．

合わせこみを行っているため， $v = 1.0 \times 10^{-4}$ [m/s]および $v = 2.0 \times 10^{-4}$ [m/s]での計算値は実験値と当然一致している．しかし，より大きい速度領域でも計算値と実験値が良く一致していることが分かる．よって， $\mu_{\text{offset}} = 0.610$ によってより正確に実験値 μ_{exp} の増加率を評価することができ，正味のヒステリシスロスの評価により近づいたのではないと言える．

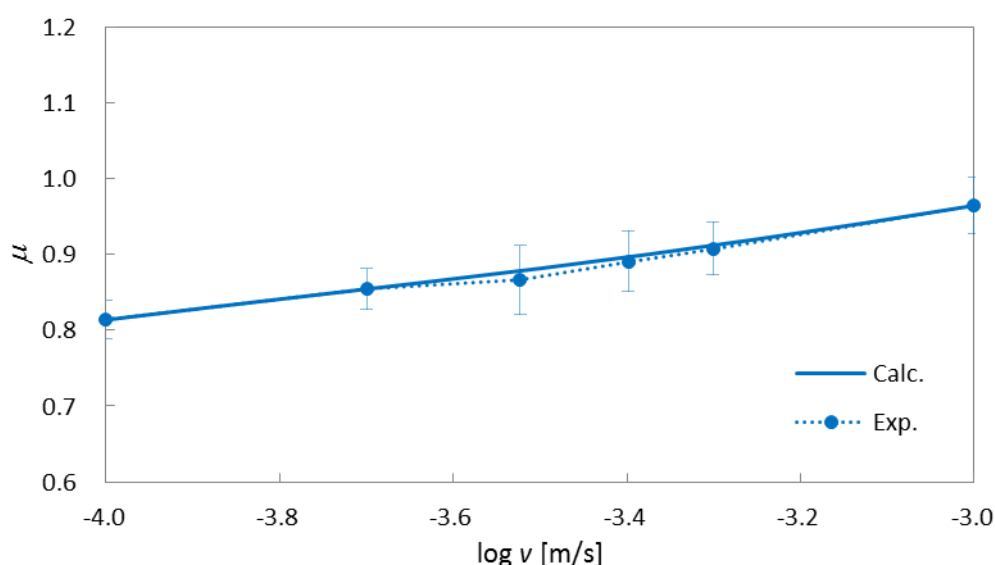


Fig. 4-7 μ - v curves comparing the calculation with the experiment for rubber sample B based on calculated μ_{offset} and ζ_{max} .

4.4 考察

本摩擦試験ではゴムサンプル上で摩耗が生じたため、まず摩耗について考察する。前節で述べたように、ゴムサンプル B の実験値に対しオフセット μ_{offset} を0.610で与え、すべり速度 $v = 1.0 \times 10^{-4}$ [mm/s]において実験値 μ_{exp} と計算値 μ_{calc} とが一致するようにカットオフ波数 q_1 を合わせこみ $q_1 = 4.24508 \times 10^6$ [1/m]（すなわち、波数 $\lambda_1 = 2\pi/q_1 = 1.48011$ [μm])を得た。Lorenz らは観察された最小の摩耗粒子の大きさから $q_1 = 5 \times 10^6$ [1/m] ($\lambda_1 = 1.28938$ [μm])としており[29]、本研究で得られたカットオフ波数は摩擦・摩耗現象において適当なオーダーを有していると言える。

また、 μ_{offset} および q_1 に基づく μ_{calc} と μ_{exp} は、すべり速度の増加に伴う増加率が良く一致した。これにより、正味のヒステリシスロスの評価に近づいたと考えられる。以降では、この μ_{offset} について考察する。

$\mu_{\text{offset}} = 0.610$ となる要因として、 $q_0 \leq q \leq q_1$ 以外の波数領域におけるエネルギーロスが考えられる。特に、オフセット μ_{offset} はすべり速度に依らず一定であるとしているため、上記2つの要因についてすべり速度との関係について述べる。

セルフアフィンフラクタル性を示す路面表面は、Fig. 4-8 に図示されるように3つの波数領域に分けることができる。すなわち、 $q_L \leq q < q_0$ のマクロな領域（領域 I）、 $q_0 \leq q \leq q_1$ の中間領域（領域 II）、および $q_1 < q$ のミクロな領域（領域 III）である。ここで、 q_L はゴムサンプルサイズに基づく見かけの波数、 q_0 はロールオフ波数、 q_1 はカットオフ波数である。領域 II におけるエネルギーロスは、これまで説明してきた Persson の摩擦モデルによるヒステリシスロスのエネルギーに他ならない。よって、領域 I および領域 III が μ_{offset} に反映される。それぞれの領域におけるエネルギーロスについて別個に記述する。

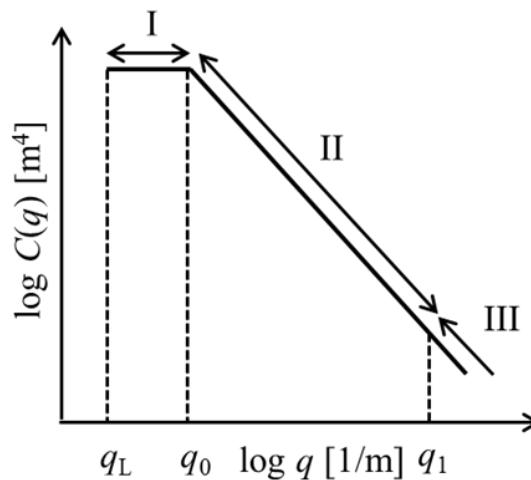


Fig. 4-8 The surface roughness power spectrum for $q_L \leq q$.

(i) 領域 I ($q_L \leq q < q_0$)

領域 I で生じていると考えられるのは、掘り起こし摩擦である。接触する 2 面間の表面に固い突起が存在したり、2 面間に硬質の粒子が存在すると、軟らかい表面にこれらが食い込んだ状態となる。この状態で 2 面間をすべらせると硬い表面の突起が軟らかい表面を掘り起こすことになる[32]。これが掘り起こし摩擦である。掘り起こし摩擦は、以下の 2 つの要素にさらに分けられると考えられる。

1 つは、路面表面のマクロな幾何形状（凹凸）による影響である[33]。特に、本研究で用いた路面の表面凹凸によるゴムの摩擦への寄与について有限要素法解析が行われている[34][35]。これらの有限要素法解析によると、表面凹凸は垂直負荷荷重に伴い摩擦係数を 1.1~1.3 の倍率で増加させる。また、本研究で使用したゴムサンプルを用い、より凹凸が著しい路面で行われた摩擦試験も報告されている[24]。この報告では、摩擦係数のすべり速度に対する依存性は認められなかった。以上より、マクロな凹凸の摩擦係数に対する寄与は、すべり速度に依らないのではないかと考えられる。

もう 1 つは、エッジ部分による掘り起こしである。3.5 節で述べたように、エッジ処理の有無によりすべり速度の増加に伴う摩擦係数の増加率は変わらずに摩擦係数は全速度域で低下した。エッジ処理を施しても、エッジ部分の影響を完全に無視できるとは言えず、残存するエッジ部分が μ_{offset} に反映されることが考えられる。すなわち、エッジ処理の有無によって程度の差はあるとしても、エッジ部分がすべり速度に依存しない掘り起こし摩擦を誘起させる可能性は高い。

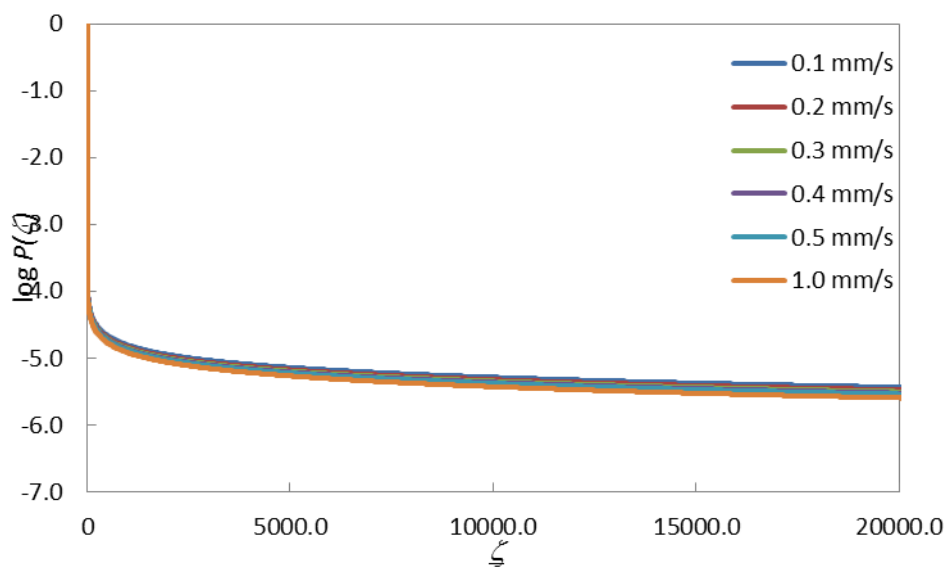
したがって、上述した 2 つの現象によって、マクロスケールで存在する表面凹凸が、すべり速度に依存しない掘り起こし摩擦を発現させたと言える。これが、領域 I における μ_{offset} である。

(ii) 領域 III ($q_1 < q$)

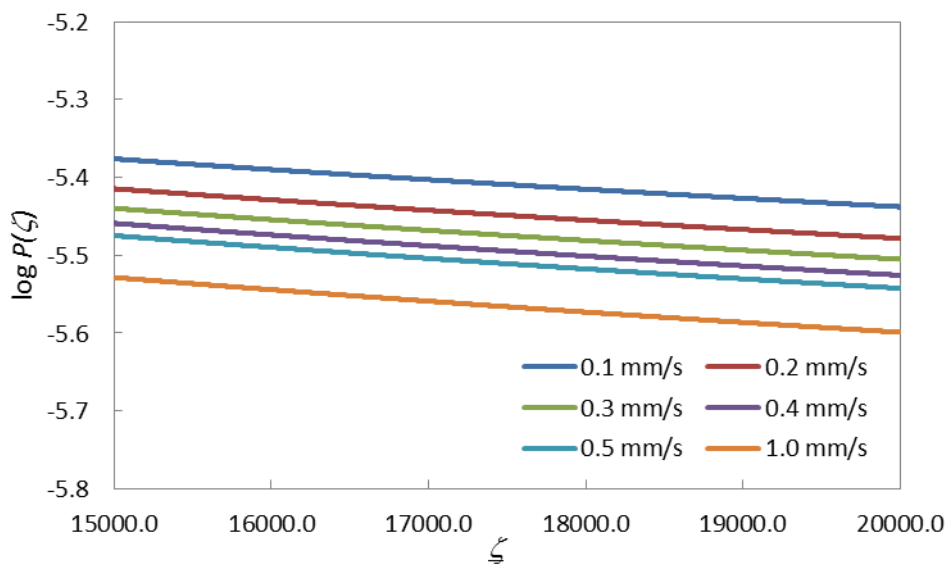
領域 III で生じていると考えられるのは、ゴムと路面との凝着摩擦である。現在、ミクロな摩擦は分子間の凝着によるものと考えられており[36]、分子スケールにおいて摩擦力と凝着力には深い関係があることが知られている[37]。

特に、ゴム - 路面間の摩擦において凝着の効果が重要になる波長 λ のスケールは $\lambda < 0.1$ [μm] である[7]。凝着摩擦においては、分子間の結合力はすべり速度とともに増大し、分子の結合数はすべり速度とともに減少するため、すべり速度に対し最大値を持つと考えられている[2]。つまり、凝着摩擦はすべり速度に伴い増減するとされている。

そこで、Persson の接触理論から、 $\lambda = 0.1 [\mu\text{m}]$ となる倍率 $\zeta = 20000$ までのゴム - 路面間の真実接触面積率 $P(\zeta)$ を $0.1 \leq v \leq 1.0 [\text{mm/s}]$ の速度域で算出した．計算条件は Table 4-1 と同様である．計算結果を Fig. 4-9 に示す．すべり速度毎に異なる色を付している．拡大された Fig. 4-9 (b)に示すように，すべり速度の増加に伴い $P(\zeta)$ が小さくなっている．特に， $\zeta = 20000$ 付近では $v = 0.1 [\text{mm/s}]$ における $P(\zeta)$ は， $v = 1.0 [\text{mm/s}]$ の場合に比べ 1.45 倍程度大きくなっている．よって，凝着摩擦は，接触面積に比例するならば，すべり速度が大きくなるにつれ減少すると考えられる．



(a)



(b)

Fig. 4-9 The calculation of the fraction of real contact area.

