

修士論文

エレベータ用ワイヤロープ
疲労損傷メカニズム解明に向けた
有限要素法解析

平成27年2月5日 提出

指導教員 泉 聡志 教授

東京大学大学院工学系研究科 機械工学専攻
136213 寺田 偉紀

目次

第1章	序論	7
1.1	研究背景	8
1.1.1	ストランドロープ	8
1.1.2	エレベータ用ワイヤロープ	8
1.1.3	ワイヤロープの解析	11
1.2	本研究の目的	12
1.3	本論文の構成	12
第2章	解析手法	13
2.1	緒言	14
2.2	解析対象ロープ	14
2.3	ワイヤロープ幾何形状の作成	14
2.3.1	ストランド中心の螺旋のパラメータ表示	15
2.3.2	グローバル座標系とストランド内部のローカル座標系	17
2.3.3	素線中心の座標	19
2.3.4	θ と ϕ の関係	20
2.3.5	CAD形状の作成	21
2.4	ブーミング解析の導入	22
第3章	有限要素法解析	23
3.1	緒言	24
3.2	予備解析	24
3.2.1	モデル	24
3.2.2	境界条件	26
3.2.3	荷重条件	26
3.2.4	接触の定義	26
3.2.5	解析条件	26
3.2.6	解析結果	28
3.3	全体解析	34
3.3.1	モデル	34
3.3.2	境界条件	36

3.3.3	荷重条件	36
3.3.4	解析条件	37
3.3.5	変位の出力	38
3.3.6	解析結果	38
3.4	詳細解析	40
3.4.1	モデル	40
3.4.2	境界条件	41
3.4.3	荷重条件	41
3.4.4	解析条件	41
3.4.5	解析結果	43
3.5	考察	55
第4章	結論	56
4.1	結論	57
4.2	今後の展望	57
	謝辞	58
付録A	理論解の導出	63
A.1	緒言	64
A.2	細線の力学的つりあい	64
A.3	直ストランドの軸方向応答	65
A.4	直ストランドの曲げ応答	71
A.5	ワイヤロープの軸応答	74
A.5.1	8×S(19)ロープ	74
A.5.2	8×Fi(25)ロープ	79
付録B	ワイヤロープ形状パラメータ	83
B.1	緒言	84
B.2	ワイヤロープ形状パラメータ	84
付録C	ワイヤロープ形状作成コード	85
C.1	緒言	86
C.2	機能	86

目 次

1.1	ストランドロープの構成.	8
1.2	エレベータシステムの概略図.	9
1.3	平和台駅エレベータ事故のロープ破断部.	10
2.1	解析対象ロープの構成.	15
2.2	ロープの撚り方向による区別.	16
2.3	ストランド中心螺旋.	16
2.4	ストランド内部のローカル座標系.	17
2.5	素線中心位置.	19
2.6	ロープとストランドの螺旋展開図.	20
2.7	普通 Z 撚りロープの CAD 形状.	21
3.1	S (19) ストランド予備解析モデル.	24
3.2	Fi (25) ストランド予備解析モデル.	25
3.3	ペナルティ法における貫入.	27
3.4	貫入節点に働く反発力.	27
3.5	軸方向の力とひずみ.	30
3.6	軸方向の力とひずみ (簡略化ストランドと合わせて).	31
3.7	軸方向ひずみと横方向ひずみ (S (19) ストランド).	32
3.8	見かけのポアソン比 (S (19) ストランド).	32
3.9	見かけのポアソン比 (Fi (25) ストランド).	33
3.10	簡略化ストランドを用いた全体解析モデル.	34
3.11	シーブ溝形状 (U 溝).	35
3.12	シーブ溝形状 (アンダーカット溝).	35
3.13	シーブ底面における拘束.	36
3.14	変位出力点.	38
3.15	全体解析におけるロープ変形挙動の時刻歴応答.	39
3.16	詳細解析モデル.	40
3.17	変位入力点.	41
3.18	断面コンター図出力断面.	43
3.19	接触荷重断面コンター図 (U 溝).	45

3.20	最大主応力断面コンター図 (U 溝)	46
3.21	最大主応力コンター図 (S(19) ストランド, U 溝)	47
3.22	最外層素線内最大主応力・最小主応力ベクトル (S(19) ストランド, U 溝)	47
3.23	曲げ起因の最大主応力 (S(19) ストランド, U 溝)	48
3.24	ミーゼス応力断面コンター図 (U 溝)	49
3.25	フィラー線応力図 (コンター:ミーゼス応力, ベクトル:最大・最小主応力)	50
3.26	接触箇所に発生する圧縮応力.	51
3.27	ミーゼス応力断面コンター図 (U 溝とアンダーカット溝との比較)	53
3.28	シーブと簡略化ストランドとの接触によって発生する接触荷重のコンター図.	54
A.1	素線にかかる荷重.	64
A.2	y 軸方向から見た素線にかかる荷重.	65
A.3	外側素線の変形.	67
A.4	螺旋の曲げ.	71
A.5	8×S(19) ロープ構成.	74
A.6	ストランド拡大図 (S(19)).	75
A.7	8×Fi(25) ロープ構成.	80
A.8	ストランド拡大図 (Fi(25) 1,2,3 層).	81
A.9	ストランド拡大図 (Fi(25) 1,2,4 層).	81
C.1	エクセルシート.	86

表 目 次

3.1	S (19) ストランド予備解析モデル解析規模.	25
3.2	Fi (25) ストランド予備解析モデル解析規模.	25
3.3	予備解析解析条件.	28
3.4	簡略化ストランドに適用する材料特性値.	29
3.5	全体解析モデル解析規模.	35
3.6	荷重の詳細.	36
3.7	全体解析解析条件.	37
3.8	詳細解析解析条件.	42
B.1	S (19) ストランドの形状パラメータ.	84
B.2	Fi (25) ストランドの形状パラメータ.	84
B.3	ロープの形状パラメータ.	84

第1章 序論

1.1 研究背景

1.1.1 ストランドロープ

ワイヤロープを構成する最小単位である素線は、引き抜き加工と適切な熱処理を施されて製造されるため高い引張強度を有する。この素線を撚り合わせて製造されるワイヤロープは、優れた柔軟性と高い破断強度とを併せ持つことから極めて広範囲の機械製品に用いられてきた。その用途はクレーン、エレベータ、ケーブルカー、橋梁、コンクリートやゴムの補強材など多岐に渡り、それぞれに重要視される機械特性が異なることから、これに応じた様々な種類のロープが存在する。ロープ式エレベータに用いられるワイヤロープは特に柔軟性を求められることから、図 1.1 に示すような、数十本程度の素線を撚り合わせて構成されるストランドを、さらに繊維製のロープ芯の周りに 6 から 8 本程度撚り合わせて構成される、ストランドロープと呼ばれるロープが最も一般的に使用されている。

1.1.2 エレベータ用ワイヤロープ

エレベータシステムの構造についてはその使用用途、環境、立地制約等に合わせて細かな違いはあるものの、一般的には図 1.2 に示すように、かご、釣合おもり、巻上機、シーブ（そらせ車）、そしてワイヤロープなどから構成される。現在のエレベータの多くは、ワイヤロープの両端にかごと釣合おもりをぶらさげてバランスを取ったうえで、巻上機にかかる摩擦力を用いてこのロープを駆動し、かごを昇降させるトラクション式と呼ばれる仕組みとなっている。

エレベータ用ワイヤロープの引張強度は、運用時の静止荷重に対して安全率 10 以上となるよう建築基準法によって定められている。このように安全率が大きく設定されているのは、エレベータ運用時に巻上機やシーブに沿って繰り返し曲げを受け

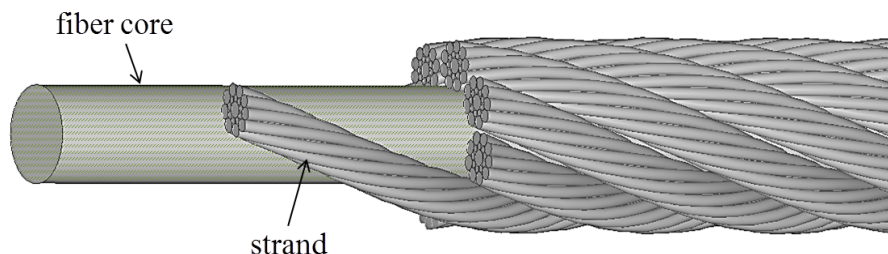


図 1.1 ストランドロープの構成。

ることによるロープの強度低下について、定量的な評価が未だ的確になされていないからである。ワイヤロープの破断が主な要因とされる事故も、2011年には東京メトロ有楽町線平和台駅のエレベータにて[2]、2013年には東京タワーの大展望台・特別展望台間エレベータにて[3]実際に発生している。図1.3は平和台駅の事故におけるロープ破断部の写真である。これらの事故において乗客の負傷者を出していることもあり、エレベータの信頼性向上へ向けてワイヤロープの損傷挙動を詳細に把握することが現在求められている。

エレベータ用ワイヤロープは、そのメンテナンス基準についても経験に基づいて定められたところが大きく、より定量的な評価が必要となっている。国内におけるメンテナンス基準については平成20年国土交通省告示第283号（平成24年12月12日付け国土交通省告示第1449号によって改正）が定めている。例えば素線切れの検査については、以下に掲げる基準を満たした場合要是正、つまりロープの交換が必要であるとしている。

1. 素線切れが平均的に分布する場合は、1よりピッチ内の素線切れ総数が6より鋼索にあっては24本、8より鋼索にあっては32本を超えていること又は1構成より1ピッチ内の素線切れが4本を超えていること。
2. 素線切れが特定の部分に集中している場合は、1よりピッチ内の素線切れ総数

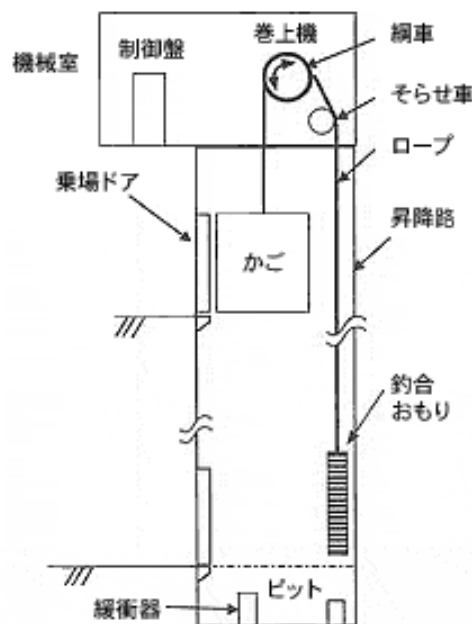


図 1.2 エレベータシステムの概略図。 [1]

が6より鋼索にあっては12本，8より鋼索にあっては16本を超えていること又は1構成より1ピッチ内の素線切れが9本を超えていること．

3. 錆が著しい場合又は素線切れが生じた部分の断面積の摩損がない部分の断面積に対する割合が70 %以下である場合は，1構成より1ピッチ内の素線切れが2本を超えていること．

ここでピッチとはストランドがロープ芯周りに1周するのに要する長さのことを言い，6より鋼索，8より鋼索とはそれぞれストランドが6本，あるいは8本撚られて構成されるロープのことを言う．

この告示については基準とする断線数の根拠に疑問が残る．そのうえ通常の定期検査では外部断線しか把握できないにもかかわらず，これを考慮に入れず断線数という大きな括りを基準としていることが特に問題である．つまり，仮に外部の断線が見られないうちに内部で断線が進んでいた場合は，検査でもこの断線を確認できないため取り替えられることのないままロープ断線に至る危険性がある．



図 1.3 平和台駅エレベータ事故のロープ破断部． [2]

1.1.3 ワイヤロープの解析

これまで古くより、ワイヤロープの機械的特性を把握するための理論やモデルの開発が数多くなされてきた。初期の研究としては Hruska により素線の曲げ剛性やねじり剛性は無視され、引張のみが考慮されていた [4, 5]。続いてより高度な解析として、Love の曲がりはりの理論 [6] を導入することで、ロープの曲げやねじりを考慮に入れた理論が Knapp によって発表された [7]。Costello らはここにポアソン比の影響による素線径の変化や、変形による螺旋角の変化などの影響を取り入れて理論を展開し、「Theory of Wire Rope」[8] を出版した。その他には、ストランドを構成する素線各層を直交異方性の平板として模擬した Raoof によるモデルなどが存在する [9]。

以上に挙げたような解析モデルは実ロープの特性と良い一致を示し、ワイヤロープ設計時の目安として有益なものとなっている。しかし、ロープの損傷を考察する上で重要とされる接触応力や摩擦、塑性などを考慮したモデルの構築は非常に困難であり、解析的アプローチから損傷特性を把握するには限界がある。

また一方で、ワイヤロープの疲労寿命の推定や断線特性の検討を目的として繰り返し曲げ疲労試験が多く行われてきた [10–13]。しかし疲労試験において、素線破断の発生位置や発生タイミングなどの過渡的な現象を観察するのは困難であること、また応力の計測法が確立されていないことから、素線の断線メカニズムを解明するためには疲労試験の結果のみでは不十分である。

ワイヤロープの素線破断特性を理解するためには、実験中では直接観察することのできない内部構造の解明が不可欠である。これを実現しうる一つ的手段としてシミュレーションがある。シミュレーションは内部状態の可視化が実現できるのみならず、多大なコストを必要とする疲労試験とは異なり、様々な条件下での解析を短時間かつ低コストで行うことが可能である。そのうえ接触や塑性変形などの非線形挙動についてもモデル化することが可能である。このことから、シミュレーションはワイヤロープの破断メカニズムを解明するにあたり、大きな役割を果たすことができると考えられる。

ワイヤロープの構造は非常に複雑であり、接触や摩擦による非線形性に大きく支配されることもあり、これまで数値的に解析するのは困難であった。しかし近年になって有限要素法の技術発展と計算機性能の飛躍的な向上を契機として、ワイヤロープの有限要素法解析に関する研究がなされるようになった [14–24]。これによりワイヤロープの解析に関する手法が確立され始めたが、その多くは1本のストランドのみを対象としていたり、荷重条件が単軸引張のみであるなど、簡略化されたモデルに対する解析に留まっている。すなわち、実際に用いられている特定の型のロープに対する詳細な解析や、実際の使用環境に即した解析についての研究は多くなされていないのが現状である。

1.2 本研究の目的

本研究では，国内で広く使用されている2種類のエレベータ用ワイヤロープについて，シーブに沿った引っ張り曲げの有限要素法解析を行い，素線間の接触状態や素線の応力状態の可視化を実現する．これらの定性的な傾向を把握し，ワイヤロープ損傷メカニズムについての考察を行うことを目的とする．

1.3 本論文の構成

本論文は全4章から構成される．

第1章「序論」では，本研究の背景および目的について述べた．

第2章「解析手法」では，本研究の有限要素法解析に導入した解析手法や，解析対象としたモデルの詳細について述べる．

第3章「有限要素法解析」では，本研究で行った有限要素法解析の詳細について述べる．そしてその解析結果について検討や考察を行う．

第4章「結論」では，本研究を通して得られた結果を総括し，今後の展望について述べる．

また付録Aにて，Costelloの理論[8]に基づいた，ワイヤロープの軸方向応答についての理論解導出過程を概説する．

付録Bでは，本研究において解析対象としたロープの幾何形状作成時に用いた各種パラメータを記載する．

付録Cでは，著者が開発したワイヤロープ形状作成コードについて概説する．

第2章 解析手法

2.1 緒言

本章では、ワイヤロープの有限要素法解析を行うにあたり、用いたモデルの詳細や解析に導入した手法などを説明する。

2.2 解析対象ロープ

本研究で解析の対象とするワイヤロープは、エレベータ用ロープとして広く普及している $8 \times S(19)$, $8 \times Fi(25)$ の2種類である。それぞれのストランド構成は図 2.1 のようになっている。

$S(19)$ ストランドはシール型と呼ばれ、芯をなす素線の周りに9本の内層素線、そしてさらにその周りに9本の外層素線が巻きつけられて構成されている。外層素線は内層素線の凹みに収まる形となっている。

$Fi(25)$ ストランドはフィラー型と呼ばれ、内層素線が6本、最外層素線が12本、そしてその隙間を埋める形で6本のフィラー線と呼ばれる細い素線が巻きつけられて構成されている。

両種ともにロープ芯の周りにストランドが8本巻きつけられた構造をとっており、ロープの公称径は10 mm、ロープピッチ（ストランドがロープ芯周りに1周するのに要する長さ）は65 mm、ストランドピッチ（素線がストランド中心周りに1周するのに要する長さ）は18 mmである。

本研究において、この2種のロープの幾何形状を作成した際に用いたその他の各種パラメータについては付録 B に記載した。

2.3 ワイヤロープ幾何形状の作成

ワイヤロープの素線はストランド中心周りに撚られて螺旋構造をなしたのち、さらにそのストランド全体がロープ中心周りに撚られることで螺旋をなしている。つまりストランドロープの素線は2重の螺旋構造をとっている。本研究ではこの螺旋の座標を解析的に導出し、素線やストランドの形状データを作成した。以下の手法については小野 [25], Stanova [26], Elata [27], Hardy [28] らが詳しく述べている。

一般に、ストランドロープはその撚り方向によって図 2.2 に示すように、Z 撚りと S 撚りとに分けられる。また、その撚り方によっても普通撚りロープ、ラング撚りロープと区別される。ロープの撚り方向とストランドの撚り方向が逆方向のものを普通撚り、同一方向のものをラング撚りと呼ぶ。本研究で扱うロープは普通 Z 撚りロープであるため、以下ではこの前提のもと式を示すが、別種のロープも適宜パラメータの正負を入れ替えることで模擬することが可能である。

2.3.1 スtrand中心の螺旋のパラメータ表示

はじめに，ロープ芯の周りに巻かれているストランドの螺旋を考える．図 2.3 に示すようにロープの軸と z 軸が一致するよう xyz 座標を設定し，ロープ軸とストランド中心との距離を R_s ，ストランド中心の螺旋角を α とすると， $(R_s, 0, 0)$ を通る螺旋

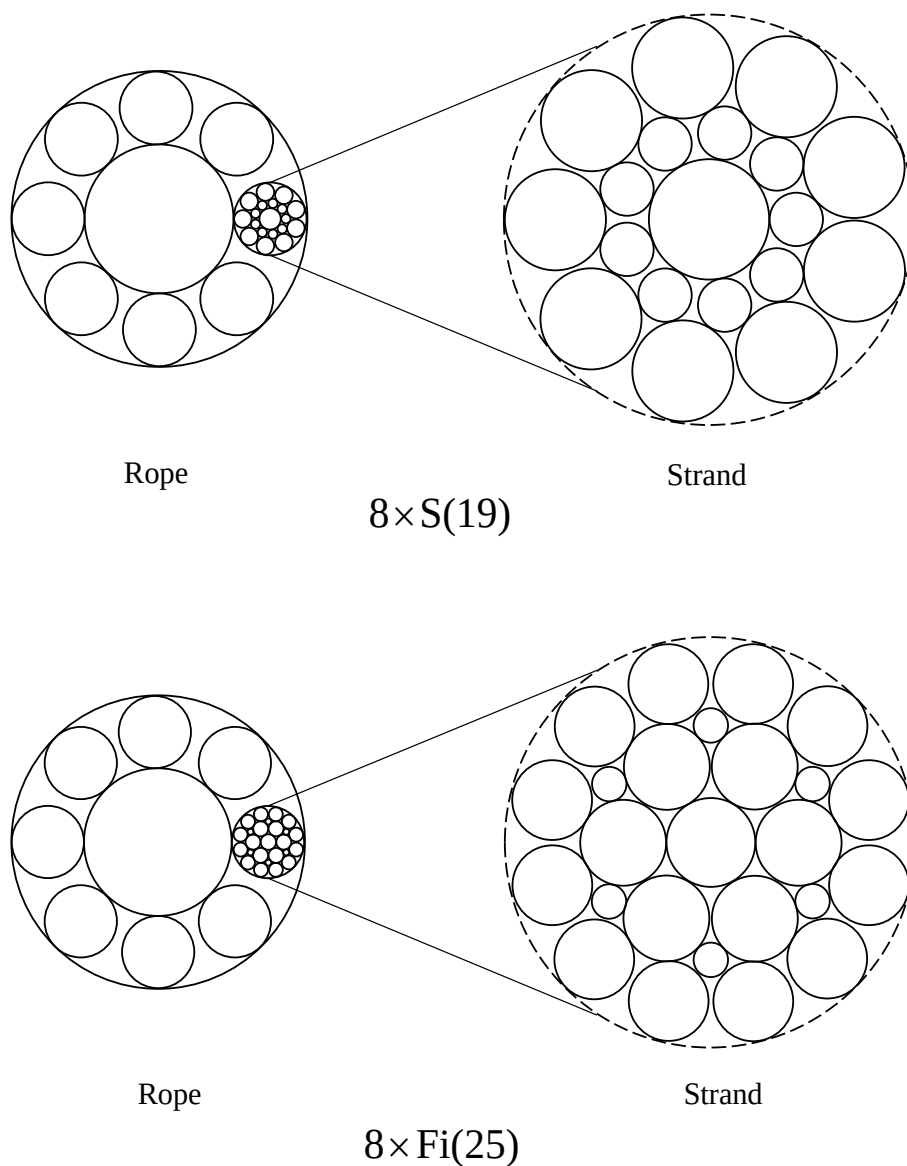


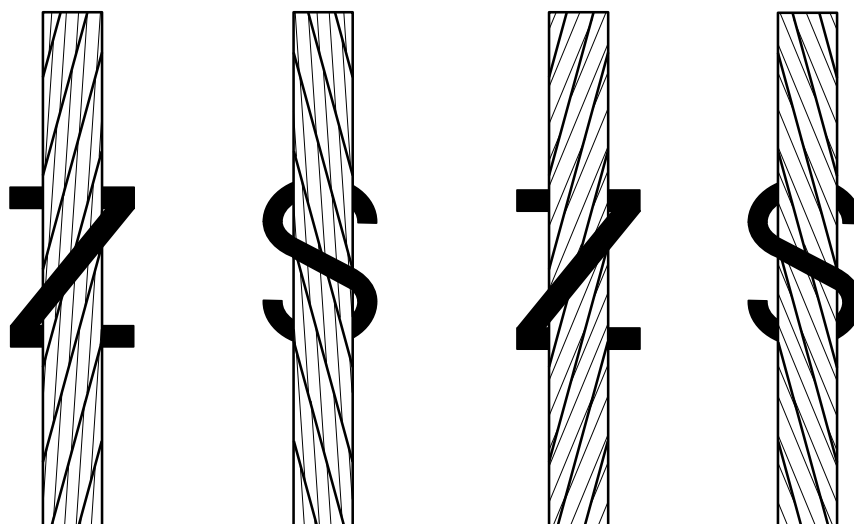
図 2.1 解析対象ロープの構成.

