

卒業論文

不確定性を考慮した柔軟管内拍動流 の流体構造連成解析

p.1~p.60 完

平成 27 年 1 月 提出

指導教員 泉 聡志 教授

130201 住吉谷 淳

目次

第 1 章	序論	7
1.1	背景	7
1.2	目的	8
1.3	論文の構成	8
第 2 章	実験概要	9
2.1	実験装置	9
2.1.1	実験装置全体	9
2.1.2	ポンプ	10
2.1.3	各計測機器	11
2.2	実験対象	14
2.3	実験手法	16
2.3.1	実験の手順	16
2.3.2	柔軟管の取り付け	16
2.3.3	定常流・拍動流	18
2.4	実験内容	18
2.4.1	各計測機器の計測精度評価	18
2.4.2	定常流実験	19
2.4.3	拍動流実験	20
第 3 章	解析手法	21
3.1	流体構造連成解析	21
3.1.1	ALE 法	21
3.1.2	支配方程式	25
3.1.3	連成手法および離散化手法	26
3.2	プログラムの流れ	27
3.2.1	解析プログラムの流れ	27
3.2.2	境界自由度の縮退	28
3.2.3	Windkessel モデル	28
3.2.4	流体メッシュ制御	30
3.3	解析モデル	31
3.4	解析条件	32
3.4.1	物性値	32
3.4.2	境界条件	32
第 4 章	結果	33

4.1	実験結果.....	33
4.1.1	各計測機器の計測精度評価.....	33
4.1.2	定常流実験.....	35
4.1.3	柔軟管両端の圧力差と出口抵抗値の推定	40
4.1.4	拍動流実験.....	44
4.2	解析結果.....	47
4.2.1	プログラム検証.....	47
4.2.2	直管の拍動流解析.....	50
4.2.3	直管の定常流解析.....	53
第 5 章	結論.....	55
5.1	総括.....	55
5.2	今後の展望.....	55
	参考文献.....	57

図目次

図 2-1	実験装置概要図.....	9
図 2-2	実験装置全体図.....	10
図 2-3	ギアポンプ参考図.....	10
図 2-4	圧力センサ.....	11
図 2-5	流量センサ.....	11
図 2-6	左右のカメラ画像.....	12
図 2-7	ファセット領域の指定と計算.....	12
図 2-8	計算結果（上）と座標変換処理（下）	13
図 2-9	円筒フィッティングとサンプリング点の指定	13
図 2-10	柔軟管（硬）	14
図 2-11	柔軟管（軟）	14
図 2-12	柔軟管（硬） の引張試験結果.....	15
図 2-13	柔軟管（軟） の引張試験結果.....	15
図 2-14	柔軟管取り付け時の引張長さ	16
図 2-15	取り付けジグ.....	17
図 2-16	柔軟管（硬） の取り付け	17
図 2-17	柔軟管（軟） の取り付け	17
図 2-18	柔軟管セッティング済み状態の参考写真	17
図 2-19	図 Duty 比参考図 25%（左） 50%（右）	18
図 3-1	解析プログラム概要.....	27
図 3-2	血管有限要素モデルの境界条件としての 3 要素 Windkessel モデル	29
図 3-3	形状モデル 1.....	31
図 3-4	形状モデル 2.....	31
図 4-1	流量と半径値の関係（c）	36
図 4-2	流量と半径値の関係（d）	36
図 4-3	出口流量と出口圧力の関係（c）	36
図 4-4	出口流量と出口圧力の関係（d）	36
図 4-5	流量と圧力差の関係（c）	37
図 4-6	流量と圧力差の関係（d）	37
図 4-7	流量と半径値の関係（e）	38
図 4-8	流量と半径値の関係（f）	38

図 4-9 出口流量と出口圧力の関係 (e)	39
図 4-10 出口流量と出口圧力の関係 (f)	39
図 4-11 流量と圧力差の関係 (e)	39
図 4-12 流量と圧力差の関係 (f)	39
図 4-13 圧力測定点間の各部の長さや径の大きさ	40
図 4-14 急縮小損失.....	42
図 4-15 急拡大損失.....	42
図 4-16 流量と時刻の関係.....	44
図 4-17 流量と時刻の関係.....	44
図 4-18 圧力と時刻の関係.....	45
図 4-19 圧力と時刻の関係.....	45
図 4-20 半径値と時刻の関係.....	45
図 4-21 半径値と時刻の関係.....	45
図 4-22 形状モデル 1 参考図.....	47
図 4-23 圧力分布図.....	49
図 4-24 全節点の流速分布図.....	49
図 4-25 管断面 (z=45mm) での流速分布図.....	49
図 4-26 入口・出口圧力の時間変化.....	50
図 4-27 入口・出口流量の時間変化.....	50
図 4-28 半径値 (z=45mm) の時間変化.....	50
図 4-29 圧力分布 (左) と z=45mm 位置の断面の流速分布 (右) の時間変化	52
図 4-30 柔軟管 (硬) の実験結果と定常流解析の結果の比較	54

表目次

表 2-1	材料物性値.....	14
表 3-1	物性値（解析条件）	32
表 4-1	圧力計・流量計の流量 0ml/min 状態での測定結果.....	33
表 4-2	半径測定結果のサンプリング位置における比較	34
表 4-3	半径測定結果のランダムパターンと光量による比較	34
表 4-4	圧力計測領域の各圧力損失.....	42
表 4-5	柔軟管部の圧力損失.....	43
表 4-6	解析解の計算および解析条件に用いる各変数の値	48
表 4-7	各入口圧力に対する解析結果	54

第1章 序論

1.1 背景

動脈硬化に代表される血管疾患の検査法として、CT や MRI といった医用画像診断装置が挙げられる。近年ではこれら医用画像診断装置から得られた画像データより、患者独自の血管形状をモデリング化し、数値シミュレーションを行う **image-based modeling and simulation** と呼ばれる手法が広まっており[1]、各部位の特徴的な血管形状を捉え、狭窄・動脈瘤など病変部位周辺の血流動態や病変メカニズムを解明しようとする研究が盛んに行われてきた。画像から取得された形状モデルは自由度が高くなるため、従来は血管内腔内流れの解析あるいは血管壁の解析と分離した解析多かったが、近年の計算機性能の飛躍的向上と共に、血流と血管壁の相互作用を考慮した構造と流体の連成解析が可能となってきた。脳動脈の形状や物性が動脈瘤の成長や破綻に及ぼす影響の評価[2]–[4]や、頸動脈のプラーク形状とプラーク内容物による応力評価[5]や分岐形状の影響評価[1]、心筋梗塞部位が心拍出に及ぼす影響評価[6]、大動脈弁の形状と石灰化が開閉能に及ぼす影響評価[7]など、力学的解析により診断を支援することを目的とした大規模な流体構造連成解析が盛んに行われている。

これら **image-based modeling and simulation** の多くでは、数値計算のためにモデリング化を確定的見地から行い、血管形状、材料物性値、境界条件など解析入力値は一意に定めて解析が行われる。しかしながら、実際にはこれら解析入力値の多くは不確定性を伴っており、これまで不確定性が解析結果に及ぼす影響については十分な検討が行われてこなかった。血管内の血流動態は非線形性の強い問題であり、入力値の僅かな違いが結果として得られる血流動態を大きく変えてしまう可能性がある。解析結果の信頼性が明らかにならなければ、結果を診断指標として用いるなど実際の医療への応用は難しい。この問題を解決するためには、解析の入力となる物性値・形状・境界条件の統計的分布に対し、解析結果である流体動態がどのような統計的分布になるかを明らかにし、結果の不確定性を定量化する必要がある。

ここで、**image-based modeling and simulation** 入力値の不確定性要因は大きく以下の3つに分類できると考えられる。1つ目は生体に起因するもので、個体差・空間的不均一・運動状態による変化などが挙げられる。2つ目は計測誤差であり、画像データの境界輪郭の不鮮明さ、非侵襲計測の難しさなど、生体を対象にするが故の誤差の拡大がある。3つ目はモデル化に際するもので、2Dの断面画像データから輪郭抽出し3D形状モデルを作成する際のスムージング処理、残留応力などの物性値表現の不完全さなど、数値計算の実現のために必要な措置ではあるがこれらも不確定性の要因である。

本研究では血管を模擬した柔軟管内の流体動態を対象として実験を行い、柔軟管内拍動流の動態の把握と実験に伴う誤差の定量的評価を行う。生体ではなく工業製品である柔軟管を対象とす

ること以上記 1, 3 の要因による不確定性を排除し, 2 の要因に絞って不確定性の評価を容易にする。また柔軟管実験を模擬した流体構造連成解析を行い, 実験との比較から解析の妥当性を確認し, 今後の不確定性が解析結果に及ぼす影響の評価につなげる。

1.2 目的

実験では, 各測定機器の測定精度やセッティングに伴う誤差, 柔軟管の材料物性などの個体差的ばらつきについて系統誤差・ランダム誤差を考慮しつつ定量的に評価する。また柔軟管に定常流・拍動流を流した際の基礎データの取得を行う。それらをもとに各測定精度の向上や実験手法の確立を目指すと共に, どの程度の測定誤差, 各値の不確かさを考慮して今後取得するデータを取り扱っていくべきかの参考となる値を得る。

解析では, プログラムの検証を行った後, 実験によって得られた基礎データをもとに各パラメータ値の選定などを行い, 流体構造連成解析プログラムの妥当性確認を行う。

1.3 論文の構成

本論文は全 5 章から構成される。

第 1 章「序論」では, 本研究の背景および目的について述べる。

第 2 章「実験概要」では, 本研究にて行った実験装置, 実験対象となる柔軟管の物性・形状, 実験手法, および実施した各実験の目的・実験内容について述べる。

第 3 章「解析手法」では, 本研究にて開発を行った流体構造連成解析プログラムに関しての概要説明, 用いた解析モデル, 解析条件について述べる。

第 4 章「結果」では, 実施した各実験結果についてまとめたのち, 各解析結果についてまとめる。

第 5 章「結論」では, 本研究を通して得られた結果を総括し, 今後の課題と展望について述べる。

第2章 実験概要

この章では血管を模擬した柔軟管を用いた実験装置，実験対象である柔軟管の形状や材料物性，実験手法，今回行った各実験の実験条件について記載する．

本実験は東芝の全面的な協力のもと行われたものである．

2.1 実験装置

2.1.1 実験装置全体

本研究の実験では，柔軟管をポンプ，流量計・圧力計，貯水容器から構成される流路にアダプタを介して接続しており，その流路に様々な条件下で水を流しながら各計測を行う．流路にはシリコンチューブを使用する．計測機器としては，柔軟管を中心として流入側・流出側それぞれに圧力計・流量計を一つずつ設置しており，解析の境界条件となる値を計測する．同時に3次元変形測定システムにて柔軟管の形状変化についても計測を行い，各条件下での柔軟管の半径方向の変化量や変形挙動についてのデータを取得する．

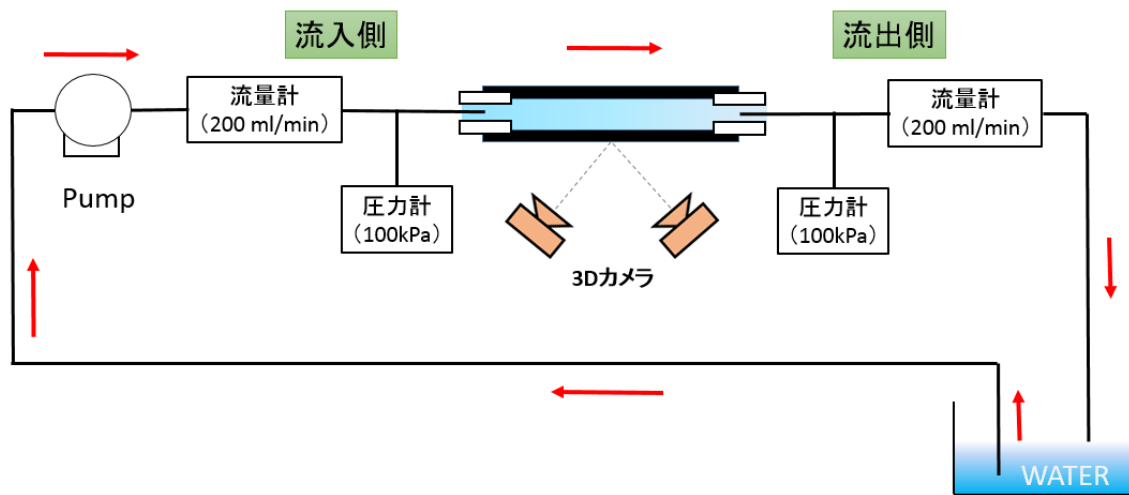


図 2-1 実験装置概要図



図 2-2 実験装置全体図

2.1.2 ポンプ

本実験で使用するポンプは定格電圧 12V の DC モーター（日本サーボ DME44SA）を動力源としたギアポンプ（図 2-3 参照）を使用する．DC モーターは直流電源（GWInsteck GPS-1850D）に接続されており，電源電圧を調整することでモーターの回転数を調整し，流路に流れる水の流量を制御する．

拍動流を流す場合には電源からの電流とオシロスコープからのスイッチング用の矩形波電流をトランジスタアンプに入力し，その出力をモーターに供給することで拍動流を生成する．

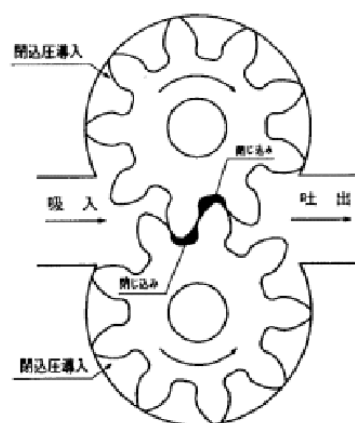


図 2-3 ギアポンプ参考図

2.1.3 各計測機器

○圧力計・流量計

耐環境デジタル圧力センサ AP-12S (KEYENCE)

- ・定格圧力範囲 : 0～100kPa
- ・圧力の種類 : ゲージ圧
- ・繰り返し精度 : $\pm 0.5\text{kPa}$
- ・サンプリング周期 : 20ms



図 2-4 圧力センサ

コリオリ式デジタル流量センサ FD-SS02A (KEYENCE)

- ・定格圧力範囲 : 0～200mL/min
- ・繰り返し精度 : $\pm 6\text{mL}$ (50ms～100ms),
 $\pm 2\text{mL}$ (0.5s～1s),
 $\pm 1\text{mL}\%$ (2.5s～60s)
- ・サンプリング周期 : 20ms



図 2-5 流量センサ

圧力センサ，流量センサ，共にその計測値に対応して 4～20mA の電流がアナログ出力される．その電流値をマルチ入力データ収集用機器（NR-500）に読み取らせ，USB ケーブルにて PC に接続し，専用のソフト（WAVE LOGGER）を介して圧力センサと流量センサの計測値を統合したデータを出力する．

○3次元変形計測システム

GOM 社の三次元変形計測システム「ARAMIS」を用いて柔軟管の形状変化の計測を行う．ARAMIS は二つのカメラからの三角測量によって，対象物の変位を三次元的に測定できるシステムであり，今回の実験では主に柔軟管の半径値をデータとして抽出する．

3D カメラ（二つのカメラ）から得られる画像より円筒状の対象物の半径値を取得する手順を簡単に示す．

- ① 3D カメラにて対象物の撮影を行う．（図 2-6 左右のカメラ画像）
- ② ファセット領域（計算を行う領域）を指定し，測定対象の形状・変形の計算を行う．（図 2-7 ファセット領域の指定と計算）

- ③ 計算ののち得られた3次元形状に円筒フィッティングなどを行い適切な座標変換を行う。(図 2-8 計算結果(上)と座標変換処理(下))
- ④ 測定したい座標点付近の領域を選択して円筒フィッティングを行い、各サンプリング点の円筒中心軸からの距離を計算することで半径値の推定を行う。(図 2-9 円筒フィッティングとサンプリング点の指定)

