

修士論文

衝撃力を受けるき裂を有する
アルミ合金平板の
動的有限要素法解析

2017 年 2 月 2 日

指導教員 酒井 信介 教授

37-156217 中井 佑

目次

1	序論	7
1.1	研究の背景	8
1.2	研究の目的及び手法	10
1.3	本論文の構成	11
2	アルミニウム合金の変形と破壊	12
2.1	アルミニウム合金の変形	13
2.2	アルミニウム合金の破壊	14
2.2.1	金属材料の破壊	14
2.2.2	応力三軸度と破壊の関係	14
3	破壊理論と数値解析法	16
3.1	延性き裂進展におけるモデルと既存の理論	17
3.2	破壊力学	18
3.3	損傷力学	20
3.4	破壊現象における現状の課題と有限要素法	21
3.4.1	有限要素法	21
3.4.2	破壊力学と損傷力学の有限要素法への適用	21
3.4.3	その他の数値解析手法の適用と課題	22
4	円管衝撃座屈解析	23
4.1	座屈に関する先行研究	24
4.2	解析条件とモデル設定	26
4.2.1	実験モデル	26
4.2.2	解析モデル	30
4.2.3	パラメータスタディ	35
4.2.4	結言	39
5	き裂進展解析	40
5.1	節点解放モデル	41
5.1.1	先行研究	41
5.1.2	解析モデル	41
5.1.3	考察	エラー! ブックマークが定義されていません。
5.2	要素削除モデル	45
5.2.4	解析モデル	45
5.2.5	結果	47
5.2.6	考察	48
6	円管衝撃破壊解析	49
6.1	実験モデル	50

7	き裂を有するアルミ合金平板のき裂進展	55
7.1	先行研究	56
7.2	実験モデル	57
8	結言	73
謝辞		75
参考文献		76

図表目次

Fig. 1-1 Isogrid structure	9
Fig. 1-2 Rocket under Conditions.....	10
Fig. 2-1 Critical Effective Plastic Strain vs Triaxiality.	15
Fig. 4-1 Aluminum Cylinder and GAS gun under Experiment	26
Fig. 4-2 Conditions of Experiment	27
Fig. 4-3 Aluminum Cylinder and GAS gun under Experiment (Picture)	27
Fig. 4-4 aluminum impact test experiment $t = 0.0$ m sec.....	27
Fig. 4-5 aluminum impact test experiment $t = 0.18$ m sec.....	28
Fig. 4-6 aluminum impact test experiment $t = 0.36$ msec.....	28
Fig. 4-7 aluminum impact test experiment $t = 0.54$ msec.....	29
Fig. 4-8 aluminum impact test experiment $t = 0.72$ msec.....	29
Fig. 4-9 aluminum impact test specimen after impact	30
Fig. 4-10 Calculating Conditions.....	30
Fig. 4-11 Constitutive law 1	31
Fig. 4-12 Constitutive law 2	31
Fig. 4-13 Constitutive law 2[92]	31
Fig. 4-14 Constitutive law 3	31
Fig. 4-15 Mesh Model	32
Fig. 4-16 Analysis result $t = 0.14$ ms	32
Fig. 4-17 Analysis result $t = 0.39$ ms	33
Fig. 4-18 Analysis result $t = 0.70$ ms	33
Fig. 4-19 Analysis result $t = 1.4$ ms	34
Fig. 4-20 Analysis result $t = 3.1$ ms	34
Fig. 4-21 Analysis result Rigid wall Load vs Time	35
Fig. 4-22 Comparison with analysis and experimentエラー! ブックマークが定義されていま せん。	
Fig. 5-1 Conditions of Analysis	42
Fig. 5-2 Parameters and Constitutive law[9]	42
Fig. 5-3 Calculation Conditions.....	43
Fig. 5-4 Stress Intensity Factors	44
Fig. 5-5 Contour of principal stress 1	44
Fig. 5-6 J integrals	44
Fig. 5-7 Crack tip Stress Field on differen speed of crack propagation (Freund) [44]	45
Fig. 5-8 Calculating Conditions.....	46
Fig. 5-9 Parameters and Constitutive law[92]	46