しかし、タイヤ - 路面間のマクロな摩擦のスケールと分子スケールには $\sim 10^{-7}$ ものスケール差が存在しており、 $\lambda = 0.1 [\mu\text{m}]$ は Persson の示す q_1 より小さいスケールであるため、凝着の影響は非常に小さいとされている[19][38].

したがって、領域 III における μ_{offset} に対する凝着摩擦の寄与は、すべり速度が増加するに伴い減少し得るが、その影響は無視できるほど小さいと考えられる.

以上より、 μ_{offset} は $q_L \leq q < q_0$ の波数領域における掘り起こし摩擦により構成され则认为られる.

5 結論と今後の課題

5.1 結論

本研究では、直動型摩擦試験に基づき Persson の摩擦理論で構築されるゴム - 路面間のヒステリシスロスの評価した。結論を以下に示す。

- ・ 粘弾性試験の結果を一般化 Maxwell モデルで表現し、ゴムサンプルの粘弾性特性を得た。
- ・ 路面サンプルの路面凹凸の高さデータを測定し、路面表面粗さパワースペクトルを計算し、路面特性を得た。
- ・ 同一応力下における摩擦試験およびエッジ処理に基づく摩擦試験を実施し、荷重 100g と荷重 200g において良く一致した試験結果を得た。一方、荷重 400g における摩擦係数の評価には追実験による評価が必要であることを示した。
- ・ 実際の路面およびゴム物性の条件を適用し、最小すべり速度においてカットオフ波数 q_1 を逆算することで、オフセット μ_{offset} を考慮した摩擦係数予測を行った。
- ・ $\mu_{\text{offset}} = 0.610$ とすることにより $q_1 = 4.24508 \times 10^6$ [1/m]を得て、計算結果と実験結果におけるすべり速度の増加に伴う摩擦係数の増加率が良く一致し、より正確なヒステリシスロスの評価となることを示した。
- ・ μ_{offset} は主に掘り起こし摩擦の影響を受けていると考えられることを示した。

5.2 今後の課題

本研究においては、異なる面積を有する 3 種類のゴムサンプルを用いた摩擦試験を行った。良く一致した結果を得られた試験があった一方で、荷重を大きくした際に予期せぬ方向に力が生じることが判明し、実験の精度を向上させる必要性があることが分かった。また、ゴム - 路面間の摩擦現象をより詳細に評価するためには、異なる粘弾性特性を有するゴムサンプルの使用、異なる路面表面粗さパワースペクトルを有する路面の使用、および異なる荷重・応力下での実験の実施をすべきである。

また、Persson の摩擦理論では、カットオフ波数の決定方法や掘り起こし摩擦および凝着摩擦との結びつけは確立されていない。したがって、有限要素法解析などを用いた検討を含め、カットオフ波数、掘り起こし摩擦などを定量的に評価し、物理的な意味づけができることが期待される。

付録A スティックスリップ現象

固体が平面上を一定の速度ですべっているとき、すべりに伴って摩擦力が変動することがある。この現象をスティックスリップ現象と呼ぶ[39]。動摩擦係数が静止摩擦係数より小さいことが、スティックスリップ現象を引き起こす原因とされている[40]。ゴム材料ではほとんどの摩擦すべりにおいてスティックスリップ現象が発生しており[4]、通常のスケールにおいて、振動する物体の摩擦係数は小さくなることが実験的に知られている[41]。

本研究で行った摩擦試験においてもスティックスリップ現象が観察された。Table 3-7 に示すように、エッジ処理を施さないゴムサンプル A'、ゴムサンプル B'、およびゴムサンプル C'では 6 回の摩擦試験を行ったが、その内 3 回は $1.0 < v \leq 10.0$ [mm/s] の速度域でも試験を実施した。ゴムサンプル B' の $v = 0.1$ [mm/s] および $v = 10.0$ [mm/s] における摩擦試験の結果の一例を、それぞれ Fig. A-1 および Fig. A-2 に示す。両図において、試験開始後十分な時間が経過しても摩擦係数の振動が発生しておりスティックスリップ現象を観察することができる。しかし、 $v = 0.1$ [mm/s] ではある一定の摩擦係数前後で変動しており比較的安定しているのに対し、 $v = 10.0$ [mm/s] では振動が大きく、安定した摩擦係数を示しているとは言えない。そこで、本付録では $0.1 \leq v \leq 10.0$ [mm/s] の速度域でのスティックスリップ現象による摩擦振動を評価する。 $1.0 < v \leq 10.0$ [mm/s] における摩擦試験の試験条件を Table A-1 に示す。なお、以下に示す $0.1 \leq v \leq 1.0$ [mm/s] における試験結果は、3.5.2 項に示す 6 回分の摩擦試験結果ではなく、Table A-1 に示す摩擦試験を実施した際に得られた 3 回分の試験結果より新たに算出し直した値であることに留意されたい。

ゴムサンプル A'、ゴムサンプル B'、およびゴムサンプル C' の試験結果を、それぞれ Fig. A-3, Fig. A-4, および Fig. A-5 に示す。(a) で示される図のエラーバーは各すべり速度における標準偏差 S を表し、(b) で示される図のエラーバーは各すべり速度における標準偏差平均 $\bar{S}$ を表す。また、各荷重におけるすべり速度 v と標準偏差 S および標準偏差平均 $\bar{S}$ の関係を Fig. A-6 および Fig. A-7 に示す。

荷重 100g のゴムサンプル A' において、 $0.1 \leq v \leq 0.4$ [mm/s] における摩擦係数の上昇値 $\Delta\mu$ は $\Delta\mu = 0.144$ であったのに対し、 $0.4 \leq v \leq 5.0$ [mm/s] においては $\Delta\mu = 0.065$ となった。すべり速度が大きくなるに伴い摩擦係数の上昇の程度が低下している。また、 $v = 5.0$ [mm/s] と $v = 10.0$ [mm/s] との間で摩擦係数は 0.037 減少している。

荷重 200g のゴムサンプル B' において、 $0.1 \leq v \leq 1.0$ [mm/s] において $\Delta\mu = 0.219$ であったのに対し、 $1.0 \leq v \leq 5.0$ [mm/s] においては $\Delta\mu = 0.069$ となった。すべり速度が大きくなるに伴い摩擦係数の上昇の程度が低下している。また、 $v = 5.0$ [mm/s] と $v = 10.0$ [mm/s] との間で摩擦係数は 0.069 減少している。

荷重 400g のゴムサンプル C'において、 $0.1 \leq v \leq 1.0$ [mm/s]において $\Delta\mu = 0.145$ であったのに対し、 $1.0 \leq v \leq 5.0$ [mm/s]においては $\Delta\mu = 0.078$ となった。すべり速度が大きくなるに伴い摩擦係数の上昇の程度が低下している。しかし、ゴムサンプル A'およびゴムサンプル B'とは異なり、 $5.0 \leq v \leq 10.0$ [mm/s]においても摩擦係数は 0.012 上昇しており、全速度域で比較的安定した摩擦係数の増加率を示していることが分かる。

次に、各荷重におけるすべり速度に対する標準偏差 S および標準偏差平均 $\bar{S}$ の関係に注目する。Fig. A-6 および Fig. A-7 に示されるように、 S と $\bar{S}$ の両方がゴムサンプル A'、ゴムサンプル B'、およびゴムサンプル C'の順で全速度域で小さくなっている。ゴムサンプル C'では、摩擦係数の振動の程度をよく表現する $\bar{S}$ は、すべり速度が大きくなるに伴い漸増している。ゴムサンプル A'およびゴムサンプル B'も同様に、 $0.1 \leq v \leq 3.0$ [mm/s]において、 $\bar{S}$ は漸増する傾向がみられる。しかし、 $v \geq 3.0$ [mm/s]において、 $\bar{S}$ は急激な増加に転じていることが分かる。すなわち、スティックスリップ現象がより敬著に現れている。

このように、各荷重においてすべり速度の増加に伴いスティックスリップ現象による摩擦振動も増大している。前述した $v = 0.4$ [mm/s]や $v = 1.0$ [mm/s]付近を境界として注目した際にすべり速度の増加に伴う摩擦係数の上昇値が異なる特徴は、この摩擦振動が一因となっていると考えられる。特に、ゴムサンプル A'およびゴムサンプル B'の $v = 3.0$ [mm/s]以上の速度域では摩擦振動が特に大きくなっており、スティックスリップ現象による摩擦係数への影響は無視できない。

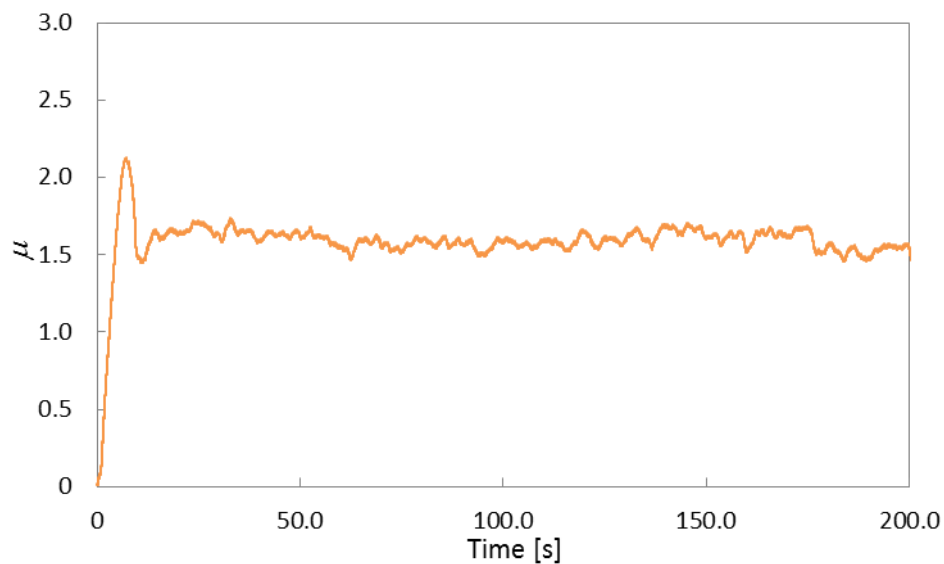


Fig. A-1 An experimental result of rubber sample B' at a speed of 0.1 mm/s.