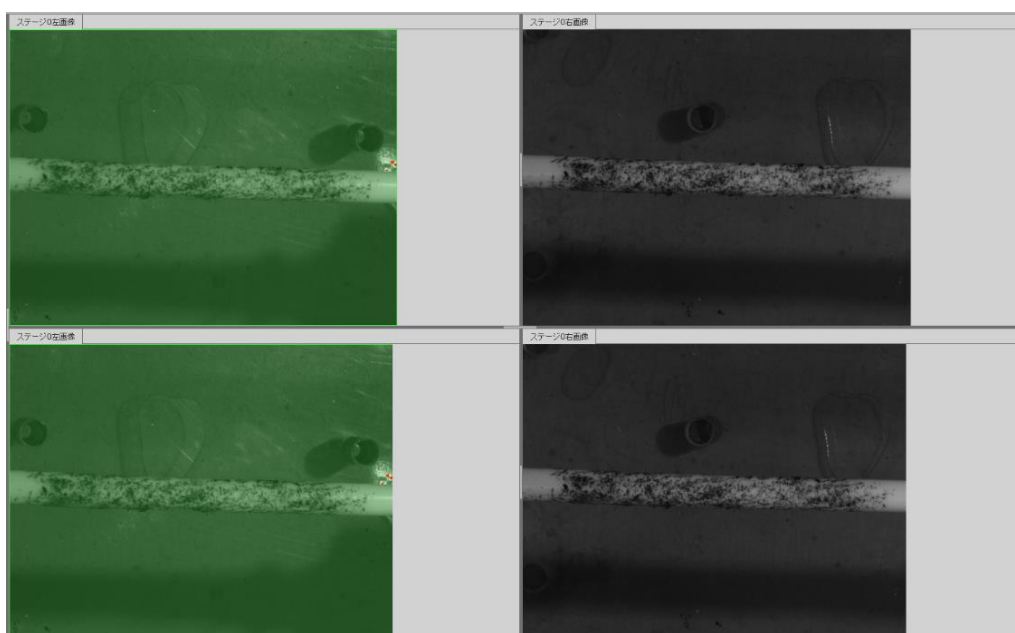


図 2-6 左右のカメラ画像

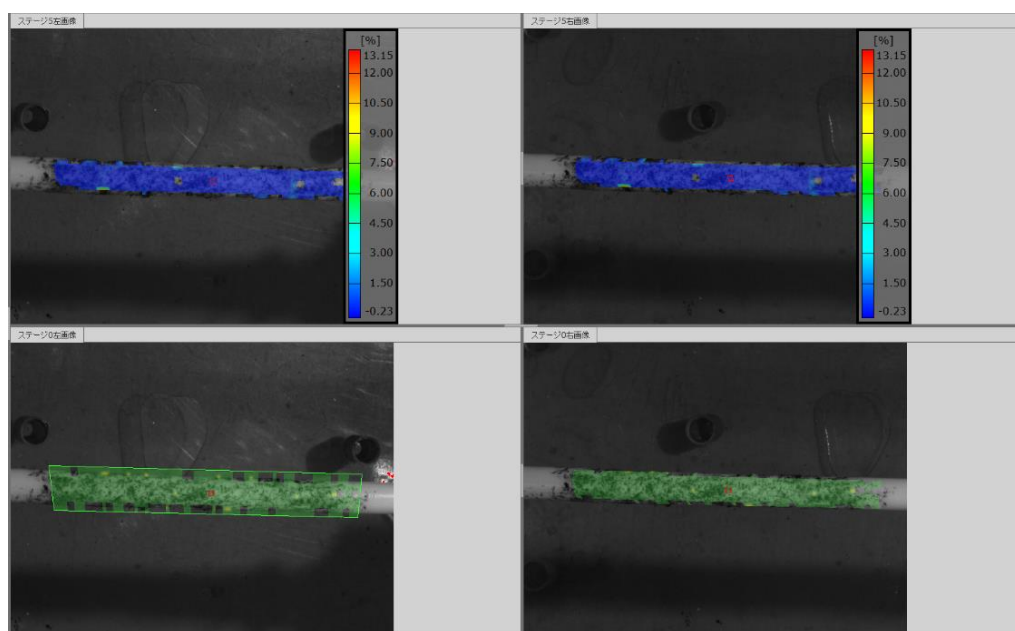


図 2-7 ファセット領域の指定と計算

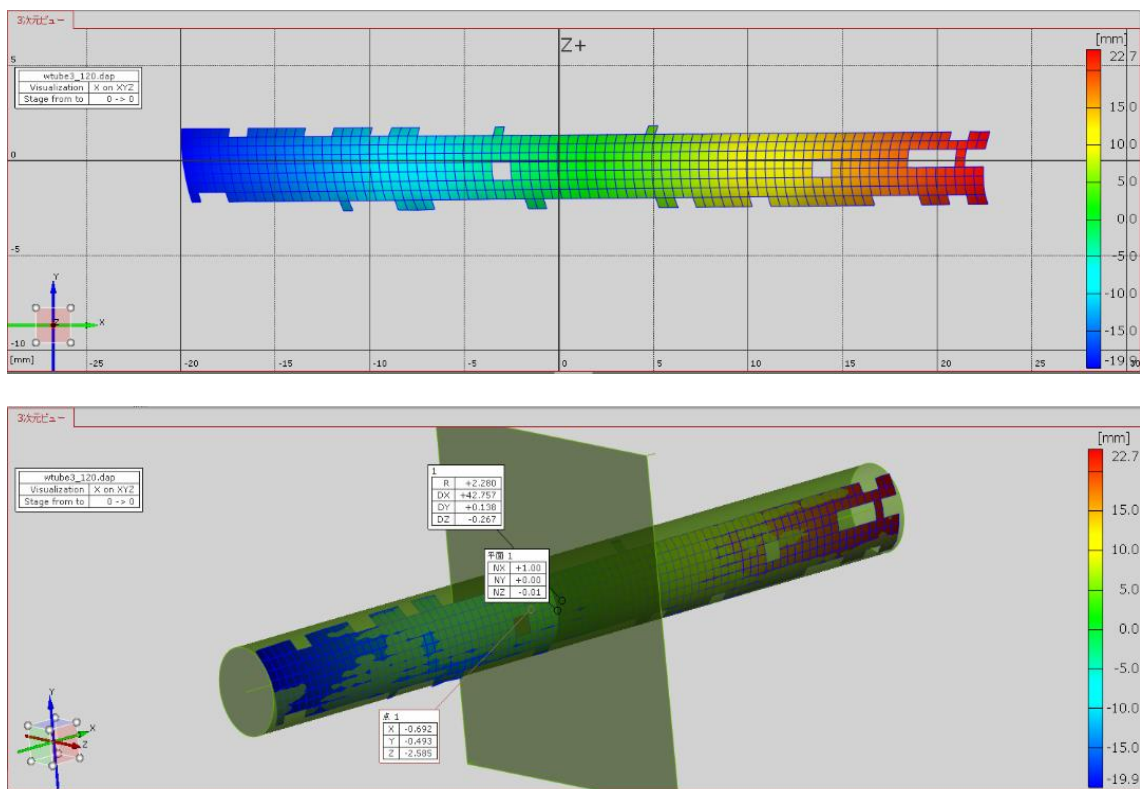


図 2-8 計算結果（上）と座標変換処理（下）

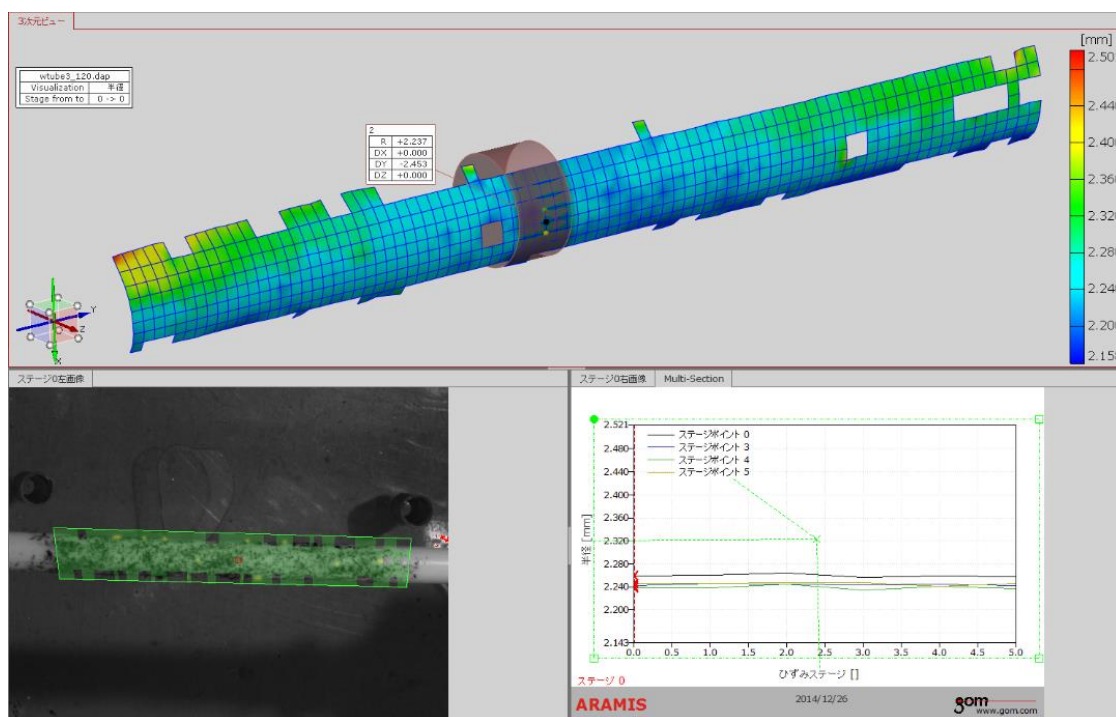


図 2-9 円筒フィッティングとサンプリング点の指定

3Dカメラにて形状変化の計測・計算を行うためには測定対象の表面に高コントラストなパターンが必要である。そのため、黒色の柔軟管（硬）には白色の、白色の柔軟管（軟）には黒色の着色料を用いて、計測を行いたい領域の表面にランダムパターン模様を施した。

3Dカメラでの計測の際の設定値としてフレームレート（1秒当たりの撮像数）とイメージ数（全撮像数）がある。静止しているものや定常流条件下での柔軟管の計測を行う際はフレームレート15・イメージ数6（撮影時間：0.4s）、拍動流条件下の柔軟管の計測を行う際はフレームレート28・イメージ数112（撮影時間：4.0s）にて計測を行った。

撮影画像から半径値を推定する際には、計測対象の長さ方向に軸を定め、測定中心を0としたときの0mm付近、±10mm付近の3ヶ所にて円筒フィッティングを行い、それぞれで4ポイントずつサンプリング点を設定し、データの出力を行った。

2.2 実験対象

今回の実験では2種類の柔軟管を取り扱った。2種類の柔軟管についてその形状、材料物性値などを以下に示す。

表 2-1 材料物性値

	柔軟管（硬）	柔軟管（軟）
素材	シリコンゴム	PVA（ポリビニールアルコール）
ヤング率	0.3～0.5 MPa	0.10～0.20 MPa
長さ	70mm	
内径 / 外径	3mm / 5mm（厚さ 1mm）	

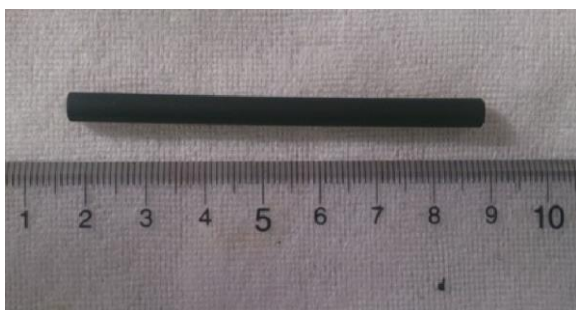


図 2-10 柔軟管（硬）



図 2-11 柔軟管（軟）

柔軟管（軟）は1本ずつ円筒容器に入れられたものを受注するため、若干折り曲げられた型がついてしまっているものがほとんどである。また、柔軟管（軟）は乾燥するに従って硬化していく傾向があるため、適宜水気を与えながら実験を行う。

○柔軟管の剛性について（引張試験結果）

株式会社東レリサーチセンターに2種類の柔軟管の引張試験を依頼した。その結果が以下の図2-12、図2-13である。図2-12が柔軟管（硬）の、図2-13が柔軟管（軟）の引張試験結果のグラフである。

柔軟管（硬）、柔軟管（軟）ともに、検体1本について円周方向に片刃を用いて短冊試験片（長さ10mm×幅1mm程度、つかみ間隔=6mm）を作製し、測定雰囲気=室温大気中でクロスヘッド移動量法により引張試験を行い、荷重-クロスヘッド移動量線図を取得し、応力-歪み線図を作成したものである。

柔軟管（硬）については試験速度=30 mm/min, 20 mm/min, 1 mm/min

柔軟管（軟）については試験速度=30 mm/min, 1 mm/min

にて試験データを取得している。

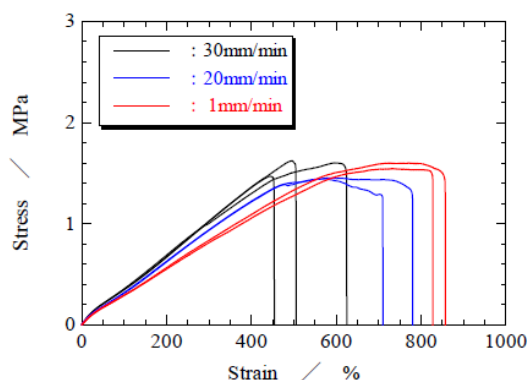


図 2-12 柔軟管（硬）の引張試験結果

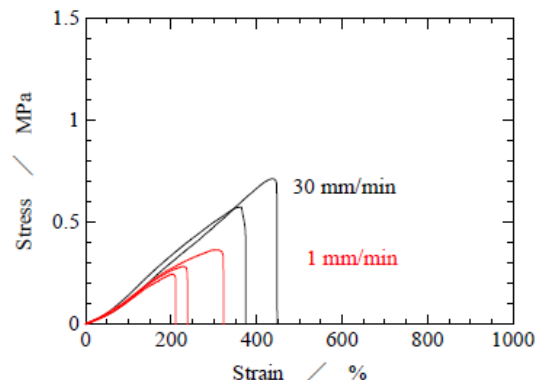


図 2-13 柔軟管（軟）の引張試験結果

速度依存性も見られるが今回の実験で取り扱う周方向ひずみは+10%程度であるため、上記の表2-1に示した範囲のヤング率を用いることとした。

2.3 実験手法

2.3.1 実験の手順

- ① 柔軟管を実験装置に取り付ける。
- ② 柔軟管に 3D カメラ計測用のランダムパターンを施す。
- ③ 定常流の場合は電源電圧を流量計の示す流量が各サンプリング流量で安定するように制御。拍動流の場合は電源電圧を一定に保ち、オシロスコープと組み合わせて矩形波電圧をモーターに与える。
- ④ 流れが十分安定するまで待ったのち、圧力計・流量計での測定と 3D カメラでの撮影を同時に行う。（3D カメラでの撮影を精度よく行うため、別途光源を用意し、観測対象付近の光量を調節する。）
- ⑤ 次の実験条件での計測に移る。①または③へ。

2.3.2 柔軟管の取り付け

実験を行う際には、柔軟管がたわまない程度に初期引張を加えた状態でアダプタとなるジグに取り付け、水路との接続を行う。柔軟管は長さ 70mm のものを 100mm 程度に引張して両端を輪状のシリコンゴムにて固定する。より細かく見ると、解析対象範囲でもある取り付けジグの内側 85mm 部分については柔軟管（硬）では元の長さ約 60mm、柔軟管（軟）では元の長さ約 54mm が引張されて 85mm の長さとなって取り付けられている。

柔軟管取り付け時の引張長さについての参考図、取り付けジグの画像、取り付けジグに 2 種類の柔軟管を取り付けた状態の画像、柔軟管取り付け時の柔軟管付近全体の画像を以下に示す。