旋の座標は z 軸周りの回転角 θ を用いて次のように表される.

$$x_0 = R_s \cos \theta \quad (2.1)$$

$$y_0 = R_s \sin \theta \quad (2.2)$$

$$z_0 = \theta R_s \tan \alpha \quad (2.3)$$



Right Regular lay Left Regular lay Right Lang lay Left Lang lay

図 2.2 ロープの撚り方向による区別.

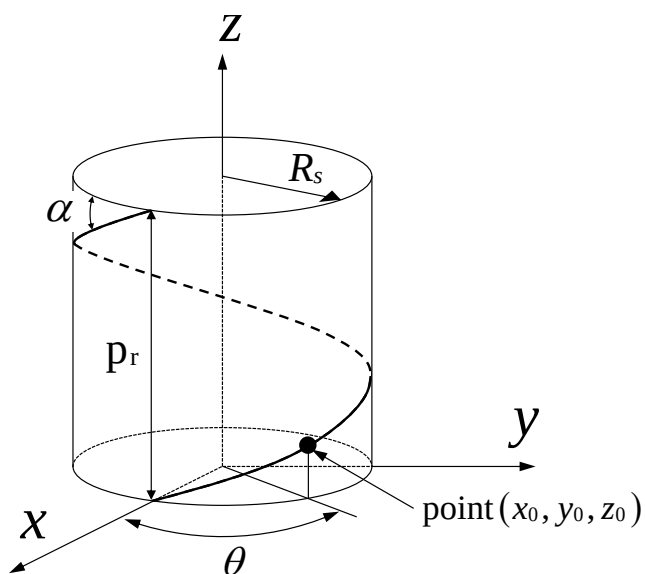


図 2.3 ストランド中心螺旋.

ここで螺旋角 α は R_s とロープピッチ p_r から

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{p_r}{2\pi R_s} \quad (2.4)$$

と計算される。

2.3.2 グローバル座標系とストランド内部のローカル座標系

素線位置はストランド内部の相対的な位置関係から定まるので、ここで新たに図2.4に示すようなストランド内部のローカルな座標系 x_s, y_s, z_s を導入することにする。この座標系はストランド中心を原点とし、 z_s 軸が常にストランド中心螺旋の接線方向を向くように設定する。つまり、 z_s 軸はストランド中心螺旋の接線ベクトルと共線の関係にある。

この座標系は θ の変動に伴ってグローバル座標系の中を動くが、 $\theta = 0$ の時に x_s 軸は x 軸に一致するよう x_s 軸を取る。すると x_s 軸はストランド中心螺旋の主法線ベクトルと逆向きに、 y_s 軸はストランド中心螺旋の従法線ベクトルと逆向きになる。

ストランド中心螺旋の接線、主法線、従法線それぞれのベクトルを求めるにあたり、まずは螺旋の弧長を求める。

弧長 s は θ をパラメータにとって

$$s(\theta) = \int_0^\theta \sqrt{\left(\frac{dx_0}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy_0}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dz_0}{d\theta}\right)^2} d\theta = \frac{R_s}{\cos \alpha} \theta \quad (2.5)$$

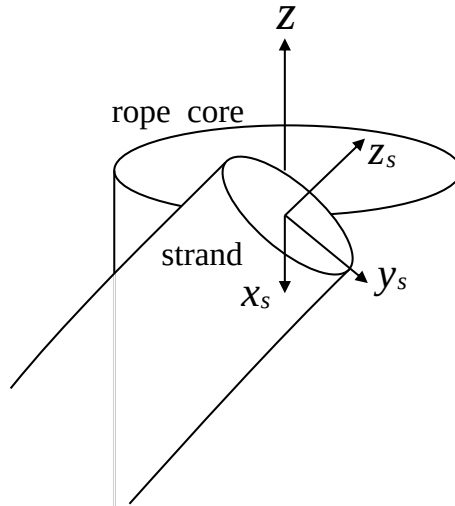


図 2.4 ストランド内部のローカル座標系。

と求められる.

螺旋上の位置ベクトルを $\mathbf{r}(\theta) = (x_0, y_0, z_0)$ とすると, 単位接線ベクトル (z_s 軸方向) は

$$\begin{aligned} \mathbf{T}(\theta) &= \frac{d\mathbf{r}}{ds} = \frac{d\mathbf{r}}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{ds} \\ &= (-R_s \sin \theta, R_s \cos \theta, R_s \tan \alpha) \cdot \frac{\cos \alpha}{R_s} \\ &= (-\sin \theta \cos \alpha, \cos \theta \cos \alpha, \sin \alpha) \end{aligned} \quad (2.6)$$

と求まる.

単位主法線ベクトル (x_s 軸と逆方向) は

$$\begin{aligned} \mathbf{N}(\theta) &= \frac{\frac{d\mathbf{T}}{ds}}{\left\| \frac{d\mathbf{T}}{ds} \right\|} = \frac{\frac{d\mathbf{T}}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{ds}}{\left\| \frac{d\mathbf{T}}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{ds} \right\|} \\ &= \frac{(-\cos \theta \cos \alpha, -\sin \theta \cos \alpha, 0) \cdot \frac{\cos \alpha}{R_s}}{\left\| (-\cos \theta \cos \alpha, -\sin \theta \cos \alpha, 0) \cdot \frac{\cos \alpha}{R_s} \right\|} \\ &= (-\cos \theta, -\sin \theta, 0) \end{aligned} \quad (2.7)$$

単位従法線ベクトル (y_s 軸と逆方向) は

$$\mathbf{B}(\theta) = \mathbf{T} \times \mathbf{N} = (\sin \theta \sin \alpha, -\cos \theta \sin \alpha, \cos \alpha) \quad (2.8)$$

である.

以上をまとめると, ストランドのローカル座標系は, グローバル座標系と以下の

関係にあることがわかる.

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + x_s \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} + y_s \begin{pmatrix} -\sin \theta \sin \alpha \\ \cos \theta \sin \alpha \\ -\cos \alpha \end{pmatrix} + z_s \begin{pmatrix} -\sin \theta \cos \alpha \\ \cos \theta \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} R_s \cos \theta \\ R_s \sin \theta \\ \theta R_s \tan \alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \sin \alpha & -\sin \theta \cos \alpha \\ \sin \theta & \cos \theta \sin \alpha & \cos \theta \cos \alpha \\ 0 & -\cos \alpha & \sin \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{pmatrix} \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

2.3.3 素線中心の座標

図 2.5 に示すように, 素線の中心位置はローカル座標系の中でストランド中心からの距離 R_w と, ストランド中心周りの回転角 ϕ によって定義できる. すなわち,

$$x_s = R_w \cos \phi \quad (2.10)$$

$$y_s = R_w \sin \phi \quad (2.11)$$

$$z_s = 0 \quad (2.12)$$

である.

これを 2.3.2 項で求めた座標変換式 (2.9) に代入することで, 素線中心の座標が以

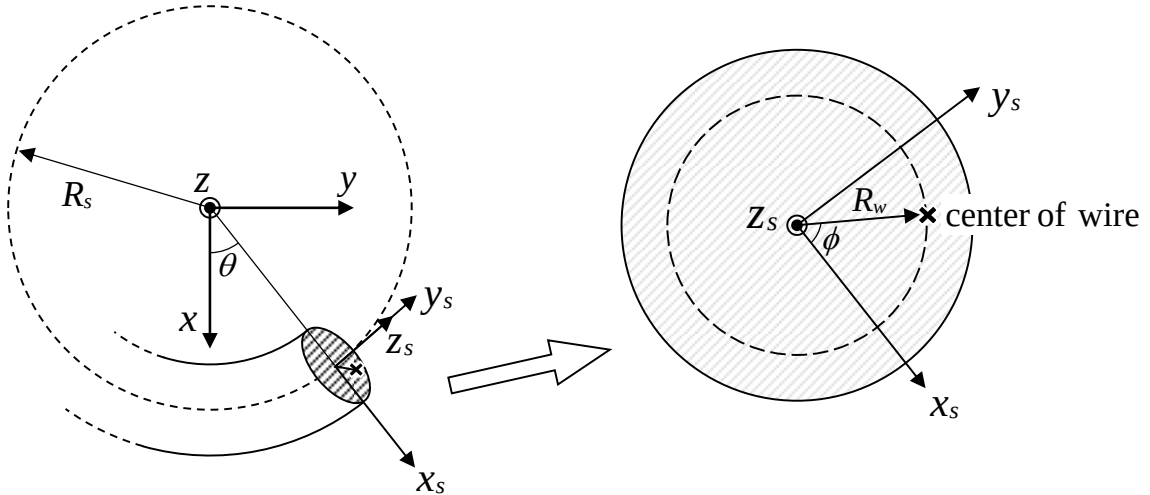


図 2.5 素線中心位置.

下のように記述できる.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_s \cos \theta + R_w(\cos \theta \cos \phi - \sin \theta \sin \phi \sin \alpha) \\ R_s \sin \theta + R_w(\sin \theta \cos \phi + \cos \theta \sin \phi \sin \alpha) \\ \theta R_s \tan \alpha - R_w \sin \phi \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

2.3.4 θ と ϕ の関係

本項では θ と ϕ が満たすべき関係について述べる.

ストランドを長さ ΔL だけ抜粋すると, このストランドはロープ軸, すなわち z 軸周りに $\Delta\theta$ だけ回転しているとする. またこのストランドの内部では, 素線がストランド中心軸, すなわち z_s 軸周りに $\Delta\phi$ だけ回転している. この関係を螺旋の展開図として表したのが図 2.6 である.

この時, ストランドの螺旋角 β は (2.4) 式の α と同様, R_w とストランドピッチ p_s から

$$\beta = \tan^{-1} \frac{p_s}{2\pi R_w} \quad (2.14)$$

と計算できる.

図 2.6 (a) から

$$\Delta L = \frac{|\Delta\theta| R_s}{\cos \alpha} \quad (2.15)$$

図 2.6 (b) から

$$\Delta L = |\Delta\phi| R_w \tan \beta \quad (2.16)$$

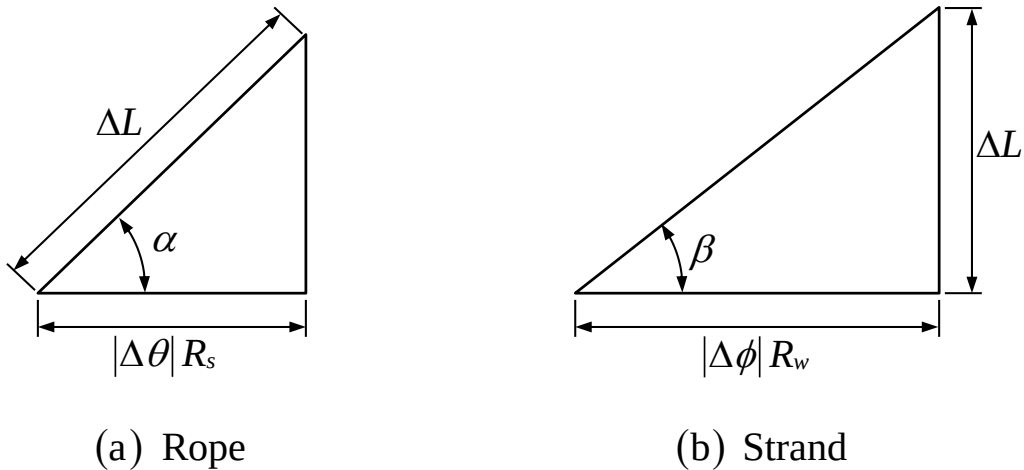


図 2.6 ロープとストランドの螺旋展開図.

この2式より $|\Delta\theta|$ と $|\Delta\phi|$ との間には以下の様な関係があることがわかる.

$$|\Delta\phi| = \frac{R_s}{R_w \tan \beta \cos \alpha} |\Delta\theta| \quad (2.17)$$

普通撚りの場合, ストランドの撚り方向とロープの撚り方向は逆であることを考慮すると, $\Delta\theta$ と $\Delta\phi$ との関係は以下のように表すことができる.

$$\Delta\phi = -\frac{R_s}{R_w \tan \beta \cos \alpha} \Delta\theta \quad (2.18)$$

これにより, $\theta = 0$ の際のストランド断面内で ϕ が定まれば, 任意の θ に対して素線中心の座標が決定する.

2.3.5 CAD 形状の作成

2.3.1 項から 2.3.4 項に示した計算を経ることで, ロープピッチやストランドピッチ, ストランドの構成, 素線径などのパラメータから素線の中心を表す3次元スプライン曲線を描画することが可能となる. 次に, このスプライン曲線の端点を通り, スプライン曲線に対して垂直となるような平面を作成し, この端点を中心として平面上に素線断面の円をスケッチする. 最後にこのスケッチされた円をスプライン曲線に沿ってスイープすることで素線の CAD 形状を作成した. 以上の操作は Dassault Systèmes SolidWorks 社製の3次元 CAD 設計ソフトウェア SolidWorks を用いて行った. 作成したロープの CAD 形状の一例を図 2.7 に示す.

なお, 実際のロープは製造時に, 直線状の素線を撚り合わせて加工される. この時塑性変形が加わるため, 実際の素線には加工硬化や残留応力が発生していると考えられるが, 本研究ではこれらについては取り扱わないこととした.



図 2.7 普通 Z 撚りロープの CAD 形状.

2.4 ブーミング解析の導入

第1章で述べたようにワイヤロープの構造は非常に複雑であり，特に数値解析においては非線形な接触が支配的である．そのため，この素線1本1本すべてを詳細にモデル化すると計算負荷が膨大となり，事実上解析が不可能となってしまう．この問題を解決するため，本研究ではブーミング解析と呼ばれる手法を導入した．

ブーミング解析とは，部分的な詳細モデルの解析に適用する境界条件として，予め簡略化したモデルについて解析を行うことで得られた変位情報を与えるという二段階解析のことを言う．この手法を用いることで，一定の精度が保証された解析を比較的短時間で行うことができる．実際に解析を行う際の手順は以下のようになる．

1. 全体的な簡略化モデルと，詳細に解析したい部分についての詳細なモデルを作成する．
2. 簡略化モデルについて解析を行い，詳細に解析したい部分周辺の変位情報を出力する．
3. 簡略化モデルの一部を抜粋し，その内の一部を詳細なモデルと置換する．
4. 出力された変位情報を強制変位として適用し，詳細部の解析を行う．

第3章 有限要素法解析

3.1 緒言

本章では，エレベータ用として実際に広く使用されている2種類のワイヤロープのシーブに沿った引っ張り曲げ解析をモデル化し，有限要素法を用いて素線どうしの接触や応力状態などを解析する．

3.2 予備解析

本研究では全体解析モデルを作成する際，すべてのストランドを内部が均質な連続体として近似することで計算負荷の軽減を図る．この簡略化ストランドに適用する材料特性を決定するために，以下に示すような予備的な解析を行った．

3.2.1 モデル

真直な状態のストランドに対して，ストランド軸方向単軸引張解析を行う．ストランドの対称性を考慮して，S(19)ストランドについてはストランドピッチの1/9である $0\text{ mm} \leq z \leq 2\text{ mm}$ のモデルに，Fi(25)ストランドについてはストランドピッチの1/6である $0\text{ mm} \leq z \leq 3\text{ mm}$ のモデルに対して解析を行う．それぞれのモデルを図3.1，図3.2に示す．また各モデルの解析規模について表3.1，表3.2に示す．

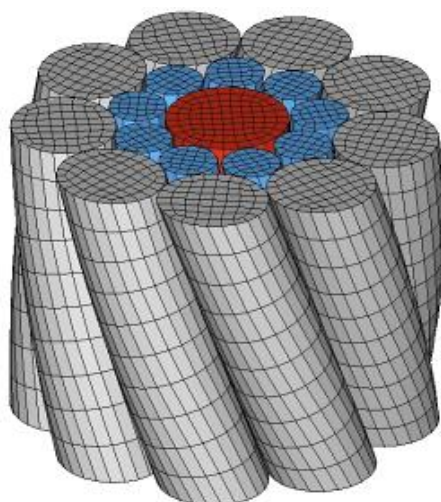


図 3.1 S(19) ストランド予備解析モデル．

表 3.1 S(19) ストランド予備解析モデル解析規模.

節点数	要素数
11781	8680

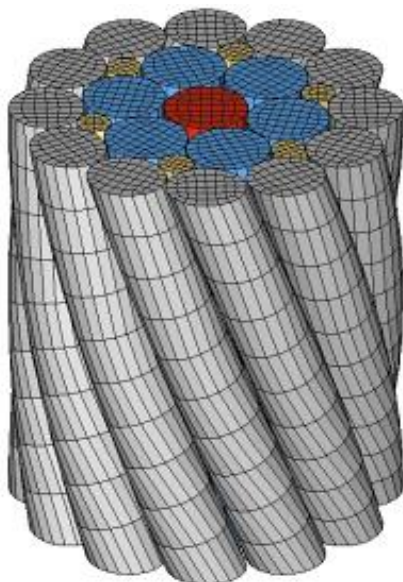


図 3.2 Fi(25) ストランド予備解析モデル.

表 3.2 Fi(25) ストランド予備解析モデル解析規模.

節点数	要素数
13552	9810

3.2.2 境界条件

モデルの両端断面は x, y 座標の等しい節点で構成されるようにメッシングを施した。両端断面内の、 x, y 座標の等しい節点ペアに対して、 x, y 方向の変位がそれぞれ等しくなるよう多点拘束 (Multi-Point Constraint) の条件を与える。これによって無限長のストランドを仮想する。また、 $z=0$ mm の断面について z 方向の変位を固定する。

3.2.3 荷重条件

z 方向の変位を固定した断面と対をなす他端の断面に対して、 z 方向の強制変位を与える。この際、0.001 秒間の解析によって最終的に 1% のひずみとなるように一定の変位速度を与える。

3.2.4 接触の定義

各素線間において接触を定義する。このとき、近傍にあるソリッド要素間の節点-面による接触判定と、線-線による接触判定とを併用して課す。接触によって発生する反力の計算には、接触要素の食い込み量に比例した量を発生させるペナルティ法を用いた。

ペナルティ法による接触解析にはマスターとスレーブの概念を用いる。節点-面による接触判定では、図 3.3 に示すように、スレーブの節点がマスターの面要素（ここではソリッド要素の表面）と接触しているかどうかの判定を行うために、ギャップ距離を定義する。スレーブである節点がマスターである面要素へと接近してギャップ内に貫入すると、マスターとスレーブ間に仮想的な弾性バネが追加される (図 3.4)。これによって節点を面から遠ざけようとする、食い込み量に比例した力が発生する。再度節点がギャップ外へ出るとこのバネは削除される。

線-線による接触判定についても基本的には同様である。線要素（ここではソリッド要素のエッジ）どうしの最短距離がギャップ距離よりも小さくなった際に接触していると判定され、反発力が働くようになる。

3.2.5 解析条件

本モデルの解析条件や素線の各材料特性値を表 3.3 に示す。

素線の材料特性値については Jiang [15] や Erdonmez [21] らの先行研究に倣い、Utting ら [29, 30] による実験から得られた値を用いた。

解析には Altair Engineering 社の CAE ソフトウェアプラットフォームである HyperWorks に内包された、有限要素法解析ソフトウェア RADIOSS [31] を用いた。本

解析は接触による非線形性が非常に強く，陰解法では計算の収束が困難であるため，陽解法による計算を行った．以降のすべての有限要素法解析についても陽解法を採用した．

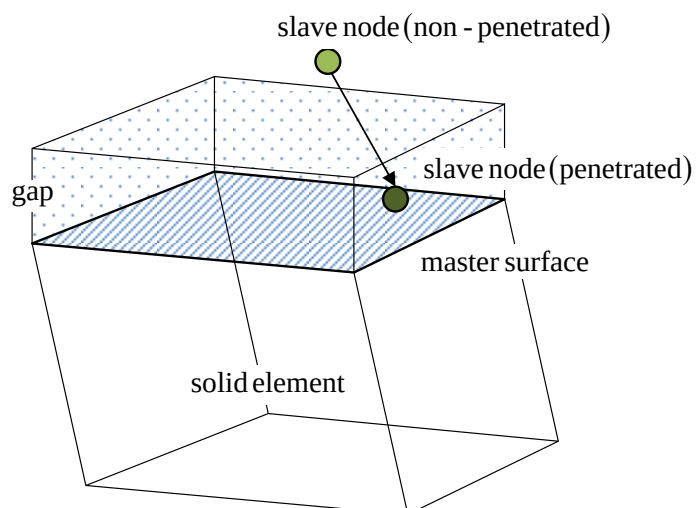


図 3.3 ペナルティ法における貫入.

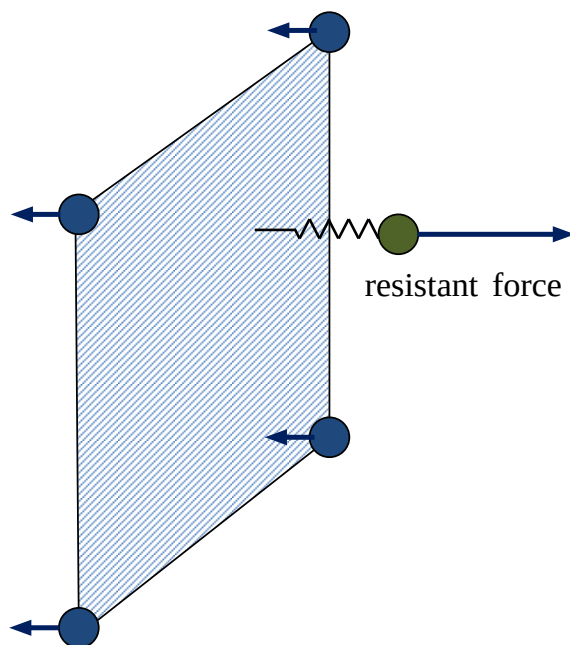


図 3.4 貫入節点に働く反発力.