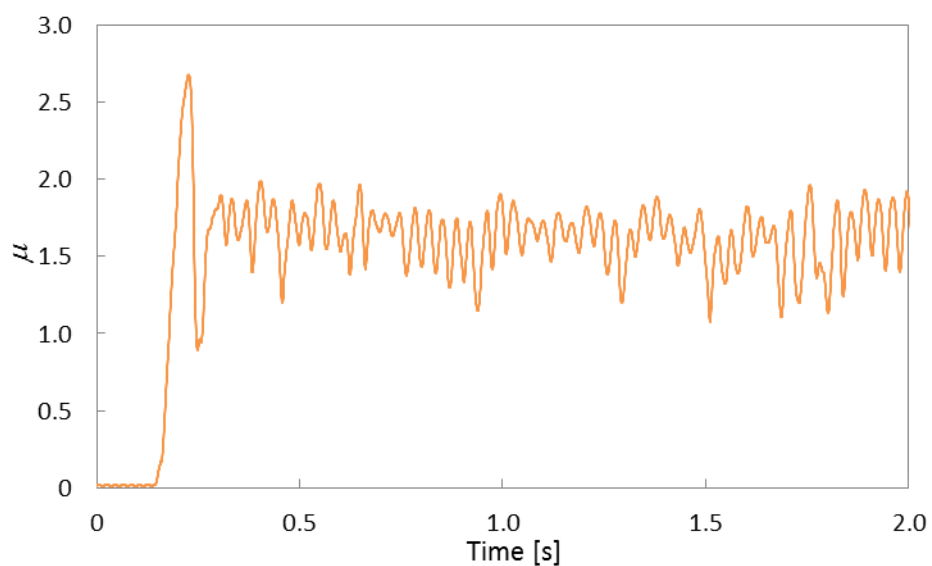
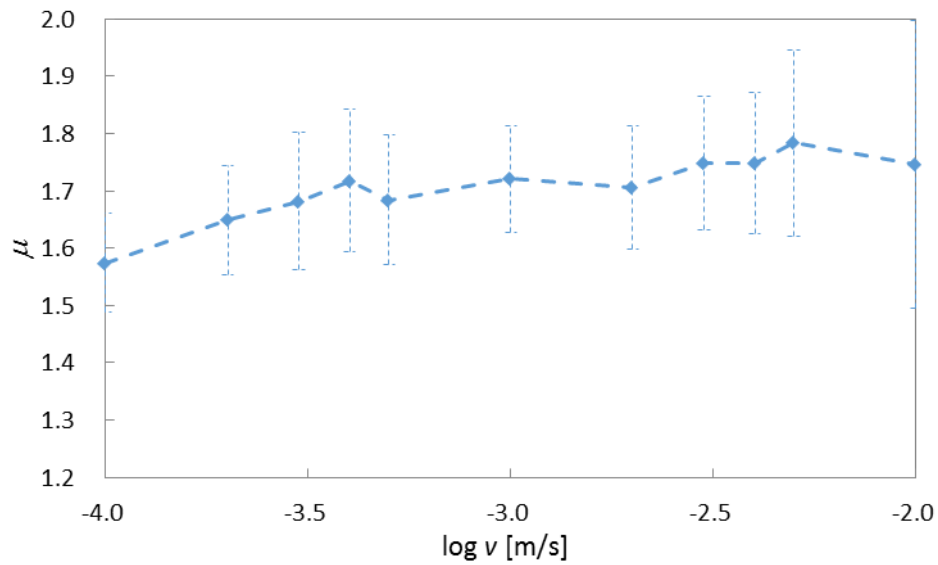


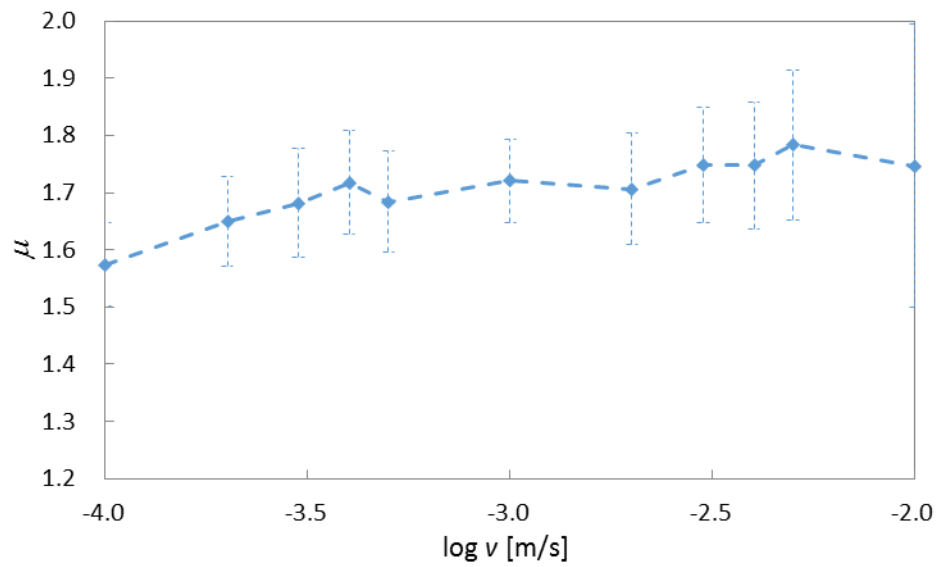
Fig. A-2 An experimental result of rubber sample B' at a speed of 10.0 mm/s.

Table A-1 Conditions of friction tests of rubber samples A', B', and C' ($1.0 < v \leq 10.0$ mm/s).

Rubber sample	Weight [g]	Sliding velocity [mm/s]	Measuring distance [mm]	The number of trials
A'	100	2.0	20.0	3
A'	100	3.0	20.0	3
A'	100	4.0	20.0	3
A'	100	5.0	20.0	3
A'	100	10.0	20.0	3
B'	200	2.0	20.0	3
B'	200	3.0	20.0	3
B'	200	4.0	20.0	3
B'	200	5.0	20.0	3
B'	200	10.0	20.0	3
C'	400	2.0	20.0	3
C'	400	3.0	20.0	3
C'	400	4.0	20.0	3
C'	400	5.0	20.0	3
C'	400	10.0	20.0	3

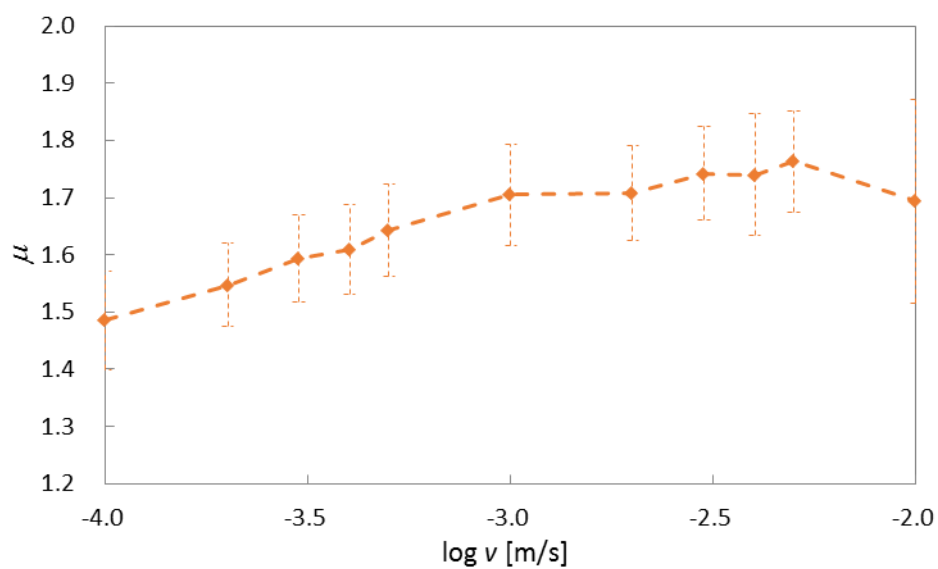


(a)

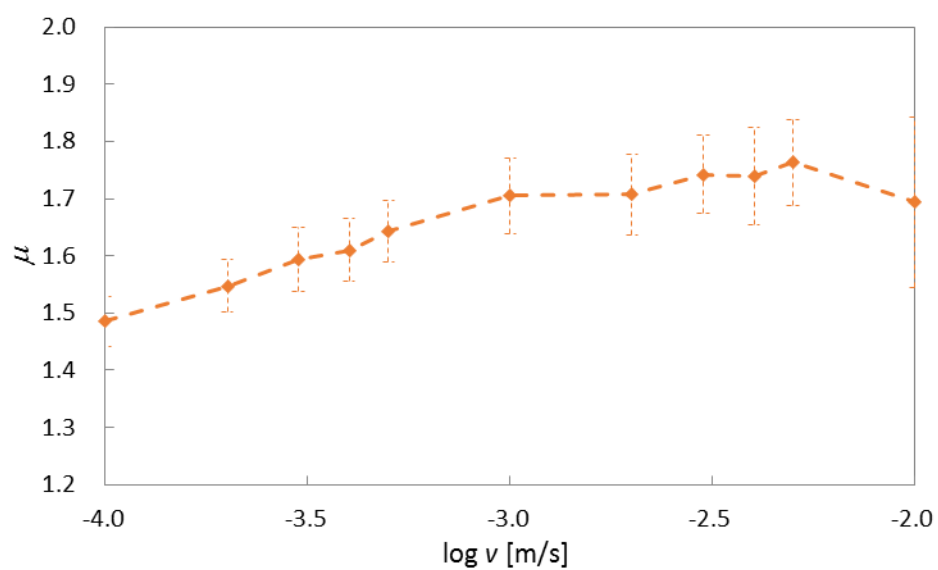


(b)

Fig. A-3 Experimental results of rubber sample A' ($0.1 \leq v \leq 10.0$ mm/s).