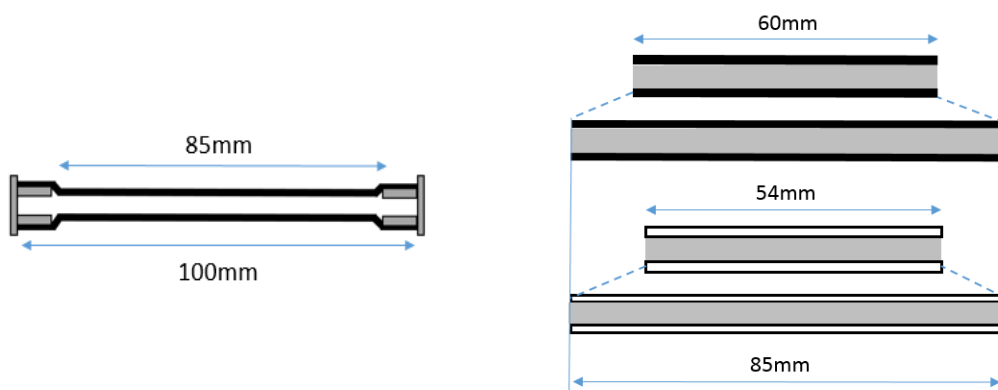


図 2-14 柔軟管取り付け時の引張長さ
柔軟管全体（左）、解析対象部（右）

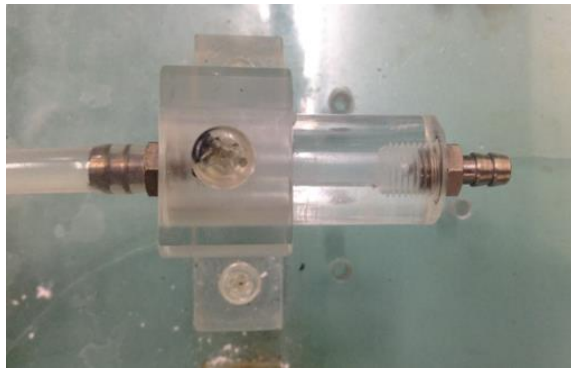


図 2-15 取り付けジグ

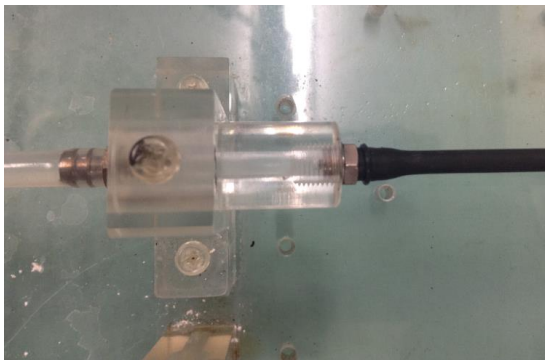


図 2-16 柔軟管（硬）の取り付け

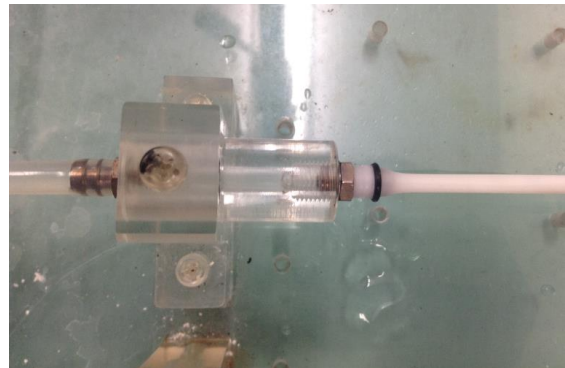


図 2-17 柔軟管（軟）の取り付け

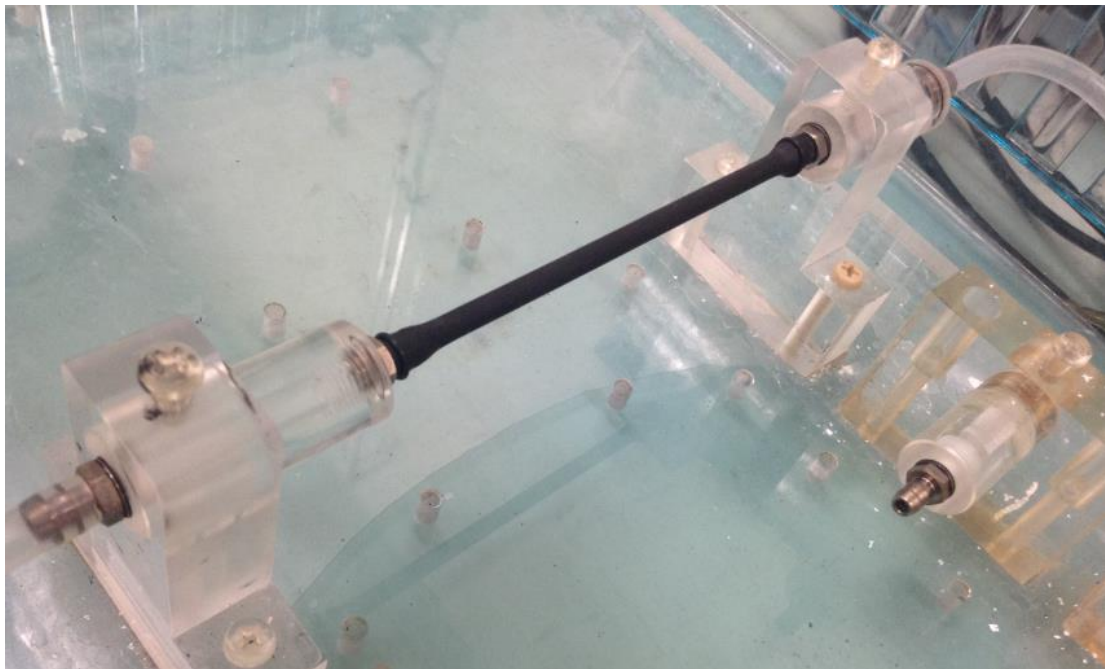


図 2-18 柔軟管セッティング済み状態の参考写真

2.3.3 定常流・拍動流

実験条件の一つとして2種類の流れを扱う．一つは流量を一定に保ち，時刻歴変化のない定常流．安定した流れのもと計測を行えるため，実験装置や柔軟管に関する各誤差，不確定性の検証を行う際，また，解析シミュレーションの妥当性確認のための実験データを取得する際に生成する．もう一つは拍動流．実際の生体において心臓の拍動により生成される流れをモーターの電源電流供給の ON/OFF の切り替えによって模擬する．

定常流は電源電圧を一定に保つことにより生成する．一方拍動流は，トランジスタのコレクタに出力を調整して一定に保った電源電圧を入力し，ベースにオフセット 2.5V，振幅 5V の矩形波状電圧をオシロスコープにより与え，モーターに入力される電源電流の ON/OFF を切り替えることで生成する．矩形波としては振動数 1Hz，Duty 比は 25%あるいは 50%のものを入力として実験を行う．振動数については平均心拍数の正常値である 60~90bpm を，Duty 比については頸動脈の血流量の拍動波形を参考にして値を設定した．

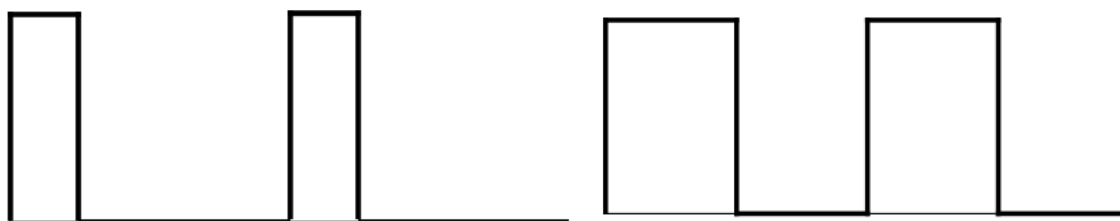


図 2-19 図 Duty 比参考図 25% (左) 50% (右)

2.4 実験内容

各実験の目的と実験内容について述べる．

2.4.1 各計測機器の計測精度評価

(a) 圧力計・流量計の計測誤差評価

(目的) 圧量計・流量計での計測に伴う誤差を評価するための実験を行った．ここで得られた誤差評価の結果を参考に今後の実験で得られる圧力・流量の測定結果の評価を行う．

(実験内容) 通常柔軟管を取り付ける部分に十分に変形が小さいと考えられる水路に使用されているシリコンチューブを取り付け，実験装置の水路に水を流して水路内の気泡を十分に取り除いてから水の流れを静止させて十分定常になるまで時間を置いたのち，圧力・流量の測定を行う，という実験を複数回行った．特に，本実験系の圧力計の測定精度については，実験日の違いや同じ一日でも各実験や操作の前後で，流入

側・流出側 2つの圧力計の 0kPa からのオフセット，2つの圧力計の間での初期オフセットの値の差が変動していることが確認されているため，それらも考慮し，各実験・操作の前後にランダムに計測を行った結果を評価に用いる．

(b) ARAMIS による半径推定値の精度評価

（目的）ARAMIS による測定誤差，半径値推定の精度を確認・評価するための実験を行った．ここで得られた精度評価の結果を参考に今後の実験での半径値の測定結果を取り扱っていく．

（実験内容）半径値があらかじめ正確にわかっている直径 5mm の鉄芯を測定サンプルとして ARAMIS により計測，半径値の推定を行う．測定対象付近の明るさの影響，また測定対象に施すランダムパターンの違いも考慮するため，明るさについては明暗の 2 段階（明：明るすぎることによる露光のない程度の光量，暗：測定にあたって暗すぎない程度の光量）に光源の絞りを調整し，ランダムパターンについては明暗 1 セットの測定につき一度ランダムパターンを作成し直し，これを 2 セット行い計 4 回の計測を行った．また，サンプリング位置による測定精度の違いも考慮し，サンプリング位置については測定中心より長さ方向に 0mm，±10mm の 3 ヶ所，各サンプリング位置につき半径値を取得するサンプリング点を 5 ヶ所ずつ設けて半径値の出力を行った．

2.4.2 定常流実験

(c) 柔軟管（硬）を用いたセッティング誤差検証実験

（目的）柔軟管の両端をジグに取り付けた際に生じる柔軟管の初期引張の微小な違いを含め，各測定での実験装置のセッティングの精度が実験結果にどの程度の影響を与え得るか，についての検証を目的とする．

（実験内容）柔軟管を装置に取り付け各セッティングを行った後，流量が 0，40，80，120[ml/min]に近い値になるよう電源電圧を調整して順に合わせる，各流量での流入側・流出側の圧力・流量と柔軟管の半径値の計測を行ったのち柔軟管を取り外す，という一連の実験を柔軟管 1 本に対して 3 サイクル繰り返す．各サイクルの間には 30 分以上のインターバルをとった．

(d) 柔軟管（硬）の個体差検証実験

（目的）柔軟管の材料物性のばらつきや形状の微小な違いが実験結果に及ぼす影響の評価を目的とする．

（実験内容）柔軟管を装置に取り付け各セッティングを行った後，流量が 0，40，80，120[ml/min]に近い値になるよう電源電圧を調整して順に合わせる，各流量での流入側・流出側の圧力・流量と柔軟管の半径値の計測を行ったのち柔軟管を取り外す，という一連の実験を柔軟管 3 本について順に行う．

(e) 柔軟管（軟）を用いたセッティング誤差検証実験

（目的）(c) の実験の目的に同じ。

（実験内容）(c) の実験内容に同じ。柔軟管（硬）に比べると初期取り付け時の引張具合にばらつきが生じやすいと考えられるため、柔軟管の取り付けには特に注意を払った。また、柔軟管の乾燥に伴う硬化を防ぐため、適宜水気を与えながら実験を行った。

(f) 柔軟管（軟）の個体差検証実験

（目的）(d) の実験の目的に同じ。柔軟管（硬）に比べると柔軟管（軟）の材料物性値や形状のばらつきに関わる製造精度はやや劣ると考えられている。

（実験内容）(d) の実験内容に同じ。(e) 同様、柔軟管のセッティング、柔軟管の乾燥には注意を払いつつ実験を行った。

2.4.3 拍動流実験

(g) 柔軟管（硬）を用いた拍動流実験

（目的）柔軟管に拍動流を流した際の流入側・流出側の圧力・流量、柔軟管の形状変化についての基礎データを取得することを目的とする。

（実験内容）柔軟管を実験装置に取り付け各セッティングを行った後、電源電圧とオシロスコープを調整して矩形波の電流を入力とした拍動流を生成し、各計測を行った。計測時間は約 4 秒間。実験条件としては電源電圧と矩形波の Duty 比を操作し、電源電圧 11.0V に対して、Duty 比を 50%, 25% と変え、2 条件について実験を行った。

第3章 解析手法

3.1 流体構造連成解析

流体力が構造体の変形をもたらし、同時に変形する構造体流れ場に影響を及ぼす、というような流体と構造体の間の相互作用を考慮した解析が流体構造連成解析である。本研究では、血流と血管壁、あるいは水と柔軟管の間の相互作用を考慮した解析を行うことを目的とし、ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian)有限要素法による一体型流体構造連成解析プログラムの開発を行った。

本節では ALE 有限要素法による一体型流体構造連成解析の計算手法について簡単に示す。
本節の内容は参考文献[8]-[10]を基にその内容をまとめたものである。

3.1.1 ALE 法

ALE 法では、基準の空間配置とも物質の現配置とも本質的には無関係な参照配置と呼ばれる配置を設定して連続体の物理量を表す。この参照配置における位置ベクトル χ の成分で表す時、これを参照座標または ALE 座標と呼ぶ。ALE 座標を時々刻々の流体解析領域の変化に合わせたものとすれば、Lagrange 座標と異なり流体自身の運動とは無関係な座標となる。したがってこの表示法によれば物体の任意の配置を用いて連続体の運動を定式化することが可能となる。

Lagrange, Euler, ALE の 3 つの座標系の定義、各座標系での時間微分、空間積分量の物質時間導関数について下記に示す。

○座標系の定義

以下 3 つの座標系を定義する。

- ・ Lagrange 座標系 $\mathbf{X}$
- ・ Euler 座標系 $\mathbf{x}$
- ・ ALE 座標系 χ

次にそれぞれの座標系の間に速度を定義する。

- ・ 物質点の Euler 座標系に対する速度

$$v_i = \left. \frac{\partial x_i(\mathbf{X}, t)}{\partial t} \right|_{\mathbf{X}} \quad (\text{式 3-1})$$

- ・ 物質点の ALE 座標系に対する速度

$$w_i = \left. \frac{\partial \chi_i(X, t)}{\partial t} \right|_x \quad (\text{式 3-2})$$

・ ALE 座標系の Euler 座標系に対する速度

$$\hat{v}_i = \left. \frac{\partial x_i(\chi, t)}{\partial t} \right|_x \quad (\text{式 3-3})$$

○各座標系での時間微分

各座標系での物理量 f の時間微分について考える.

Lagrange 座標系を固定した時間微分, つまり物質に追従して観察する時間導関数を物質時間導関数, Euler 座標系を固定した時間微分, つまり空間に固定した視点で観察する時間導関数を空間時間導関数と呼ぶ. この二つの導関数の関係は以下で示される.

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial f(X, t)}{\partial t} \right|_x &= \left. \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} \right|_x + \frac{\partial f(x, t)}{\partial x_i} \left. \frac{\partial x_i(X, t)}{\partial t} \right|_x \\ &= \left. \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} \right|_x + v_i \frac{\partial f(x, t)}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (\text{式 3-4})$$

同様に, χ 座標系を固定した時間微分, つまり観察者に追従した視点での χ 時間導関数は以下のように示される.

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial f(X, t)}{\partial t} \right|_x &= \left. \frac{\partial f(\chi, t)}{\partial t} \right|_x + \frac{\partial f(\chi, t)}{\partial \chi_i} \left. \frac{\partial \chi_i(X, t)}{\partial t} \right|_x \\ &= \left. \frac{\partial f(\chi, t)}{\partial t} \right|_x + w_i \frac{\partial f(\chi, t)}{\partial \chi_i} \end{aligned} \quad (\text{式 3-5})$$

さて, この上式の物理量 f として, Euler 座標 $\mathbf{x}$ を代入すると, 座標の速度の間の関係式が導かれる.

$$\left. \frac{\partial x_i(X, t)}{\partial t} \right|_x = \left. \frac{\partial x_i(\chi, t)}{\partial t} \right|_x + w_j \frac{\partial x_i(\chi, t)}{\partial \chi_j} \quad (\text{式 3-6})$$

$$v_i = \hat{v}_i + w_j \frac{\partial x_i(\chi, t)}{\partial \chi_j} \quad (\text{式 3-7})$$

ここで, 以下 $\mathbf{c}$ を定義する.

$$c_i = v_i - \hat{v}_i = w_j \frac{\partial x_i(\chi, t)}{\partial \chi_j} \quad (\text{式 3-8})$$

先の物理量 f の物質時間導関数と χ 時間導関数との間の関係式 (式 3-5) に $\mathbf{c}$ を用いると以下のように変形できる.

$$\left. \frac{\partial f(X, t)}{\partial t} \right|_x = \left. \frac{\partial f(\chi, t)}{\partial t} \right|_x + w_j \frac{\partial \chi_i(\chi, t)}{\partial \chi_j} \frac{\partial f(\chi, t)}{\partial \chi_i} \quad (\text{式 3-9})$$

$$\left. \frac{\partial f(X, t)}{\partial t} \right|_x = \left. \frac{\partial f(\chi, t)}{\partial t} \right|_x + c_j \frac{\partial f(\chi, t)}{\partial \chi_j} \quad (\text{式 3-10})$$

以上の式変形の意義としては、左辺の物理的解釈が容易な量（物質点を追従した微分）と、右辺の数値計算的に表現が容易な量（メッシュ追従視点での物理量変化と現配置空間微分量）とを結びつけることである。

○各座標系での空間積分量の物質時間導関数と **Raynolds** の輸送方程式

Euler 座標に関しては、一般的な有限要素法の基礎式である平衡方程式を運動量保存則から導く過程と同様である（文献[8]4章）。

Euler 座標系で空間積分した量 $\int_{V_x} f dV_x$ を物質追従的に微分する。

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_x \int_{V_x} f dV_x = \left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_x \int_{V_x} f J dV_X \quad (\text{式 3-11})$$

$$= \int_{V_x} \left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_x f J dV_X \quad (\text{式 3-12})$$

$$= \int_{V_x} \left\{ \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_x + \frac{f}{J} \left. \frac{\partial J}{\partial t} \right|_x \right\} J dV_X \quad (\text{式 3-13})$$

$$= \int_{V_x} \left\{ \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_x + \frac{f}{J} \left. \frac{\partial J}{\partial t} \right|_x \right\} dV_x \quad (\text{式 3-14})$$

$$= \int_{V_x} \left\{ \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_x + f \operatorname{div} \mathbf{v} \right\} dV_x \quad (\text{式 3-15})$$

空間積分内の物質時間導関数を空間時間導関数に変換

$$= \int_{V_x} \left\{ \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_x + v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + f \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\} dV_x \quad (\text{式 3-16})$$

$$= \int_{V_x} \left\{ \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_x + \frac{\partial (f v_i)}{\partial x_i} \right\} dV_x \quad (\text{式 3-17})$$

Gauss の発散定理を適用して、Raynolds の輸送方程式 (Euler 表記) が導かれる

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_x \int_{V_x} f dV_x = \int_{V_x} \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_x dV_x + \int_{S_x} f v_j n_j dS_x \quad (\text{式 3-18})$$

ALE 座標系での空間積分量 $\int_{V_\chi} f dV_\chi$ も同様の式変形を経て χ 時間導関数の χ 座標積分量に変形し, Gauss の発散定理を適用して Reynolds の輸送方程式の ALE 表記が導かれる.