3.2.6 解析結果

S (19) ストランド, Fi (25) ストランドについて, 有限要素法解析によって得られたストランド軸方向の荷重とひずみの関係を図 3.5 に示す. また, 参考のため, Costello による理論解 [8] を併せて記載する.

解析結果は理論解とおよそ良い近似が得られた. 有限要素法解析によって得られた軸方向の力が理論解と比較して若干小さくなった原因としては, 素線間に存在する隙間が考えられる. FEM モデルには初期形状の素線間に僅かな隙間を設けており, 隙間なく接触している状態を仮定した Costello の理論と比較すると素線の描く螺旋の半径がやや大きくなり, そのために若干素線が伸びやすくなっていると考えられる.

また, 原点からの僅かなずれは, 有限要素法解析の接触判定における誤差などによって生じると考えられるが, この値は十分小さく無視できる.

本研究では, 詳細は 3.3.3 項で後述するが, 全体解析の際ロープに 4000 N の張力を与える. そのため 1 本のストランドに与えられる荷重はせいぜい 500 N 以下であろうと考えられる. 0 N から 500 N の範囲で良い近似を与えるような簡略化ストランドのヤング率を求めるため, およそ 250 N の荷重がかかっている状態での変位を用いて (3.1) 式から見かけのヤング率を算出した.

$$E = \frac{F_1}{\varepsilon_1 A} = \frac{F_1}{\varepsilon_1 \pi r^2} \quad (3.1)$$

ただしここで F_1 は 250 N に近い荷重, ε_1 はその時の軸方向ひずみ, r は簡略化ストランドの半径である.

その結果 S (19) ストランドについては 112.7 GPa, Fi (25) ストランドについては 121.5 GPa となった. この近似によって得られる直線も合わせて, 軸荷重 500 N 以下の範囲に着目して図 3.6(a), (b) に示す.

表 3.3 予備解析解析条件.

解析ソフト	HyperWorks RADIOSS
要素	準静的陽解法 ソリッド要素
素線材料特性値	密度 8.0 g/mm ³ ヤング率 188 GPa ポアソン比 0.3
接触アルゴリズム	ペナルティ法
摩擦係数	0.1

続いて、簡略化ストランドのポアソン比について考える。S (19) ストランドの軸方向ひずみと横方向ひずみの推移を図 3.7 に示す。ここで、横方向ひずみはストランド断面に外接する円の半径の推移から算出した。

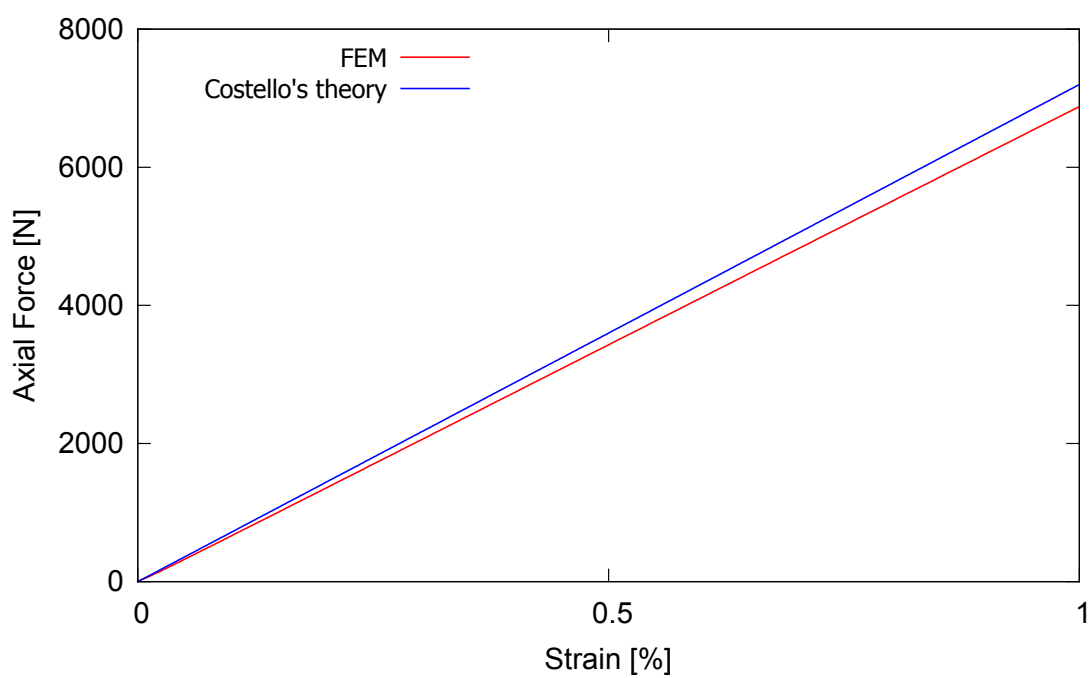
それぞれのひずみの変分について比をとり、軸方向の荷重との関係を表したものが図 3.8 である。

同様の操作を Fi (25) ストランドについても施し、図 3.9 に結果を示す。この比は両ストランドともに、軸方向荷重の小さい範囲で 0.5 を超えることがわかった。これはストランドの引張によって素線が絞られながら伸びるという特性を持っており、この絞りの効果が大きいためだと考えられる。簡略化ストランドの物性として与えるポアソン比は 0.5 以上を設定することは不可能であるので、本研究では 0.499 の値を与えることとした。

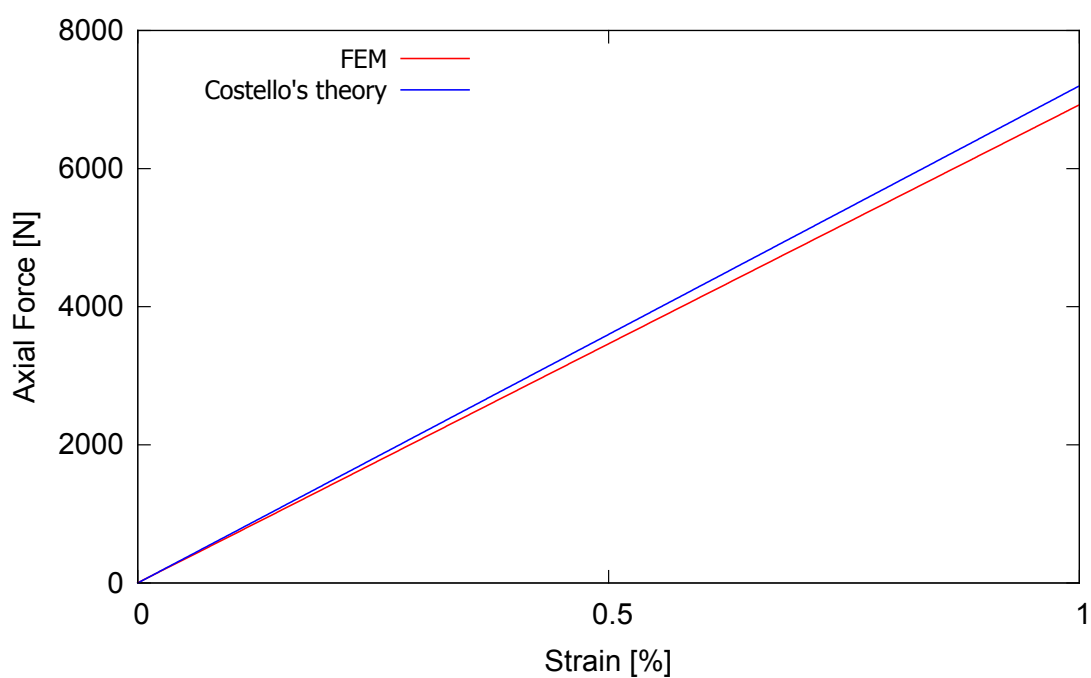
予備解析の結果から定めた、S (19) ストランド、Fi (25) ストランドの簡略化モデルに適用する材料特性値を表 3.4 にまとめて示す。

表 3.4 簡略化ストランドに適用する材料特性値.

	ヤング率 [GPa]	ポアソン比
S (19) ストランド	112.7	0.499
Fi (25) ストランド	121.5	0.499

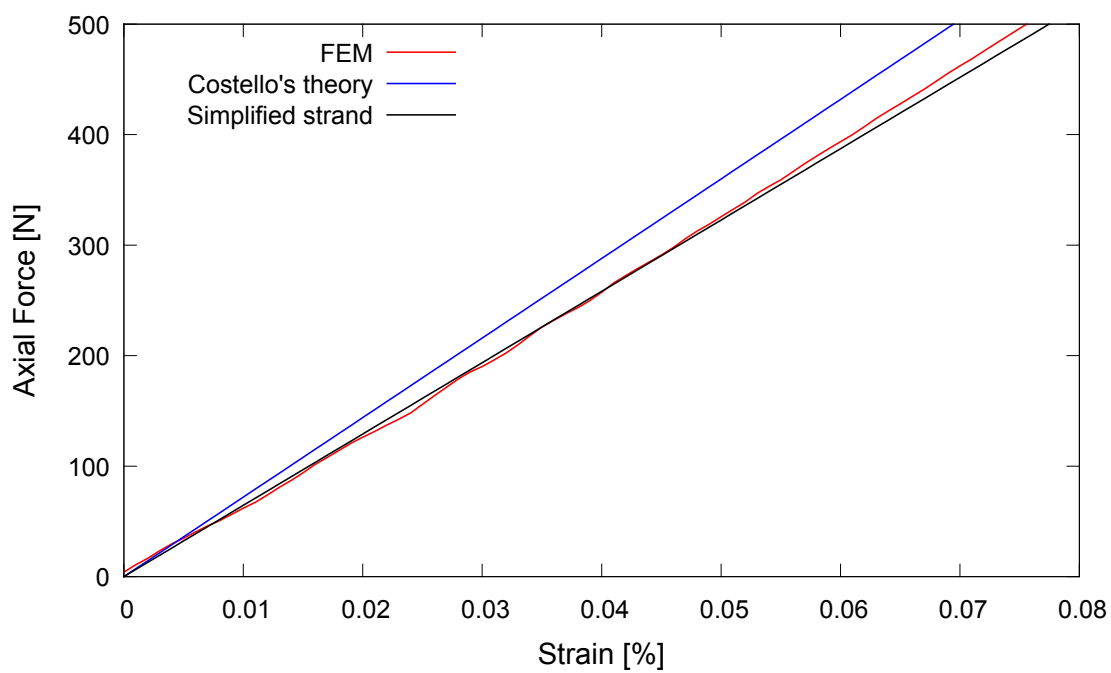


(a) S(19) スtrand

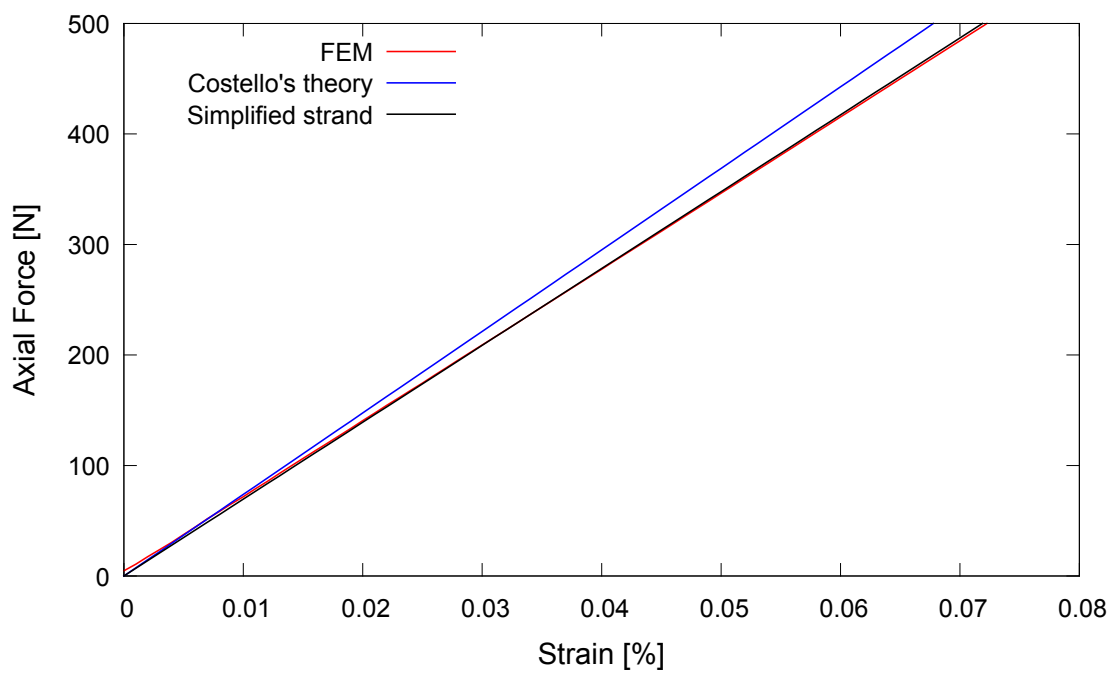


(b) Fi(25) スtrand

図 3.5 軸方向の力とひずみ.



(a) S(19) スtrand



(b) Fi(25) スtrand

図 3.6 軸方向の力とひずみ（簡略化ストランドと合わせて）。

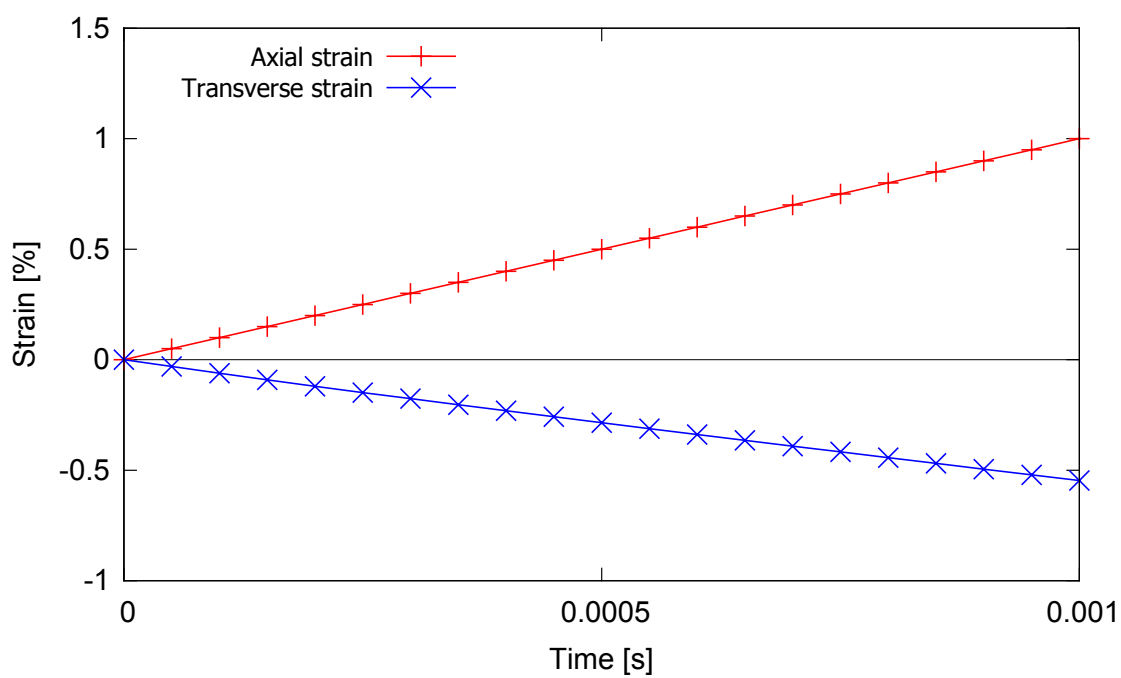


図 3.7 軸方向ひずみと横方向ひずみ (S (19) ストランド) .

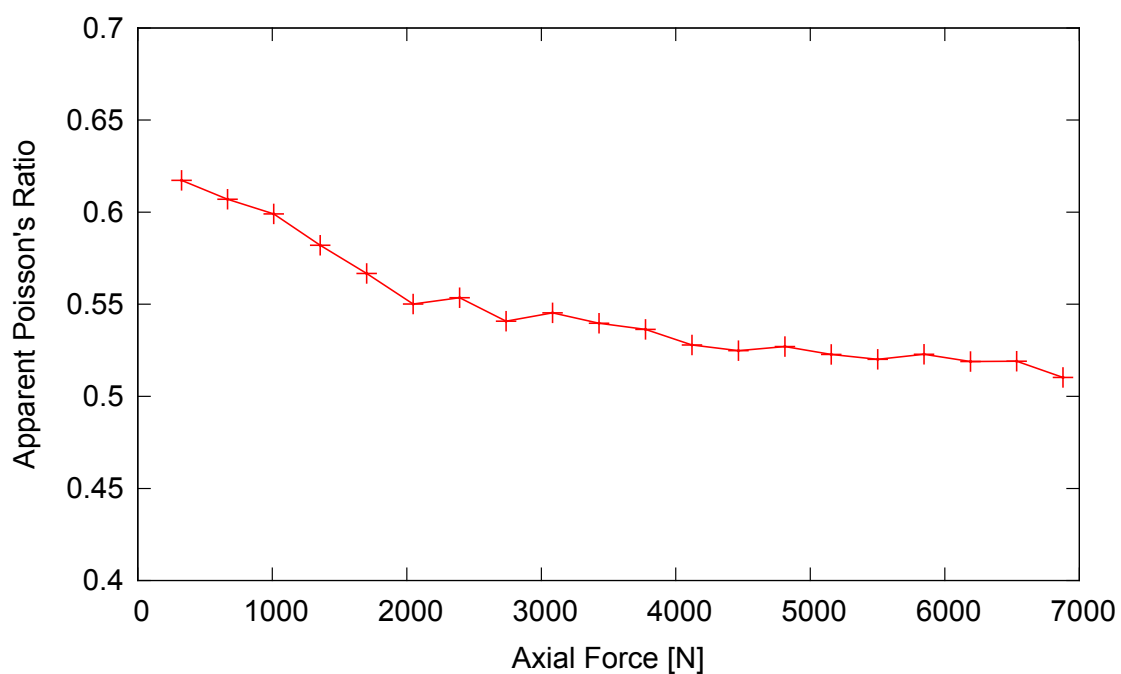


図 3.8 見かけのポアソン比 (S (19) ストランド) .

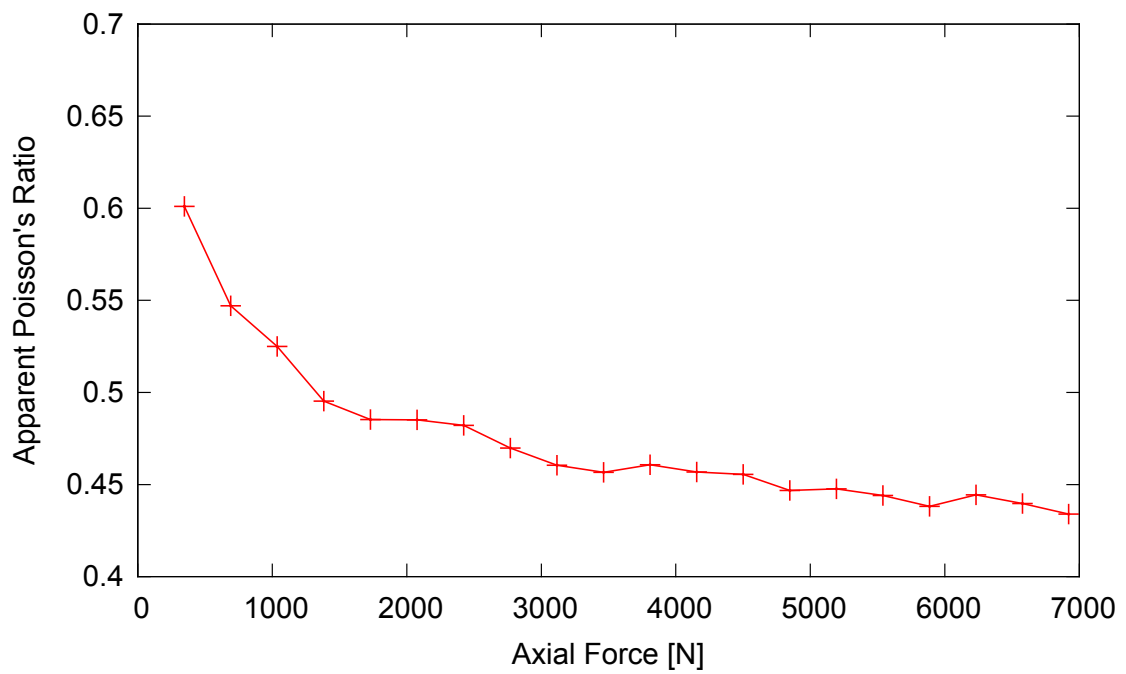


図 3.9 見かけのポアソン比 (Fi(25) ストランド) .