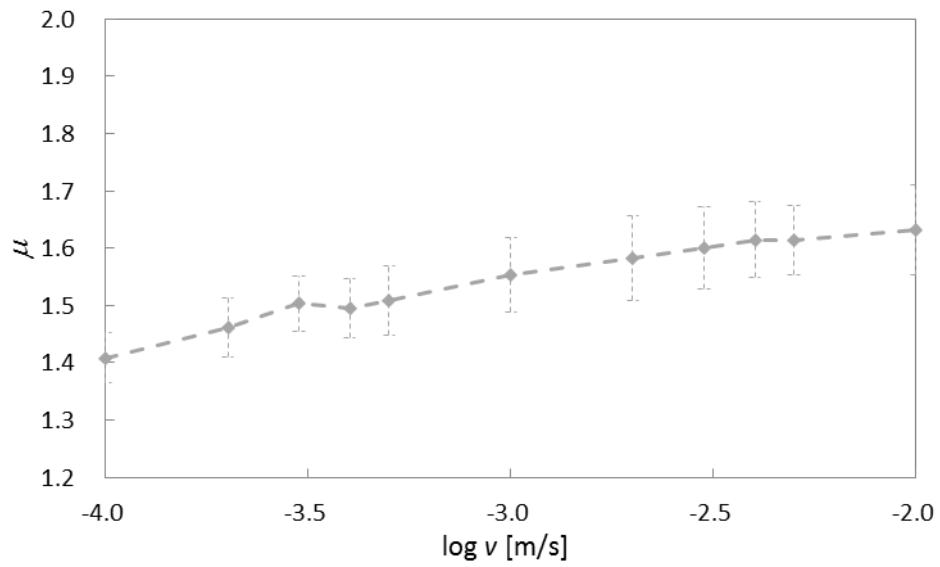


(a)

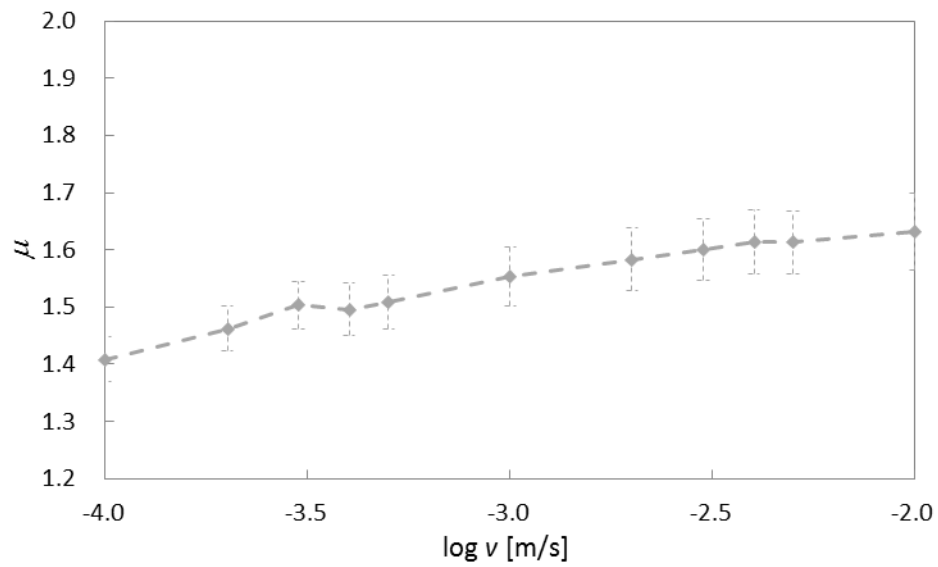


(b)

Fig. A-4 Experimental results of rubber sample B' ($0.1 \leq v \leq 10.0$ mm/s).



(a)



(b)

Fig. A-5 Experimental results of rubber sample C' ($0.1 \leq v \leq 10.0$ mm/s).

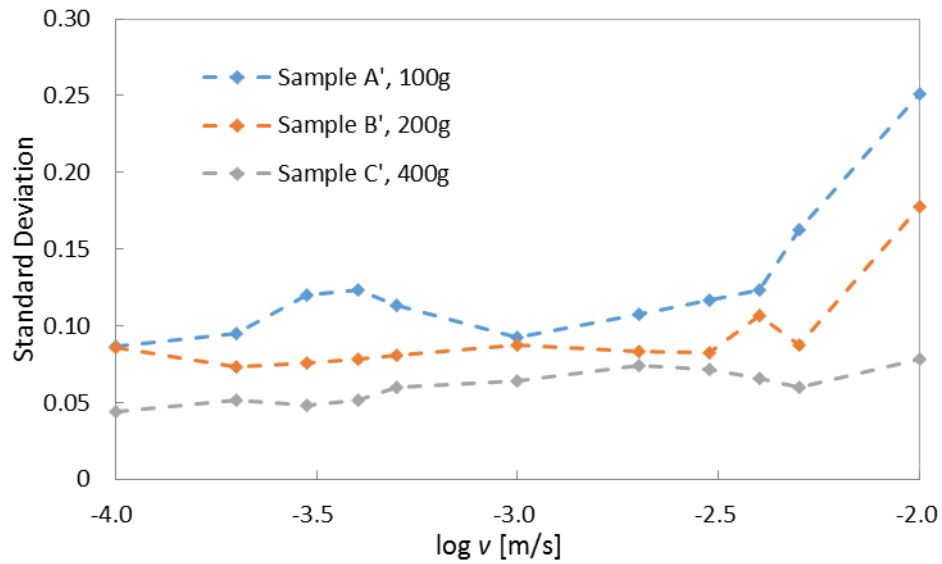


Fig. A-6 Standard deviation of rubber samples A', B', and C'.

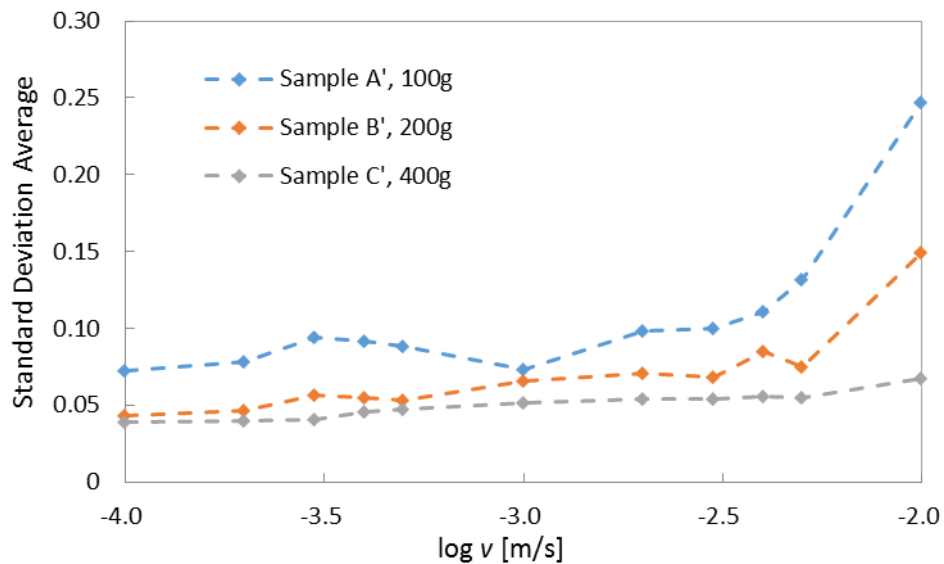


Fig. A-7 Standard deviation average of rubber samples A', B', and C'.

付録B 標準偏差および標準偏差の平均値

観測された量は、それ自体個体差による‘ばらつき’を有し、そのばらつきを測るために標準偏差 S が導入される[42]. すなわち、本研究における 1 回の摩擦試験の標準偏差 S は、摩擦係数のばらつき（振動の程度）を表すものである。一般に、測定値の個数 n 、各測定値 x_i 、およびその平均 $\bar{x}$ により、標準偏差 S の 2 乗である分散は次のように定義される。

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2 \quad (\text{B.1})$$

すなわち、

$$S = \sqrt{S^2}$$

である。

ここで、あるすべり速度で m 回摩擦試験を行ったときの全摩擦試験を通しての標準偏差 S_{total} を導出する。ここで、 j 回目の摩擦試験における標準偏差 S_j は $S_j = (\sum_{i=1}^n x_{j,i})/n - \bar{x}_j^2$ であり、全試験を通しての摩擦係数の平均値 $\bar{x}_{\text{total}}$ は $\bar{x}_{\text{total}} = \sum_{j=1}^m \bar{x}_j / m (= \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_{j,i} / m \cdot n)$ である。なお、すべり速度毎に用いる摩擦係数の測定時間範囲は同じであり、サンプリングスピードは0.001秒と一定であるので、摩擦試験毎のデータ数 n は一定である。以上より、式(B.1)同様に S_{total} の 2 乗である分散を求めると以下ようになる。

$$\begin{aligned} S_{\text{total}}^2 &= \frac{1}{m \cdot n} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (x_{j,i} - \bar{x}_{\text{total}})^2 \\ &= \frac{1}{m \cdot n} \left(\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_{j,i}^2 - 2\bar{x}_{\text{total}} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_{j,i} + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \bar{x}_{\text{total}}^2 \right) \\ &= \frac{1}{m \cdot n} \left(\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_{j,i}^2 - m \cdot n \bar{x}_{\text{total}}^2 \right) \\ &= \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{j,i}^2 - \bar{x}_j^2 \right) + \frac{1}{m^2} \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{i=j+1}^m (\bar{x}_j - \bar{x}_i)^2 \\ &= \frac{\sum_{j=1}^m S_j^2}{m} + \frac{\sum_{j=1}^{m-1} \sum_{i=j+1}^m (\bar{x}_j - \bar{x}_i)^2}{m^2} \end{aligned}$$

したがって、 S_{total} は、

$$S_{\text{total}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m S_j^2}{m} + \frac{\sum_{j=1}^{m-1} \sum_{i=j+1}^m (\bar{x}_j - \bar{x}_i)^2}{m^2}} \quad (\text{B.2})$$

である。すなわち、 S_{total} の平方根の第 1 項は各摩擦試験の分散の平均を表し、第 2 項は各摩擦試験の摩擦係数の差の 2 乗の総和を試験回数の 2 乗で割ったものである。

式(B.2)に示されるように、標準偏差 S_{total} は、全摩擦試験を通してのばらつきを表し、試験毎の摩擦係数の差異を反映している。つまり、 S_{total} はスティックスリップ現象などによる摩擦振動の程度を表現するには適さない。よって、全試験を通しての摩擦振動を表現するには別のパラメーターが必要である。そこで用いるのが標準偏差平均 $\bar{S}_{\text{total}}$ であり、各試験の標準偏差の平均をとったものである。すなわち、以下のように表される。

$$\bar{S}_{\text{total}} = \frac{\sum_{j=1}^m S_j}{m} \quad (\text{B.3})$$

各摩擦試験における標準偏差は摩擦変動の程度を表すものであるから、その平均をとった $\bar{S}_{\text{total}}$ は試験全体を通しての摩擦変動の程度を表すと言える。

本研究では、式(B.2)で表される標準偏差 S および式(B.3)で表される標準偏差平均 $\bar{S}$ を用い、各荷重および各すべり速度における実験値の評価を行う。

付録C 厚さの異なるゴムサンプル比較

3.5 節においてエッジ処理の有無による摩擦係数に対する影響を評価したが、用いたゴムサンプルは 4mm（ゴムサンプル A, B, および C）と 2mm（ゴムサンプル A', B', および C'）の厚さを有し、異なる厚さを有するゴムサンプルを比較した。よって、本付録ではゴムサンプルの厚さの違いによる影響を評価する。

ゴムサンプル A', B', および C' 同様、追実験を行うゴムサンプルにはエッジ処理を施さない。用いるゴムサンプルの寸法は、20.0 mm × 20.0 mm × 4.0 mm（以下、ゴムサンプル A''）、28.3 mm × 28.3 mm × 4.0 mm（以下、ゴムサンプル B''）、および 40.0 mm × 40.0 mm × 4.0 mm（以下、ゴムサンプル C''）であり、垂直負荷荷重、すべり速度、および測定距離は 3.5 節と同様である。試験条件を Table C-1 に示す。