Fig. 5-10 Calculating Models	46
Fig. 5-11 Eroded Energy vs Time	47
Fig. 5-12 Eroded Energy and total energy vs Time.	47
Fig. 5-13 J integrals vs crack tip velocity	48
Fig. 6-1 specimen of offset impact isotropic view.....	50
Fig. 6-2 specimen of offset impact top view	50
Fig. 6-3 specimen of offset impact side view	51
Fig. 6-4 specimen of offset impact front view	51
Fig. 6-5 Calculated specimen of offset impact (EFFEPS)	52
Fig. 6-6 Calculated specimen of offset impact (EFFSSH)	52
Fig. 6-7 Calculated specimen of offset impact (MXEPS1)	53
Fig. 6-8 Calculated specimen of offset impact (EFFSIG)	53
Fig. 7-1 Calculating Model 1-4	57
Fig. 7-2 impactor	58
Fig. 7-3 Calculating conditions 1-4	58
Fig. 7-4 Parameters (SJC)[94]	58
Fig. 7-5 Calculating Model 2 front view	59
Fig. 7-6 crack tips	59
Fig. 7-7 Calculating Model 1-3	60
Fig. 7-8 Calculating Model 4.....	60
Fig. 7-9 Calculating result 4	61
Fig. 7-10 Crack Tip Stress Vectors (L)ISOview (R)Front view	61
Fig. 7-11 Partially dense Solid mesh on crack tip	62
Fig. 7-12 Partially dense Solid mesh on crack tip zoom	63
Fig. 7-13 Partially dense Solid mesh on crack tip Result	63
Fig. 7-14 Partially dense Solid mesh on crack tip flow stress $t = 18$ ms	64
Fig. 7-15 Partially dense Solid mesh on crack tip flow stress $t = 19$ ms	64
Fig. 7-16 Partially dense Solid mesh on crack tip flow stress $t = 21$ ms	65
Fig. 7-17 Partially dense Solid mesh on crack tip flow stress $t = 28$ ms	65
Fig. 7-18 Partially dense Solid mesh on crack tip flow stress $t = 31$ ms	66
Fig. 7-19 initial formulation of crack $t = 31$ ms	66
Fig. 7-20 initial formulation of crack $t = 34$ ms	67
Fig. 7-21 impact result.....	68
Fig. 7-22 eroded elements at initial state	71
Fig. 7-23 the result of specimen	72

1 序論

1.1 研究の背景

宇宙産業は、今後の発展が大きく予想される分野である。我が国の宇宙開発は、他国の宇宙開発の現状との比較において実績を鑑みても最先端の高いレベルにあることは言うまでもなく、今後の発展が大きく予想される分野である。一方で国産有人宇宙ロケットの開発とその打ち上げ成功という未だ実現できていない課題が存在する。今後、宇宙航空分野における競争がより激しくなることが予想され、また現在も安全かつ信頼性の高い宇宙ロケットは無人・有人を問わず国際社会において非常に強く求められており、我が国における開発も急務と言える。さて一般に宇宙機に求められる基本的な安全性のうちの一つは、打ち上げに伴う周囲の存在や環境に対する配慮である。制御不可能となった宇宙ロケットは、地上からの自壊命令によって破壊されその場で即時に機能を停止させる操作が行われる。これを『指令破壊』という。指令破壊によってロケット本体及び燃料タンクは破壊され断片化されることになるが、自然環境は勿論、打ち上げ軌道の直下周辺に存在する航路・空路・陸地などに存在する人々に対して、この操作に伴う安全を確保する必要性から、現在の宇宙ロケットの軌道はこれらに被害を及ぼす危険を大きく（過剰に）回避する軌道を選択しているため、打ち上げに対して最適な軌道ではない。また、封鎖する空域や海域も広大であり、打ち上げ能力や全体の運用コストに対して大きな影響を与えている。また我が国にとって非常に貴重な人財である宇宙飛行士の安全を担保するために、非常時にロケットから乗員を退避させる緊急離脱システムである **Launch Abort System (LAS)**の開発が進められている[1][2][4][4]。以上の理由から指令破壊が LAS 本体や内部乗員にどれほどの危害を与えるかという予測が、LAS の開発設計に求められる安全基準要求へとつながる側面が存在する。指令破壊で行われる操作は以下の通りである。①ロケット本体の液化燃料タンクに貼り付けてある線形成形炸薬(LSC)という火工品を作動させる。②燃料タンク外壁を金属ジェットが超高速に切断する。③内部圧力と担持していた内力を開放する。④切断部を起点とした変形に伴って開口部より大気中に燃料を放出する。以上の操作を行うことにより、爆発を伴う燃料タンクの破壊や、破片の飛散を抑制・予防し、アボートに際する搭乗員への安全性やロケット打ち上げ軌道上の地域に対する安全性を向上する措置が取られる。これらの例からわかるように指令破壊に伴う破片の飛散予測の精度向上が強く求められている。ロケット燃料タンクは圧力容器として運用されるだけではなく、ロケット本体の荷重を支える構造体としての能力を有している。これをインテグラルタンク方式と呼ぶ。インテグラルタンク方式を採用することで、ロケット総重量を軽くすることができるが、この結果燃料タンクには内圧だけでなく様々な荷重が作用することになる。さらに、通常の構造体よりも高度な軽量化が求められるため、想定される設計限界荷重と実際の運用荷重との間に安全余裕をとることが出来ず、安全率はおおよそ 1.25 程度で設計されている[5]。このため圧力容器で用いられるアルミ合金の厚みは単純な薄肉円筒として考えると計算上 4mm 程度であり、非常に薄い。すなわち指令破壊に対する応答として、材料の破壊が非常に高速に進行、あるいはき裂が分岐することが予想される。実際にはより全体の重量を抑える設計