3.3 全体解析

ストランドを均質とみなすことによってモデルを簡略化し，ワイヤロープをシーブに沿って引っ張りながら曲げる解析を行う．またこの際，3.4節にて詳細に解析を行いたい箇所について変位の情報を出力する．S(19)ストランドと，Fi(25)ストランドとで，前節で求めたように簡略化ストランドの材料特性値のみを変更し，2種ロープそれぞれに対して解析を行う．

3.3.1 モデル

ワイヤロープとシーブの上半部をモデリングした．全体解析のモデルを図3.10に示す．初期状態ロープの長手方向に z 軸をとり， x 軸はシーブ側面に垂直となるようにとった．座標系の原点はシーブの頂に位置するロープ断面の中心にある．

ワイヤロープの曲げの厳しさを表す D/d （シーブ径/ロープ径）が運用上最も厳しい値である40となるよう，シーブ径を400 mmとした．本解析では，2種類の溝形状を使用した．ひとつは，溝径10 mm，溝角度 30° のU型溝を用いた(図3.11)．もうひとつは，前者と同寸法のU型溝に対してアンダーカット溝角度 20° を加えた溝を用いた．(図3.12)

ロープを曲げきってなおシーブに接しない部分が存在するよう，ロープの長さを320 mmとした．

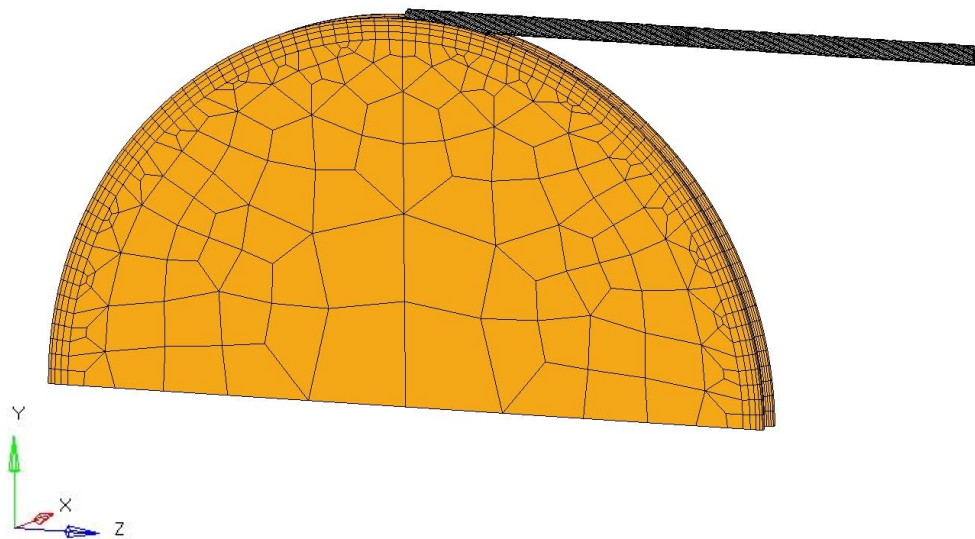


図 3.10 簡略化ストランドを用いた全体解析モデル．

また，全体解析モデルの全節点数，要素数を表 3.5 に示す．

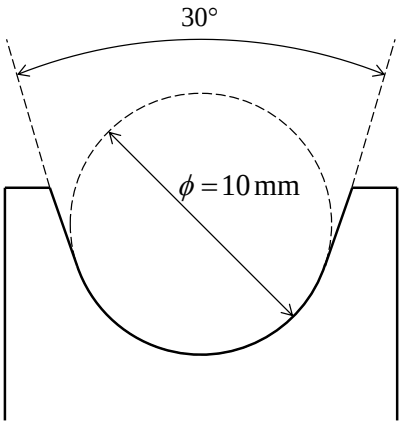


図 3.11 シーブ溝形状（U 溝）．

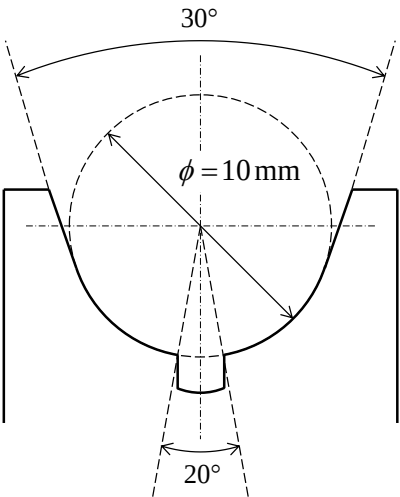


図 3.12 シーブ溝形状（アンダーカット溝）．

表 3.5 全体解析モデル解析規模．

	節点数	要素数
U 溝	39742	29838
アンダーカット溝	40876	30798

3.3.2 境界条件

シーブ底面について y 方向の変位を固定し，そのうち $z=0$ の直線上の節点は z 方向についても拘束，さらにそのうち $x=0$ の1点については x 方向についての拘束も課した（図 3.13）．

シーブの頂に位置する z 座標が 0 のロープ端面については x 方向と z 方向の変位を固定し，もう一方の端面については x 方向の変位と y 軸周りの回転， z 軸周りの回転を拘束した．

3.3.3 荷重条件

$z=320$ mm のロープ端面に対して集中荷重を与える．荷重の大きさとその方向は表 3.6 に示すように時刻歴で変化させる．最終的に $-y$ 方向の張力によってロープをシーブに沿わせて安定させる．

ここで，4000 N は公称径 10 mm のエレベータ用ワイヤロープの最大許容荷重である．

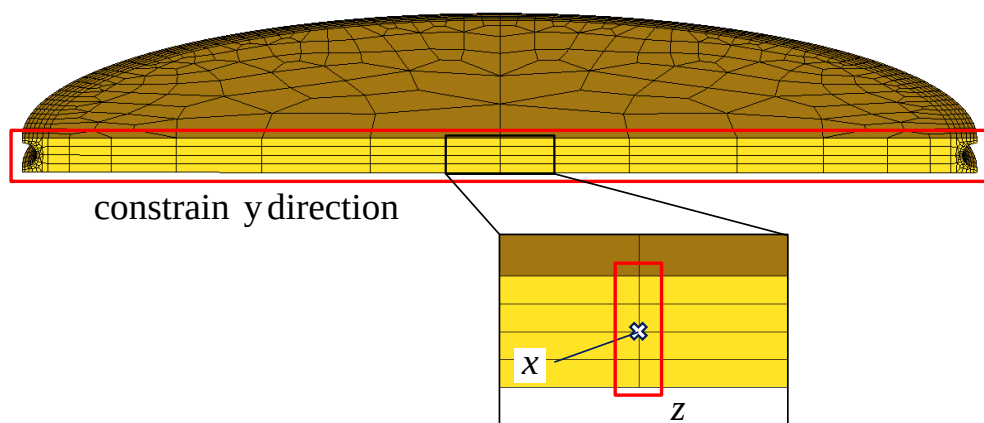


図 3.13 シーブ底面における拘束．

表 3.6 荷重の詳細．

解析時間 [s]	荷重の大きさ [N]	荷重の方向
$0.0 - 3.6 \times 10^{-2}$	800	$+z - -y$
$3.6 \times 10^{-2} - 4.5 \times 10^{-2}$	800 - 4000	$-y$
$4.5 \times 10^{-2} - 5.0 \times 10^{-2}$	4000	$-y$

3.3.4 解析条件

解析条件や材料特性等は表 3.7 に示すとおりである．各簡略化ストランドの密度は，素線の密度 8.0 g/mm^3 に，ストランド内の素線の合計断面積と，簡略化ストランドの断面積との比を掛け合わせることで得た．

また，繊維芯は麻製のロープである．繊維 [3 訂版] [32] を参考に，妥当と思われる材料特性値を適用した．

接触をストランドどうし，ストランドと繊維芯間，ストランドとシープ間について定義した．

表 3.7 全体解析解析条件．

解析ソフト	HyperWorks RADIOSS
要素	準静的陽解法 ソリッド要素
S (19) ストランド材料特性値	密度 6.26 g/mm^3 ヤング率 112.7 GPa ポアソン比 0.499
Fi (25) ストランド材料特性値	密度 6.45 g/mm^3 ヤング率 121.5 GPa ポアソン比 0.499
繊維芯材料特性値	密度 2.0 g/mm^3 ヤング率 80 GPa ポアソン比 0.4
シープ材料特性値	密度 8.0 g/mm^3 ヤング率 200 GPa ポアソン比 0.3
接触アルゴリズム	ペナルティ法
摩擦係数	0.1

3.3.5 変位の出力

変位を出力する節点は、 $z=150\text{ mm}$ の断面上の全節点と $z=160\text{ mm}$ の断面上の全節点とした（図 3.14）。これらの節点はロープ端面から十分に離れており、ロープ両端における拘束の影響を受けにくいと考えられるためである。

この両断面間の要素は詳細解析にも使用するため、比較的詳細なメッシュを施した。

3.3.6 解析結果

全体解析の結果として得られた、ロープ変形挙動の時刻歴応答を図 3.15 に示す。

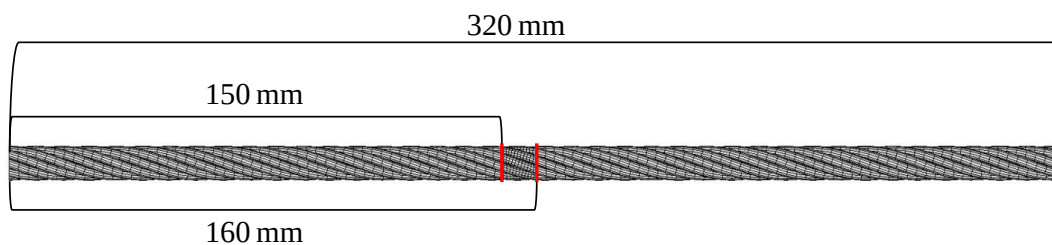


図 3.14 変位出力点.

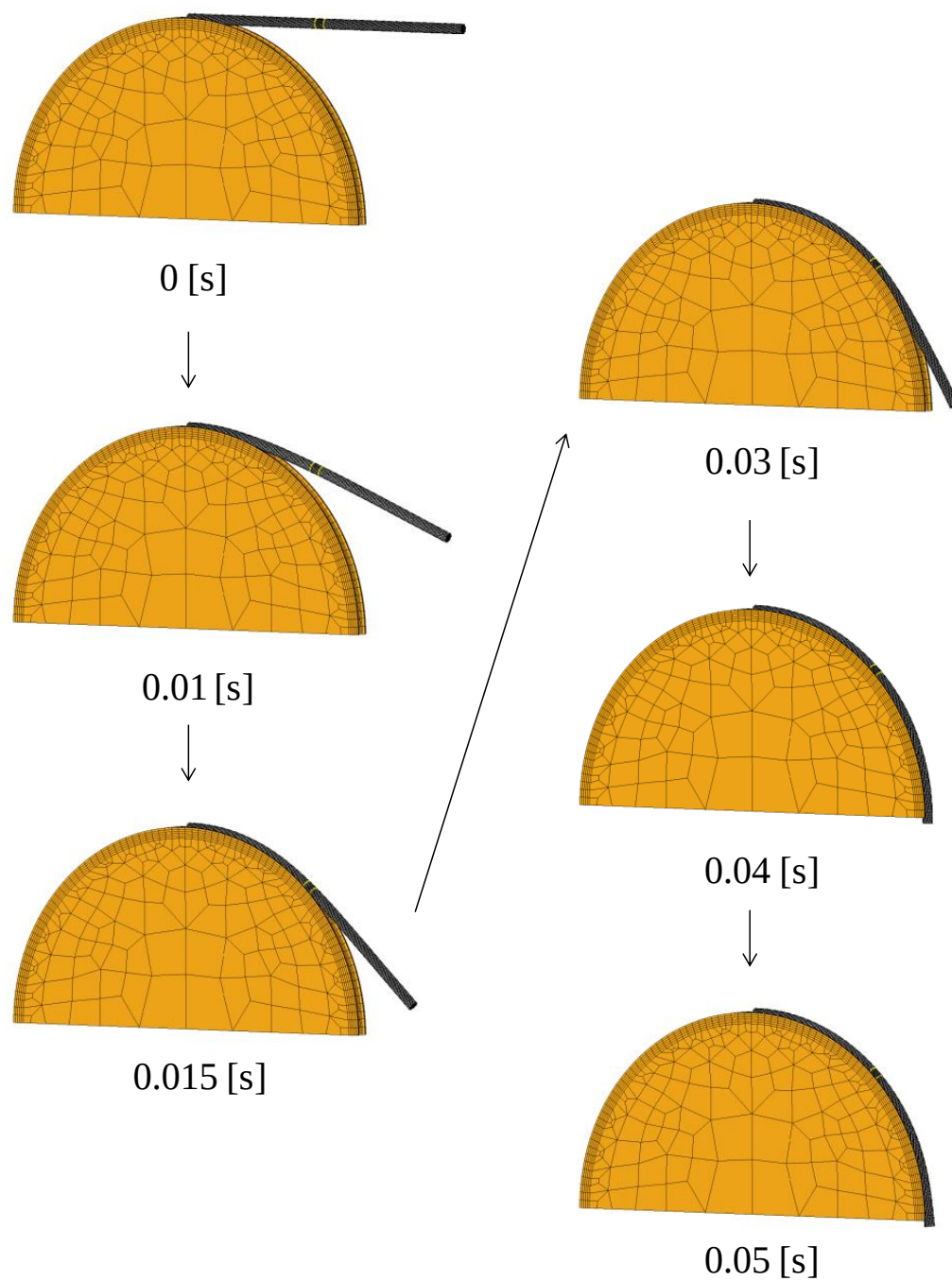


図 3.15 全体解析におけるロープ変形挙動の時刻歴応答.

3.4 詳細解析

全体解析で得られた変位の時刻歴応答を利用して詳細部の解析を行い，素線どうしの接触状態や素線の応力状態などの可視化を行う．

3.4.1 モデル

全体解析にて変位を出力するよう指定した両断面間のメッシュを抜き出し，このうち1本のストランドを，素線1本1本まで詳細にモデリングした詳細モデルへと置換する．このとき置換するストランドは最もシーブに近いものを選択する．詳細解析モデルの様子を図3.16に示す．

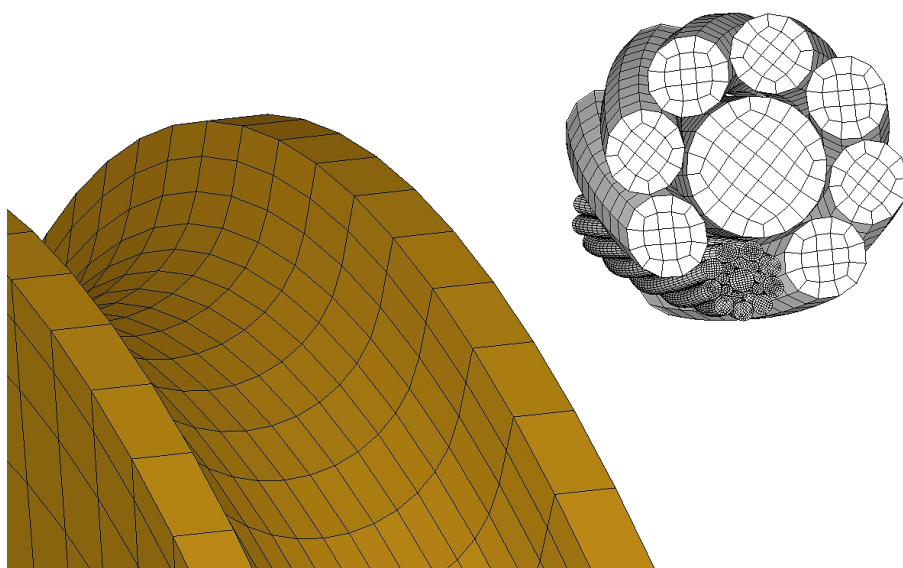


図 3.16 詳細解析モデル．

3.4.2 境界条件

3.3.2 項で示した，全体解析におけるシーブについての拘束と同様の拘束を課す。

3.4.3 荷重条件

全体解析で得られた変位の時刻歴応答を，強制変位として入力する．変位を入力する節点を図 3.17 に示す。

3.4.4 解析条件

解析条件や材料特性値等は表 3.8 に示すとおりである．接触を全体解析での条件に追加して，素線どうし，素線ストランド間，素線シーブ間についても定義する。

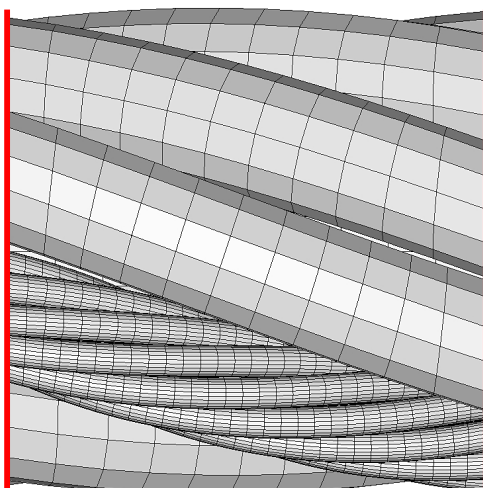


図 3.17 変位入力点.

表 3.8 詳細解析解析条件.

解析ソフト	HyperWorks RADIOSS 準静的陽解法
要素	ソリッド要素
素線材料特性値	密度 8.0 g/mm ³ ヤング率 188 GPa ポアソン比 0.3
S (19) スtrand材料特性値	密度 6.26 g/mm ³ ヤング率 112.7 GPa ポアソン比 0.499
Fi (25) スtrand材料特性値	密度 6.45 g/mm ³ ヤング率 121.5 GPa ポアソン比 0.499
繊維芯材料特性値	密度 2.0 g/mm ³ ヤング率 80 GPa ポアソン比 0.4
シーブ材料特性値	密度 8.0 g/mm ³ ヤング率 200 GPa ポアソン比 0.3
接触アルゴリズム	ペナルティ法
摩擦係数	0.1

3.4.5 解析結果

ワイヤロープをシーブに沿って曲げきった状態について、素線の接触状態や応力状態の可視化と、これについての考察を行う。

詳細解析の解析結果としては、解析時刻 5.0×10^{-4} s ごとに出力した解析結果ファイルを利用して示す。陽解法を用いた解析であることもあり、解析の最終時刻に近づいても素線の挙動は完全に安定な状態とはならない。特に接触に関しては、各ステップごとに接触状態が異なるといったケースが多く、任意の1つの結果データのみから考察を行うことは不適切である。そのため本研究では、解析時刻 4.5×10^{-2} s 以降、解析終了時刻 5.0×10^{-2} s までの全結果ファイルについて観察対象とする量の平均値をとって結果を示すこととする。

断面コンター図を示す際は図 3.18 に赤線で示した4断面について表示する。また、各コンター図はロープの初期形状の上に表示する。

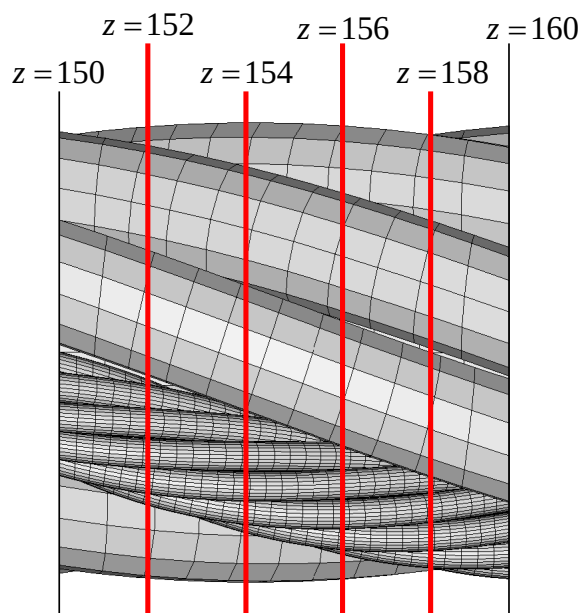


図 3.18 断面コンター図出力断面。

接触荷重

U 溝モデルに対して、2 種のストランドにおける素線に発生する接触荷重を、断面コンター図として図 3.19 に示す。

両モデルともに、接触荷重の発生する箇所についてはおよその傾向として、繊維芯に近い素線について多く発生する様子が見られた。特に、最外層素線どうしの接触は、ストランド内でロープ芯に最も近い位置である Bed と呼ばれる位置に限定された。

最大主応力

U 溝モデルに対して、2 種のストランドにおける素線に発生する最大主応力を、断面コンター図として図 3.20 に示す。最大主応力は S (19) ストランドでは最外層素線と中心素線にて、Fi (25) ストランドでは最外層素線と内層素線にて大きな値が見られた。図 3.21 に S (19) ロープの変形と合わせて、最大主応力コンター図を概観する。

また、S (19) ストランド最外層素線内の最大主応力と最小主応力ベクトルを図 3.22 に示す。図 3.22 からわかるように、一方に引張、もう一方に圧縮の応力が発生しており、曲げモーメントを受けた典型的な応力分布となっている。図 3.23 に示すように、ロープはシーブに沿って引っ張られることで曲げを受ける。ロープ自体は張力をかけられているが、素線内の応力分布としてはこの曲げを起因とする引張や圧縮が支配的であることがわかる。

曲げの影響のみを考えると、シーブから離れた箇所では引張の応力が、シーブに近い箇所では圧縮の応力が発生すると考えられる。解析結果においては、図 3.21 にその様子がよく見られる。また、曲げによって発生する応力の大きさはその素線径にも大きく依存する。図 3.20 に示した断面コンター図を見てもわかるように、径の大きな素線について最大主応力が大きくなる傾向が見られる。ゆえにロープのシーブに沿った引張曲げによって発生する、素線の曲げ応力によって損傷を評価する際は、 D/d (シーブ径/ロープ径) ではなく D/δ (シーブ径/素線径) の値が重要なパラメータとなると考えられる。

この度の詳細解析ではストランドのうちシーブに最も近い箇所を詳細にモデル化し、素線に働く最大主応力を観察した。反対側の最もシーブから離れたストランド内の素線においては、より大きな引張応力が発生しているものと考えられる。

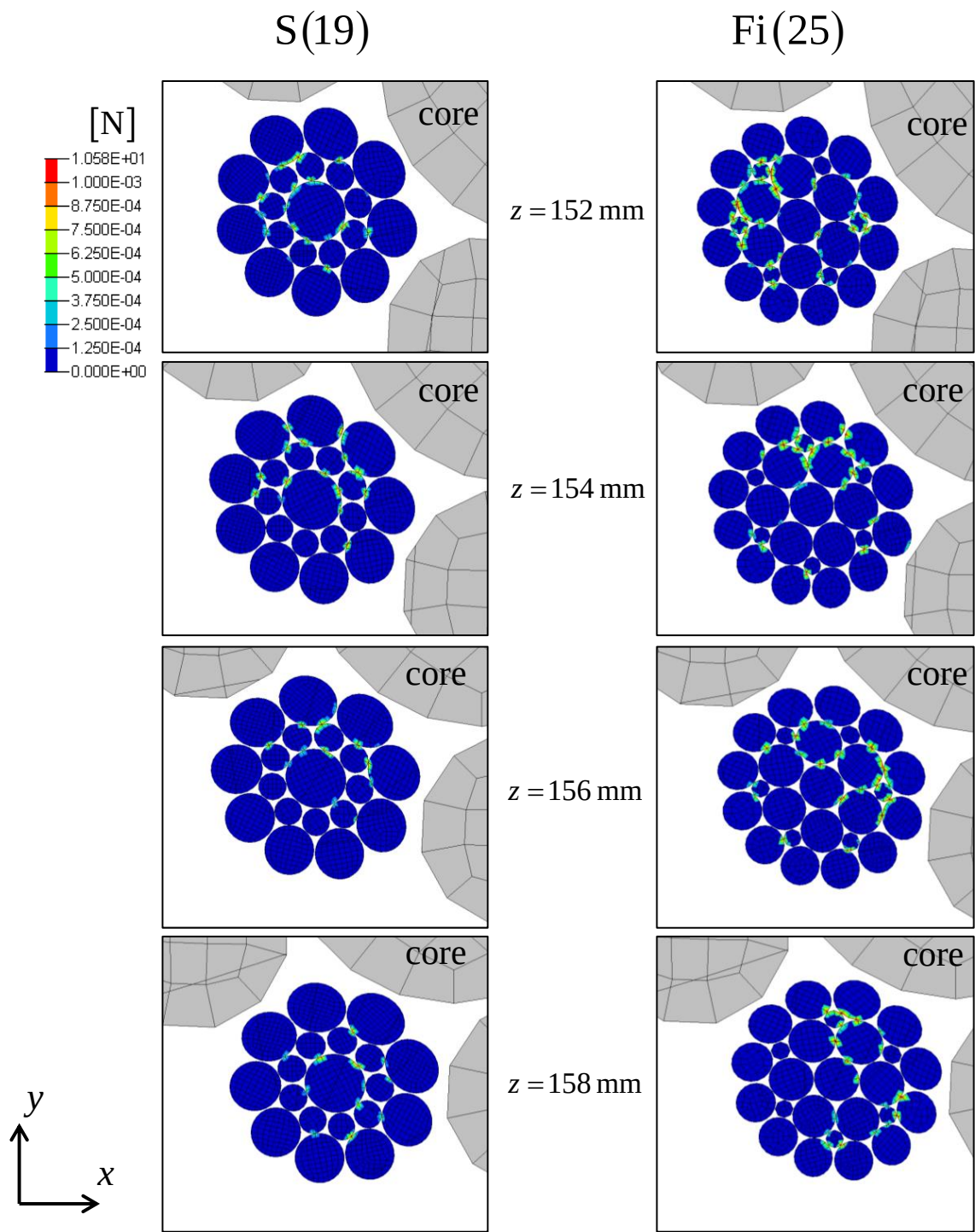


図 3.19 接触荷重断面コンター図 (U 溝).