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_\chi \int_{V_\chi} f dV_\chi = \int_{V_\chi} \left\{ \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_\chi + f \operatorname{div} \mathbf{w} \right\} dV_\chi \quad (\text{式 3-19})$$

$$= \int_{V_\chi} \left\{ \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_\chi + \frac{\partial(f w_i)}{\partial \chi_i} \right\} dV_\chi \quad (\text{式 3-21})$$

$$= \int_{V_\chi} \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_\chi dV_\chi + \int_{S_\chi} f w_j \hat{n}_j dS_\chi \quad (\text{式 3-22})$$

3.1.2 支配方程式

前節にて導出された各式を参考に、流体領域、構造領域における支配方程式をそれぞれ ALE 表記にて示す。

○流体領域の支配方程式

本研究の解析対象流体は水であるため、非圧縮性 **Newton** 流体とみなす。本研究では人間の頸動脈分岐部周辺をモデルとして実験や柔軟管の選定を行っているが、今後水ではなく血液を想定した解析を行うに際しても、頸動脈周辺の管径は血液中の赤血球に代表される有形成分の大きさに対して十分に大きいため、血液を均質な連続体であるニュートン流体と見なしても無理がない、とされている。[11]

流体領域 Ω_f における支配方程式は連続の式（式 3-23）と Navier-Stokes 方程式（式 3-24）である。

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{式 3-23})$$

$$\rho_f \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \Big|_x + c_i \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x_i} \right) = \nabla_x \cdot \mathbf{T}_f + \rho_f \mathbf{g} \quad (\text{式 3-24})$$

$$\text{構成則：} \quad \mathbf{T}_f = -p\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{D}, \quad D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{式 3-25})$$

$$c_i = v_i - \hat{v}_i \quad (\text{式 3-26})$$

○構造領域の支配方程式

本研究にて用いる柔軟管は、厳密には応力－ひずみの関係が非線形な特性を有する非線形超弾性体であるが、本研究においては使用ひずみ範囲にて線形近似した値をヤング率とし、線形弾性体材料の材料特性を与える。

構造の解析領域 Ω_s の支配方程式は平衡方程式（式 3-27）である。

$$\rho_{0s} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \Big|_x \right) = \nabla_x \cdot (\mathbf{S} \cdot \mathbf{F}^T) + \rho_{0s} \mathbf{g} \quad (\text{式 3-27})$$

$$\text{構成則：} \quad \mathbf{S} = \lambda \text{tr}(\mathbf{E})\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{E} \quad (\text{式 3-28})$$

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) \quad (\text{式 3-29})$$

3.1.3 連成手法および離散化手法

流体-構造界面 Γ_{fsi} の境界では平衡条件（式 3-30）および幾何学的連続条件（式 3-31）を満たすよう強連成系を構築する．ただし， $\mathbf{n}_f = -\mathbf{n}_s$

$$\mathbf{T}_f \cdot \mathbf{n}_f + \mathbf{T}_s \cdot \mathbf{n}_s = 0 \quad (\text{式 3-30})$$

$$\mathbf{v}(\chi, t) = \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{X}, t) \quad (\text{式 3-31})$$

重みつき残差法を用いて，領域全体の平衡方程式の弱形式化を行う． Γ_{fsi} の整合性を考慮して，流体・構造ともに $\delta \dot{\mathbf{u}}$, $\dot{\mathbf{u}}$ に由来する弱形式化（文献[9]における式 1.6.46-b(構造), 式 1.6.44-b(流体)) を用いる．

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_f} \delta \mathbf{v} \cdot \rho_f \left\{ \frac{\partial v(\chi, t)}{\partial t} + (\mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}}) \cdot \nabla_x \mathbf{v} \right\} d\Omega + \int_{\Omega_f} D(\delta \mathbf{v}) : \sigma_f d\Omega \\ & \quad + \int_{\Omega_f} \delta \mathbf{v} (\nabla_x \cdot \mathbf{v}) d\Omega \\ & \quad + \int_{\Omega_{0s}} \delta \dot{\mathbf{u}} \cdot \rho_0 \ddot{\mathbf{u}} d\Omega_0 + \int_{\Omega_f} \dot{E}(\delta \dot{\mathbf{u}}) : S_s d\Omega_0 \\ & = \int_{\Omega_f} \delta \mathbf{v} \cdot \rho_f g d\Omega + \int_{\Omega_{0s}} \delta \dot{\mathbf{u}} \cdot \rho_{0s} g d\Omega_0 + \int_{\Gamma_{f,t}} \delta \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} d\Gamma \end{aligned} \quad (\text{式 3-32})$$

流体・構造連成境界面で固着条件が満たされると仮定し，連成境界面の節点変数ベクトルを共通のものとして以下の拡張された全節点変数ベクトルを定義する．

$$\phi^{fs} = \begin{Bmatrix} \mathbf{V}_i^s \\ \mathbf{V}_c \\ \mathbf{V}_i^f \\ \mathbf{P} \end{Bmatrix}, U^s = \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_i^s \\ \mathbf{U}_c \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (\text{式 3-33})$$

ここで $\mathbf{V}$ は流速， $\mathbf{U}$ は位置， $\mathbf{P}$ は不定静水圧を示す．また上付き文字の s は構造部， f は流体部を示し，下付き文字の c は連成部， i は非連成部を示す．この変数ベクトルを用いると流体構造強連成型の有限要素マトリックス方程式は以下のように表される．

$${}^t M^{fs} \cdot \Delta \phi^{fs*} + {}^t C^f \cdot \Delta \phi^{fs} + {}^t K^s \cdot \Delta U^{fs} = {}^t F - {}^t Q^{fs} \quad (\text{式 3-34})$$

（式 3-34）の方程式を Newton-Raphson 法により解く．

時間積分法に関しては陰解法の Newmark- β 法を使用している．

3.2 プログラムの流れ

本節では本研究のために開発した解析プログラムの計算アルゴリズムの流れと、その構成要素のうち補足の説明が必要と思われるものについて述べる。本節の内容は片山の論文[12]を大いに参考にしており、特に 3.2.2, 3.2.3 はその該当箇所を引用・まとめたものである。

3.2.1 解析プログラムの流れ

開発した解析プログラムのフローチャートを図 3-2 に示す。本コードは片山等により開発されたものを基としている[7], [12].

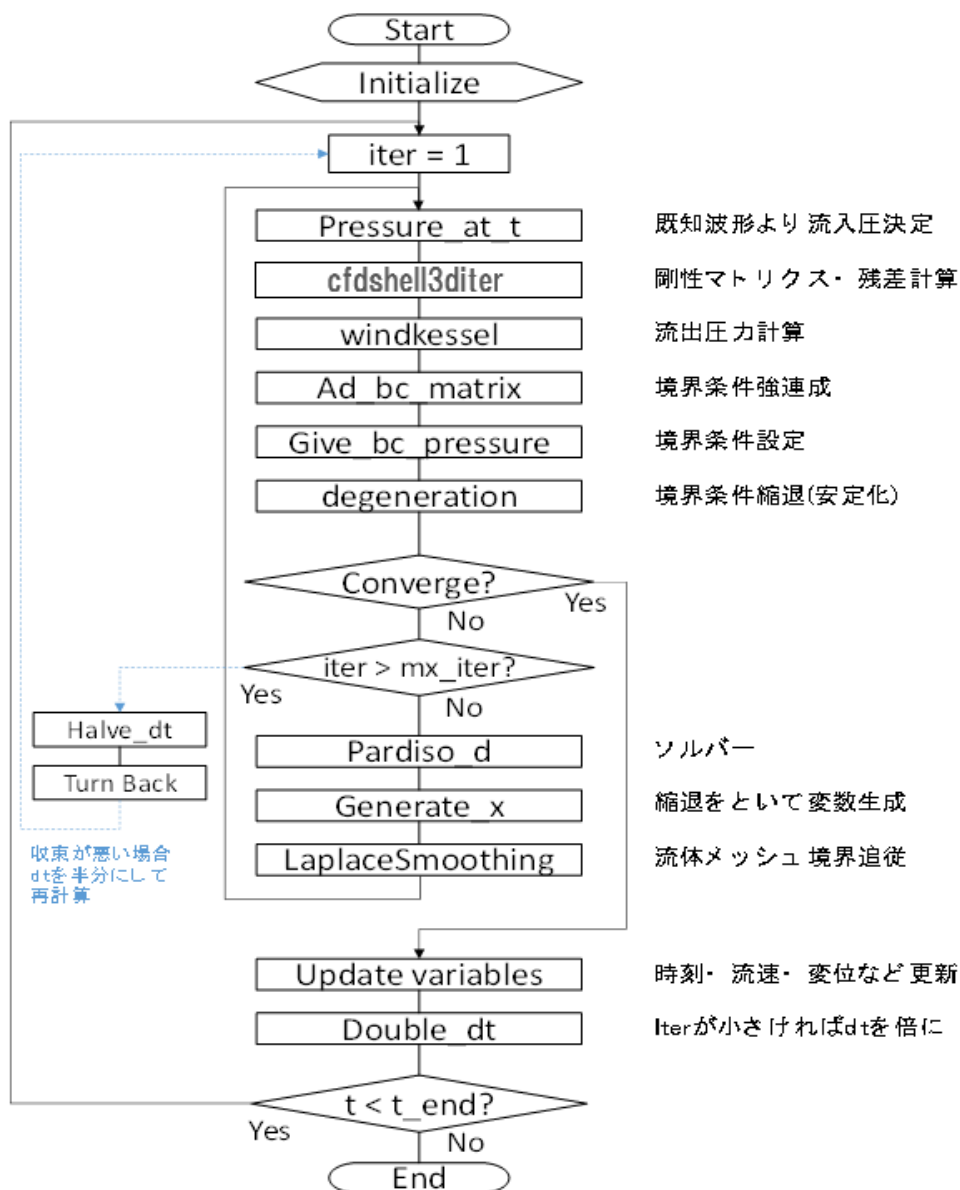


図 3-1 解析プログラム概要

ソルバーには Intel Math Kernel Library の疎行列用直接法ソルバーPardiso を用いた．基本的に加速度増分ベクトルを未知変数として計算を行う．剛性マトリクスの生成，行列計算による加速度増分ベクトルの計算，同じ dt ステップ内での各節点の加速度，速度，変位などの更新を繰り返し行い，残差が十分に小さくなったところでループを脱し，次の dt ステップに進む．1 ステップ前に必要であった反復回数によって次ステップの dt 制御を行う．

3.2.2 境界自由度の縮退

流入口と流出口の境界面に単純に自然境界条件を与えると流速の乱れなどを生じ解析が困難になる．また，後述の Windkessel モデルとの接合を行う際には流出口での代表的な流速および圧力が必要となる．そこで，境界面での流速や圧力を代表流速 v_{sur} とそのプロファイル関数 Φ ，代表圧力 p_{sur} とそのプロファイル関数 Ψ で表すことを考える．

すなわち，縮退する表面における流速 $\mathbf{v}$ と圧力 p を以下の形に置き換えることとなる．

$$\begin{cases} \mathbf{v} = v_{sur} \Phi \\ p = p_{sur} \Psi \end{cases} \quad (\text{式 3-35})$$

流速のプロファイル関数 Φ は位置ベクトルから流速の方向ベクトルを返すベクトル関数であるのに対し，圧力のプロファイル関数 Ψ は位置ベクトルからスカラーを帰すスカラー関数である．

3.2.3 Windkessel モデル

Windkessel モデルとは，流体の流量を電流と，血圧を電圧と置き換えて血管系内の血流現象を電気回路で置き換えるアナロジーである[13]．解析対象の流出境界の先，下流領域から受ける影響を考慮した解析を行おうとするものである．血管壁での摩擦の影響は抵抗として，また血管の膨張・収縮はコンデンサとして捉えることができる．今回は大動脈の数値解析において体循環側の境界条件として最も一般的に用いられている，抵抗 2 つとコンデンサ 1 つで構成される 3 要素 Windkessel モデルを用いている．（図 3-2 血管有限要素モデルの境界条件としての 3 要素 Windkessel モデル）

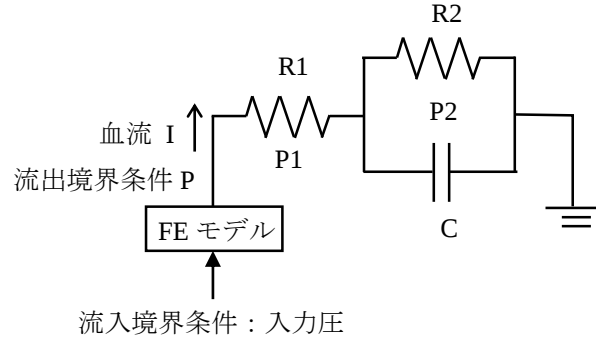


図 3-2 血管有限要素モデルの境界条件としての 3 要素 Windkessel モデル

R_1, R_2 は血管の抵抗を表し、 C は弾性血管の効果を表すコンデンサの容量を表す。 P_1, P_2 は各抵抗での圧力降下である。 I, P がそれぞれ FE モデルの流出側の流速、圧力の境界条件と関連付けられる。回路方程式は次のようになる。

$$P = P_1 + P_2 \quad (\text{式 3-36})$$

$$I = \frac{P_1}{R_1} = \frac{P_2}{R_2} + C \frac{dP_2}{dt} \quad (\text{式 3-37})$$

これを整理すると

$$\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)I + CR_1\dot{I} - C\dot{P} - \frac{P}{R_2} = 0 \quad (\text{式 3-38})$$

次に、FE モデルとの接続を考える。

流出口では、前節で述べたように安定化の観点から流速・圧力を縮退している。すなわち出口領域 Ω_{out} で、

$$\begin{cases} \mathbf{v} = v_{out} \Phi \\ p = p_{out} \Psi \end{cases} \quad (\text{式 3-39})$$

が成り立っている。今回はポアズユ流れを仮定し、 Φ には放物状の、 Ψ には一様の関数を用いている。

$$\Phi = -\mathbf{n} \frac{r^2}{\pi R^2}, \quad \Psi = 1 \quad (\text{式 3-40})$$

Windkessel モデルの電流 I と電圧 P はそれぞれ FE モデル出口にかかる圧力を表しているの
で、モデル出口流速 $\mathbf{v}$ と表面力 $\mathbf{f}$ との関係は、モデル領域の内向き単位法線ベクトルを $\mathbf{n}$ とすると次式で表される。

$$I = \int_{\Omega_{out}} -\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} ds = -v_{out} \int_{\Omega_{out}} \Phi \cdot \mathbf{n} ds = v_{out} \quad (\text{式 3-41})$$

$$\mathbf{f} = \int_{\Omega_{out}} -P \Phi ds = -P \int_{\Omega_{out}} \Phi ds = P \mathbf{n} \quad (\text{式 3-42})$$

I と v_{out} の関係を Windkessel の回路方程式に代入すると,

$$\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)^{t+\Delta t} v_{out} + CR_1 {}^{t+\Delta t} \dot{v}_{out} - C {}^{t+\Delta t} \dot{P} - \frac{{}^{t+\Delta t} P}{R_2} = 0 \quad (\text{式 3-43})$$

各変数が未知であることを明記するため $t + \Delta t$ と左肩に付した. ${}^{t+\Delta t} v_{out}$ とその時間微分は縮退されたモデル変数である. P と $\dot{P}$ の関係を Newmark 法で表現し(パラメータ γ), 圧力に関する未知変数を ${}^{t+\Delta t} P$ のみとし, $\mathbf{f} = P \mathbf{n}$ の関係を代入すると, 境界面の変数 ${}^{t+\Delta t} v_{out}$ とその面に働く表面力 $\mathbf{f}$ に関する方程式となる.

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{f} = \frac{R_1 + R_2}{1 + \frac{CR_2}{\gamma \Delta t}} {}^{t+\Delta t} v_{out} \mathbf{n} + \frac{CR_1 R_2}{1 + \frac{CR_2}{\gamma \Delta t}} {}^{t+\Delta t} \dot{v}_{out} \mathbf{n} + \frac{\frac{CR_2}{\gamma \Delta t}}{1 + \frac{CR_2}{\gamma \Delta t}} {}^t \mathbf{f} + \frac{CR_2 \frac{1-\gamma}{\gamma}}{1 + \frac{CR_2}{\gamma \Delta t}} {}^t \dot{\mathbf{f}} \quad (\text{式 3-44})$$

これを有限要素法の枠組みの中で強連成的に連立させて解く.

3.2.4 流体メッシュ制御

ALE 解析においては大変形のある解析を行う際など, メッシュの歪みが大きくなると計算の収束性の低下や, 計算の破綻を引き起こす. よって, 歪んだメッシュの生成を予防するために流体領域のメッシュ制御が必要となる.

本コードには流体領域のメッシュ制御に Laplace Smoothing と呼ばれる方法を用いている. これは, 領域内部の点を, それと隣接する周囲の点の重心に向かって移動させ, その後改めてメッシュを作りなおすという操作を行うものである. 今回のプログラムでは各節点を(周囲の点の重心と移動操作前の節点の座標の間の距離) $\times$ (指定した一定比率) の大きさ分重心点に向かって移動するよう設定しており, この操作を移動量が収束するまで繰り返し行う.