荷重毎の試験結果の比較を、Fig. C-1, Fig. C-2, および Fig. C-3 に示す。(a)で示される図のエラーバーは各すべり速度における標準偏差 S を表し、(b)で示される図のエラーバーは各すべり速度における標準偏差平均 $\bar{S}$ を表す。

標準偏差は、いずれの荷重においても 2mm 厚のゴムサンプルが 4mm 厚のゴムサンプルより高くなった。ゴムサンプル A' はゴムサンプル A'' に対し S が最大 0.061 高くなり、ゴムサンプル B' はゴムサンプル B'' に対し S が最大 0.032 高くなり、ゴムサンプル C' はゴムサンプル C'' に対し S が最大 0.035 高くなった。これは 4mm 厚のゴムサンプルの実験回数が 3 回だったのに対し、2mm 厚のゴムサンプルの実験回数は 6 回と 3 回分多く、 S は実験毎の摩擦係数の差が反映される（付録 B 参照）ため、実験回数の多い 2mm 厚では S が大きくなったと考えられる。一方、 $\bar{S}$ の差は、荷重 100g では最大で 0.024、荷重 200g では最大で 0.019、荷重 400g では最大で 0.013 となり、 S に比べて十分小さい。よって、ゴムサンプルの厚さによる摩擦係数の振動に対する影響は同程度であることが分かる。

荷重 100g では、すべり速度 $v = 0.1$ [mm/s] においてゴムサンプル A' がゴムサンプル A'' より 0.066 摩擦係数が大きくなった。しかし、ゴムサンプル A' は $S = 0.110$ 、ゴムサンプル A'' は $S = 0.083$ であり、摩擦係数差は標準偏差範囲内である。他のすべり速度域において摩擦係数差は最大で 0.016 となり、ゴムサンプルの厚さに関わらず良く一致した。

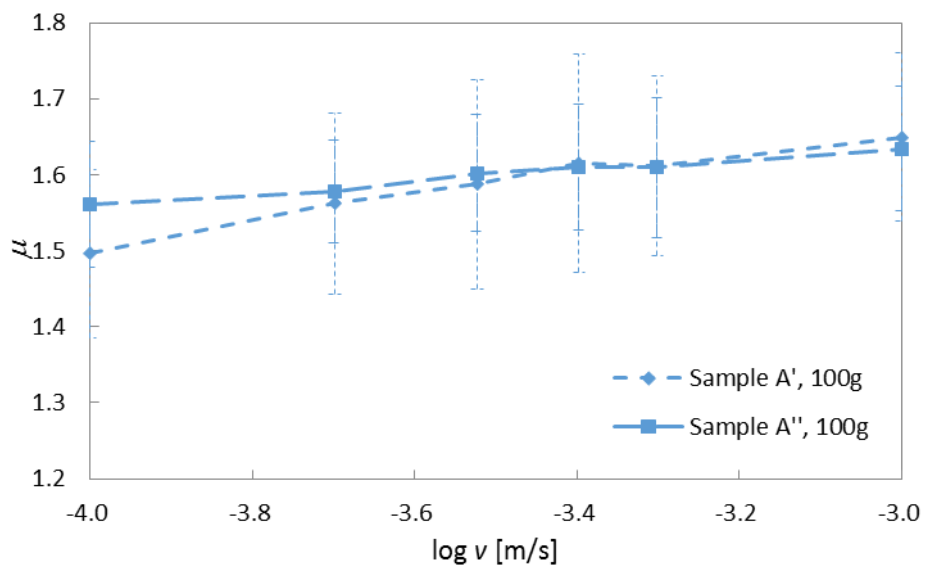
荷重 200g では、 $v = 1.0$ [mm/s] においてゴムサンプル B' がゴムサンプル B'' より 0.067 摩擦係数が大きくなった。ゴムサンプル B' は $S = 0.086$ であり、ゴムサンプル B'' は $S = 0.077$ である。摩擦係数差は、ゴムサンプル B'' の標準偏差から外れるものの、ゴムサンプル B' の標準偏差範囲内である。他のすべり速度域において摩擦係数差は最大で 0.020 となり、ゴムサンプルの厚さに関わらず良く一致した。

荷重 400g では、 $v = 1.0$ [mm/s]において摩擦係数は良く一致したが、他のすべり速度域ではゴムサンプル C'がゴムサンプル C''より摩擦係数が小さくなった。特に $v = 0.4$ [mm/s]において、摩擦係数差は 0.049 となった。ゴムサンプル C'は $S = 0.074$ であり、ゴムサンプル C''は $S = 0.038$ である。摩擦係数差は、ゴムサンプル C''の標準偏差から外れるものの、ゴムサンプル C'の標準偏差範囲内である。上記以外のすべり速度域では、摩擦係数差はゴムサンプル C'およびゴムサンプル C''両方の標準偏差範囲内である。

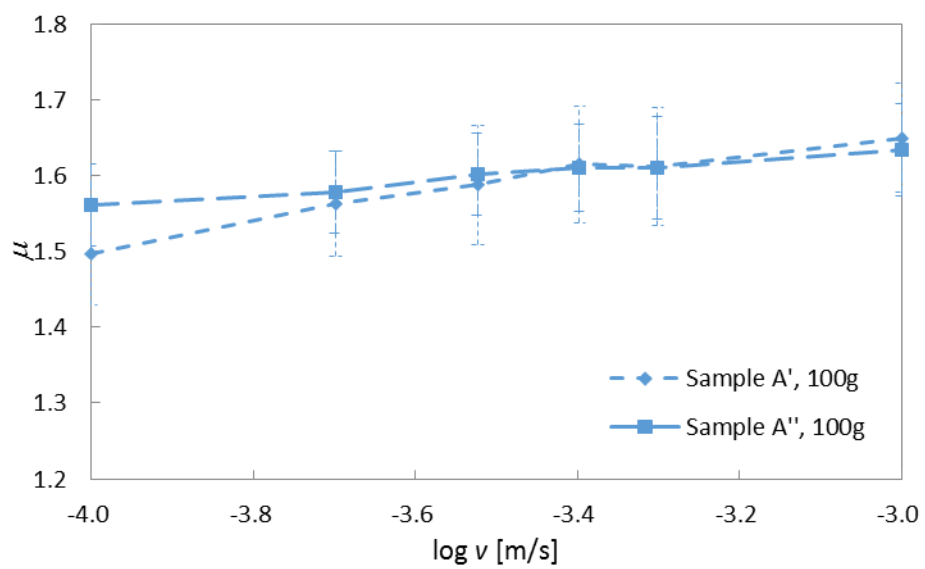
以上より、各荷重においてサンプル毎の摩擦係数は良く一致しており、ゴムサンプルの厚さによる影響は無視できるほど小さいと考えられる。

Table C-1 Conditions of friction tests of rubber samples A'', B'', and C''.

Rubber sample	Weight [g]	Sliding velocity [mm/s]	Measuring distance [mm]	The number of trials
A''	100	0.1	20.0	3
A''	100	0.2	20.0	3
A''	100	0.3	20.0	3
A''	100	0.4	20.0	3
A''	100	0.5	20.0	3
A''	100	1.0	20.0	3
B''	200	0.1	20.0	3
B''	200	0.2	20.0	3
B''	200	0.3	20.0	3
B''	200	0.4	20.0	3
B''	200	0.5	20.0	3
B''	200	1.0	20.0	3
C''	400	0.1	20.0	3
C''	400	0.2	20.0	3
C''	400	0.3	20.0	3
C''	400	0.4	20.0	3
C''	400	0.5	20.0	3
C''	400	1.0	20.0	3

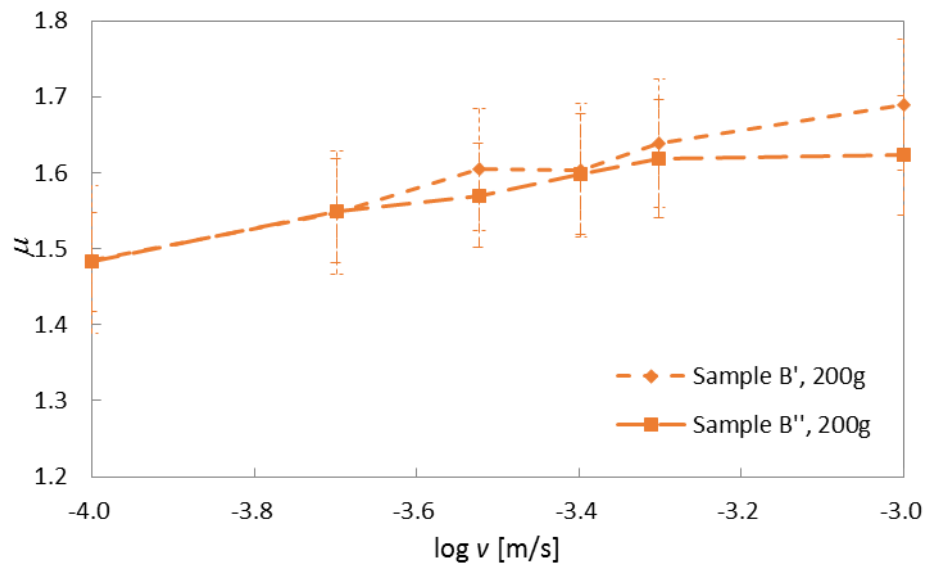


(a)

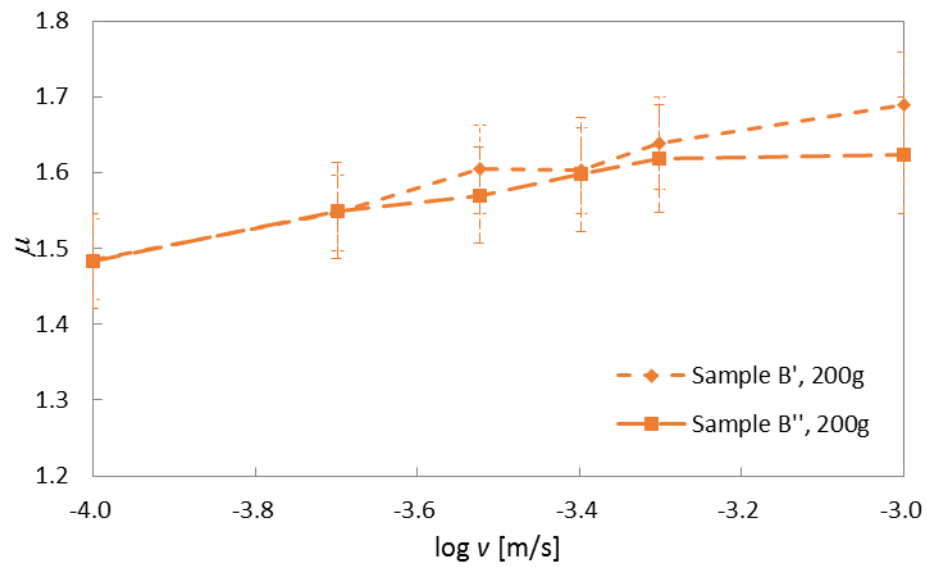


(b)

Fig. C-1 Experimental results of rubber samples A' and A''.