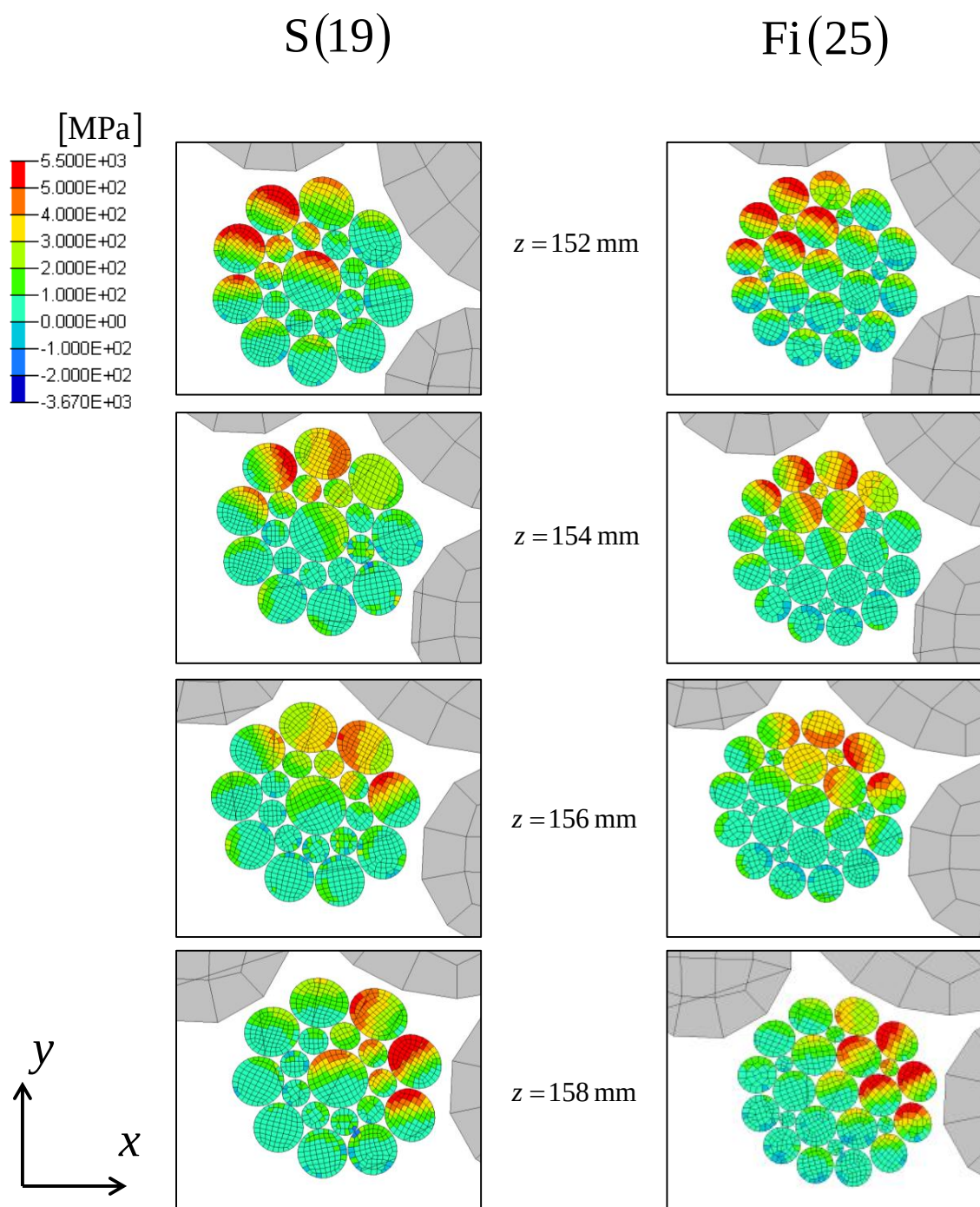


図 3.20 最大主応力断面コンター図 (U 溝)。

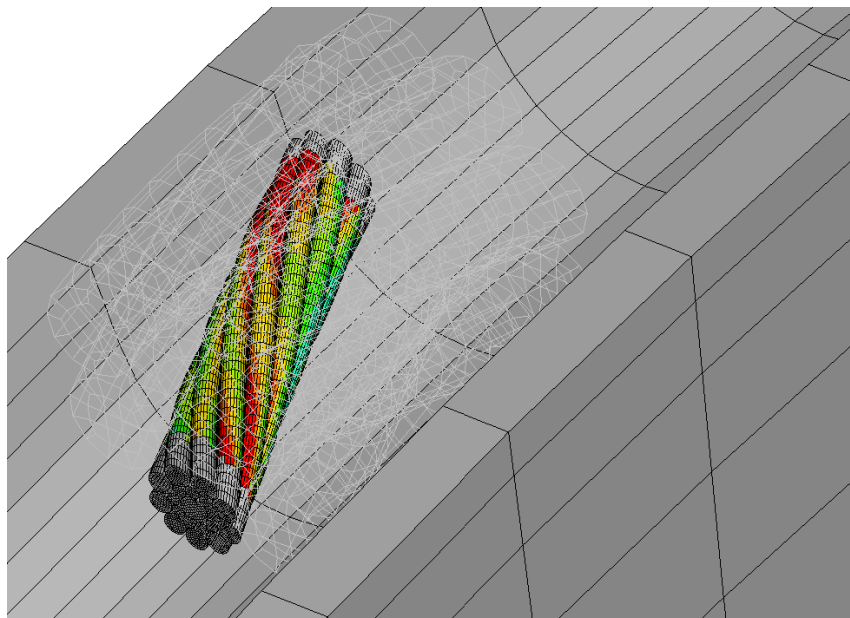


図 3.21 最大主応力コンター図 (S(19) ストランド, U 溝).

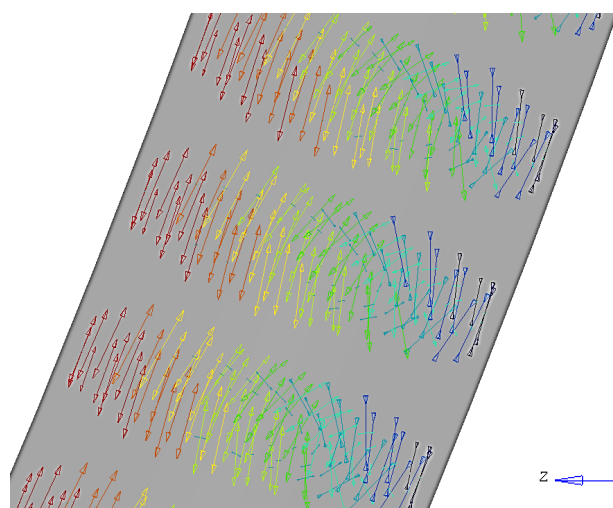


図 3.22 最外層素線内最大主応力・最小主応力ベクトル (S(19) ストランド, U 溝).

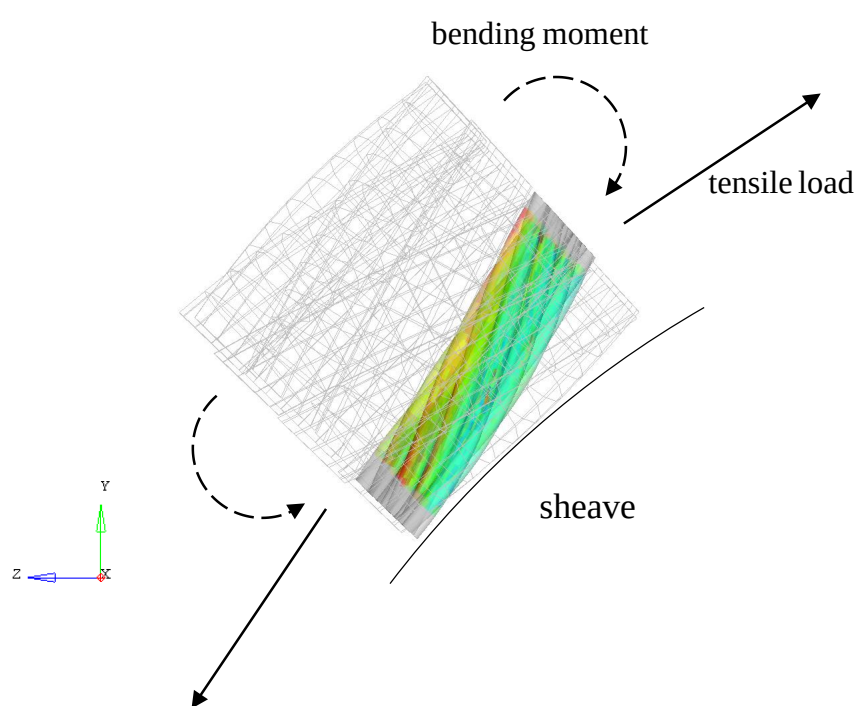


図 3.23 曲げ起因の最大主応力（S(19) スtrand，U 溝）.

ミーゼス応力

U 溝モデルに対して，2 種のストランドにおける素線に発生するミーゼス応力を，断面コンター図として図 3.24 に示す．

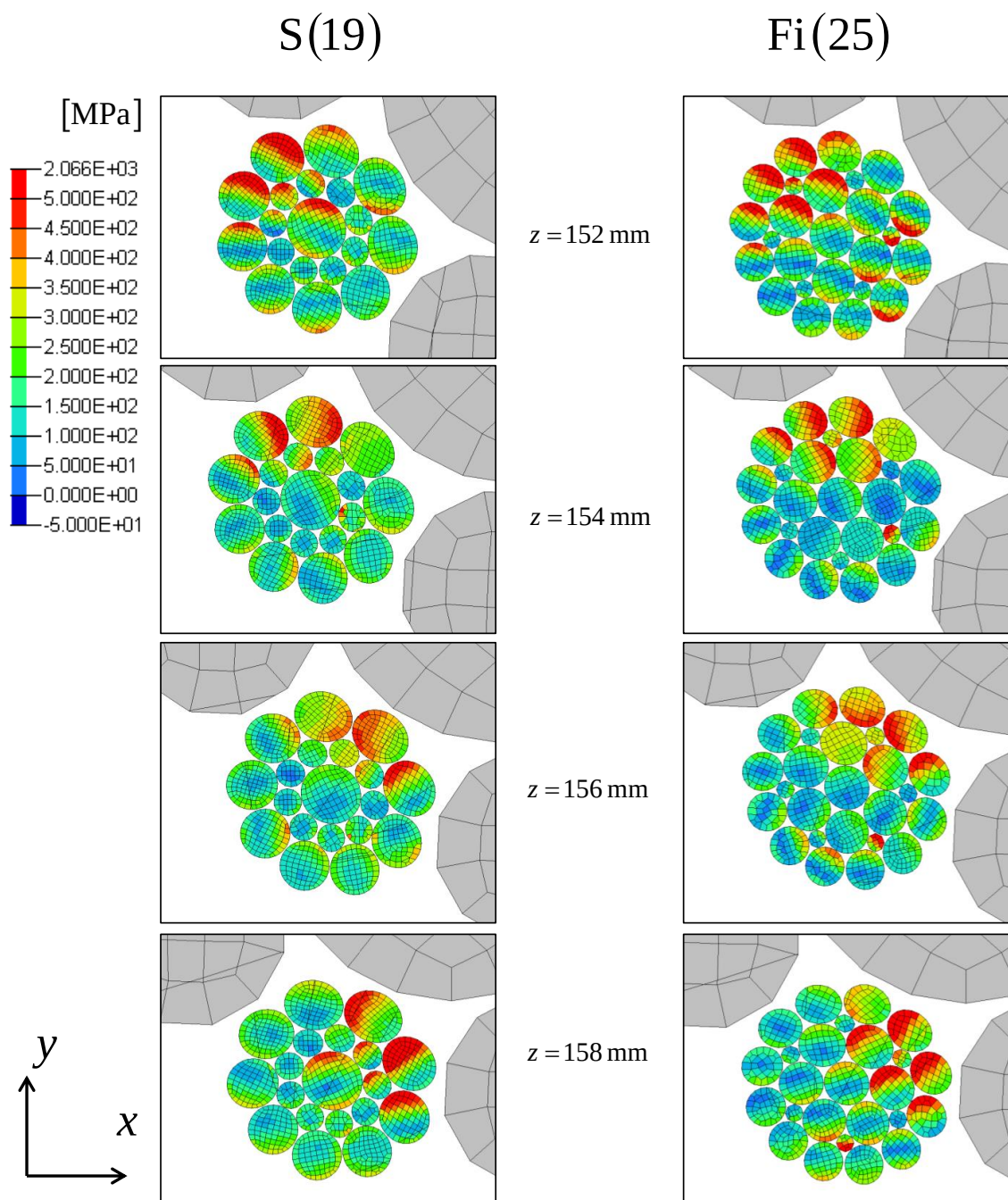


図 3.24 ミーゼス応力断面コンター図 (U 溝) .

おおよそ素線の応力は素線長手方向の引張が支配的であるため、図 3.20 に示した最大主応力とおおまかな傾向は一致する。その中であっても、Fi (25) ストランド内で最も細いフィラー線と呼ばれる素線のうちの 1 本についてミーゼス応力の値が高くなっている。そこで、フィラー線を抜粋し、ミーゼス応力についてのコンターと最大・最小主応力についてのベクトルとを併せて図 3.25 に示す。これより、1 本のフィラー線では特異的に大きな圧縮が発生していることがわかる。これはこの素線形状とロープの曲げの方向とが一致したことが原因と考えられる。

また、図 3.26 に示すように、素線どうしの接触が発生している箇所ではミーゼス応力が局所的に大きくなっている。このような現象は有限要素法解析を行うことによって初めて把握できるものである。またこのことから、素線間接触が素線の応力状態に与える影響は十分に考慮すべきであると言える。

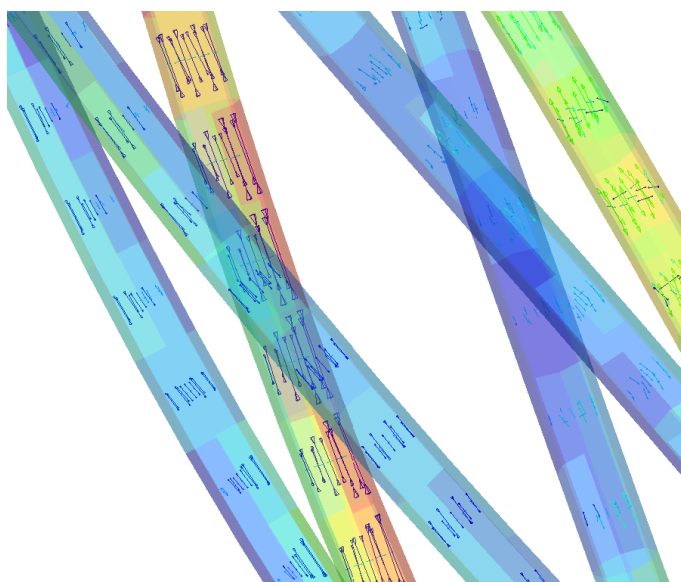


図 3.25 フィラー線応力図（コンター:ミーゼス応力，ベクトル：最大・最小主応力）。

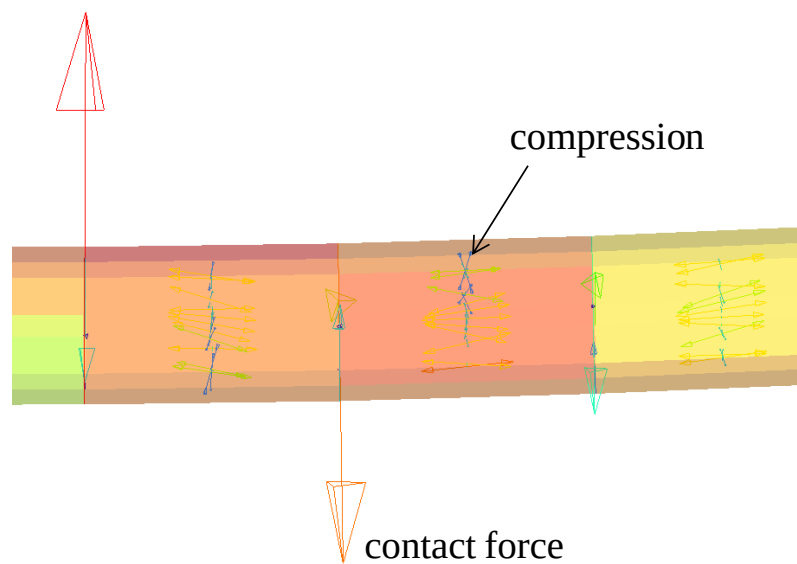


図 3.26 接触箇所に発生する圧縮応力.

シーブ溝形状の影響

シーブ溝の形状の違いがもたらす，素線の応力状態，接触状態の差異について考察する．

溝形状がU溝とアンダーカット溝それぞれのモデルについて，Fi(25)型ロープの素線に発生したミーゼス応力の断面コンター図を図3.27に示す．

図3.27を見る限りではフィラー線の圧縮応力の大きさについてはわずかな差異が見られるものの，その他は両者ほぼ一致した．

ここで，全体解析の解析結果として，シーブとストランドとの接触状況を図3.28に接触荷重のコンター図として示す．図3.28からわかるように，シーブの溝径がロープ径と比較してやや小さかったため，ロープがシーブ溝の底部まで圧入せず，アンダーカット溝の有無による影響を把握することはかなわなかった．シーブの溝径についてモデリングから見直す必要があると考えられる．

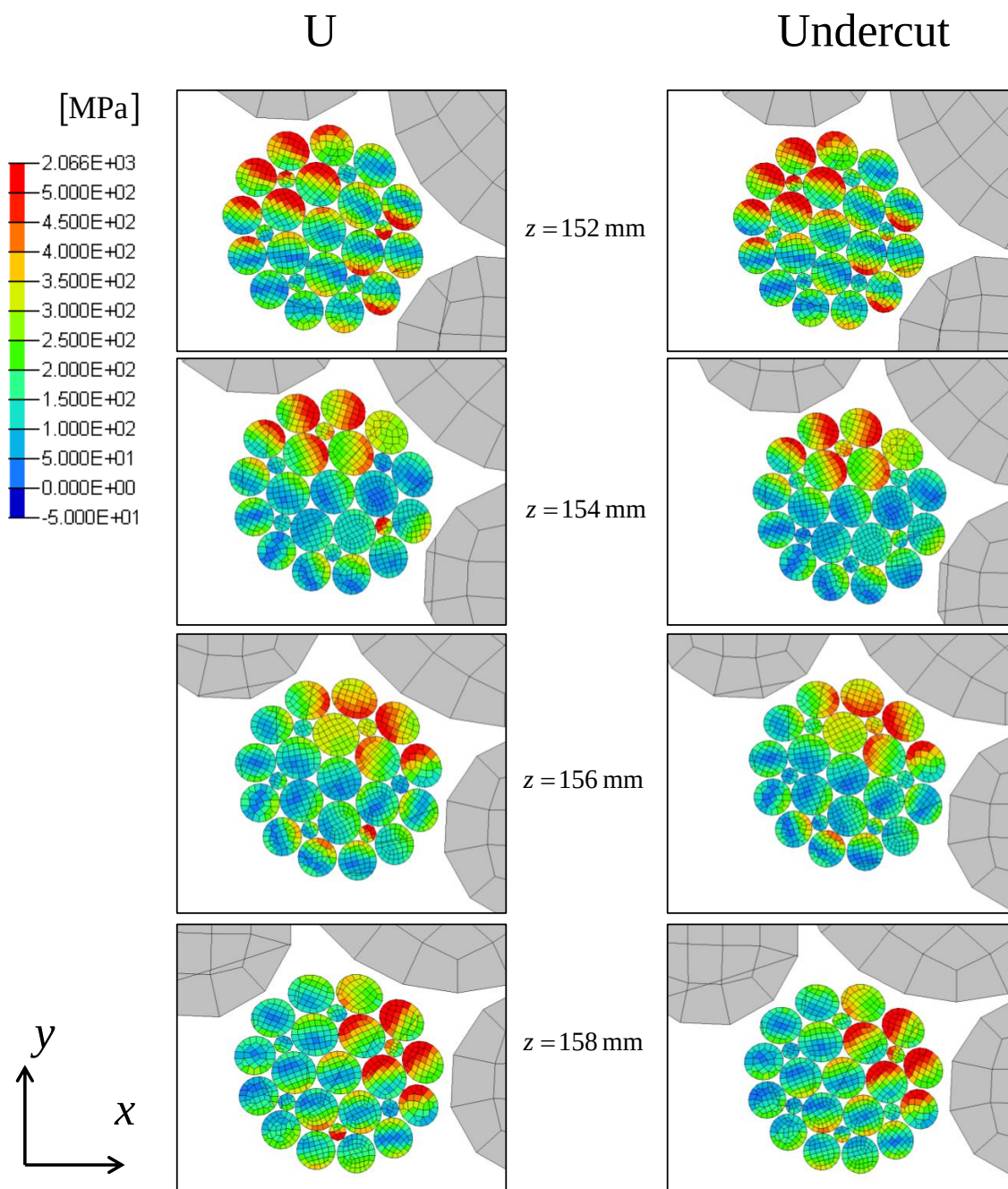


図 3.27 ミーゼス応力断面コンター図 (U 溝とアンダーカット溝との比較)。

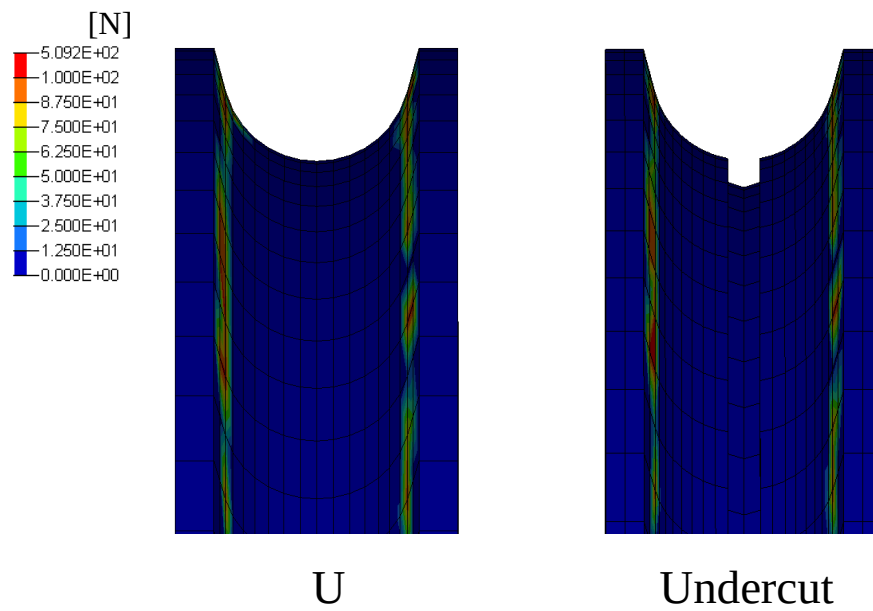


図 3.28 シーブと簡略化ストランドとの接触によって発生する接触荷重のコンター図.