3.3 解析モデル

本研究における解析対象は、2.2 で説明した内径 3mm，外径 5mm，管長 70mm，取り付け時の管長 100mm の柔軟管のうち，両端の取り付けジグの内側の柔軟管のみの部分（長さ 85mm）とする（図 2-14 柔軟管取り付け時の引張長さ 参照）．解析においては柔軟管（硬）の形状，材料物性値を参考になっている．

流体は非圧縮性 Newton 流体を仮定し，4 面体 1 次要素にて，構造体は線形弾性体を仮定し，DKT 板曲げ要素と CST 要素を組み合わせた 3 節点の DKT シェル要素にてモデル化している．

解析モデルはモデル 1，モデル 2 の 2 種類を使用している．

モデル 1 は径 3.0mm，管長 90mm の直管である（図 3-3）．次に述べるモデル 2 に比較してシンプルな形状であり，かつ計算が破綻しにくいため，今回のプログラム検証用解析，拍動流解析にはこちらのモデルを使用している．総節点数は 36710 節点，要素数は流体領域が 173926 要素，構造領域が 27460 要素となっている．

モデル 2 は実験における柔軟管の状態を解析にて再現しようとするもので，柔軟管（硬）の両端をジグに取り付けた際の初期引張による初期応力や形状変化についても考慮した．具体的には径 3.0mm，管長 60mm の形状モデルを用い，出口側の境界節点の変位自由度固定境界を一時的に管長方向（解析内での z 座標方向）のみ解除して出口境界節点に管長方向の強制加速度差分を加えて引張を行い，85mm の長さまで引張されたところで引張を停止し，その後定常状態に安定させたものである（図 3-4）．総節点数は 25457 節点，要素数は流体領域が 120787 要素，構造領域が 18326 要素となっている．

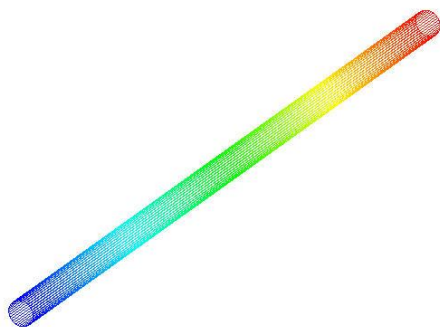


図 3-3 形状モデル 1

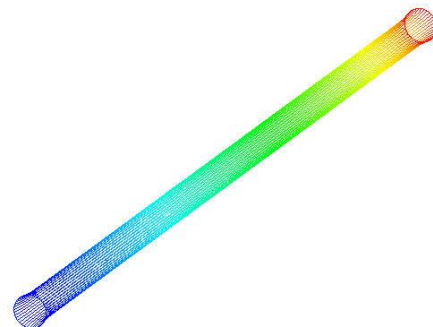


図 3-4 形状モデル 2

3.4 解析条件

本節では本研究にて行った解析に共通して用いた解析条件について述べる．各解析での詳細な境界条件の設定や初期条件，予備解析の条件については 4.3 解析結果の各項目を参照されたい．

3.4.1 物性値

流体には水の物性値を，構造には柔軟管（硬）の物性値を参考に各物性値を設定した．入力した主要な物性値について以下の表に示す．

表 3-1 物性値（解析条件）

流体	粘性	1.0×10^{-3} [Pa · s]
	密度	998.2 [kg/m ₃]
構造	ヤング率	0.5 [MPa]
	厚さ	1.0×10^{-3} [m]
	密度	1.0×10^3 [kg/m ₃]

3.4.2 境界条件

流入出口の境界面には共に境界条件として指定した圧力を与えて計算を行っている．定常流解析を行う場合には一定圧力を，拍動流解析を行う場合には三角関数などを用いた拍動圧力波形を入力として与えている．Windkessel モデルを適用した解析を行う場合には，流出側に与える境界条件は流出口側境界面の代表流速・代表圧力などを用いて算出される圧力によって定められる（式 3-44 参照）．3.2.2.でも述べたように，流入出口の境界面の節点自由度は縮退されており，境界面には代表流速・代表圧力とプロファイル関数によって定義される均一な圧力とポアズイユ分布の流速を与えている．

構造体の境界条件は流入・流出口共に境界面が移動・変形しないものと仮定し，境界面に属する節点の変位自由度を完全拘束している．

第4章 結果

4.1 実験結果

4.1.1 各計測機器の計測精度評価

(a) 圧力計・流量計の計測誤差評価

各実験・操作の前後にランダムに行った6回の計測における流量センサ、圧力センサの測定値を以下に示す。

表 4-1 圧力計・流量計の流量 0ml/min 状態での測定結果

	Q_{in} [ml/min]	Q_{out} [ml/min]	P_{in} [kPa]	P_{out} [kPa]
平均値	-0.06156	0.148361	0.560324	0.886449
標準偏差	0.21951	0.056703	0.477923	0.326781

流量に関しては小さくとも 40ml/min 程度以上のオーダーの値を扱うため、測定値の約 0.5%以下のオフセット、標準偏差となり、ほとんど無視できるものと考えられる。

一方、圧力に関しては小さいところでは 4kPa 程度のオーダー、流入側と流出側での圧力差分を扱う際にはさらに小さいオーダーの値を扱うことになるため、上記の大きさのオフセット・標準偏差は無視するのが難しい大きさであると考えられる。

入口側・出口側2つの圧力計の計測結果の評価については、①2つの圧力計に共に作用しているオフセット、と②2つの圧力計の間でのオフセット・感度の違い、の大きく2つに分離できると考えられる。①に影響を及ぼすものとしては、水路に水を供給している貯水容器の水面の高さの実験ごと・操作ごとでの違いが挙げられる。貯水容器の水面の高さは直接水路全体の圧力に関係しており、約 10cm 水面位置が高いと水路全体の圧力が 1kPa 上昇する比率となっている。経験的な値にはなるが、大きければ実験ごとに 5cm 程度は水面位置が変動し得るとすると、0.5kPa 程度は圧力計の流量 0ml 時の初期値が変動し得ると考えられる。定常流実験のようにほぼ同量の水を貯水容器から吸い上げると同時に循環した先で貯水容器に放出している場合にはあまり問題にならないが、拍動流実験の場合には水を貯水容器から吸い上げる量と貯水容器に放出する量に時間のずれがあるため、大きければ 0.2kPa 程度の圧力変動が水路全体に

生じている可能性もある．今後は貯水容器の水面の高さにも注意しながら実験を行うこと，貯水容器に底面積のより大きな水面高さの変動が少ないものを使用する，などの改善が考えられる．②に影響を及ぼす要因としては，圧力計の内部センサ周辺に取り除き切れなかった気泡が存在することによるものが考えられる．今回の実験でも圧力計内部が十分水で満たされるよう注意はしていたが，今後実験を行う際も十分に注意すべき点と考えられる．

今回の実験系で得られた計測結果に関しては，各条件での測定の前後にその都度流量 0ml 状態での流量・圧力値のサンプリングを行っておき，その値をオフセットとして各測定データを補正した．

(b) ARAMIS による半径推定値の精度評価

直径 5mm の鉄芯をランダムパターン 2 種と明暗の組み合わせで計 4 回計測，サンプリング位置を測定中心より管長方向に 0mm，±10mm の各 3 ヶ所，各サンプリング位置につきサンプリング点を 5 点ずつ設けて半径値の出力を行った計 60 点の半径値データをもとに，ARAMIS による半径推定値の平均値，標準偏差を以下の表に示す．

表 4-2 半径測定結果のサンプリング位置における比較

	0mm	+10mm	-10mm	全データ
平均値[mm]	2.5289	2.5592	2.5223	2.5368
標準偏差[mm]	0.011	0.0328	0.015	0.0268

表 4-3 半径測定結果のランダムパターンと光量による比較

	ランダムパターン 1 回目		ランダムパターン 2	
明暗	明	暗	明	暗
平均値[mm]	2.539142	2.519956	2.565418	2.522587
標準偏差[mm]	0.021688	0.005552	0.029866	0.01532

径 5mm の鉄芯の半径が忠実に測定されたとすると 2.5mm であるが，総じて 2.5mm+数 10 μ m との結果となった．サンプリング位置の比較では+10mm での測定結果が他 2 つに比べて少々大きな値となった．測定対象部周辺の光量に関する比較では光量が多く明るい方が光量の少ない場合に比べて少々大きな値をとる傾向が見られた．

光量に関しては測定を十分に行える適度に光量を絞っての測定結果の方が想定される半径値に近い結果となったため、以降の光量調整の目安とした。半径値に生じた系統誤差の原因としては、ARAMISでの測定のため鉄芯の表面に施した塗料の影響が考えられる。光量を絞った場合の平均値より、系統誤差はおよそ $+20\mu\text{m}$ と見積もられる。標準偏差から、ARAMISでの半径測定結果は数十 μm の精度と考えられる。 $+10\text{mm}$ 位置での平均値と標準偏差が共に $0\text{mm}, -10\text{mm}$ に比較して大きく出た点については、柔軟管をARAMISで計測を行う際に光源にて計測対象周辺の光量を増やすが、実験装置の配置から $+10\text{mm}$ 側の方からの光量が多くなる傾向があるために半径測定値も大きめに出了可能性がある。

4.1.2 定常流実験

- (c) 柔軟管（硬）を用いたセッティング誤差検証実験
- (d) 柔軟管（硬）の個体差検証実験

実験結果について以下に示す。(c)は柔軟管（硬）一本を3回にわたって一連の測定と取り外しを繰り返す実験、(d)は柔軟管（硬）4本について一連の測定を一回ずつ行う実験によりデータを取得した。左列が(c)の、右列が(d)の実験結果となっている。(図4-1～図4-4)

図4-1、図4-2は流量を $0, 40, 80, 120[\text{ml}/\text{min}]$ と合わせていったときの半径値の推移について示したものである。青色のグラフは設定流量ごとでの半径値の測定結果の平均値を、青色のグラフのエラーバーはその標本標準偏差を、朱色のグラフは各設定流量における入口・出口圧力測定結果の平均値よりフックの法則、薄肉円筒を仮定した内圧と応力の関係式を用いて概算を行った半径値の推定量を示したものである。

$$\text{フックの法則：} \quad E \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (\text{式 4-1})$$

$$\text{内圧を受ける薄肉円筒の式：} \quad \sigma_\theta = \frac{Pr}{t} \quad (\text{式 4-2})$$

r ：半径方向， θ ：周方向， z ：管長方向

柔軟管（硬）の場合には $E = 0.5 \text{ MPa}$ ， $\varepsilon_z = (85 - 60)/60 \cong 0.4$

柔軟管（軟）の場合には $E = 0.15 \text{ MPa}$ ， $\varepsilon_z = (85 - 54)/60 \cong 0.5$

σ_z については他2つの応力に比べて十分小さく無視できるものとして扱っている。ヤング率については図2-12、図2-13を、ひずみの値については図2-14 柔軟管取り付け時の引張長さを参照されたい。

図 4-3, 図 4-4 は出口流量と出口圧力の測定結果について全ての結果を散布図としてサンプリングし, それに最小 2 乗法による線形近似直線を引いたものである. この直線の傾きを 4.1.3 にて Windkessel モデルの出口抵抗値の推定に用いる.

図 4-5, 図 4-6 は設定流量ごとでの圧力差, つまり, $dP = (\text{入口圧力}) - (\text{出口圧力})$ の値について示すグラフである. 青色のグラフは測定結果から得られた圧力差の設定流量ごとでの平均値を, 青色のグラフのエラーバーはその標本標準偏差を, 赤色のグラフは各流量における圧力測定点間での圧力損失の推定値を示したものである.

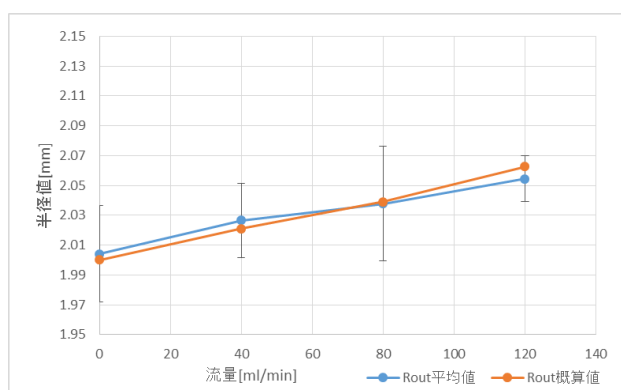


図 4-1 流量と半径値の関係 (c)

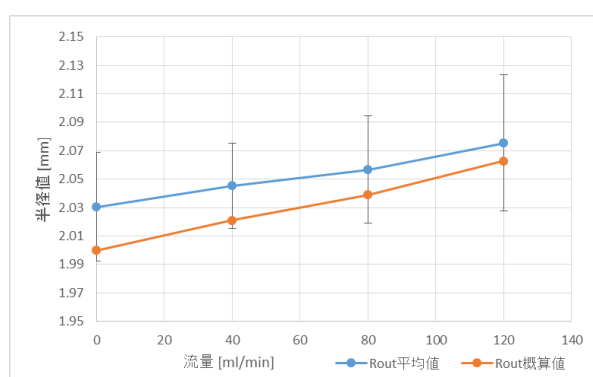


図 4-2 流量と半径値の関係 (d)

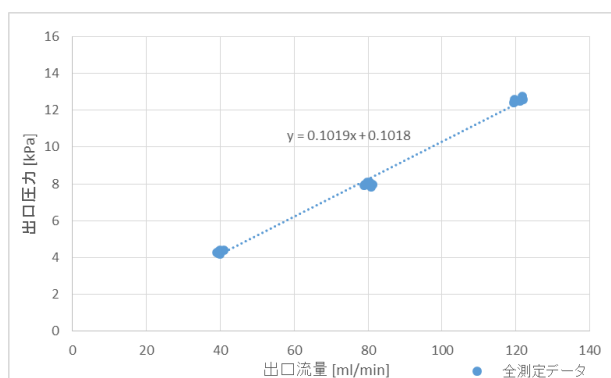


図 4-3 出口流量と出口圧力の関係 (c)

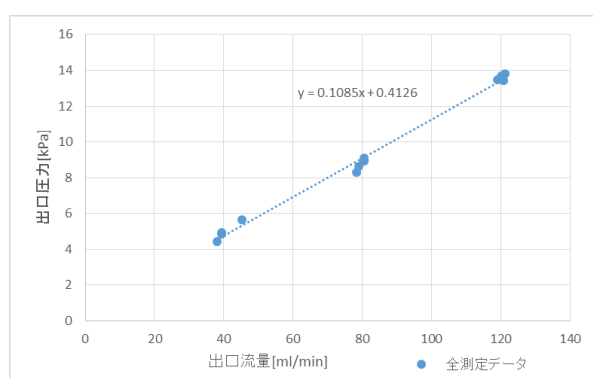


図 4-4 出口流量と出口圧力の関係 (d)

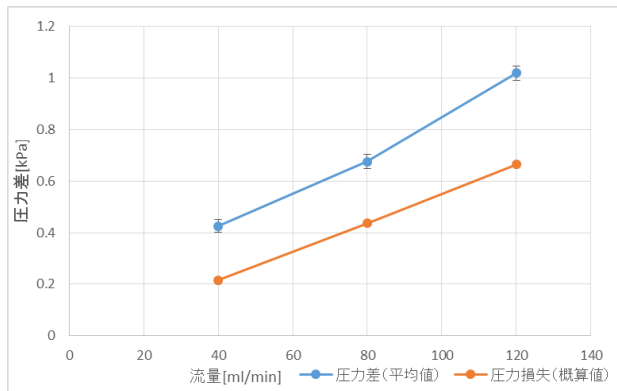


図 4-5 流量と圧力差の関係 (c)

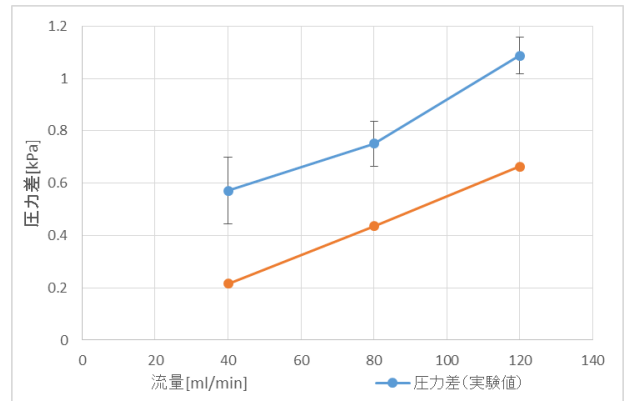


図 4-6 流量と圧力差の関係 (d)

・流量と半径値の関係について

半径値の測定結果については、 $+20\sim 30\mu\text{m}$ は系統誤差として含まれることも考慮すると、概ね半径の概算値と傾き・値とも一致する結果となった。(c) には実験・各操作を行うごとのセッティング誤差が、(d) にはセッティング誤差に加えて柔軟管（硬）の材料物性値や形状のばらつきなどの個体差に関する誤差が含まれると想定されるが、今回の実験では (c) (d) 共に標本サンプル数が 3,4 と少ないこともあってか、標準偏差に大きな差異を認めることはできなかった。経験的に柔軟管（硬）の製造精度は非常に安定しており、サンプル数を増やしていても (c) の結果と (d) の結果のばらつきに大きな差異は見られない可能性はある。

・出口流量と出口圧力の測定結果について

(c) (d) 共に大きく他から逸脱した測定データは見られず、同一の近似直線に沿って点在する結果となった。近似直線の傾きについても概ね一致する結果となった。近似直線の切片が約 0.1, 約 0.4 となっていることから、流出側の圧力計にその程度のオフセットがかかっていたとも考えられる。

・流量と圧力差の関係について

(c) の方で約 0.2 kPa, (d) の方で約 0.3~0.4kPa の値のずれが見られるが、測定により得られた圧力差の平均値と圧力損失の概算値とでグラフの傾きは概ね一致している。この圧力差の値のずれについては、流量が 0 に近づくにつれて原点に向かっていくと想定される圧力差が (c)

(d) のグラフでは 0 よりも上の値に向かっていくことから、流入側の圧力計と流出側の圧力計との間に流入側の圧力の方が大きく測定されるようなオフセットが働いていたとも考えられる。(c) (d) とともに実験値のグラフは単純な線形ではなく流量が増加するにつれて二次関数的な推移を示しているようにも見える。圧力損失の概算においては（次項 4.1.3 参照）シリコンチューブとジグ、ジグと柔軟管などの接続部の管口損失、急縮小・拡大損失などの流速の 2 乗に

比例して増減する管路抵抗要因の影響を管摩擦抵抗に比較してかなり小さい値として取り扱っているが、実際は想定されるよりも圧力損失に大きな影響を与えている可能性がある。より大きな流量での圧力差についても追加で実験データを取得したのち再度考察を行うことが望ましい。実験値の標本標準偏差については (c) の方が (d) に比べて総じて小さく、(d) の測定結果よりもばらつきが少なかったと考えられる。

(e) 柔軟管（軟）を用いたセッティング誤差検証実験

(f) 柔軟管（軟）の個体差検証実験

実験結果について以下に示す。(e) は柔軟管（軟）一本を 3 回にわたって一連の測定と取り外しを繰り返す実験、(f) は柔軟管（軟）3 本について一連の測定を一回ずつ行う実験によりデータを取得した。左列が (e) の、右列が (f) の実験結果となっている。(図 4-7～4-12)

各グラフの示す内容についての説明は上記の柔軟管（硬）についての実験 (c) (d) と同様である。

図 4-11, 図 4-12 の流量と圧力差の関係のグラフについてのみ (e) (f) 一連の実験の直後に流量 0ml/min の状態で圧力・流量計の計測結果を記録したデータが存在するため、そのデータを参考に圧力差の測定結果の補正を行っている。参考までに値は以下になっている。