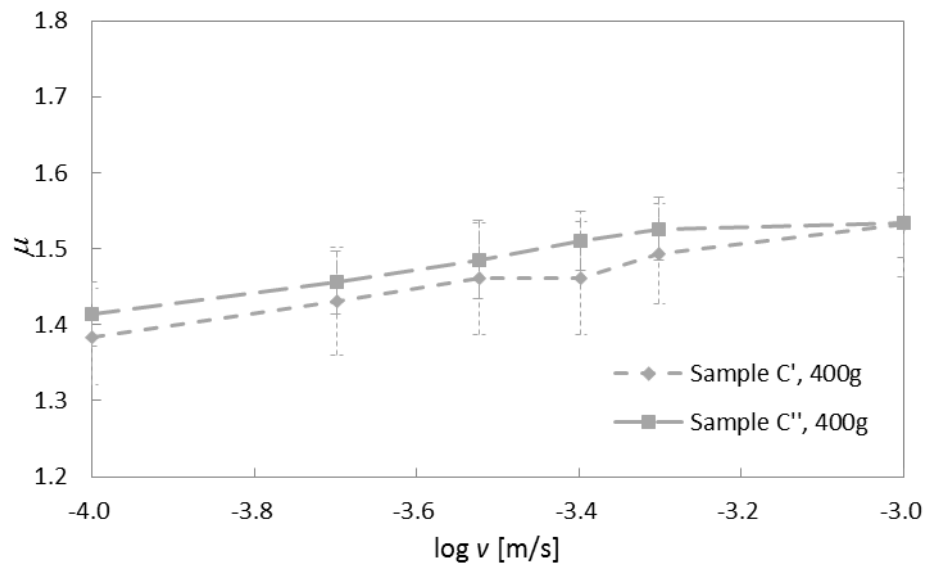


(a)

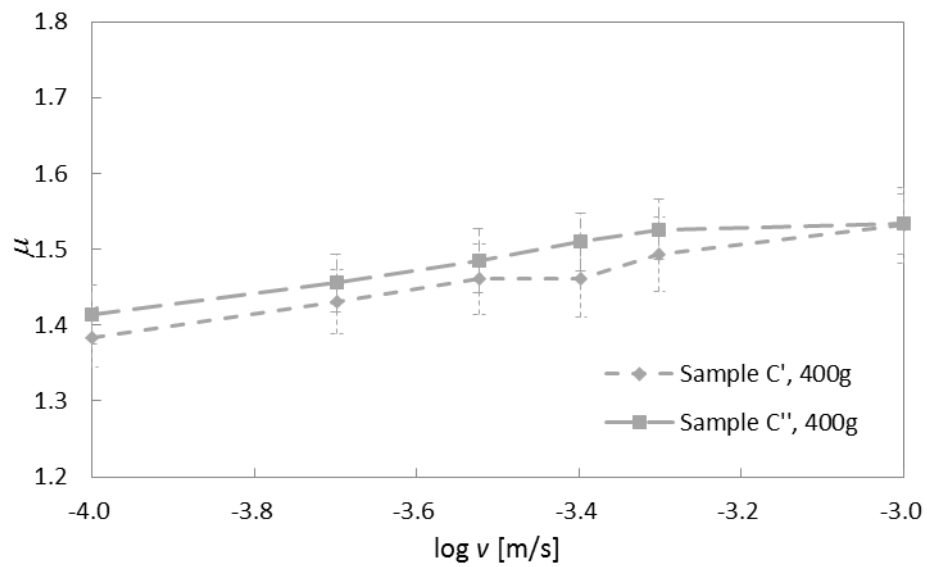


(b)

Fig. C-2 Experimental results of rubber samples B' and B''.



(a)



(b)

Fig. C-3 Experimental results of rubber samples C' and C''.

付録D 潤滑剤を用いた摩擦試験

路面上に潤滑剤を塗布し摩擦試験を行った。潤滑剤には、トラスコ中山株式会社製のグリス「 α グリススプレー（エアゾールタイプ）[®]」および Brookfield Engineering Laboratories, Inc.製のシリコンオイル（粘性係数：960 cP）を用いた。試験条件を Table D-1 に示す。

グリスおよびシリコンオイルを用いた潤滑下の試験結果をそれぞれ、Fig. D-1 および Fig. D-2 に示す。各図のエラーバーは、標準偏差平均 $\bar{S}$ を表す。また、各潤滑剤におけるすべり速度 v と $\bar{S}$ の関係を Fig. D-3 および Fig. D-4 に示す。グリスの潤滑下において、試験結果 μ_{exp} は 1.097~1.167を示し、また $0.026 < \bar{S} < 0.062$ となった。 μ_{exp} は、多少の変動を示すもののすべり速度の増加に伴う摩擦係数の増加率は一定であると言える。 $v \geq 1.0$ [mm/s]の速度域において $v < 1.0$ [mm/s]と比較して μ_{exp} の変動が大きくなったのは、すべり速度が大きくなるにつれ $\bar{S}$ も増加していることが一因ではないかと考えられる。一方、シリコンオイルの潤滑下において、ゴムサンプル A'がゴムサンプル B'およびゴムサンプル C'よりも高い摩擦係数 μ_{exp} を示しているが、各ゴムサンプルともにすべり速度の増加に伴い μ_{exp} が減少している。Fig. D-4 に示されているように、標準偏差 $\bar{S}$ は $v = 0.2$ [mm/s]におけるゴムサンプル B'を除き、ゴムサンプル A'、ゴムサンプル B'、およびゴムサンプル C'の順に大きくなっている。シリコンオイルを用いた場合の $\bar{S}$ は、グリスの場合に比べて高い値を示しているものの、いずれのゴムサンプルにおいてもすべり速度に関わらず $\bar{S}$ は比較的安定しており、シリコンオイルの潤滑下では μ_{exp} はすべり速度の増加に伴い減少傾向を示すものと言える。

上述した潤滑下での摩擦試験においては、境界潤滑となっていると考えられる。軸受の潤滑において潤滑状態と摩擦係数の関係を示すものがストライベック曲線である。横軸は粘度 η 、すべり速度 v 、および圧力 p を用いて $\eta v/p$ を表し、縦軸は摩擦係数 μ を表す。概略的なストライベック曲線を Fig. D-5 に示す。本付録で示したグリスおよびシリコンオイルの潤滑においては、Fig. D-5 における境界潤滑状態から混合潤滑状態にかかる潤滑状態にあるのではないと思われる。しかし、ストライベック曲線は金属間の潤滑状態を表すものであり、本研究のゴム - 路面間の摩擦現象においても適用できるかについては考察の余地がある。本付録の潤滑下での摩擦試験において潤滑剤の塗布量などは一定であるとは言えず、より正確に潤滑状態を評価するには、実験手法を確立し、また、異なる粘性係数を有する潤滑剤を用いるなどの追実験が必要である。

Table D-1 Conditions of friction tests under lubrication.

Rubber sample	Weight [g]	Sliding velocity [mm/s]	Measuring distance [mm]	The number of trials	Lubricant
A'	100	0.1	20.0	3	Grease
A'	100	0.2	20.0	3	Grease
A'	100	0.3	20.0	3	Grease
A'	100	0.4	20.0	3	Grease
A'	100	0.5	20.0	3	Grease
A'	100	1.0	20.0	3	Grease
A'	100	2.0	20.0	3	Grease
A'	100	3.0	20.0	3	Grease
A'	100	4.0	20.0	3	Grease
A'	100	5.0	20.0	3	Grease
A'	100	10.0	20.0	3	Grease
A'	100	0.1	20.0	2	Silicone Oil
A'	100	0.2	20.0	2	Silicone Oil
A'	100	0.3	20.0	2	Silicone Oil
A'	100	0.4	20.0	2	Silicone Oil
A'	100	0.5	20.0	2	Silicone Oil
A'	100	1.0	20.0	2	Silicone Oil
B'	200	0.1	20.0	3	Silicone Oil
B'	200	0.2	20.0	3	Silicone Oil
B'	200	0.3	20.0	3	Silicone Oil
B'	200	0.4	20.0	3	Silicone Oil
B'	200	0.5	20.0	3	Silicone Oil
B'	200	1.0	20.0	3	Silicone Oil
C'	400	0.1	20.0	2	Silicone Oil
C'	400	0.2	20.0	2	Silicone Oil
C'	400	0.3	20.0	2	Silicone Oil
C'	400	0.4	20.0	2	Silicone Oil
C'	400	0.5	20.0	2	Silicone Oil
C'	400	1.0	20.0	2	Silicone Oil

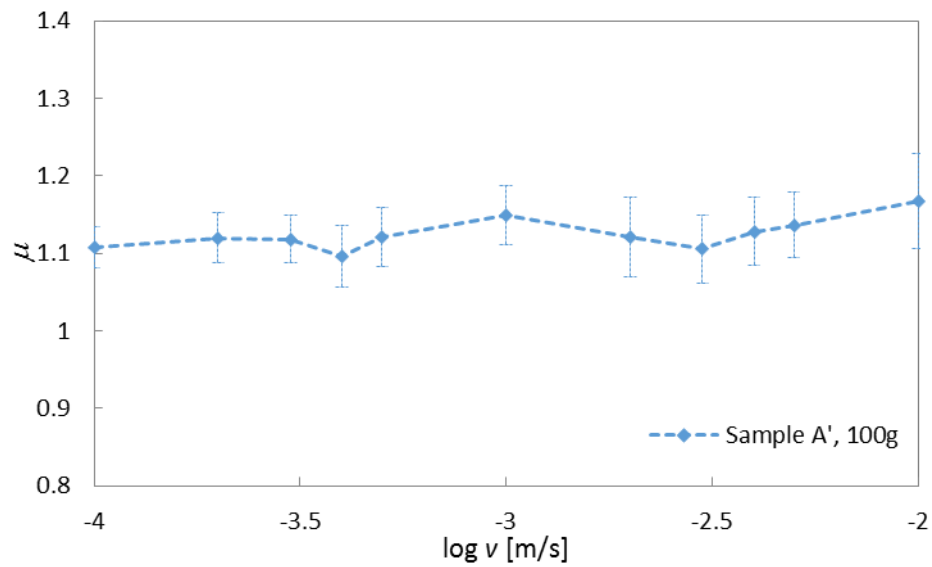


Fig. D-1 Experimental results under lubrication of grease.

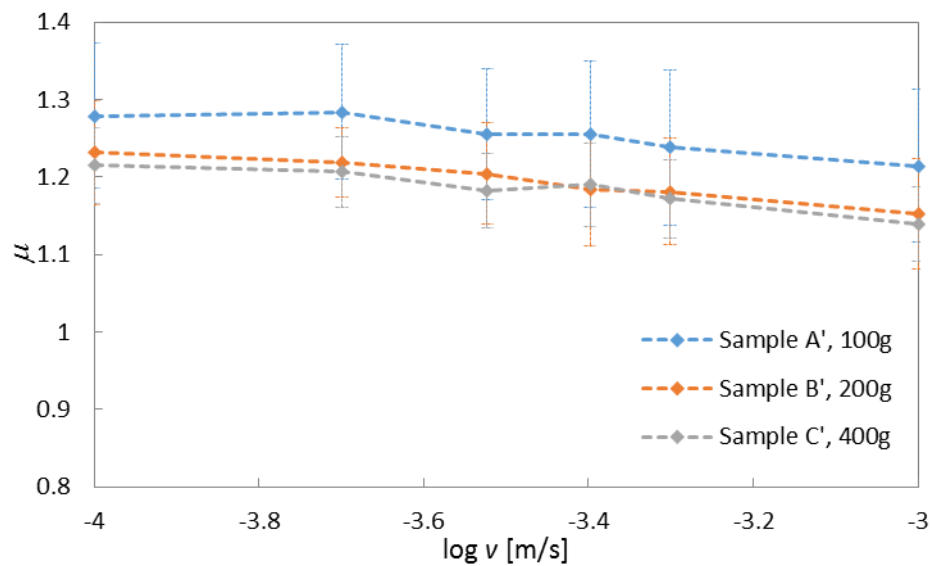


Fig. D-2 Experimental results under lubrication of silicone oil.