がなされており、3mm の板に対して 17mm のリブを有するアイソグリッド構造と呼ばれる構造 (Fig. 1-1) となっている[4]. この破片飛散予測に必要な要素としては、断片化されたロケットの破片の大きさやその分布を明らかにすることである. 即ち、破壊に伴うロケット燃料タンクの大規模な変形・断片化の挙動を精度良く予測することが必要であると言える.

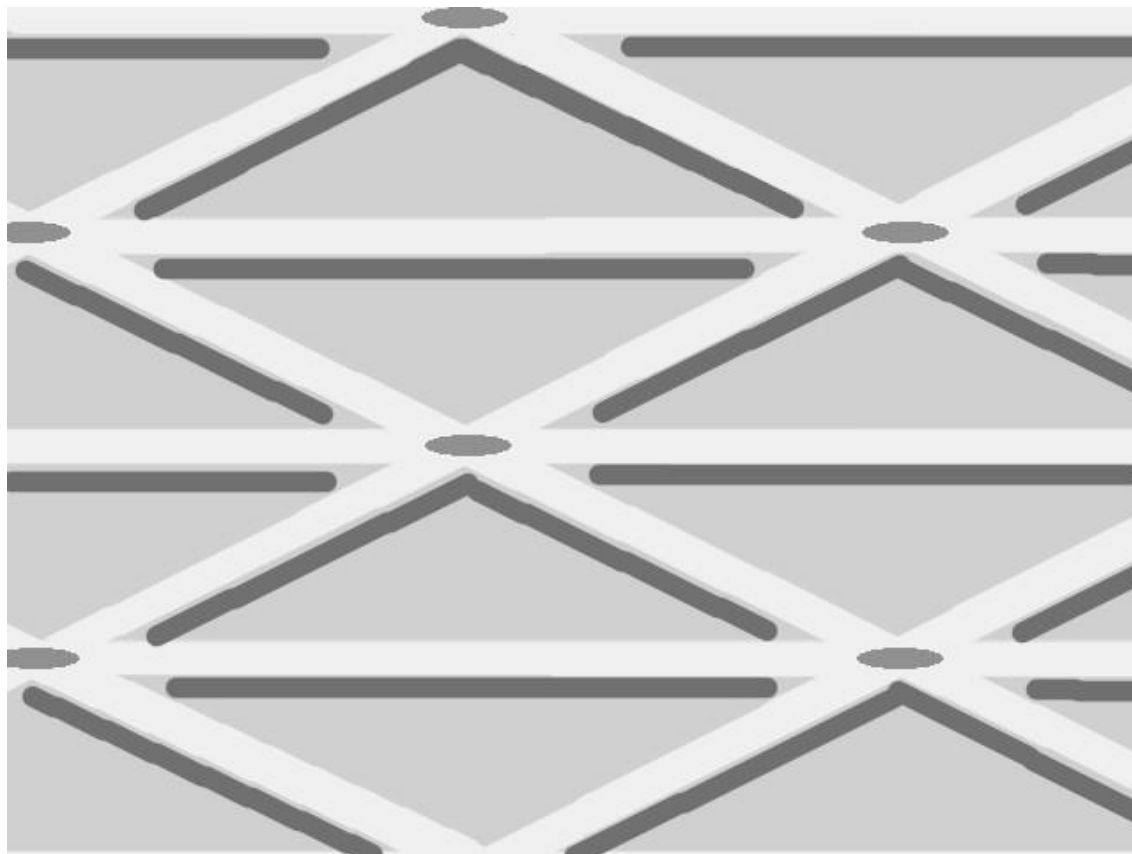


Fig. 1-1 Isogrid structure

1.2 研究の目的及び手法

本研究の目的は、上述の背景で説明されたとおり、火工品によってき裂が生成された圧力容器のき裂進展を精度よく予測することにある。ロケット燃料タンクは内部燃料の圧力が作用するだけでなく、打ち上げ中に機体に作用する空気抵抗、推進力、振動などの影響を受ける。JAXAで採用されている燃料タンクである、インテグラルタンク方式では、圧力容器としてだけでなく、構造体としてロケット本体の荷重を支える作用もあるためにタンク表面に作用する応力場の状態は従来近似されているような、簡単なモデルであるとは考えられない。また、切断と同時に変形し始める燃料タンクの過渡的応答も安全性評価の要となると考えられる。これらを時刻歴ごとに観察することのできる手法が求められているといえる。