流量 0ml/min での測定結果（約 3 秒間の測定の平均値）

$P_{in} = 0.32$ [kPa], $P_{out} = 0.88$ [kPa], $P_{in} - P_{out} = 0.56$

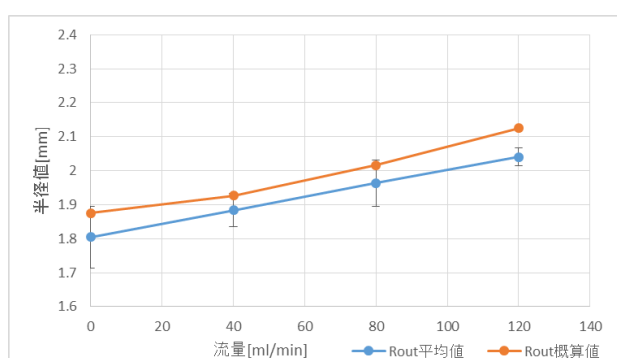


図 4-7 流量と半径値の関係 (e)

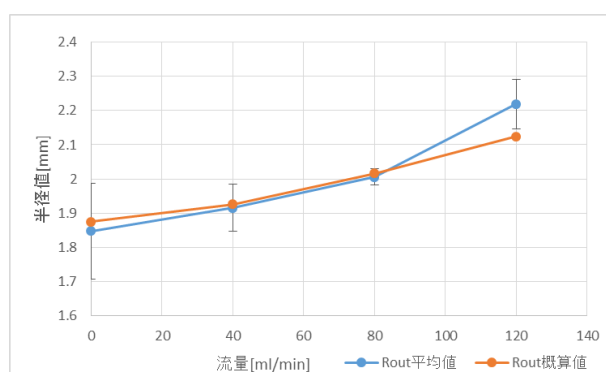


図 4-8 流量と半径値の関係 (f)

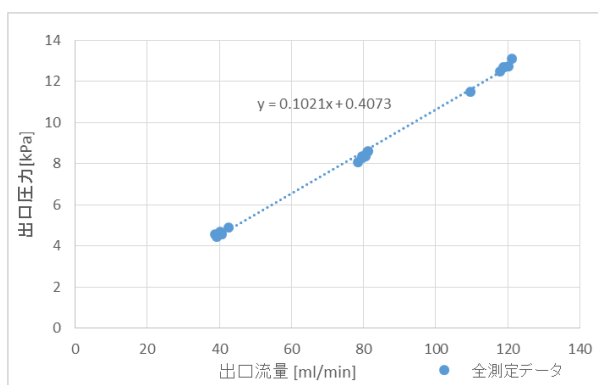


図 4-9 出口流量と出口圧力の関係 (e)

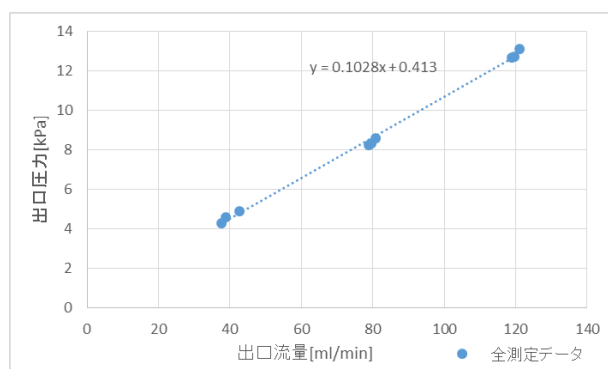


図 4-10 出口流量と出口圧力の関係 (f)

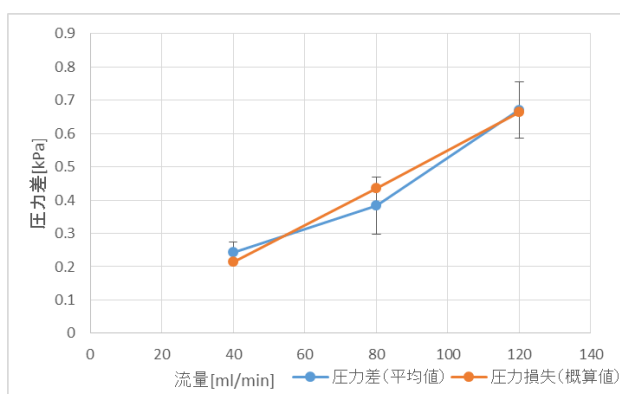


図 4-11 流量と圧力差の関係 (e)

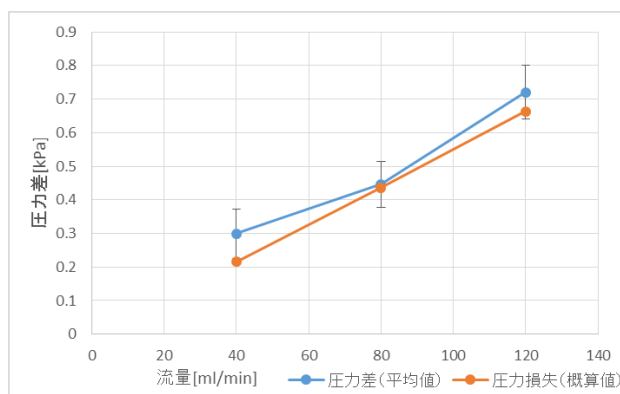


図 4-12 流量と圧力差の関係 (f)

・流量と半径値の関係について

半径値の測定結果については値の大きさ，グラフの傾き，ともに概算値と概ね一致した。(e)

(f) とともに流量 0 ml/min での半径値の測定結果の標本標準偏差が他の設定流量での標本標準偏差に比べ大きく出ている。この要因の一つとして柔軟管（軟）はその保管の際に円筒状の容器に一部折りたたまれているなどしているために、各々に形状のくせがあるために、内圧が十分に加わっていない状態ではきれいな直管となっていないことが考えられる。柔軟管（硬）の場合と同様、サンプル数が少ないこともあり信用度は十分でないが、半径値の測定結果のばらつきについては (f) の方が (e) よりも全体に大きく、(f) の測定結果には柔軟管の個体差的ばらつきが加味されているとも考えられる。

・出口流量と出口圧力の測定結果について

(e) (f) 共にほぼ近似直線上に各測定データが点在する結果となった。近似直線の傾きについても概ね一致する結果となった。近似直線の切片は共に約 0.4 となっており、流出側の圧力計にその程度のオフセットがかかっていたとも考えられる。

- ・流量と圧力差の関係について

圧力の測定結果の補正を行ったこともあり圧力差の実験値の平均値と圧力損失の概算値とが値，グラフの傾きとともに概ね一致している．柔軟管（硬）についての場合同様，実験値のグラフには2乗に比例するような推移が見て取れる．管摩擦損失以外での圧力損失，特に各部の接続部での損失についてもっと大きく見積もる必要があるとも考えられる．

4.1.3 柔軟管両端の圧力差と出口抵抗値の推定

この項では

- ・解析領域である柔軟管部の両端に加わっているであろう圧力差の推定
- ・解析の際 Windkessel モデルの出口抵抗値として用いる値の実験結果をもとにした推定の2点について述べる．

○柔軟管両端の圧力差について

実験にて測定している出入口圧力は解析領域である柔軟管部の両端よりも広い領域での圧力を測定したものである．よって，実験によって得られる出入口圧力・圧力差と解析に対して，解析にて加えるべき柔軟管両端の出入口圧力・圧力差の値はどの程度のものになるのかの推定を行いたい．

まず，実験での出入口圧力測定点間である（図 4-13）の部分について流体の管路抵抗に関する理論解，具体的にはポアズイユ流れを仮定した管摩擦損失，急縮小・拡大損失の式を用いて圧力損失の概算値を求める．

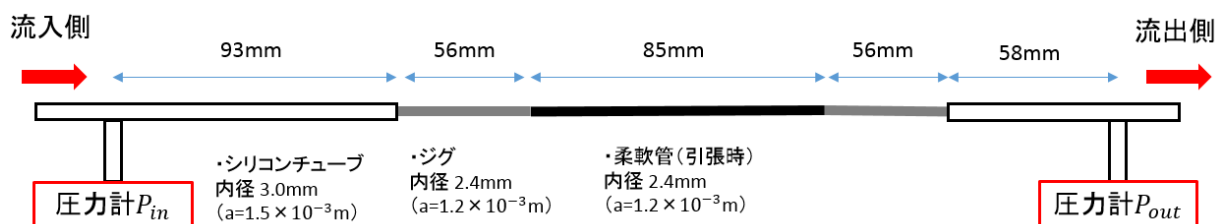


図 4-13 圧力測定点間の各部の長さや径の大きさ

- ・管摩擦損失について

内径 d ，長さ l ，断面積 A の円管に流量 Q の流体が流れているときの圧力損失は次の形で表される．

$$dP_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho \bar{u}^2}{2} \quad (\text{ただし, } \bar{u} = Q/A) \quad (\text{式 4-3})$$

λ はレイノルズ数 $R_e = \frac{\bar{u}d}{\nu}$ と相対粗度 $\frac{\varepsilon}{d}$ の関数となるが、流れが層流となる低レイノルズ数域 ($R_e < \text{約} 2300$) では管摩擦係数は $\lambda = 64/R_e$ つまり、ポアズイユ流れの式と同様の式となる。

$$dP_l = \frac{8\mu l}{a^2} \bar{u} \quad (\text{式 4-4})$$

120ml/min 以下の流量領域では R_e の値は大きく見積もって 1500 程度なので、今回は上記の式をシリコンチューブ、ジグ、柔軟管の内壁での管摩擦損失として用いる。

・急縮小損失について

図 4-14 に示すような段付の急縮小がある場合、流れは縮流を起こし、その圧力損失は式 4-5 のようになる。

$$dP_l = \zeta \frac{\rho \bar{u}_2^2}{2} \quad (\text{式 4-5})$$

ζ は面積比 A_2/A_1 により変化する係数である。

流入側のシリコンチューブージグ接続部における流れは急縮小に近い流れであると推定し、今回は上記の式を用いる。 $\frac{A_2}{A_1} = \frac{1.2^2}{1.5^2} = 0.8^2 = 0.64$ では $\zeta = \text{約} 0.16$ となる。

・急拡大損失について

図 4-15 に示すような段付の急拡大がある場合、流れは拡大を起こし、その圧力損失は急縮小の式に同じく式 4-6 のようになる。

$$dP_l = \zeta \frac{\rho \bar{u}_1^2}{2} \quad (\text{式 4-6})$$

ζ は面積比 A_1/A_2 により変化する係数である。

流出側のジグーシリコンチューブ接続部における流れは急拡大に近い流れであると推定し、今回は上記の式を用いる。 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{1.2^2}{1.5^2} = 0.8^2 = 0.64$ では $\zeta = \text{約} 0.13$ となる。

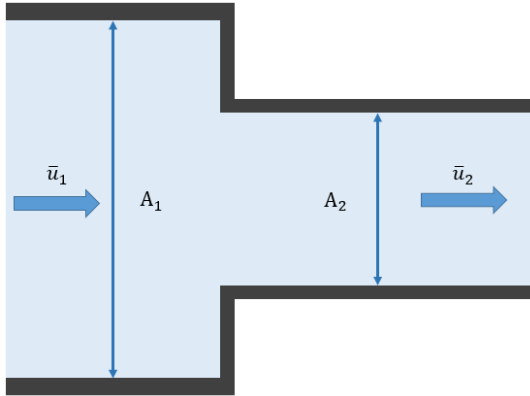


図 4-14 急縮小損失

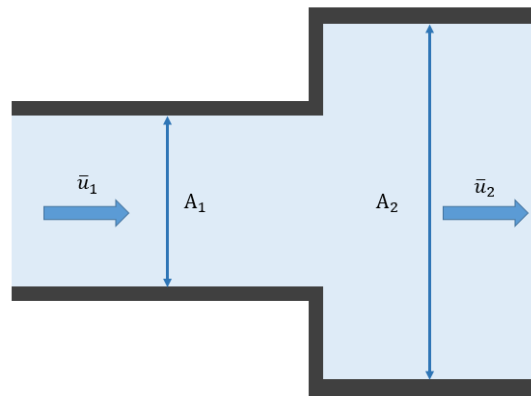


図 4-15 急拡大損失

ジグと引張時の柔軟管の内径はほとんど変わらないと推定し、流入側・流出側のジグー柔軟管接続部における圧力損失については無視できるものとし、上記の3要因による圧力損失から出入口圧力測定点間全体の圧力損失の概算値を求める（表 4-4）。

表 4-4 圧力計測領域の各圧力損失

流量 [ml/min]	(平均) 流速 [m/s] 上：a=1.2[mm] 下：a=1.5[mm]	管摩擦損失[Pa] 上：シリコンチューブ（入） 中：ジグー柔軟管ージグ 下：シリコンチューブ（出）	急縮小 損失[Pa]	急拡大 損失[Pa]	全体での 圧力損失[Pa]
40	0.147	31.19	1.73	1.40	215.1
		161.29			
	0.0943	19.45			
80	0.295	62.37	6.94	5.62	436.4
		322.58			
	0.189	38.90			
120	0.442	93.56	15.61	12.64	664.0
		483.86			
	0.283	58.35			

また、解析領域である柔軟管のみの部分にどの程度の圧力損失が存在するかについての推定値を以下に示す（表 4-5）。

表 4-5 柔軟管部の圧力損失

流量 [ml/min]	圧力損失（柔軟管部）[kPa]
40	69.6
80	139.2
120	208.8

○出口抵抗値について

流量 0～120ml/min の範囲においては圧力測定点間より下流には考慮するほどの膨張・縮小の効果を示すコンデンサ要素は存在しないものとし、今回は（図 3-2 血管有限要素モデルの境界条件としての 3 要素 Windkessel モデル）の Windkessel モデルにおける C 、 R_2 の値は 0 とし、 R_1 の値を実験結果より求める。

R_1 の値は電気回路における V/A の関係にあてはめると、

$$R_1 = \frac{P_{out}}{Q_{out}} \quad (\text{式 4-7})$$

R_1 が流量によらない定数であり、 P_{out} が Q_{out} に線形比例すると考えるならば、実験結果より得られる出口流量と出口圧力のグラフの傾きが R_1 に相当すると考えられる。（c）～（f）の実験における出口流量と出口圧力の関係を示したグラフ（図 4-3 出口流量と出口圧力の関係（c）、図 4-4 出口流量と出口圧力の関係（d）、図 4-9 出口流量と出口圧力の関係（e）、図 4-10 出口流量と出口圧力の関係（f））の線形近似直線の傾きはそれぞれ 0.1019, 0.1085, 0.1021, 0.1028 となっており概ね値が一致していると言える。

今回はこれらの平均値

$$\begin{aligned} 0.10382 \cdots &\doteq 0.1038 \text{ [kPa} \cdot \text{s / (ml/min)]} \\ &= 6.228 \times 10^9 \text{ [Pa} \cdot \text{s/m}^3\text{]} \end{aligned}$$

を圧力測定点間より下流の出口抵抗 R_1 の値とする。また、解析領域である柔軟管—ジグ接続部～流出側圧力測定位置までの管摩擦損失についても考慮すると、流出側ジグ部分の抵抗値が 0.0688×10^9 、流出側シリコンチューブ部の抵抗値が 0.0292×10^9 。ジグ—シリコンチューブ接続部の急拡大損失は流量 0～120ml/min の範囲においては上記 2 つの管摩擦損失の総計の 3～6% となるので出口抵抗の算出に関しては影響を無視すると、解析領域に関する出口抵抗 R_{1ALE} は

$$R_{1ALE} = 6.326 \times 10^9 \doteq 6.3 \times 10^9$$

となる。

4.1.4 拍動流実験

(g) 柔軟管（硬）を用いた拍動流実験

電源電圧を 11V に調節し，周波数 1Hz の矩形波の Duty 比 50% と 25% の 2 条件下で約 4 秒間各計測を行った．実験結果について以下に示す（図 4-16～図 4-21）．左列が Duty 比 50% におけるデータ，右列が Duty 比 25% におけるデータである．

図 4-16，図 4-17 は流量と時刻の関係を表したグラフである．青色のグラフが入口流量，朱色のグラフが出口流量，灰色のグラフが入口流量と出口流量の差分の値となっている．

図 4-18，図 4-19 は圧力と時刻の関係を表したグラフである．青色のグラフが入口圧力，朱色のグラフが出口圧力の値となっている．

図 4-20，図 4-21 は半径値と時刻の関係を表したグラフである．青色・朱色・灰色がそれぞれ管長方向において ARAMIS での測定中心からそれぞれ -10mm，0mm，+10mm での値となっている．

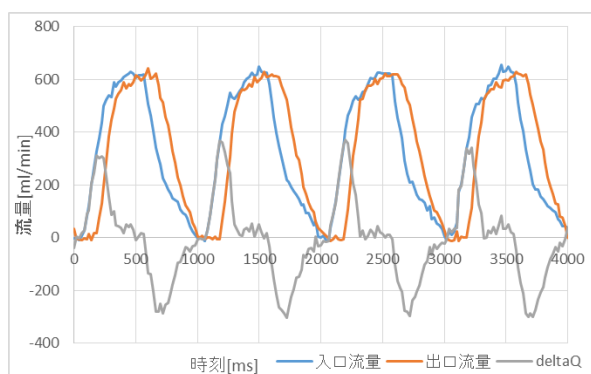


図 4-16 流量と時刻の関係
(Duty 比 : 50%)

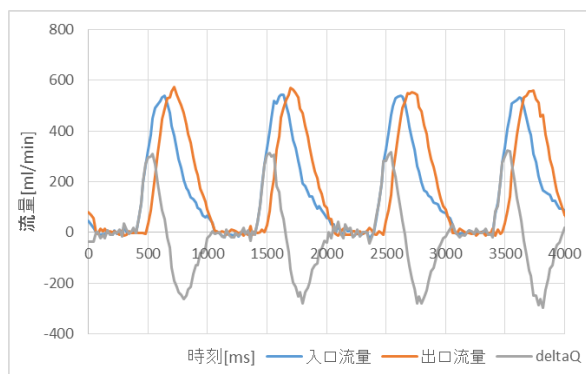


図 4-17 流量と時刻の関係
(Duty 比 : 25%)