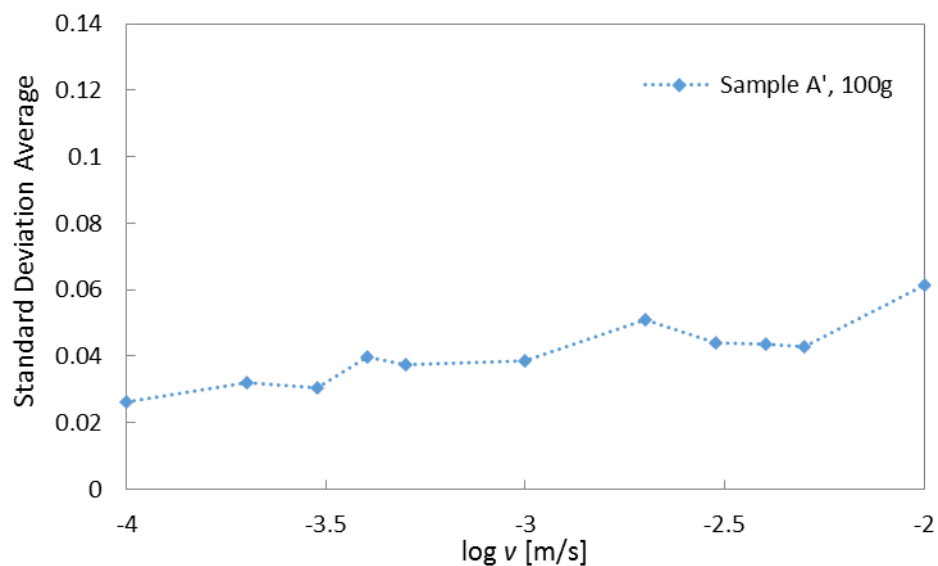


Fig. D-3 Standard deviation average under lubrication of grease.

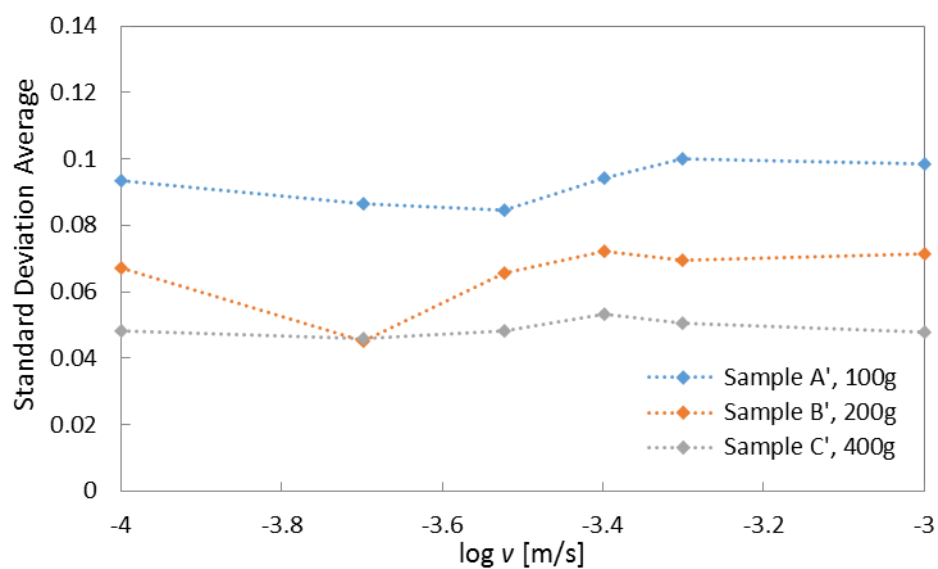


Fig. D-4 Standard deviation average under lubrication of silicone oil.

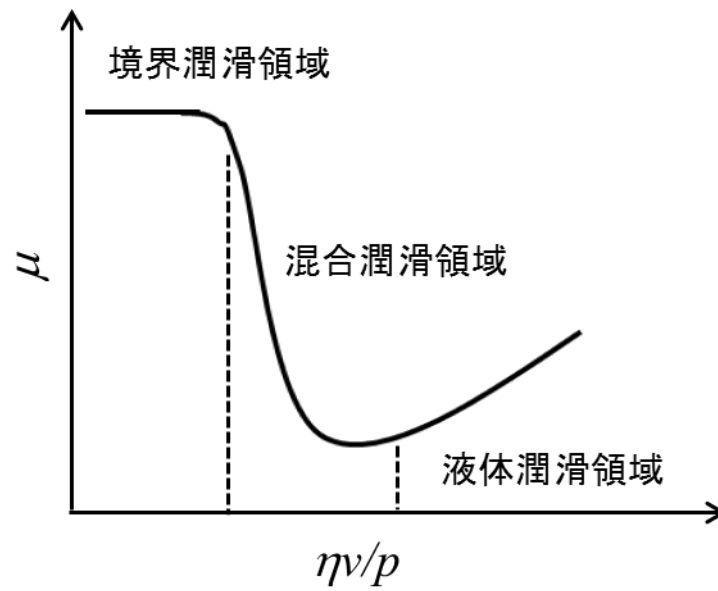


Fig. D-5 A typical stribeck curve.

付録E ゴムサンプル A およびゴムサンプル C における摩擦係数予測

本研究において、ゴムサンプル B の実験結果に基づき摩擦係数予測を行った。本付録では、ゴムサンプル A およびゴムサンプル C についてもオフセットを考慮した摩擦係数予測を行う。ゴムサンプル A およびゴムサンプル C の実験結果は 3.4.2 項に示す通りであり、計算条件および計算アルゴリズムは Table 4-1 および Fig. 4-6 と同様である。

ゴムサンプル A およびゴムサンプル C ならびに 4.3.2 に示したゴムサンプル B のオフセット μ_{offset} およびカットオフ波数 q_1 の計算結果を Table E-1 に示す。また、ゴムサンプル A およびゴムサンプル C における、得られた q_1 を用いて計算した μ - v 予測線を、それぞれ Fig. E-1 および Fig. E-2 に示す。図中の実線は計算結果、点線は実験結果を示し、実験結果に対するエラーバーは標準偏差平均 $\bar{S}$ を表す。なお、計算結果との比較を容易にするため、実験で得られた摩擦係数からもオフセットを差し引いてプロットしている。

図示するように、ゴムサンプル A およびゴムサンプル C において、合わせこみを行っているため $v = 1.0 \times 10^{-4}$ [m/s] および $v = 2.0 \times 10^{-4}$ [m/s] での計算値は実験値と一致している。特にゴムサンプル A では、より大きい速度領域でも計算値と実験値が良く一致していることが分かる。一方、ゴムサンプル C では $v = 1.0 \times 10^{-3}$ [m/s] において実験値 μ_{exp} に対して計算結果 μ_{calc} が 0.033 上回っているが $\bar{S}$ の範囲内に収まっている。しかし、3.6 節でも述べたようにゴムサンプル C には実験上の改善が必要であると考えられ、ゴムサンプル C を評価するには更なる実験が必要である。

また、3 章の実験において良く一致した結果を示したゴムサンプル A およびゴムサンプル B に注目すると、Table E-1 に示すようにゴムサンプル B で算出したカットオフ波数 q_1 はゴムサンプル A の場合より 1.25 倍程度大きくなっている。よって、より正確と考えられる q_1 を求めるには、実験の精度の向上はもちろん、追実験により実験のサンプル数を増やす必要があると言える。

Table E-1 Calculated μ_{offset} and q_1 on each rubber sample.

	Offset μ_{offset}	Cut off wavenumber q_1 [m ⁻¹]
Rubber sample A	0.697	3.40249×10^6
Rubber sample B	0.610	4.24508×10^6
Rubber sample C	0.771	4.87302×10^6

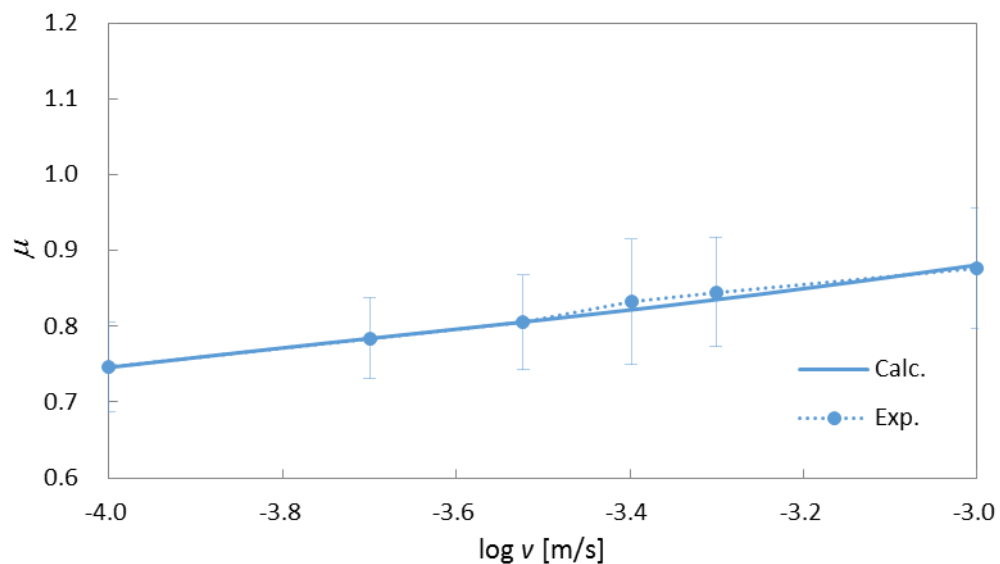


Fig. E-1 μ - v curves comparing the calculation with the experiment for rubber sample A based on calculated μ_{offset} and ζ_{max} .