しかし、ロケット燃料タンクの大きさは直径4mと巨大であり、また、き裂速度も1000 m/sを超えることが予想され、ハイスピードカメラを用いたとしても、き裂進展全体を捉えることは容易ではない。そこで本研究においては、有限要素法を用いて現象のミクロな原因を解析し、また同時に変形の過渡的応答を観察する。燃料タンク側面で予想される変形・破壊形態は、曲げ・座屈・破壊（き裂進展）であり、この内座屈とき裂は不安定問題として長年研究されてきた不安定分岐現象である[6][7]。このため Fig.1-2 に示すとおり、本研究においてはアルミニウムの機械的性質に注目し、座屈を含む構造体の変形問題と、き裂進展（破壊）問題に分けて考えた。

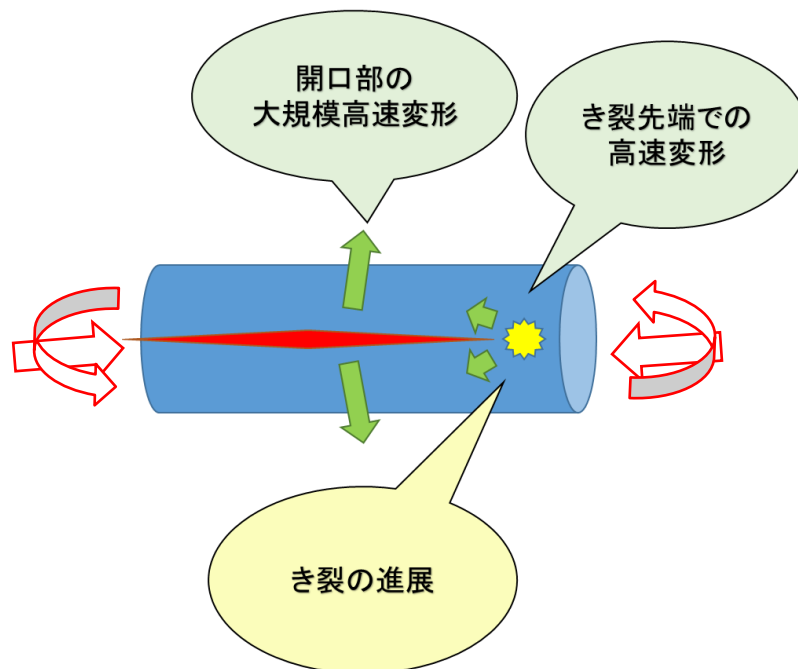


Fig. 1-2 Rocket under Conditions

1.3 本論文の構成

本論文の構成を以下に示す.

第 1 章「序論」

本研究の背景, 従来の研究, および研究の目的を述べる.

第 2 章「アルミニウム合金の変形と破壊」

解析の基本となるアルミニウム合金の機械的性質とその破壊に関する力学的な性質を整理する.

第 3 章「破壊理論と数値解析法」

破壊に関する基礎理論である, 破壊力学と損傷力学の概要について述べ, それらの破壊に関する知見を, 有限要素法を始めとした数値解析手法に取り込んだ場合についての概要を説明する..