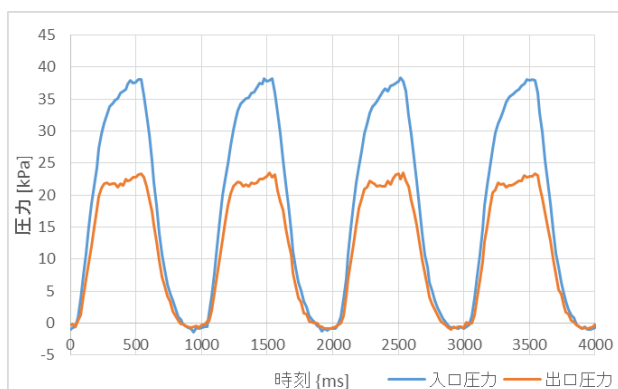


図 4-18 圧力と時刻の関係
(Duty 比 : 50%)

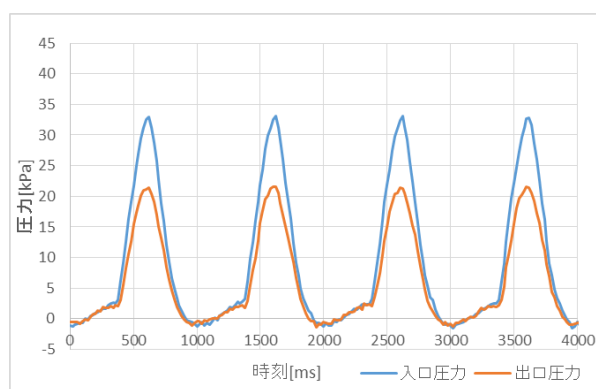


図 4-19 圧力と時刻の関係
(Duty 比 : 25%)

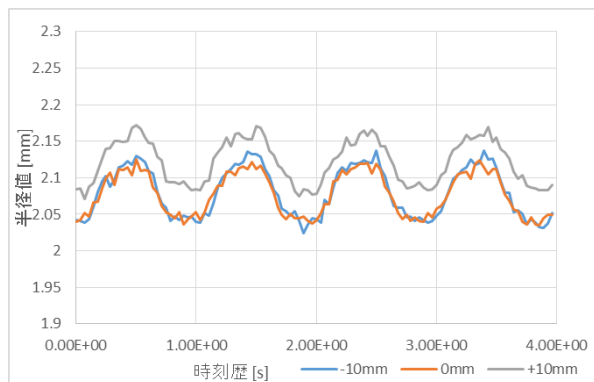


図 4-20 半径値と時刻の関係
(Duty 比 : 50%)

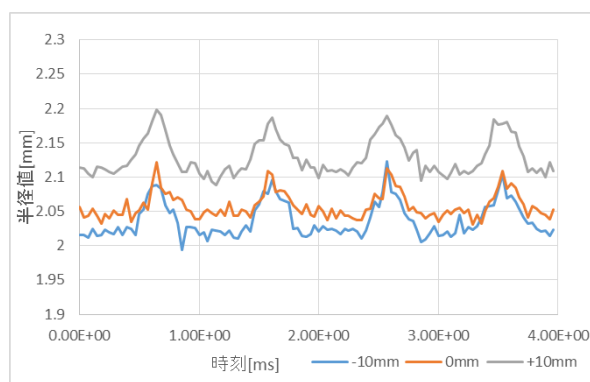


図 4-21 半径値と時刻の関係
(Duty 比 : 25%)

・流量と時刻の関係について

図 4-17, 図 4-18 とともに入口流量の変化に対して少し遅れて出口流量も同じような流量波形を見せている。Duty 比 50%の方では最大流量状態を一時保ったのちに流量 0 状態に降下している一方、Duty 比 25%の方では流量が上がり切る前にポンプからの供給が止まり、急速に流量 0 に向かって降下している様子が見て取れる。入口流量と出口流量の差分を表す灰色のグラフに着目する。このグラフを時刻方向に積分すると各時刻での流量測定領域内の流量 0ml 定常状態での水量からの増分を計算することができるものである。Duty 比 25%の図 4-18 の方では流量差分が sin カーブのような滑らかな上昇・降下を繰り返しているのに対し、Duty 比 50%の図 4-17 の方では流量差分が上昇後、降下する途中で若干のプラスの値を取りながら 0 ml/min 付近で一時停滞している。流量差分 0 ml/min 付近で一時停滞しているのは最大流量に達して一時その状態を保つ間に入口流量と出口流量がほぼ等しくなることが要因ではないかと考えられる。

- ・ 圧力と時刻の関係について

図 4-18 を見ると，入口圧力の波形は滑らかな sin カーブ上の波形を示している一方，出口圧力の波形は上昇し切らずに 20 kPa あたりで停滞している．これは流入側の流速が十分に流出側まで伝播したのち，流入側の圧力は柔軟管の膨張などもあり，続けて値を上昇させる一方，出口圧力については流量と圧力測定位置より下流の管路抵抗の影響のみを受けるため，ほぼ一定の値に留まっていると考えられる．図 4-16 の流量差分の値が正から負に転じる点にてちょうど図 4-18 の入口圧力波形がピークに達していることから柔軟管の膨張と入口圧力の関係が伺える．図 4-19 については流量が最大流量に達する前に降下を始めてしまうことにより，Duty 比 50% の場合のような挙動は見せず，入口圧力・出口圧力ともに sin カーブ状に滑らかな上昇と降下を繰り返している．

- ・ 半径値と時刻の関係について

Duty 比 50% の図 4-20 では十分に柔軟管が膨張したのちに流量の降下が始まるためになだらかな山なりの半径変化を示しているが，Duty 比 25% の図 4-21 では柔軟管が十分に膨張する前に流量の降下が始まるため，鋭く変動幅の小さい半径変化を示している．図 4-20，図 4-21 ともに +10mm 位置での測定値が他の 2 位置のものに比較して 0.05mm 程度大きめに出ているが，これは誤差範囲とも言える一方 4.1.1 (b) でも述べたように +10mm 位置は他の 2 位置よりも光量が大きくなりがちなことと，光量が大きい方が半径値が少々大きく測定される傾向にあることも考慮すべきであろう．

4.2 解析結果

この節では、今回開発を行った解析プログラムの検証を行った後、拍動流解析を安定して解けることの確認、定常流解析の実験値との比較、妥当性確認を行う。

4.2.1 プログラム検証

○円管のポアズイユ流れを仮定したプログラム検証の手法

本研究にて開発している流体構造連成解析プログラムの検証のため、図 4-22 のような管径一定の直管（形状モデル 1）の両端に境界条件として一定圧力を加えることにより生じる定常流の（最大）流速が円管のポアズイユ流れを仮定した際の解析解と一致しているかどうかを検証した。

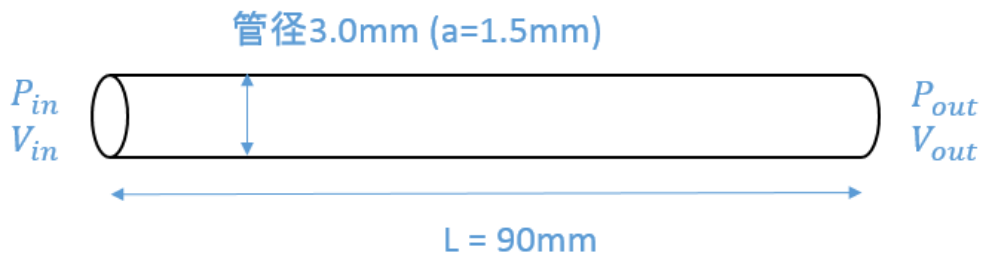


図 4-22 形状モデル 1 参考図

以下に円管のポアズイユ流れの流速 $u(r)$ 、流量 Q を求める計算式を示す。 r は流速を求めたい位置の円管の中心軸からの距離、 a は円管の半径を表す。

$$\text{流速} \quad u(r) = \frac{1}{4\mu} \left(-\frac{dP}{dx} \right) (a^2 - r^2) \quad [\text{m/s}] \quad (\text{式 4-8})$$

$$\text{流量} \quad Q = \frac{\pi}{8\mu} \left(-\frac{dP}{dx} \right) a^4 \quad [\text{m}^3/\text{s}] \quad (\text{式 4-9})$$

今回の検証で用いる最大流速（管の中心軸上 $r=0$ ）は式 4-10 にて計算できる。

$$\text{最大流速} \quad u_{r=0} = \frac{1}{4\mu} \left(-\frac{dP}{dx} \right) a^2 \quad [\text{m/s}] \quad (\text{式 4-10})$$

$\frac{dP}{dx}$ については入口圧力 P_{in} ・出口圧力 P_{out} 、管長 L を用いて式 4-11 のように計算する。

$$\frac{dP}{dx} = (P_{in} - P_{out})/L \quad (\text{式 4-11})$$

各変数の値を以下のように設定し，管内最大流速の理論値と解析結果の最大流速との比較を行う．

表 4-6 解析解の計算および解析条件に用いる各変数の値

円管の半径 a	1.5×10^{-3} [m]
円管の長さ L	9.0×10^{-2} [m]
粘性 μ	1.0×10^{-3} [Pa·s]
入口圧力 P_{in}	4.6×10^3 [Pa]
出口圧力 P_{out}	4.5×10^3 [Pa]

○解析条件

材料物性値としては基本的に表 3-1 物性値の条件に従った．ただし，構造体の剛性については 1000GPa に設定した．これは，解析モデルの剛性が低く管が膨らんでしまうと円管のポアズイユ流れの解析解とのずれが生じると考え，管の変形を十分無視できるものとするためである．

境界条件には表 4-6 の入口圧力，出口圧力を設定した．

○検証結果

最大流速 ($r = 0$) の解析解は 0.3125 [m/s]

最大流速の解析結果は 0.3116 [m/s]

となり，解析解と解析結果は十分に一致していると言える値になった．

以下に圧力分布図，全節点の流速分布図， $z=45\text{mm}$ での管断面の流速分布図（解析中では管長方向を z 軸に定めており，流入口境界面が $z=0\text{mm}$ ，流出口境界面が $z=90\text{mm}$ となっている）を示す（図 4-23～図 4-25）．各図のカラーバーの表す数値の単位は図 4-23 が [Pa]，図 4-24・図 4-25 が [m/s] となっている．

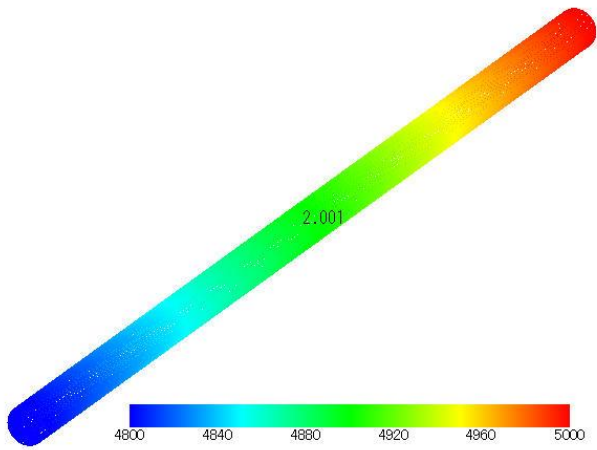


図 4-23 圧力分布図

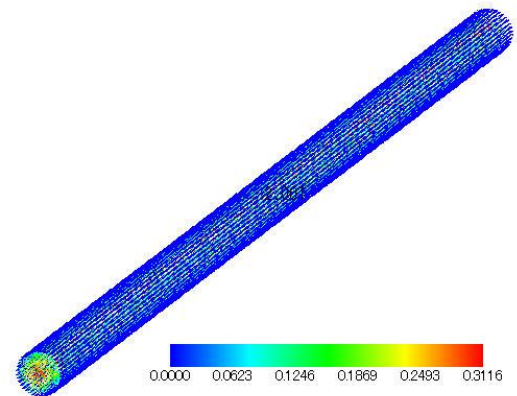


図 4-24 全節点の流速分布図

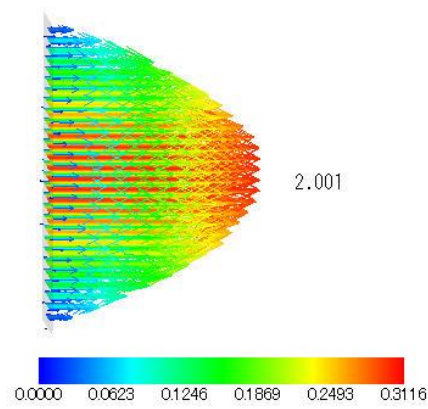


図 4-25 管断面 ($z=45\text{mm}$) での流速分布図

4.2.2 直管の拍動流解析

拍動流解析についてはモデル 1 を用いて解析を行い、安定した解を得られることの確認を行った。主要な解析条件については表 3-1 の通りである。境界条件としては入口圧力、出口圧力を与えており、入口圧力には 1Hz で最低圧力 4kPa、振幅 16kPa の時刻 t にしたがって変化する sin カーブ状の、出口圧力には 1Hz で最低圧力 4kPa、振幅 15.5kPa の時刻 t にしたがって変化する sin カーブ状の値を与えている。また、事前に予備解析として行った入口流量 5.0kPa, 出口流量 4.8kPa で 2 秒間定常状態を保って安定させた解析から接続を行うことで適度な初期流速を与えて拍動流解析を行っている。

以下、0.0~1.0s での解析結果を示す。

図 4-26~図 4-28 は時間変化に伴う各値の変化を表しており、それぞれ入口・出口圧力、入口・出口流量、管長方向の中央位置 45mm での半径の値の推移を示している。

図の 4-29 は時間変化に伴う柔軟管全体の圧力分布と管長方向の中央位置 45mm での断面における流速分布を可視化したものである。0.0~1.0s まで 0.1s 刻みにて結果を示す。

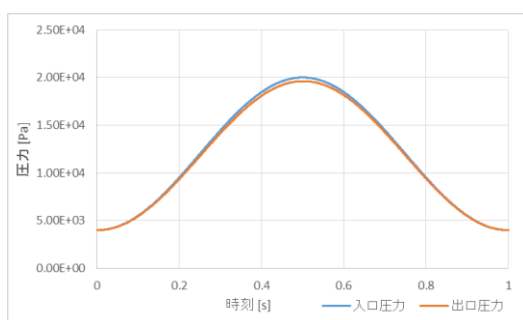


図 4-26 入口・出口圧力の時間変化

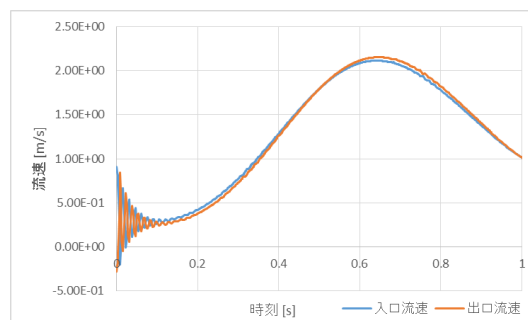


図 4-27 入口・出口流量の時間変化

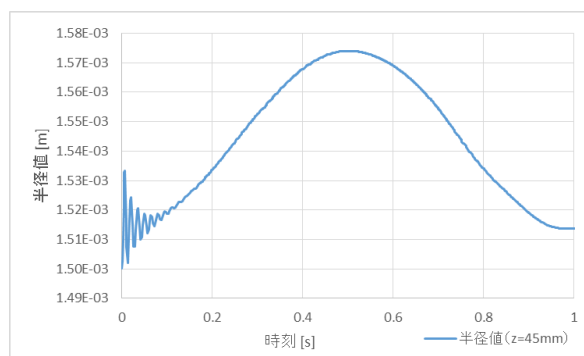
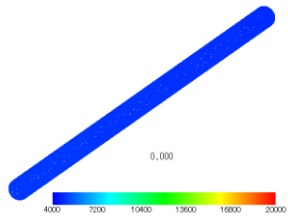
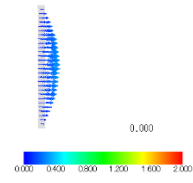