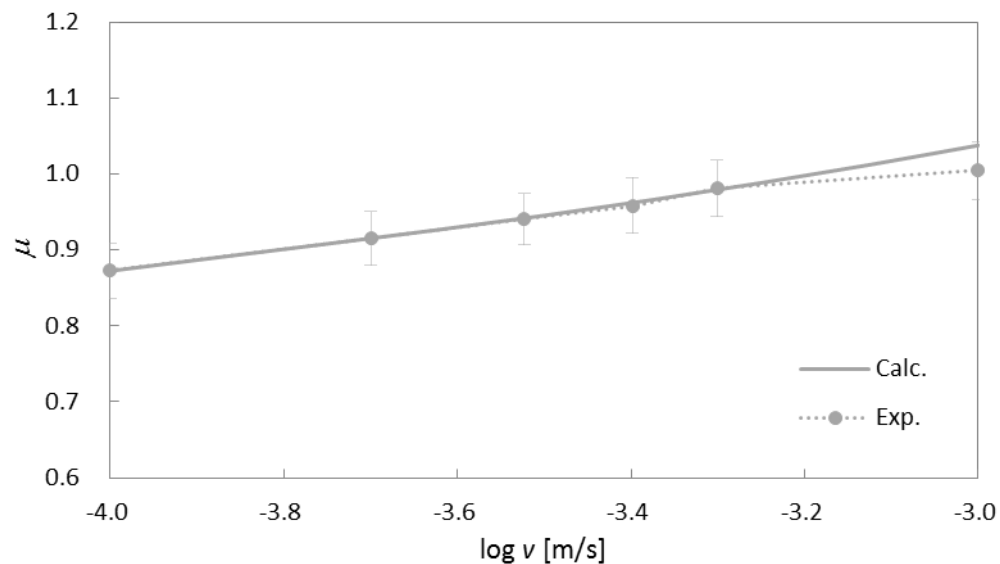


Fig. E-2 μ - v curves comparing the calculation with the experiment for rubber sample C based on calculated μ_{offset} and ζ_{max} .

謝辞

本研究を進めるに当たり、多くの方のご指導、ご協力を賜りました。感謝申し上げます。
酒井信介教授には、研究の進め方に対する助言や産業界におけるお話などを賜りました。ありがとうございました。

泉聡志准教授には、研究内容や研究の位置づけなどに対する助言や様々な学問についてのお話を賜りました。ありがとうございました。

田中展助教には、毎週の輪講会など研究の細部にわたり大変お世話になりました。また、研究室の環境や雰囲気等を常に気にして下さり、お陰さまで研究も順調に運びました。ありがとうございました。

波田野明日可助教には、日頃より研究室の細やかな部分にご配慮頂きました。また、様々な話題におけるディスカッションは大変勉強になりました。ありがとうございました。

株式会社ブリヂストンの門脇弘様には、ゴムサンプルの提供や専門家として研究に対して多くのご意見や知見を賜りました。また、工場見学という素晴らしい機会も設定していただきました。ありがとうございました。

独立行政法人労働安全衛生総合研究所の山際謙太様には、路面を測定するに当たり、レーザー顕微鏡やマクロスコープをお貸し頂きました。ありがとうございました。

秘書の小山恵子様、吉田雅子様には、様々な事務手続き等で常日頃大変お世話になりました。ありがとうございました。

受託研究員の樋渡翔策様、および博士課程の皆様には、社会人生活や中国の文化についてのお話などを賜り、見識が深まりました。ありがとうございました。

修士課程の皆様には、右も左も分からない我々4年生を親身になって指導して下さい、日頃から細やかなご配慮を頂きました。特に、同じ研究テーマに関わられている荒牧純平様には、研究における多くの見聞を賜り、解析等を手伝っていただきました。ありがとうございました。

学部4年生の皆様には、同学年として、卒業論文だけではなく、多くのことに対して共に取り組んでいただきました。大変充実した一年を経験させて頂きました。ありがとうございました。

タイヤゴムの摩擦の研究に携わられた本研究室の卒業生皆様には、これまでなされてきた成果を通じて、いろいろと勉強させていただきました。ありがとうございました。

最後に、これまで私を支えてくださった家族および音楽に感謝いたします。

2014年1月31日

吉村 侯泰

参考文献

- [1] 株式会社ブリヂストン編, “自動車用タイヤの基礎と実際”, 東京電機大学出版局, 2008.
- [2] 新開 明彦, “路面状況とタイヤ摩擦”, 自動車技術, Vol.67, No.4, pp.21-26, 2013.
- [3] 白石 正貴, 林 公博, “自動車走行シミュレーションのための FEM タイヤモデル”, 日本ゴム協会誌, Vol.74, No.4, pp.131-136, 2001.
- [4] 深堀 美英, “設計のための高分子の力学 高分子鎖が織りなす力学の世界”, 技報堂出版, 2000.
- [5] 芥川 恵造, 門田 邦信, “タイヤの将来像”, 自動車技術, Vol.67, No.4, pp.15-20, 2013.
- [6] 芥川 恵造, “タイヤの転がり抵抗”, トライボロジー会議 2013 秋(福岡) 予稿集, C23, 2013.
- [7] B. N. J. Persson, O Albohr, U Tartaglino, A I Volokitin, E Tosatti, “On the nature of surface roughness with application to contact mechanics, sealing, rubber friction and adhesion”, Journal of Physics: Condensed Matter, Vol.17, pp.1-62, 2005.
- [8] Jiapping Gao, W. D. Luedtke, D. Gourdon, M. Ruths, J. N. Israelachvili, Uzi Landman, “Frictional Forces and Amontons’ Law: From the Molecular to the Macroscopic Scale”, Journal of Physical Chemistry B, Vol.108, pp.3410-3425, 2004.
- [9] F. P. Bowden, D. Tabor, “THE FRICTION AND LUBRICATION OF SOLIDS”, Oxford at The Clarendon Press, 1950.
- [10] Izabela Szlufarska, Michael Chandross, Robert W Carpick, “Recent advances in single-asperity nanotribology”, Journal of Physics D: Applied Physics, Vol.41, pp.1-39, 2008.
- [11] J. F. Archard, “Contact and Rubbing of Flat Surfaces”, Journal of Applied Physics, Vol.24, No.8, pp.981-988, 1953.
- [12] J. A. Greenwood, “Constriction resistance and the real area of contact”, British Journal of Applied Physics, Vol.17, pp.1621-1632, 1966.
- [13] 尾崎 邦宏, “レオロジーの世界”, 工業調査会, 2004.
- [14] Eugene Guth, “Theory of Filler Reinforcement”, Journal of Applied Physics, Vol.16, No.20, pp.20-25, 1945.
- [15] Meng-Jiao Wang, “Effect of polymer-filler and filler-filler interactions on dynamic properties of filled vulcanizates”, Rubber Chemistry and Technology, Vol.71, No.3, pp.520-589, 1998.
- [16] 牧浦 雅仁, “ゴムとフィラーについて”, 日本ゴム協会誌, Vol.71, No.9, pp.583-587, 1998.
- [17] B. N. J. Persson, “On the theory of rubber friction”, Surface Science, Vol.401, pp.445-454, 1998.

-
- [18] B. N. J. Persson, E. Tosatti, “Qualitative theory of rubber friction and wear”, *Journal of Chemical Physics*, Vol.112, No.4, pp.2021-2029, 2000.
- [19] B. N. J. Persson, “Theory of rubber friction and contact mechanics”, *Journal of Chemical Physics*, Vol.115, No.8, pp.3840-3861, 2001.
- [20] B. N. J. Persson, “Rubber friction: role of the flash temperature”, *Journal of Physics: Condensed Matter*, Vol.18, pp.7789-7823, 2006.
- [21] B. N. J. Persson, “Adhesion between an elastic body and a randomly rough hard surface”, *The European Physical Journal E*, Vol.8, pp.385-501, 2002.
- [22] B. N. J. Persson, “The effect of surface roughness on the adhesion of elastic solids”, *Journal of Chemical Physics*, Vol.115, No.12, pp.5597-5610, 2001.
- [23] 森住 竜雄, “温度依存性を考慮したゴム - 路面間のマルチスケール評価”, 東京大学大学院工学系研究科機械工学専攻, 修士論文, 2013.
- [24] 荒牧 純平, “Flash Temperature を考慮したタイヤゴムの摩擦特性評価”, 東京大学工学部機械工学科, 卒業論文, 2013.
- [25] 原 義則, “塗膜の物性評価(1)”, *塗料の研究*, No.151, pp.23-33, 2009.
- [26] 中村 昌生, “豆知識(35)”, *日本ゴム協会誌*, Vol.81, No.2, pp.78, 2008.
- [27] F. R. Schawarzl, H. W. Bree, C. J. Nederveen, G. A. Schwippert, L. C. E. Struik, C. W. van der Wal, “Behaviour of Unfilled and Filled Rubbers in Shear in the Glass-Rubber Transition Region”, *Rheologica Acta*, Vol.5, No.4, pp.170-175, 1966.
- [28] http://www.keyence.co.jp/microscope/3d_maesurement/vr_3000/vr_3100/. (2014 年 1 月 30 日アクセス)
- [29] B. Lorenz, B. N. J. Persson, S. Dieluweit, T. Tada, “Rubber friction: Comparison of theory with experiment”, *The European Physical Journal E*, Vol.34, No.12, pp.1-11, 2011.
- [30] A. Schallamach, “The Load Dependence of Rubber Friction”, *Proceedings of the Physical Society Section B*, Vol.65, pp.657-661, 1952.
- [31] D. F. Denny, “The Influence of Load and Surface Roughness on the Friction of Rubber-Like materials”, *Proceedings of the Physical Society Section B*, Vol.66, pp.721-727, 1953.
- [32] 出光興産潤滑油部潤滑技術二課編, “絵とき「工業潤滑剤」基礎のきそ”, 日刊工業新聞社, 2011.
- [33] P. Gabriel, A. G. Thomas, J. J. C. Busfield, “Influence of interface geometry on rubber friction”, *Wear*, Vol.268, pp.747-750, 2010.
- [34] 緒方 公俊, “表面形状がゴムの摩擦に及ぼす影響の有限要素法解析”, 東京大学大学院工学系機械工学専攻, 修士論文, 2012.
- [35] 伊藤 哲久, “ゴムの摩擦特性に及ぼす表面凹凸の影響に関する有限要素法解析”, 東京大学工学部機械工学科, 卒業論文, 2013.
-

-
- [36] F. P. Bowden, D. Tabor, “Friction, lubrication and wear: a survey of work during the last decade”, *British Journal of Applied Physics*, Vol.17, No.12, pp.1521-1544, 1966.
- [37] Phil Attard, “Friction, adhesion, and deformation: dynamic measurements with the atomic force microscope”, *Journal of Adhesion Science and Technology*, Vol.16, No.7, pp.753-791, 2002.
- [38] G. Carbone, B. Lorenz, B. N. J. Persson, A. Wohlers, “Contact mechanics and rubber friction for randomly rough surfaces with anisotropic statistical properties”, *The European Physical Journal E*, Vol.29, No.3, pp.275-284, 2009.
- [39] 村木 正芳, “図解 トライボロジー 摩擦の科学と潤滑技術”, 日刊工業新聞社, 2007.
- [40] 加藤 考久, 益子 正文, “トライボロジーの基礎”, 培風館, 2004.
- [41] 久富 寛, アンタナス ダウゲラ, 藤井 洋, “超音波振動する材料のナノ材料試験”, 日本機械学会 東海支部 第52期総会・講演会, 2003.
- [42] 東京大学教養学部統計学教室編, “統計学入門 基礎統計学”, 東京大学出版会, 1991.

以上

卒業論文

直動型摩擦試験による
ゴム - 路面間のマルチスケール評価
p.1 — p.107 完

2014 年 1 月 31 日

指導教員 泉 聡志 准教授

120251 吉村 侯泰