3.5 考察

接触荷重のコンター図から，ストランド内の全素線について接触が発生していることがわかる．特に，ロープ芯に最も近い Bed 部において素線間接触が多く発生する傾向が見られた．Bed 部のような，損傷を外見から把握することが難しい内部の素線についても摩耗から断線を引き起こす可能性がある．

最大主応力はシーブに沿った曲げによって引き起こされる引張の影響が大きい事がわかる．引張を受ける箇所は隣接ストランドと近いが，あるいは素線間の接触が多いロープ芯近くであることから，仮にこれらの接触によって素線の摩耗損傷が引き起こされた場合にき裂進展が進みやすい可能性がある．

第4章 結論

4.1 結論

本研究では、エレベータ用として広く使用されている2種類のワイヤロープを対象として、引っ張り曲げの有限要素法解析を、ズームングの手法を用いて行った。この解析結果から、素線どうしの接触状態のほか、素線に発生する主応力やミーゼス応力について考察を行った。

この手法を用いれば、種々の荷重条件、異種ロープ等、様々な条件における解析を簡便に行うことが可能となり、ワイヤロープの損傷メカニズム解明への糸口となりうる。

4.2 今後の展望

素線の接触をより詳細に精度高く解析するためには、詳細解析における現状のメッシュサイズでは細かさが不十分である。今後はより細かなメッシュを施し、接触解析の精度を高めていく必要がある。

素線はワイヤロープ製造の前段階においてダイスによる伸線加工を施されるため、結晶異方性を持つ。また、素線の接触は線接触が主であり、これによって大きな圧力が発生する。そのため接触部では素線は塑性変形の域に達していると考えられる。このような素線の材料特性についても有限要素法解析の中でモデル化することで、より現実のロープに即した挙動のシミュレーションが可能となると考えられる。本研究の共同研究先である三菱電機株式会社では、ワイヤロープから切り出した素線に対してインデンテーション試験が行われ、素線の材料特性データが取得されている。

実際のエレベータ用ワイヤロープではシーブとの接触、摺動によって発生する外層素線の摩耗が主たる問題であると言われているため、今後は素線とシーブ間の接触をより詳細に把握できるモデルを構築する必要がある。

謝辞

本研究は、著者が酒井・泉研究室在籍中に泉聡志教授のご指導のもと行なったものです。泉教授には学部生時代から3年間に渡って大変お世話になりました。研究に行き詰まった際、的確なご指導をいただきましたこと心よりお礼申し上げます。

酒井教授には研究会などにおいて貴重なご意見をいただき、研究の方針を決める上で助けとなりました。安全性やメンテナンスといったテーマで興味深いお話も多くいただき、大変勉強になりました。ありがとうございました。

三菱電機株式会社の中川博之様、角谷治彦様には研究を進めるにあたってのご助言をいただいたほか、研究所見学の機会をいただき、またワイヤロープやシーブの形状に関するデータや試験データ等を多数提供していただきました。多大なるご支援をいただき心よりお礼申し上げます。

労働安全衛生総合研究所の山際謙太様には、ワイヤロープの有限要素法解析というテーマに着手するきっかけをいただきました。研究所にて行われているワイヤロープの疲労試験に関してご紹介いただいたり、試験データを提供していただいたりと大変お世話になりました。

アルテアエンジニアリング株式会社には有限要素法解析ソフトウェアプラットフォームである HyperWorks をご提供いただき、解析に関する質問にも懇切丁寧にご回答いただきました。中でも柴田一朗様には研究方針についてのアドバイスを賜るなど、大変お世話になりました。ありがとうございました。

原祥太郎特任講師には別のテーマで研究を行っていた修士1年生時にご指導を頂きました。いつも気さくに接してくださりありがとうございました。

田中展助教には研究室内での作業について、いろいろな方面で大変頼りにさせていただきました。また、いつも楽しく研究室全体を盛り上げてくださりありがとうございました。

波田野明日可助教にも研究室の環境について日頃よりご配慮をいただきました。特にリンゴやみかんなどの差し入れを頂きまして、ありがとうございました。美味しかったです。

秘書の皆様には旅費申請等の事務処理など、研究活動のサポートを行っていただきました。おかげさまで研究活動を円滑に行うことができました。ありがとうございました。

博士課程1年の高本聡さんには、研究についてのみならず、計算機の使い方等数多くのご助言をいただきました。大変博識で、興味深いお話をたくさん聞かせていただきました。ありがとうございました。

また、同期の皆さんのおかげで楽しい研究室生活をおくることができました。荒牧君は留学から帰ってきてグローバルになっていて、刺激を受けました。磯崎君にはたくさん笑いを提供してもらいました。いじられ役お疲れ様でした。井上君はいつもイケメンでした。何事にもこだわる姿勢は尊敬です。近藤君はともに HyperWorks を使っていたこともあり、よく相談にのってもらいました。皆さん本当にありがとうございました。

その他研究室のメンバーは皆さんとても個性的で、楽しく刺激的な環境の中研究ができました。ありがとうございました。

このほか、本研究活動を支えてくださったすべての皆様に深く感謝いたします。

参考文献

- [1] 日本エレベーター協会. 昇降機百科 エレベーターの駆動の仕組み. <http://www.n-elekyo.or.jp/encyclopedia/mechanism/elevator.html>.
- [2] 昇降機等事故調査部会. 平和台駅エレベーター主索破断事故調査報告書. <http://www.mlit.go.jp/common/000188107.pdf>, 2012.
- [3] 昇降機等事故調査部会. 東京都内エレベーター事故調査報告書. <http://www.mlit.go.jp/common/001058725.pdf>, 2014.
- [4] Federico H Hruska. Radial forces in wire ropes. *Wire and wire products*, Vol. 27, No. 5, pp. 459–463, 1952.
- [5] FH Hruska. Tangential forces in wire ropes. *Wire and wire products*, Vol. 28, No. 5, pp. 455–460, 1953.
- [6] A.E.H. Love. *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. Dover Publications Inc., 1944.
- [7] RH Knapp. Derivation of a new stiffness matrix for helically armoured cables considering tension and torsion. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 14, No. 4, pp. 515–529, 1979.
- [8] G.A. Costello. *Theory of Wire Rope*. Mechanical Engineering Series. Springer New York, 1997.
- [9] Mohammed Raoof and Ivana Kraincanic. Analysis of large diameter steel ropes. *Journal of engineering mechanics*, Vol. 121, No. 6, pp. 667–675, 1995.
- [10] S Nabijou and RE Hobbs. Fatigue of wire ropes bent over small sheaves. *International Journal of Fatigue*, Vol. 16, No. 7, pp. 453–460, 1994.
- [11] 田中正清, 鴻巣真二. S 曲げ疲労を受けるワイヤロープの損傷挙動の定量評価: IWRC 6× Fi (29) の場合. *材料*, Vol. 44, No. 503, pp. 1086–1091, 1995.

-
- [12] Marco Giglio and Andrea Manes. Bending fatigue tests on a metallic wire rope for aircraft rescue hoists. *Engineering Failure Analysis*, Vol. 10, No. 2, pp. 223–235, 2003.
- [13] M Giglio and A Manes. Life prediction of a wire rope subjected to axial and bending loads. *Engineering Failure Analysis*, Vol. 12, No. 4, pp. 549–568, 2005.
- [14] M Roshan Fekr, G McClure, and M Farzaneh. Application of adina to stress analysis of an optical ground wire. *Computers & structures*, Vol. 72, No. 1, pp. 301–316, 1999.
- [15] WG Jiang, MS Yao, and JM Walton. A concise finite element model for simple straight wire rope strand. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 41, No. 2, pp. 143–161, 1999.
- [16] WG Jiang, JL Henshall, and JM Walton. A concise finite element model for three-layered straight wire rope strand. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 42, No. 1, pp. 63–86, 2000.
- [17] Wen-Guang Jiang. A concise finite element model for pure bending analysis of simple wire strand. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 54, No. 1, pp. 69–73, 2012.
- [18] 佐々木康二, 岩倉昭太, 高橋龍彦, 守谷敏之, 古川一平. 統計的手法に基づくワイヤロープの曲げ疲労寿命予測. 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 71, No. 707, pp. 1003–1008, 2005.
- [19] Gordana M Kastratović and Nenad D Vidanović. Some aspects of 3D finite element modeling of independent wire rope core. *FME Transactions*, Vol. 39, No. 1, pp. 37–40, 2011.
- [20] E Stanova, G Fedorko, M Fabian, and S Kmet. Computer modelling of wire strands and ropes part II: Finite element-based applications. *Advances in Engineering Software*, Vol. 42, No. 6, pp. 322–331, 2011.
- [21] Cengiz Erdonmez and C Erdem Imrak. A finite element model for independent wire rope core with double helical geometry subjected to axial loads. *Sadhana*, Vol. 36, No. 6, pp. 995–1008, 2011.
- [22] Dagang Wang, Dekun Zhang, Songquan Wang, and Shirong Ge. Finite element analysis of hoisting rope and fretting wear evolution and fatigue life estimation of steel wires. *Engineering Failure Analysis*, Vol. 27, pp. 173–193, 2013.
-

-
- [23] 出口明雄, 小笠原和也, 蜂須賀俊次. エレベータ式立体駐車場用ワイヤロープの疲労損傷機構と寿命評価. 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 79, No. 801, pp. 672–681, 2013.
- [24] V Fontanari, M Benedetti, and BD Monelli. Elasto-plastic behavior of a warrington-seale rope: Experimental analysis and finite element modeling. *Engineering Structures*, Vol. 82, pp. 113–120, 2015.
- [25] 小野進. ワイヤロープの微分幾何学的考察. 日本応用数理学会論文誌, Vol. 3, No. 4, pp. 387–424, 1993.
- [26] E Stanova, G Fedorko, M Fabian, and S Kmet. Computer modelling of wire strands and ropes part I: Theory and computer implementation. *Advances in engineering software*, Vol. 42, No. 6, pp. 305–315, 2011.
- [27] D Elata, R Eshkenazy, and MP Weiss. The mechanical behavior of a wire rope with an independent wire rope core. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, No. 5, pp. 1157–1172, 2004.
- [28] Manuel Munoz Hardy. *Geometric transformation for double helical wire rods*. PhD thesis, University of Hawaii, 2004.
- [29] WS Utting and N Jones. The response of wire rope strands to axial tensile loads—part I. experimental results and theoretical predictions. *International journal of mechanical sciences*, Vol. 29, No. 9, pp. 605–619, 1987.
- [30] WS Utting and N Jones. The response of wire rope strands to axial tensile loads—part II. comparison of experimental results and theoretical predictions. *International journal of mechanical sciences*, Vol. 29, No. 9, pp. 621–636, 1987.
- [31] Altair Engineering, Inc. Radioss 12.0 reference guide, 2013.
- [32] 大沼亥久三, 薄墨正, 徳永邦雄, 中寫正志. 繊維〔3訂版〕. 東京電機大学出版局, 1987.

付 録 A 理論解の導出

A.1 緒言

この付録では Costello の理論 [8] に基づいた理論解の導出過程について述べる。

A.2 細線の力学的つりあい

図 A.1 に示すように、細い素線に複合的な荷重がかかっているケースを考える。負荷によって変形した状態における素線の法線方向を z 軸とし、これに垂直に x 軸と y 軸をとる。

N と N' は素線断面にかかるせん断力のそれぞれ x , y 方向成分であり、 T は張力である。 G と G' は素線断面にかかる曲げモーメントのそれぞれ x , y 方向成分であり、 H はトルクである。 X , Y , Z は素線の単位長さあたりにかかる外力のそれぞれ、 x , y , z 方向成分である。そして、 K , K' , Θ は素線の単位長さあたりにかかるモーメントのそれぞれ、 x , y , z 方向成分である。

κ , κ' によってそれぞれ、 x , y 方向まわりの曲率を示し、 τ によって捩率を表す。

y 軸方向から見た、素線にかかる荷重を図 A.2 に示す。この図から x 方向の力のつりあいは

$$Xds + dN + T\kappa' ds - N'\tau ds = 0 \quad (\text{A.1})$$

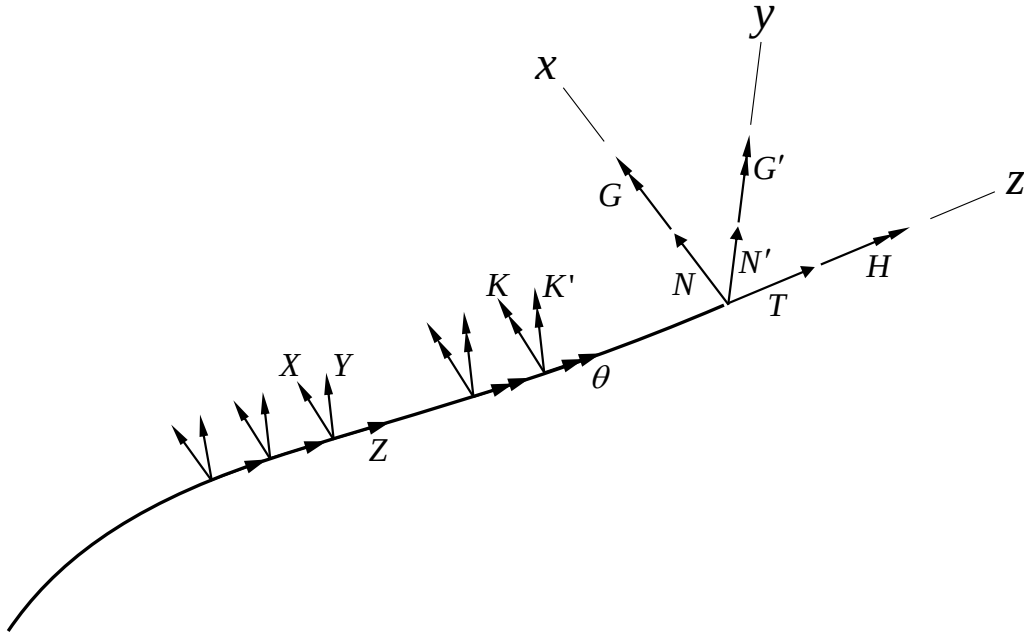


図 A.1 素線にかかる荷重。

と表されることがわかる。

上式の両辺を ds で割ることにより

$$\frac{dN}{ds} - N'\tau + T\kappa' + X = 0 \quad (\text{A.2})$$

が得られる。

同様の手順によって、力のつりあい式とモーメントのつりあい式が以下のように得られる。

$$\frac{dN'}{ds} - T\kappa + N\tau + Y = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{dT}{ds} - N\kappa' + N'\kappa + Z = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{dG}{ds} - G'\tau + H\kappa' - N' + K = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{dG'}{ds} - H\kappa + G\tau + N + K' = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{dH}{ds} - G\kappa' + G'\kappa + \Theta = 0 \quad (\text{A.7})$$

A.3 直ストランドの軸方向応答

半径 R_1 の円形断面を持つ真っ直ぐな中心素線と、半径 R_2 の円形断面を持つ螺旋状の素線 m 本から構成される、真っ直ぐなストランドを想定する。素線はすべて等

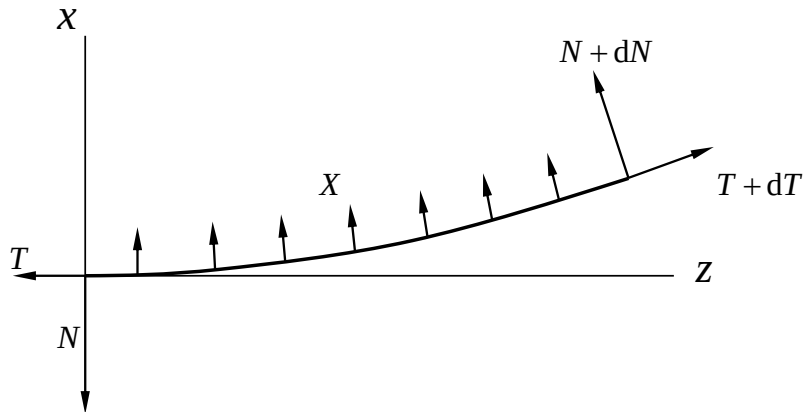


図 A.2 y 軸方向から見た素線にかかる荷重。

方的な弾性体と仮定し、ヤング率を E 、ポアソン比を ν とする。

外側素線の螺旋角を α_2 とする。このように今後下付き文字の 2 は外側素線を示す。

中心素線と外側の素線が接していると仮定すると、この外側素線が描く螺旋の半径 r_2 は

$$r_2 = R_1 + R_2 \quad (\text{A.8})$$

と表される。

また、 α_2 はストランドピッチ p_2 を用いて次式から求まる。

$$\alpha_2 = \tan^{-1} \frac{p_2}{2\pi r_2} \quad (\text{A.9})$$

外側素線の螺旋の曲率と捩率は

$$\kappa_2 = 0 \quad (\text{A.10})$$

$$\kappa'_2 = \frac{\cos^2 \alpha_2}{r_2} \quad (\text{A.11})$$

$$\tau_2 = \frac{\sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{r_2} \quad (\text{A.12})$$

である。

今、このストランドの軸方向に対して外力 F 、トルク M を作用させることを考える。これによりストランドは変形し、外側素線の螺旋が、螺旋半径 $\bar{r}_2$ 、螺旋角 $\bar{\alpha}_2$ へと特性を変化させたとする。

つまり変形後の外側素線の螺旋の曲率と捩率は

$$\bar{\kappa}_2 = 0 \quad (\text{A.13})$$

$$\bar{\kappa}'_2 = \frac{\cos^2 \bar{\alpha}_2}{\bar{r}_2} \quad (\text{A.14})$$

$$\bar{\tau}_2 = \frac{\sin \bar{\alpha}_2 \cos \bar{\alpha}_2}{\bar{r}_2} \quad (\text{A.15})$$

となる。

外側素線には変形後も、単位長さあたりの曲げモーメントがかかっていないと仮定する。つまり $K_2 = K'_2 = 0$ とする。また外側素線の長さ方向に沿って、軸方向の力 T_2 は一定であると仮定する。

これらの仮定のもと、外側素線の力のつりあい式、モーメントのつりあい式を書き下すと以下ようになる。

$$-N'_2 \bar{\tau}_2 + T_2 \bar{\kappa}'_2 + X_2 = 0 \quad (\text{A.16})$$

$$Y_2 = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$Z_2 = 0 \quad (\text{A.18})$$

$$-G_2 \bar{\tau}_2 + H_2 \bar{\kappa}'_2 - N'_2 = 0 \quad (\text{A.19})$$

$$N_2 = 0 \quad (\text{A.20})$$

$$\Theta_2 = 0 \quad (\text{A.21})$$

外側素線を中心線の一部を抜き出し，変形前と変形後についてそれぞれ螺旋を展開した様子を図 A.3 に示す．

ストランドのひずみ ε は変形前のストランド長さ h と変形後のストランド長さ $\bar{h}$

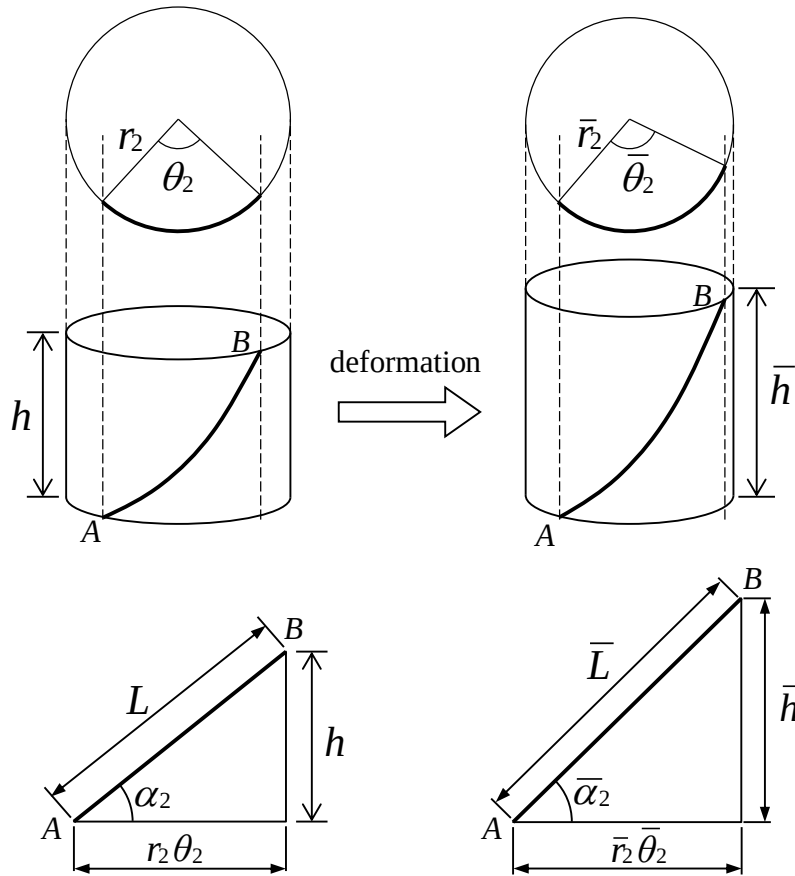


図 A.3 外側素線の変形．

を用いて記述できる.

$$\varepsilon = \frac{\bar{h} - h}{h} \quad (\text{A.22})$$

ストランドのねじれ角は $\bar{\theta}_2 - \theta_2$ であるから, ストランドの比ねじれ角 τ_s は

$$\tau_s = \frac{\bar{\theta}_2 - \theta_2}{h} \quad (\text{A.23})$$

となる.