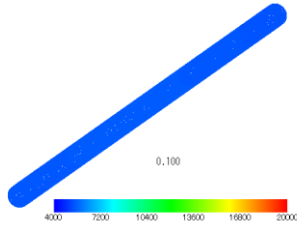
図 4-28 半径値 (z=45mm) の時間変化



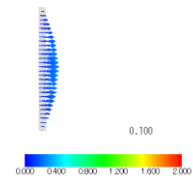
0.0s



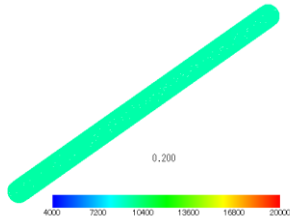
0.0s



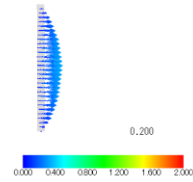
0.1s



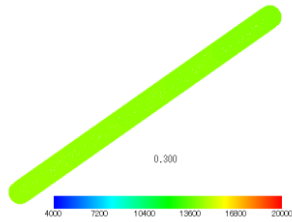
0.1s



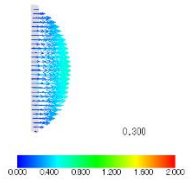
0.2s



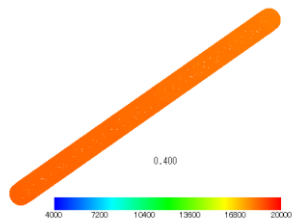
0.2s



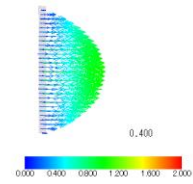
0.3s



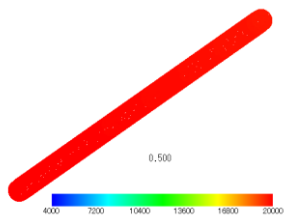
0.3s



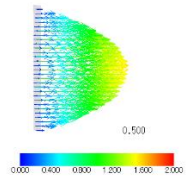
0.4s



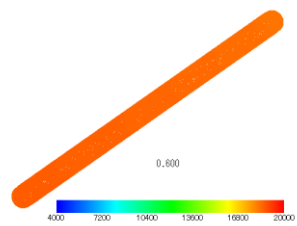
0.4s



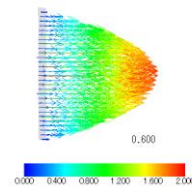
0.5s



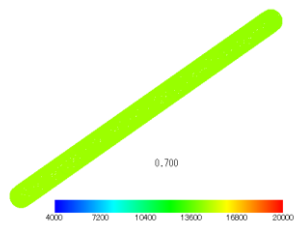
0.5s



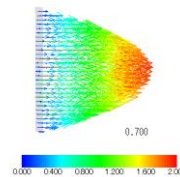
0.6s



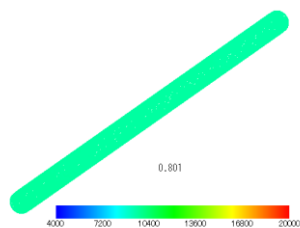
0.6s



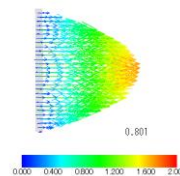
0.7s



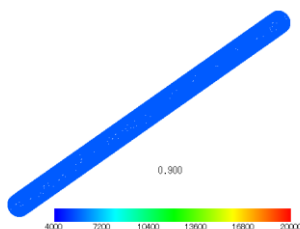
0.7s



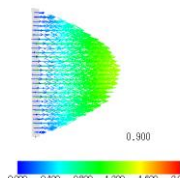
0.8s



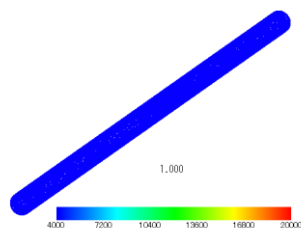
0.8s



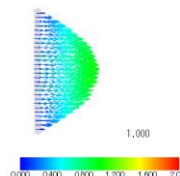
0.9s



0.9s



1.0s



1.0s

図 4-29 圧力分布（左）と $z=45\text{mm}$ 位置の断面の流速分布（右）の時間変化

圧力，流量，半径値ともに 0.0~0.1s あたりで流れが安定した後，滑らかな sin カーブ状に値が変化している．圧力によって流れを制御していることにより圧力の変化から少し遅れて流量が変

化していることが見て取れる．圧力分布図， $z=45\text{mm}$ 位置の断面の流速分布図の変化を見ても妥当な拍動流解析が行えていると言える．

実験における拍動流はポンプに与える電圧により流量を制御することにより拍動流を生成するため，今後境界条件の入力を流量とする解析プログラムの開発も検討したい．

4.2.3 直管の定常流解析

定常流解析では実験値との妥当性確認を行っていく．形状もモデルには実験と同様の初期引張を施したモデル2を用い，出口境界条件には Windkessel モデルを適用，その出口抵抗値には 4.1.3 にて実験値より求めた値 $R_{1ALE} = 6.3 \times 10^9$ を用いて解析を行う．

入口圧力をそれぞれ 4.0 kPa, 6.0 kPa, 8.0 kPa, 10.0 kPa, 12.0 kPa で一定に設定し，流れが十分定常になるまで計算を行ったのち，最終的な入口圧力，出口圧力，流量の関係を 4.1.2(c)の柔軟管(硬)の実験結果と比較する．

主要な解析条件については表 3-1 の通りである．

解析結果について以下に示す．

表 4-7 は各設定入口圧力に対応した出口圧力・流量の解析結果，および入口圧力と出口圧力の差分の値を示している．

図 4-26 は 4.1.2(c)の柔軟管(硬)の実験結果をもとに計算された実際に柔軟管部の両端にかかっていると推定される出入口圧力のグラフ（青：入口圧力，朱：出口圧力）に，解析結果の入口圧力・出口圧力の値を散布図としてプロットしたものである．

定常流解析結果との比較に実験結果から得られる出入口圧力をそのまま用いない理由は，図 4-13 圧力測定点間の各部の長さや径の大きさからもわかるように，今回の実験にて取得している出入口圧力の測定位置は解析対象としている柔軟管のみの部分よりも広い範囲の出入口圧力を測定しており，実際に柔軟管部に加わっていると想定される圧力とは異なる位置での圧力値を取得しているためである．今回解析との比較に用いた出入口圧力の推定値には，柔軟管(硬)の実験結果のうち各設定流量における入口圧力および出口圧力の平均値の値を用いている．4.1.3 にても行ったような各部での管路抵抗の概算を行うことで実際に柔軟管部の両端に加わっているであろう圧力値と実験から得られる圧力値との比率を計算し，実験結果にその比率を当てはめて計算した結果得られる圧力値を出入口圧力の推定値として用いている．

表 4-7 各入口圧力に対する解析結果

入口圧力 P_{in} [Pa]	出口圧力 P_{out} [Pa]	流量 Q [ml/min]	圧力差分 ΔP [Pa]
4.0×10^3	3.94×10^3	37.5	60
6.0×10^3	5.91×10^3	56.3	90
8.0×10^3	7.88×10^3	75.6	120
10.0×10^3	9.82×10^3	93.7	180
12.0×10^3	11.81×10^3	112.6	190

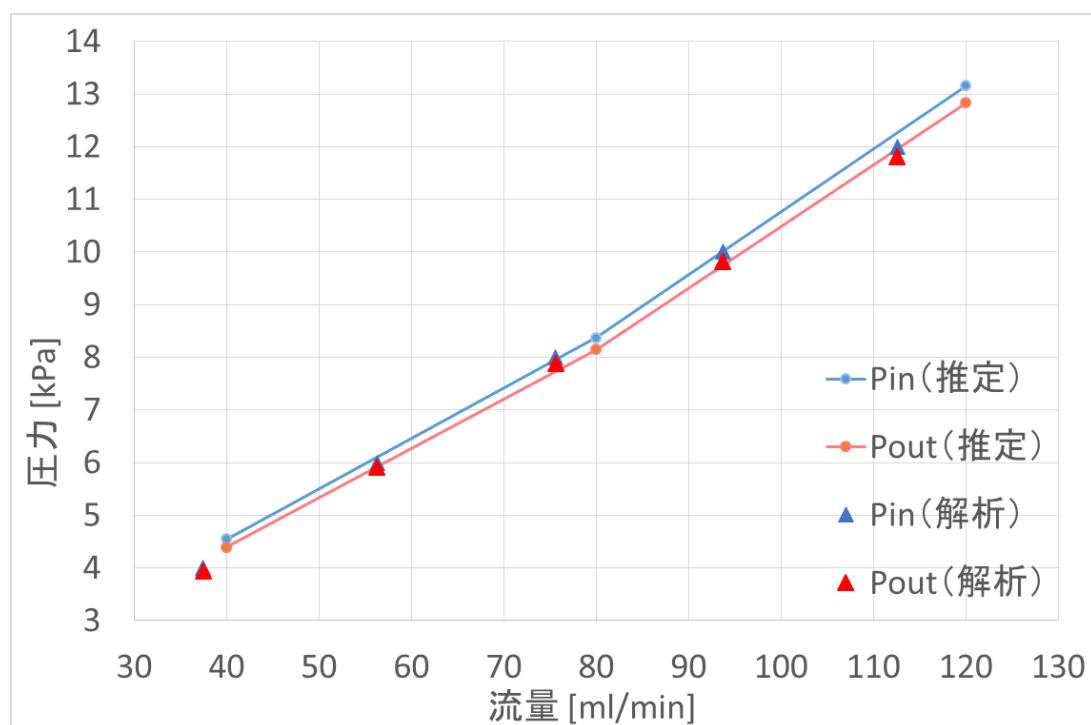


図 4-30 柔軟管（硬）の実験結果と定常流解析の結果の比較

各流量における圧力差分の値は 4.1.3 にて求めた流量 40,80,120 ml/min での柔軟管部の圧力損失の概算値（表 4-5 柔軟管部の圧力損失）とも概ね一致する結果となった。

実験結果をもとにした推定値との比較においても全ての解析結果のプロットが実験結果の入口圧力と出口圧力のグラフに概ね一致する結果となった。

第5章 結論

5.1 総括

・実験について

今回の実験にて用いられている各測定機器、圧力計、流量計、ARAMIS、についてそれぞれの測定結果にどの程度の系統誤差やランダム誤差が含まれているかについての検証を行った。特に圧力計については、各実験や操作の前後で流量 0[ml/min]状態での初期値、流入側・流出側の2つの圧力計の間での初期値の差に測定結果の評価に少なからず影響を与える程度の測定誤差が含まれていることが分かった。今後圧力計、また圧力計から得た測定データの取り扱いには考慮が必要である。

柔軟管の定常流実験では柔軟管（硬）に関しては柔軟管の個体差に伴う誤差は他に比べて十分小さいと推定される。また、柔軟管（軟）に関しても 0ml/min での半径値データのばらつきを除けば柔軟管の個体差に伴う誤差は他の誤差要因に比べて十分小さいと推定される。しかしながら、サンプル数の少なさもあり、今回取り扱った標本標準偏差の値を用いた誤差検証評価も信用度はあまり高くないため、追加実験などを行い標本サンプル数を増やした上で再度誤差評価を行うことが望ましいだろう。半径値、圧力損失についての概算値と比較して実験で得られた値は概ね一致しており、解析の妥当性確認に用いるに十分な基礎データが得られたと考えられる。拍動流実験についても拍動流解析を行うに参考となる基礎データが取得できた。

・解析について

定常流解析については実験と同様の条件になるよう、柔軟管の初期引張や出口抵抗値の設定など加えて解析を行った。実験値と比較しても概ね一致する流量や出口圧力を得ることができ、解析の妥当性を高めることができたと言える。

拍動流解析については実験値と比較するには至らないものとなったが、sinカーブ状の入力圧力に対してもっともらしい流量変化、圧力変化、半径変化などを得ることができた。

5.2 今後の展望

・実験について

各実験のセッティングに伴う誤差や柔軟管の個体差の誤差検証についてはサンプル数を増やし、より信用度の高い誤差検証結果を得るとともに、圧力計の取り扱いなどを含めた実験装置、

実験手法の精度向上に努めていきたい。また柔軟管の解析対象部の両端でのより正確な圧力値を取得するための方法についても検討していきたい。現在再発注中のより製造精度の高い柔軟管（軟）についても基礎的なデータを取得していく。その後は、拍動流実験を中心とし、狭窄を設けた柔軟管など直管ではないものも用いながら、拍動流に対する柔軟管の挙動にはどのようなものがあり得るのか、についてのデータの蓄積、現象理解を行っていく。また、**image-based modeling and simulation** の手法と同様、CT から得られた医用画像をもとにした形状モデルの作成についても進めていく。

・解析について

今回の研究では構造体を導入の比較的容易な DKT シェル要素を用いてモデル化し解析を行ったが、今後狭窄を設けた柔軟管の解析を行っていく点、非線形超弾性体の構成則を組み込むのが望ましい点なども考え、構造体を **solid** 要素にてモデル化できるプログラムの開発を進め、その上で再度実験値と比較しての妥当性確認の方を進めていきたい。また拍動流解析を行うにあたって大変形に伴うメッシュ制御に難があるため、リメッシュ機能などの実装についても検討していく。

その後は、材料物性値などの解析条件や形状モデルの加工、柔軟管内部の流れの可視化や評価など、解析ならではの利点を生かし、拍動流を与えた際の柔軟管の挙動の現象理解に役立つ解析を行っていきたい。

参考文献

- [1] K. Katagiri, M. Engineering, S. Inst, T. Y. Ishigami, M. Engineering, T. M. Oshima, I. Initiative, I. Studies, T. S. Yamamoto, E. Science, S. Inst, T. K. T. The, and W. S. Stress, “流体 - 構造連成手法を用いた患者個別頸動脈の解析,” 第26回数値流体シンポジウム, no. 5, pp. 1–5, 2012.
- [2] R. Torii, M. Oshima, T. Kobayashi, K. Takagi, and T. E. Tezduyar, “Fluid–structure interaction modeling of blood flow and cerebral aneurysm: Significance of artery and aneurysm shapes,” *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 198, no. 45–46, pp. 3613–3621, Sep. 2009.
- [3] R. Torii, M. Oshima, T. Kobayashi, K. Takagi, and T. E. Tezduyar, “Influence of wall elasticity in patient-specific hemodynamic simulations,” *Comput. Fluids*, vol. 36, no. 1, pp. 160–168, Jan. 2007.
- [4] T. E. Tezduyar, S. Sathe, M. Schwaab, and B. S. Conklin, “Arterial fluid mechanics modeling with the stabilized space – time fluid – structure interaction technique,” *Int. J. Numer. Methods Fluids*, no. May 2010, pp. 601–629, 2008.
- [5] D. Tang, C. Yang, J. Zheng, P. K. Woodard, G. a. Sicard, J. E. Saffitz, and C. Yuan, “3D MRI-based multicomponent FSI models for atherosclerotic plaques,” *Ann. Biomed. Eng.*, vol. 32, no. 7, pp. 947–960, 2004.
- [6] Watanabe, “Finite Element Analysis of Ventricular Wall Motion and Intra-Ventricular Blood Flow in Heart with Myocardial Infarction,” *Jsmc*, vol. 47, no. 4, pp. 1019–1026, 2004.
- [7] S. Katayama, N. Umetani, S. Sugiura, and T. Hisada, “The sinus of Valsalva relieves abnormal stress on aortic valve leaflets by facilitating smooth closure,” *J. Thorac. Cardiovasc. Surg.*, vol. 136, no. 6, pp. 1528–1535.e1, Dec. 2008.
- [8] 久田 俊明, 非線形有限要素法のためのテンソル解析の基礎..
- [9] 久田 俊明 and 野口裕久, 非線形有限要素法の基礎と応用..
- [10] 久田 俊明, “17.1 流体・構造連成,” in 計算力学ハンドブック, 元基矢川 and 則幸宮崎, Eds. 2007, pp. 492–502.
- [11] 一夫 谷下 and 隆美山口, 生物流体力学. 朝倉書店, 2012.
- [12] 片山 進, “流体構造連成有限要素法による大動脈弁の機能に及ぼす弁葉形状の影響解析,” 東京大学, 2009.
- [13] N. Westerhof, J. W. Lankhaar, and B. E. Westerhof, “The arterial windkessel,” *Med. Biol. Eng. Comput.*, vol. 47, pp. 131–141, 2009.

謝辞

本研究は東芝研究開発センターの全面的な協力のもと行われたものであり、特に今回行った実験の全ては東芝研究開発センター 機械・システムラボラトリーにて開発された実験装置、および実験施設をお借りして行ったものです。東芝研究開発センターの皆様には実験内容や結果についてのご助言などは勿論のこと、研究方針についてご相談にのっていただいたり、夏にはインターンの受け入れをしていただいて大学にいただけでは体験できない貴重な経験をさせていただいたり、本当に様々な面でお世話になりました。同社廣畑様には研究全体の方針について定期的にご助言をいただいたり、夏のインターン時には各手続きや私が滞りなくインターン活動・および実験を行うために必要な環境づくりをしていただいたりと、大変ご多忙の中いつも温かく丁寧に接していただきました。牛流様には直属の上司として、実験装置のセッティング、各実験装置の使用法の指導、実験内容や結果に関するご助言など、実験に関して全面的にご指導・ご協力いただいたのはもちろんのこと、研究開発センターにおける身の回りのお世話や各種手続き、私がプロジェクトチームのみなさんに早く馴染めるように手を回していただいたり飲み場を作っていただいたりと、本当にいつも親身になってお世話、ご対応いただき、感謝の念は尽きません。大変お世話になりました。その他プロジェクトチームの皆様、加納様、東様、加藤様、門田様、大賀様、本郷様、また釘宮様、山寄様にもいつも温かく接していただきました。本当にありがとうございました。これらの感謝は今後の研究成果にて恩返ししていきたいと思っております。

本研究は泉教授のご指導のもとで進められました。研究の方向性がまとまらずに行き詰まっていたときなど、節目節目でいつもの的確なアドバイスをいただきました。心より感謝いたします。

酒井教授には研究会などにおいて貴重なご意見をいただき、研究の助けとなりました。ありがとうございました。

波田野助教授には今回私が本研究を行うに際して、その全てにおいてご指導・ご助力をいただきました。特に流体構造連成解析の計算法やプログラムについての学習・理解は波田野助教授の存在なくしては達成できないものでした。研究全体の方針や解析プログラムの内容、持ち帰った実験結果などについての考えのまとまらない相談、抽象的な質問にもいつも真摯に、親身になって対応していただきました。本当にありがとうございました。研究以外の面でもいつも研究室に明るさと活気を与えてくださり、私が研究室に楽しく通う助けとなっていたと思います。

田中助教授には研究室で研究に打ち込むために必要な環境の整備をしていただいたり、研究の方向性について相談に乗っていただいたり、その他色々な話題で話し相手になっていただいたりと各方面でお力添えいただきました。ありがとうございました。ギリシャ神話研究会の設立を心待ちにしております。

研究室の先輩方や同期の皆様にも大変お世話になりました。時には真面目に研究内容などについて相談にのっていただいたり、時にはいっしょにごはんを食べに行ったり、楽しく飲み会やイ

ベントを楽しんだり，息抜きの娯楽に興じたり，本当に居心地のよい研究室だったなあ，と感じます．

日々の生活を送る上で，研究を続ける上でお世話になった人やコミュニティ，物，場所など挙げれば切りがありませんが，その全てに感謝しております．ありがとうございました．

最後に，大学卒業まで私の生活を経済的にも精神的にもいつも支えてくださった両親に感謝の意を表し，以上を謝辞とさせていただきます．

以上

p.1～p.60 完

平成 27 年 1 月 提出
指導教員 泉 聡志 教授
130201 住吉谷 淳