よって, 外側素線の回転ひずみ β_2 は以下のように記述できる.

$$\beta_2 = r_2 \tau_s = r_2 \frac{\bar{\theta}_2 - \theta_2}{h} \quad (\text{A.24})$$

ここで, 外側素線の軸方向ひずみを ξ_2 とすると,

$$\bar{L} = L(1 + \xi_2) \quad (\text{A.25})$$

であるから, 図 A.3 より, 中心素線の軸方向ひずみ $\xi_1 (= \varepsilon)$ と ξ_2 との間に次の関係があることがわかる.

$$\xi_1 = \varepsilon = \frac{\bar{h} - h}{h} = (1 + \xi_2) \frac{\sin \bar{\alpha}_2}{\sin \alpha_2} - 1 \quad (\text{A.26})$$

同様に, β_2 も以下のように表すことができる.

$$\beta_2 = \frac{r_2}{r_1} \frac{1 + \xi_1}{\tan \bar{\alpha}_2} - \frac{1}{\tan \alpha_2} \quad (\text{A.27})$$

今, 外側素線の変形は微小であり, 以下の 2 式の仮定が導入できるとする.

$$|\Delta \alpha_2| = |\bar{\alpha}_2 - \alpha_2| \ll 1 \quad (\text{A.28})$$

$$\xi_1, \xi_2 \ll 1 \quad (\text{A.29})$$

すると (A.26) は高次の微小項を無視することにより, 以下のように簡潔に表すことができる.

$$\xi_1 = \xi_2 + \frac{\Delta \alpha_2}{\tan \alpha_2} \quad (\text{A.30})$$

(A.27) 式についても同様の手順をとる． $\tan \bar{\alpha}_2$ は次のように近似できる．

$$\tan \bar{\alpha}_2 = \tan(\alpha_2 + \Delta\alpha_2) = \frac{\tan \alpha_2 + \tan \Delta\alpha_2}{1 - \tan \alpha_2 \tan \Delta\alpha_2} \simeq \frac{\tan \alpha_2 + \Delta\alpha_2}{1 - \tan \alpha_2 \Delta\alpha_2} \quad (\text{A.31})$$

また，(A.30) を途中に用いることで次式を得る．

$$\beta_2 = \frac{r_2}{\bar{r}_2} \left(\frac{1 + \xi_2}{\tan \alpha_2} - \Delta\alpha_2 \right) - \frac{1}{\tan \alpha_2} \quad (\text{A.32})$$

変形後の螺旋半径 $\bar{r}_2$ はポアソン比 ν を用いて

$$\bar{r}_2 = R_1 (1 - \nu \xi_1) + R_2 (1 - \nu \xi_2) \quad (\text{A.33})$$

と表されるから，

$$\frac{r_2}{\bar{r}_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 (1 - \nu \xi_1) + R_2 (1 - \nu \xi_2)} \simeq 1 + \nu \frac{R_1 \xi_1 + R_2 \xi_2}{r_2} \quad (\text{A.34})$$

以上より (A.27) 式は最終的に以下の式にまで近似できる．

$$\beta_2 (= r_2 \tau_s) = \frac{\xi_2}{\tan \alpha_2} - \Delta\alpha_2 + \nu \frac{R_1 \xi_1 + R_2 \xi_2}{r_2 \tan \alpha_2} \quad (\text{A.35})$$

例えばストランド全体の変形として軸方向ひずみ ε と比ねじれ角 τ_s の値が与えられると，(A.30)，(A.35) の両式を連立して解くことにより，外側素線の軸方向ひずみ ξ_2 と螺旋角の変分 $\Delta\alpha_2$ の値が導き出される．

ここまでに導出した各近似式を用いることで，曲率の変分 $\Delta\kappa'_2 (= \bar{\kappa}'_2 - \kappa'_2)$ と捩率の変分 $\Delta\tau_2 (= \bar{\tau}_2 - \tau_2)$ が以下のように線形化される．

$$\begin{aligned}
 \Delta\kappa'_2 &= \frac{\cos^2 \bar{\alpha}_2}{\bar{r}_2} - \frac{\cos^2 \alpha_2}{r_2} \\
 &= \frac{2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{r_2} \Delta\alpha_2 + \nu \frac{(R_1 \xi_1 + R_2 \xi_2) \cos^2 \alpha_2}{r_2^2}
 \end{aligned} \tag{A.36}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta\tau_2 &= \frac{\sin \bar{\alpha}_2 \cos \bar{\alpha}_2}{\bar{r}_2} - \frac{\sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{r_2} \\
 &= \frac{1 - 2 \sin^2 \alpha_2}{r_2} \Delta\alpha_2 + \nu \frac{(R_1 \xi_1 + R_2 \xi_2) \sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{r_2^2}
 \end{aligned} \tag{A.37}$$

これらの値を用いて，外側素線にかかる各荷重が以下の式より計算できる．

$$G'_2 = \frac{\pi}{4} ER_2^4 \Delta\kappa'_2 \tag{A.38}$$

$$H_2 = \frac{\pi}{4(1+\nu)} ER_2^4 \Delta\tau_2 \tag{A.39}$$

$$N'_2 = \frac{\cos^2 \alpha_2}{r_2} H_2 - \frac{\sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{r_2} G'_2 \tag{A.40}$$

$$T_2 = \pi ER_2^2 \xi_2 \tag{A.41}$$

外側素線 m 本に作用する力のストランド軸方向成分 F_2 は

$$F_2 = m(T_2 \sin \alpha_2 + N'_2 \cos \alpha_2) \tag{A.42}$$

外側素線 m 本に作用するストランド軸周りのトルク M_2 は

$$M_2 = m(H_2 \sin \alpha_2 + G'_2 \cos \alpha_2 + T_2 r_2 \cos \alpha_2 - N'_2 r_2 \sin \alpha_2) \tag{A.43}$$

中心素線に作用する軸方向の力 F_1 と軸周りのトルク M_1 は

$$F_1 = \pi ER_1^2 \xi_1 \tag{A.44}$$

$$M_1 = \frac{\pi}{4(1+\nu)} ER_1^4 \tau_s \tag{A.45}$$

以上より、ストランド全体にかかる軸方向の力 F と軸周りのトルク M が算出できる。

$$F = F_1 + F_2 \quad (\text{A.46})$$

$$M = M_1 + M_2 \quad (\text{A.47})$$

ここまでで述べた各種の近似過程を経ることで、軸方向の力 F と軸周りのトルク M は軸方向のひずみ ε とねじれ角 τ の線形和として表すことができるようになる。

$$F = C_1 \varepsilon + C_2 \tau \quad (\text{A.48})$$

$$M = C_3 \varepsilon + C_4 \tau \quad (\text{A.49})$$

係数 $C_1, \dots, C_4$ は2種の独立な (ε, τ) ケースについての F, M を求めることから決定することができる。この係数が既知であれば (A.48), (A.49) 両式を参照することで、変形から荷重を求めることも、荷重から変形を求めることもできる。

A.4 直ストランドの曲げ応答

真っ直ぐなストランドが、曲げモーメント m_s を受けることを考える。外側素線が描く螺旋の変形前の曲率と捩率は、螺旋半径を r 、螺旋角を α とすると

$$\kappa = 0 \quad (\text{A.50})$$

$$\kappa' = \frac{\cos^2 \alpha}{r} \quad (\text{A.51})$$

$$\tau = \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{r} \quad (\text{A.52})$$

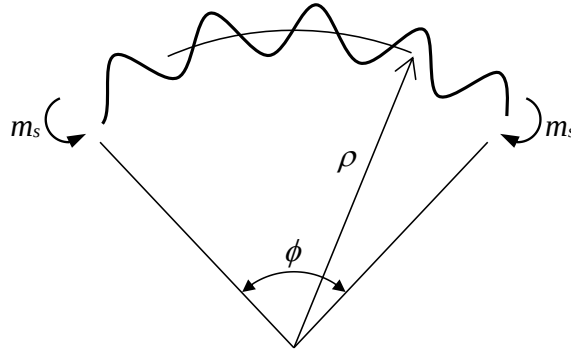


図 A.4 螺旋の曲げ.

である。

外側素線に作用しているのはモーメントのみであるから，

$$X = Y = Z = K = K' = \Theta = N = N' = T = 0 \quad (\text{A.53})$$

よって，モーメントのつりあいの式は以下になる。

$$\frac{dG}{ds} - G\bar{\tau} + H\bar{\kappa}' = 0 \quad (\text{A.54})$$

$$\frac{dG'}{ds} - H\bar{\kappa} + G\bar{\tau} = 0 \quad (\text{A.55})$$

$$\frac{dH}{ds} - G\bar{\kappa}' + G'\bar{\kappa} = 0 \quad (\text{A.56})$$

ただし， $\bar{\kappa}, \bar{\kappa}', \bar{\tau}$ は，変形後の螺旋の曲率，捩率である。

ここで各モーメントと曲率，捩率は以下の関係にある。

$$G = \frac{\pi R^4 E}{4} (\bar{\kappa} - \kappa) \quad (\text{A.57})$$

$$G' = \frac{\pi R^4 E}{4} (\bar{\kappa}' - \kappa') \quad (\text{A.58})$$

$$H = \frac{\pi R^4 E}{4(1+\nu)} (\bar{\tau} - \tau) \quad (\text{A.59})$$

ただし， R は外側素線の断面の円の半径である。

(A.50)～(A.52)，(A.57)～(A.59)式を用いて (A.54)～(A.56)式を書き直すと

$$\frac{dG}{ds} - \frac{4}{\pi R^4 E} \nu G' H - \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{r} G' + \frac{\cos^2 \alpha}{r} H = 0 \quad (\text{A.60})$$

$$\frac{dG'}{ds} + \frac{4}{\pi R^4 E} \nu G H + \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{r} G = 0 \quad (\text{A.61})$$

$$\frac{dH}{ds} - \frac{\cos^2 \alpha}{r} G = 0 \quad (\text{A.62})$$

(A.60)～(A.62)式にそれぞれ G, G', H をかけ，足し合わせることで以下の等式が得られる。

$$\frac{1}{2} \frac{d}{ds} (G^2 + G'^2 + H^2) = 0 \quad (\text{A.63})$$

つまり，螺旋の長さ方向にそって，モーメントの大きさは一定である。

ここで一度、 $\nu = 0$ のケースを考える。

螺旋の持つひずみエネルギー U は素線の長さを l として

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{\pi R^4 E}{4} (\bar{\kappa} - \kappa)^2 + \frac{\pi R^4 E}{4} (\bar{\kappa}' - \kappa')^2 + \frac{\pi R^4 E}{4(1+\nu)} (\bar{\tau} - \tau)^2 \right) ds \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^l \frac{4}{\pi R^4 E} (G^2 + G'^2 + H^2) ds \\
 &= \frac{2 m_s^2 l}{\pi R^4 E}
 \end{aligned} \tag{A.64}$$

曲げモーメント m_s による仕事がひずみエネルギーに等しいから

$$\int_0^\phi m_s(\phi) d\phi = \frac{2 m_s^2 l}{\pi R^4 E} \tag{A.65}$$

両辺を ϕ で微分して

$$m_s = \frac{4 m_s l}{\pi R^4 E} \frac{dm_s}{d\phi} \tag{A.66}$$

$m_s(0) = 0$ より

$$l m_s = \frac{\pi E R^4}{4 l} \phi \tag{A.67}$$

曲げによって生じる曲率は

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\phi}{h} = \frac{\phi}{l \sin \alpha} = \frac{4 m_s}{\pi R^4 E \sin \alpha} \tag{A.68}$$

$\nu \neq 0$ での解はピカールの逐次近似法を用いることで次のように得られる。

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2 + \nu \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha} \frac{4 m_s}{\pi R^4 E} \tag{A.69}$$

ストランドに曲げモーメント M_b がかかる時、モーメントと曲率との関係は

$$M_b = \frac{\pi E}{4} \left(\frac{2 m \sin \alpha_2}{2 + \nu \cos^2 \alpha_2} R_2^4 + R_1^4 \right) \frac{1}{\rho} \tag{A.70}$$

と表される。

つまりストランドの曲げ剛性 A^* は

$$A^* = \rho M_b = \frac{\pi E}{4} \left(\frac{2 m \sin \alpha_2}{2 + \nu \cos^2 \alpha_2} R_2^4 + R_1^4 \right) \tag{A.71}$$

となる。

A.5 ワイヤロープの軸応答

本研究で解析対象とした2種のロープについて、理論解の導出を行う。

A.5.1 $8 \times S(19)$ ロープ

ロープ、ストランドの構成を図A.5に示す。このロープは、19本の素線を撚って作られるストランドを8本、繊維芯の周りに撚ることで構成される。ストランドは中心素線の周りに9本の素線を巻き、さらにその外側に9本の素線を巻くことで構成されており、中心素線と2層目の素線、2層目の素線と3層目の素線はそれぞれ接していると仮定する。繊維芯のヤング率、ポアソン比をそれぞれ E_1, ν_1 とし、素線のヤング率、ポアソン比をそれぞれ E_2, ν_2 とする。

ストランドの一部を拡大して図A.6に示す。

図A.6に示す γ は

$$\cos \gamma = \frac{BD}{BC} = \frac{(R_1 + R_2) \sin \frac{\pi}{8}}{R_2 + R_3} \quad (\text{A.72})$$

から求められる。

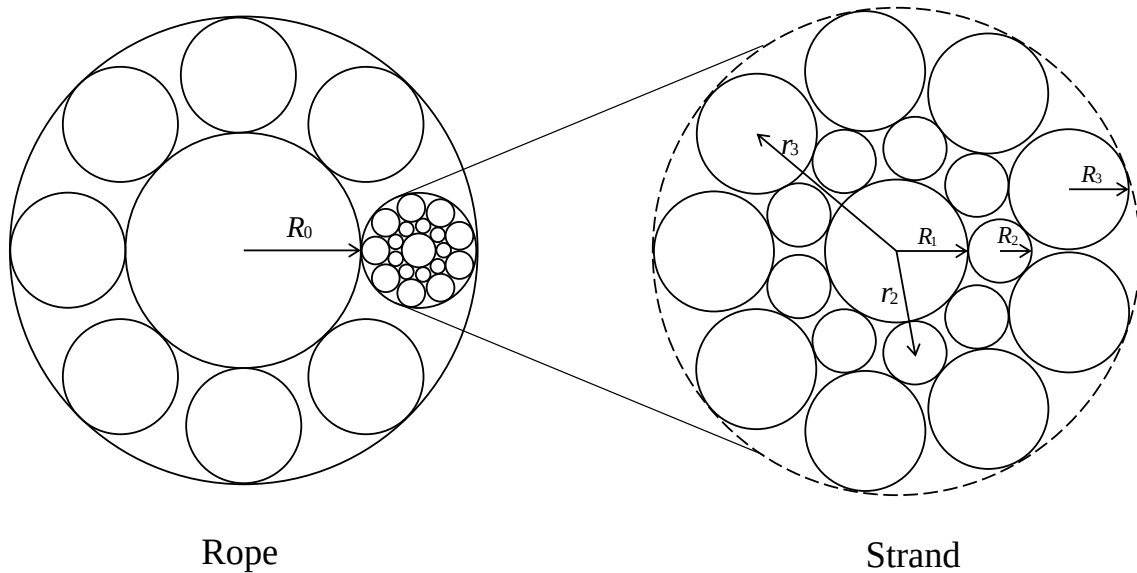


図 A.5 $8 \times S(19)$ ロープ構成。

各素線のストランド中心からの距離は以下の2式で与えられる.

$$r_2 = AB = R_1 + R_2 \quad (\text{A.73})$$

$$r_3 = AD + DC = (R_1 + R_2) \cos \frac{\pi}{8} + (R_2 + R_3) \sin \gamma \quad (\text{A.74})$$

変形後は

$$\bar{r}_2 = r_2 - \nu_2 (R_1 \xi_1 + R_2 \xi) \quad (\text{A.75})$$

$$\bar{r}_3 = r_3 - \nu_2 \left\{ R_1 \xi_1 \cos \frac{\pi}{8} + R_2 \xi_2 \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \gamma \right) + R_3 \xi_3 \sin \gamma \right\} \quad (\text{A.76})$$

で与えられる.

A.3で述べた理論を応用する. ストランドの中心素線の軸方向ひずみ, すなわちストランドの軸方向ひずみを ξ_1 , 2層目の素線の軸方向ひずみを ξ_2 , 最外層素線の軸方向ひずみを ξ_3 とする.

また2層目の素線のストランド中心周りの螺旋角を α_2 , 最外層素線の螺旋角を α_3 とし, これら螺旋角の変分をそれぞれ $\Delta\alpha_2, \Delta\alpha_3$ とする. ただし $\tan \alpha_2, \tan \alpha_3$ は, ストランドピッチを p_s として以下から求められる.

$$\tan \alpha_2 = \frac{p_s}{2\pi r_2} \quad (\text{A.77})$$

$$\tan \alpha_3 = \frac{p_s}{2\pi r_3} \quad (\text{A.78})$$

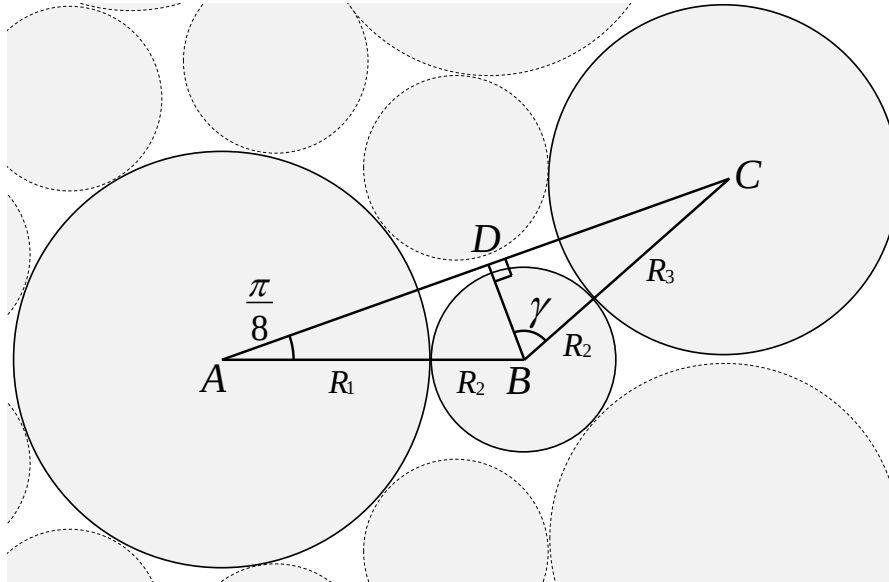


図 A.6 ストランド拡大図 (S(19)).

するとストランド内の螺旋について，変形の関係から以下の 4 式が導かれる．

$$\xi_1 = \xi_2 + \frac{\Delta\alpha_2}{\tan \alpha_2} \quad (\text{A.79})$$

$$\xi_1 = \xi_3 + \frac{\Delta\alpha_3}{\tan \alpha_3} \quad (\text{A.80})$$

$$r_2 \Delta\tau_s = \frac{\xi_2}{\tan \alpha_2} - \Delta\alpha_2 + \nu_2 \frac{R_1 \xi_1 + R_2 \xi_2}{r_2 \tan \alpha_2} \quad (\text{A.81})$$

$$r_3 \Delta\tau_s = \frac{\xi_3}{\tan \alpha_3} - \Delta\alpha_3 + \nu_2 \frac{R_1 \xi_1 \cos \frac{\pi}{8} + R_2 \xi_2 \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \gamma \right) + R_3 \xi_3 \sin \gamma}{r_3 \tan \alpha_3} \quad (\text{A.82})$$

ただし， $\Delta\tau_s$ はストランドの比ねじれ角である．

続いて，ストランド中心がロープ芯周りに描く螺旋について考える．ストランド中心螺旋に関するパラメータは * をつけて表すこととする．この螺旋の螺旋半径 r^* は

$$r^* = R_0 + r_3 + R_3 \quad (\text{A.83})$$

$$= R_0 + (R_1 + R_2) \cos \frac{\pi}{8} + (R_2 + R_3) \sin \gamma + R_3 \quad (\text{A.84})$$

であり，螺旋角 α^* はロープピッチを p_r として

$$\tan \alpha^* = \frac{p_r}{2\pi r^*} \quad (\text{A.85})$$

から求められる．

変形後の螺旋半径 $\bar{r}^*$ は

$$\bar{r}^* = r^* - \left[\nu_1 R_0 \xi_0 + \nu_2 \left\{ R_1 \xi_1 \cos \frac{\pi}{8} + R_2 \xi_2 \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \gamma \right) + R_3 \xi_3 (1 + \sin \gamma) \right\} \right] \quad (\text{A.86})$$

となる．ただし， ξ_0 は繊維芯の軸方向ひずみ，すなわちロープに与えられる軸方向ひずみである．

ロープに与えられる比ねじれ角を τ とすると，この螺旋について，変形の関係が以下の式のように得られる．

$$\xi_0 = \xi_1 + \frac{\Delta\alpha^*}{\tan \alpha^*} \quad (\text{A.87})$$

$$\begin{aligned} r^* \tau = & \frac{\xi_1}{\tan \alpha^*} - \Delta\alpha^* \\ & + \frac{1}{r^* \tan \alpha^*} \left[\nu_1 R_0 \xi_0 + \nu_2 \left\{ R_1 \xi_1 \cos \frac{\pi}{8} + R_2 \xi_2 \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \gamma \right) + R_3 \xi_3 (1 + \sin \gamma) \right\} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.88})$$

また、ストランド内部のねじれはストランド中心螺旋の変形によって生じるものであるから

$$\begin{aligned}
 \Delta\tau_s &= \frac{\sin \bar{\alpha}^* \cos \bar{\alpha}^*}{\bar{r}^*} - \frac{\sin \alpha^* \cos \alpha^*}{r^*} \\
 &= \frac{r^* (\sin \alpha^* + \Delta\alpha^* \cos \alpha^*) (\cos \alpha^* - \Delta\alpha^* \sin \alpha^*)}{\bar{r}^* r^*} - \frac{\sin \alpha^* \cos \alpha^*}{r^*} \\
 &= \frac{(\cos^2 \alpha^* - \sin^2 \alpha^*) \Delta\alpha^*}{r^*} \\
 &\quad + \frac{\sin \alpha^* \cos \alpha^*}{r^{*2}} \left[\nu_1 R_0 \xi_0 + \nu_2 \left\{ R_1 \xi_1 \cos \frac{\pi}{8} + R_2 \xi_2 \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \gamma \right) + R_3 \xi_3 (1 + \sin \gamma) \right\} \right]
 \end{aligned} \tag{A.89}$$

ロープの軸方向ひずみ ξ_0 と比ねじれ角 τ が境界条件として与えられれば、7つの数式 (A.79), (A.80), (A.81), (A.82), (A.87), (A.88), (A.89) を連立して解くことにより、未知数 $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \Delta\alpha_2, \Delta\alpha_3, \Delta\alpha^*, \Delta\tau_s$ の値を得ることができる。

2層目の素線と3層目の素線について、曲率の変分と捩率の変分は以下のとおりとなる。

$$\Delta\kappa'_2 = \frac{2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{r_2} \Delta\alpha_2 + \nu_2 \frac{(R_1 \xi_1 + R_2 \xi_2) \cos^2 \alpha_2}{r_2^2} \tag{A.90}$$

$$\Delta\kappa'_3 = \frac{2 \sin \alpha_3 \cos \alpha_3}{r_3} \Delta\alpha_3 + \nu_2 \frac{\left\{ R_1 \xi_1 \cos \frac{\pi}{8} + R_2 \xi_2 \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \gamma \right) + R_3 \xi_3 \sin \gamma \right\} \cos^2 \alpha_3}{r_3^2} \tag{A.91}$$

$$\Delta\tau_2 = \frac{1 - 2 \sin^2 \alpha_2}{r_2} \Delta\alpha_2 + \nu_2 \frac{(R_1 \xi_1 + R_2 \xi_2) \sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{r_2^2} \tag{A.92}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta\tau_3 &= \frac{1 - 2 \sin^2 \alpha_3}{r_3} \Delta\alpha_3 \\
 &\quad + \nu_2 \frac{\left\{ R_1 \xi_1 \cos \frac{\pi}{8} + R_2 \xi_2 \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \gamma \right) + R_3 \xi_3 \sin \gamma \right\} \sin \alpha_3 \cos \alpha_3}{r_3^2}
 \end{aligned} \tag{A.93}$$

変形量が決定したと仮定して、次に各素線、繊維芯にかかる荷重を計算する。ここ

でも、A.3 で述べた理論に沿って概説する．まずストランド内の中心素線について、

$$F_1 = \pi E R_1^2 \xi_1 \quad (\text{A.94})$$

$$M_1 = \frac{\pi}{4(1+\nu_2)} E_2 R_1^4 \Delta \tau_s \quad (\text{A.95})$$

次に 2 層目の素線について、

$$G'_2 = \frac{\pi}{4} E_2 R_2^4 \Delta \kappa'_2 \quad (\text{A.96})$$

$$H_2 = \frac{\pi}{4(1+\nu_2)} E_2 R_2^4 \Delta \tau_2 \quad (\text{A.97})$$

$$N'_2 = \frac{\cos^2 \alpha_2}{r_2} H_2 - \frac{\sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{r_2} G'_2 \quad (\text{A.98})$$

$$T_2 = \pi E_2 R_2^2 \xi_2 \quad (\text{A.99})$$

$$F_2 = 9(T_2 \sin \alpha_2 + N'_2 \cos \alpha_2) \quad (\text{A.100})$$

$$M_2 = 9(H_2 \sin \alpha_2 + G'_2 \cos \alpha_2 + T_2 r_2 \cos \alpha_2 - N'_2 r_2 \sin \alpha_2) \quad (\text{A.101})$$

同様に 3 層目の素線について、

$$G'_3 = \frac{\pi}{4} E_2 R_3^4 \Delta \kappa'_3 \quad (\text{A.102})$$

$$H_3 = \frac{\pi}{4(1+\nu_2)} E_2 R_3^4 \Delta \tau_3 \quad (\text{A.103})$$

$$N'_3 = \frac{\cos^2 \alpha_3}{r_3} H_3 - \frac{\sin \alpha_3 \cos \alpha_3}{r_3} G'_3 \quad (\text{A.104})$$

$$T_3 = \pi E_2 R_3^2 \xi_3 \quad (\text{A.105})$$

$$F_3 = 9(T_3 \sin \alpha_3 + N'_3 \cos \alpha_3) \quad (\text{A.106})$$

$$M_3 = 9(H_3 \sin \alpha_3 + G'_3 \cos \alpha_3 + T_3 r_3 \cos \alpha_3 - N'_3 r_3 \sin \alpha_3) \quad (\text{A.107})$$

これらから、ストランド 1 本にかかる軸方向荷重 T^* 、軸周りのトルク H^* が次のように計算できる．

$$T^* = F_1 + F_2 + F_3 \quad (\text{A.108})$$

$$H^* = M_1 + M_2 + M_3 \quad (\text{A.109})$$

次に、ストランド 1 本にかかる曲げモーメント G'^* を A.4 で述べた理論に基づいて求める．ストランドの曲げ剛性 A^* は

$$A^* = \frac{\pi E_2 R_1^4}{4} + 9 \frac{\pi E_2 R_2^4}{4} \frac{2 \sin \alpha_2}{2 + \nu_2 \cos^2 \alpha_2} + 9 \frac{\pi E_2 R_3^4}{4} \frac{2 \sin \alpha_3}{2 + \nu_2 \cos^2 \alpha_3} \quad (\text{A.110})$$

と計算でき、ストランド中心螺旋の曲率の変分を $\Delta\kappa^*$ として、曲げモーメント G'^* は

$$\begin{aligned} G'^* &= A^* \Delta\kappa^* = A^* \left(\frac{\cos^2 \bar{\alpha}^*}{\bar{r}^*} - \frac{\cos^2 \alpha^*}{r^*} \right) \\ &= A^* \left[\frac{\cos^2 \alpha^*}{r^{*2}} \left[\nu_1 R_0 \xi_0 + \nu_2 \left\{ R_1 \xi_1 \cos \frac{\pi}{8} + R_2 \xi_2 \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \gamma \right) + R_3 \xi_3 (1 + \sin \gamma) \right\} \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{2\Delta\alpha^* \cos \alpha^* \sin \alpha^*}{r^*} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.111})$$

として求められる.

せん断力 N'^* については以下の式から求めることができる.

$$N'^* = H^* \frac{\cos^2 \alpha^*}{r^*} - G'^* \frac{\sin \alpha^* \cos \alpha^*}{r^*} \quad (\text{A.112})$$

ストランド 8 本にかかる軸方向荷重 F_2^* , トルク M_2^* は以下のとおりである.

$$F_2^* = 8 (T^* \sin \alpha^* + N'^* \cos \alpha^*) \quad (\text{A.113})$$

$$M_2^* = 8 (H^* \sin \alpha^* + G'^* \cos \alpha^* + T^* r^* \cos \alpha^* - N'^* r^* \sin \alpha^*) \quad (\text{A.114})$$

繊維芯にかかる軸方向荷重 F_1^* , トルク M_1^* は

$$F_1^* = \pi E_1 R_0^2 \xi_0 \quad (\text{A.115})$$

$$M_1^* = \frac{\pi}{4(1 + \nu_1)} E_1 R_0^4 \tau \quad (\text{A.116})$$

であるから, ロープ全体に働く軸方向荷重 F とトルク M は

$$F = F_1^* + F_2^* \quad (\text{A.117})$$

$$M = M_1^* + M_2^* \quad (\text{A.118})$$

と求めることができる.

A.5.2 $8 \times \text{Fi}(25)$ ロープ

ロープ, ストランドの構成を図 A.7 に示す. このロープは, 25 本の素線を撚って作られるストランドを 8 本, 繊維芯の周りに撚ることで構成される. ストランドは中心素線の周りに 6 本の素線を巻き, その外側にフィラー線と呼ばれる 6 本の細い

素線を巻いた上で、12本の素線をさらに外側へ巻きつけることで構成されており、中心素線と2層目の素線、2層目の素線と3層目の素線、2層目の素線と4層目の素線がそれぞれ接していると仮定する。十分に現実に近いストランド構成をモデル化すれば、3層目と4層目が接していると仮定した場合の解との誤差は無視できるものと考えられる。繊維芯のヤング率、ポアソン比をそれぞれ E_1, ν_1 とし、素線のヤング率、ポアソン比をそれぞれ E_2, ν_2 とする。

1, 2, 3層目に着目して拡大した図を図A.8に示す。

図A.8に示す γ は

$$\cos \gamma = \frac{BD}{BC} = \frac{(R_1 + R_2) \sin \frac{\pi}{6}}{R_2 + R_3} \quad (\text{A.119})$$

から求められる。

1, 2, 4層目に着目して拡大した図を図A.9に示す。

図A.9に示す δ は

$$\cos \delta = \frac{BF}{BE} = \frac{(R_1 + R_2) \sin \frac{\pi}{12}}{R_2 + R_4} \quad (\text{A.120})$$

から求められる。

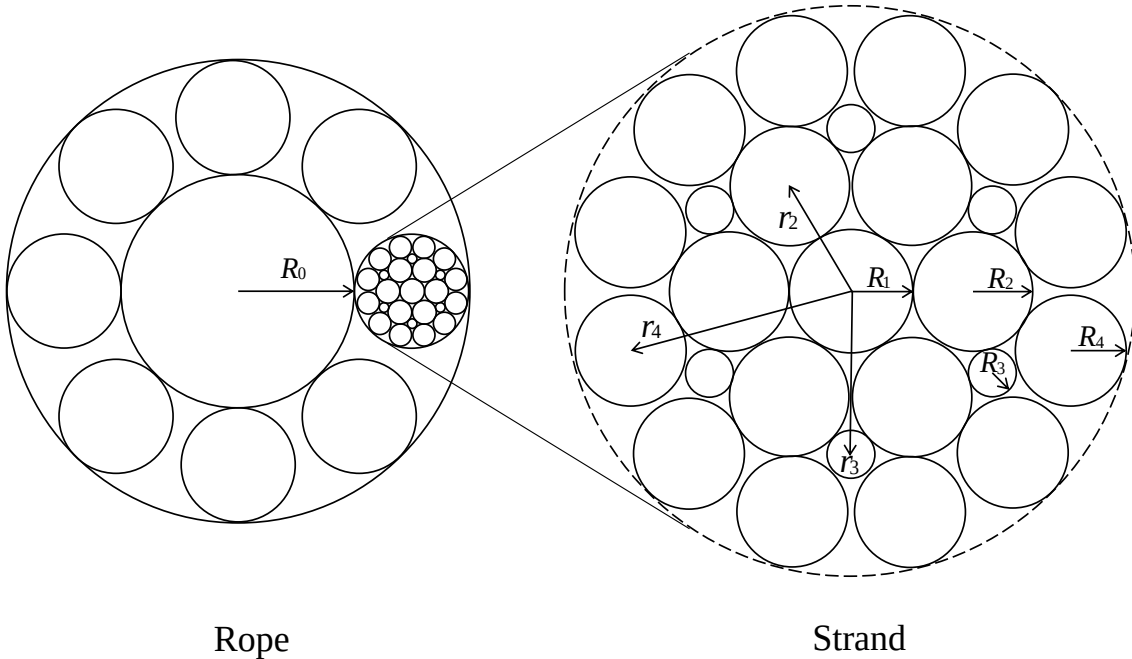


図 A.7 8×Fi(25) ロープ構成。

各素線のストランド中心からの距離は以下の3式で与えられる.

$$r_2 = AB = R_1 + R_2 \quad (\text{A.121})$$

$$r_3 = AD + DC = (R_1 + R_2) \cos \frac{\pi}{6} + (R_2 + R_3) \sin \gamma \quad (\text{A.122})$$

$$r_4 = AF + FE = (R_1 + R_2) \cos \frac{\pi}{12} + (R_2 + R_4) \sin \delta \quad (\text{A.123})$$

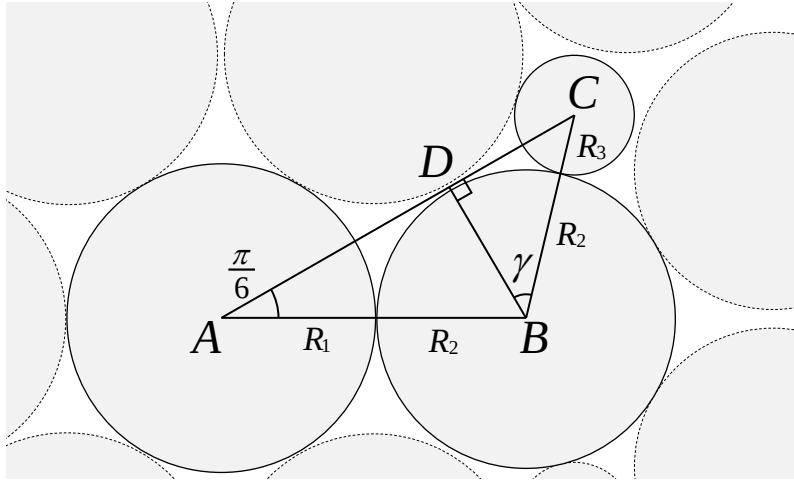


図 A.8 ストランド拡大図 (Fi (25) 1,2,3 層).

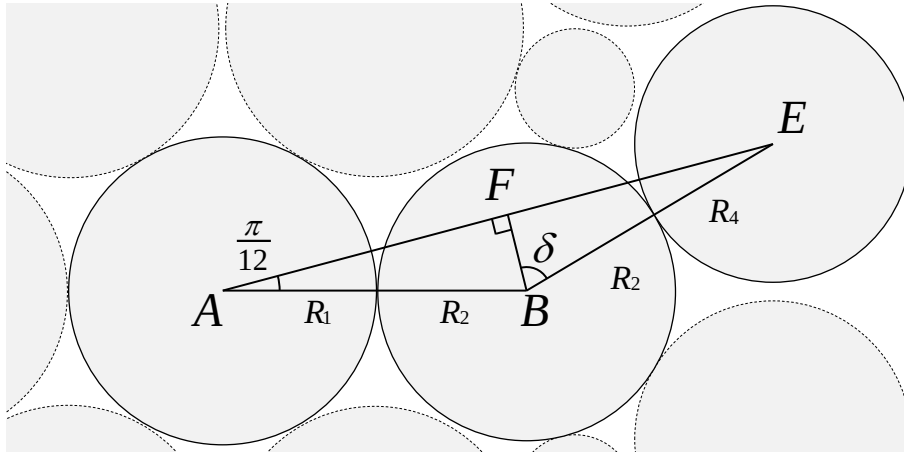


図 A.9 ストランド拡大図 (Fi (25) 1,2,4 層).

変形後は

$$\bar{r}_2 = r_2 - \nu_2 (R_1 \xi_1 + R_2 \xi) \quad (\text{A.124})$$

$$\bar{r}_3 = r_3 - \nu_2 \left\{ R_1 \xi_1 \cos \frac{\pi}{6} + R_2 \xi_2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + \sin \gamma \right) + R_3 \xi_3 \sin \gamma \right\} \quad (\text{A.125})$$

$$\bar{r}_4 = r_4 - \nu_2 \left\{ R_1 \xi_1 \cos \frac{\pi}{12} + R_2 \xi_2 \left(\cos \frac{\pi}{12} + \sin \delta \right) + R_4 \xi_4 \sin \delta \right\} \quad (\text{A.126})$$

で与えられる.

以降は $8 \times S(19)$ ロープと同様の手順によって, 軸方向応答を得ることができる.

付 録 **B** ワイヤロープ形状パラメータ

B.1 緒言

この付録では、本研究において解析対象とした2種のロープ8×S(19), 8×Fi(25)それぞれの幾何形状作成時に用いたパラメータを示す。

B.2 ワイヤロープ形状パラメータ

S(19)ストランドとFi(25)ストランドのパラメータをそれぞれ表B.1, 表B.2に示す。また両種ロープの幾何形状作成に用いた共通のパラメータを表B.3に示す。

表 B.1 S(19) ストランドの形状パラメータ.

	ストランド中心 本数	からの距離 [mm]	素線径 [mm]
中心素線	1	0	0.773
2層目	9	0.575	0.363
3層目	9	1.02	0.66

表 B.2 Fi(25) ストランドの形状パラメータ.

	ストランド中心 本数	からの距離 [mm]	素線径 [mm]
中心素線	1	0	0.58
2層目	6	0.58	0.57
3層目	6	0.792	0.24
4層目	12	1.09	0.52

表 B.3 ロープの形状パラメータ.

ロープ中心とストランド中心の距離	3.8 mm
芯綱径	2.5 mm
ストランド数	8
ロープピッチ	65 mm
ストランドピッチ	18 mm
ロープ撚り方向	Z 撚り
撚り方	普通撚り

付 録 C ワイヤロープ形状作成コード

C.1 緒言

この付録では著者が開発したワイヤロープ形状作成コードについて述べる。

C.2 機能

エクセルシート上に、ロープに関する各種パラメータを入力した後にデータ作成ボタンをクリックすることにより、自動でCADソフトウェアSolidWorksを起動して各素線、あるいは簡略化ストランド等の形状を作成し、アセンブリファイルとして出力する。素線中心の座標を求める計算式は第2章で述べた考え方に基づいている。本コードはExcel VBAによって記述した。

素線まで詳細にモデル化した詳細モデルや、ストランド簡略化モデル、そして真直ストランドモデルの出力に対応し、これら複数のモデルを同時に作成することも可能である。

このエクセルシートを図C.1に示す。

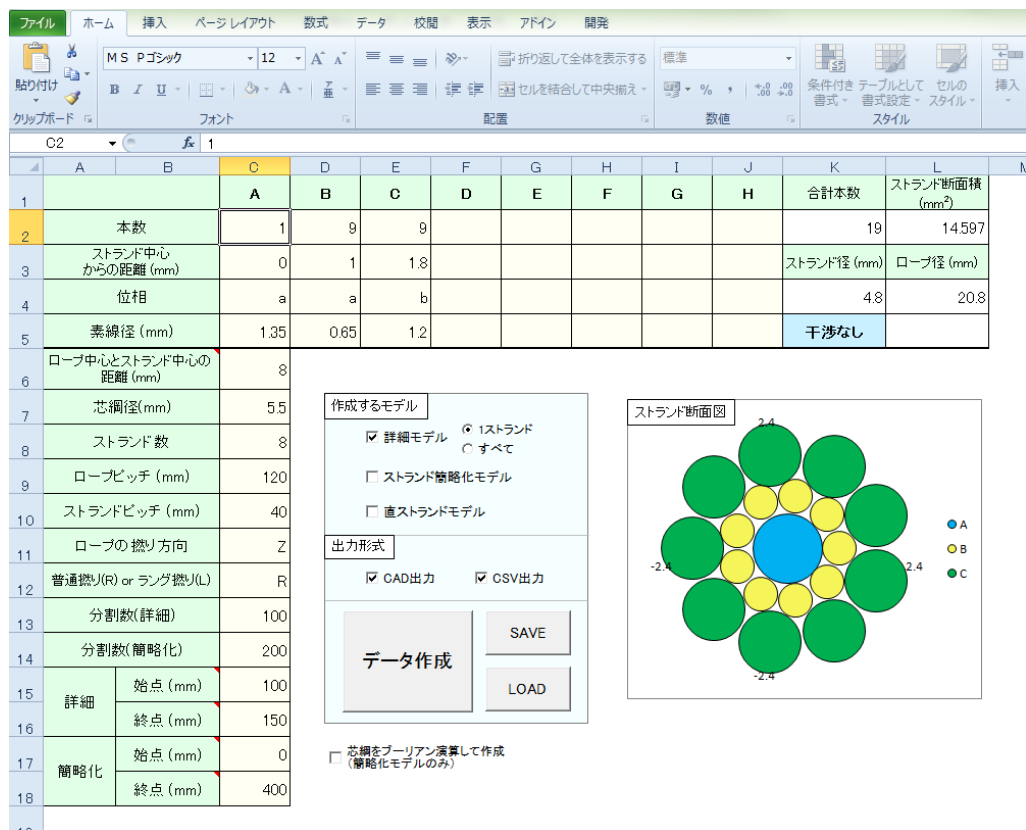


図 C.1 エクセルシート。

本コードを用いることでワイヤロープの形状作成作業にかかる時間を短縮することが可能となり，多種ロープの形状データ生成やパラメータの微調整といった作業が大幅に簡略化される．

以上

p.1 ～ p.88 完

平成27年2月5日 提出

東京大学大学院工学系研究科 機械工学専攻

136213 寺田 偉紀