第 4 章「円管衝撃座屈解析」

飛翔体によって衝撃圧縮力を受けるアルミニウム合金円管の圧縮座屈応答を通じて, 有限要素法解析の適用を見る.

第 5 章「き裂進展解析」

有限要素法に取り入れた, 破壊の表現による数値的結果を示し, これに基づいた考察と特徴を述べる.

第 6 章「円管衝撃破壊解析」

第 4 章で用いた衝撃圧縮力を受けるアルミニウム合金円管の圧縮座屈問題と同様の実験系を用い, 衝突軸をオフセットすることによりアルミ円筒管を破壊し, これを有限要素法を用いて解析する.

第 7 章「き裂を有するアルミ合金平板のき裂進展」

予め加工によってスリットを導入した航空系アルミ合金平板を飛翔体によって破壊し, これを有限要素法を用いて再現する.

第 8 章「結言」

本研究の結論と今後の課題について述べる.

2 アルミニウム合金の変形と破壊

2.1 アルミニウム合金の変形

アルミニウム合金は延性金属材料に分類されるものがほとんどであり、この変形は弾性領域と塑性領域に分類される。弾性領域において材料は外力に対して微小な変形のみを生じ、また外力によって材料に与えられた仕事によって材料は一意に変形し（解の唯一性）、その仕事は弾性エネルギーとして材料に蓄えられる。アルミニウム合金には転位と呼ばれる材料欠陥が均質に存在する。材料に蓄えられた弾性エネルギーが一定量を超えると、転位の活性化エネルギーであるパイエルスポテンシャルを超え始め、転位が運動を始める。尚、このときのせん断応力をパイエルス応力と呼ぶ。転位の運動とは原子間結合の繋ぎ変えであり、即ち材料を構成していた原子の配置は外力を受ける元の状態とは異なることになる。これが金属材料一般に生じる塑性変形の主な原因であると考えられている。転位の運動である塑性変形は非可逆的な変形であり、外力が取り除かれたとしてもその原子間結合の繋ぎ変えは巨視的には保存されるものがほとんどである。一般的に転位の運動は金属材料の結晶面に沿って生じると考えられるが、アルミニウム合金の結晶構造は FCC を基本としており、BCC を基本とする鉄鋼材料とは転位の移動形態が異なる。BCC 結晶では交差滑りが容易で二重交差滑りに依る転位源の活性化が期待される一方で、FCC 結晶では交差滑りが困難である場合が多く、一方でパイエルスポテンシャルも相対的に小さい。転位はフランクリード源を始めとする転位源から生成されるが、結晶粒界や介在不純物、欠陥によってこれ以上エネルギーを受け取っても運動することができない不動転位となる。アルミニウム材料の場合、前述の通り転位同士が移動しやすく、また絡み合って不動転位を形成するため急速に材料中に均質に増殖・蓄積する。このため、アルミニウム合金は鉄鋼材料と比較して巨視的な塑性変形量が大きく、また塑性変形に伴う硬化は転位の増殖律速であると考えられる。アルミニウム合金中には様々な結晶が存在し、それぞれ独立した結晶方位を持つ。この粒界の拘束を満足するためには結晶粒間で共通ではない滑りが生じることによってひずみが連続する必要がある。アルミニウムは BCC 構造であり、結晶の対象性が良いことから転位の移動方向が多数存在し、結晶粒界上での転位の受け渡しが比較的容易で、材料全体のマクロなひずみと各結晶粒のひずみが一致する傾向にあると考えられる。また、材料を高速で変形させる、すなわち高ひずみ速度で変形させる場合、一般的には準静的な変形とは振る舞いが異なる。鋼材の場合にはひずみ速度の上昇によって強度（流動応力、引張強さ）が上昇し、靱性が低下する温度低下と同様の効果が顕著に現れる[8][9][10][11][12][13][14]。G.Johnson と W.Cook は常温準静的な環境だけでなくこれらの環境に対して金属材料一般に用いる事ができる材料モデル（構成則）を考案した[15]。この中で彼らは高速度引張試験法として torsion test と Hopkinson Bar Test を様々なひずみ速度(quasi-static to about 400 /s)と温度に亘って実施した。このときのひずみ速度、温度を考慮した真ひずみと真応力の関係から von Mises 流動応力を以下の式(2-1)で与え、Cylinder impact test での良好な一致を認めた。アルミニウム材料は一般に低温領域では引張強さ、耐力、伸びはいずれも増大する傾向にある。このため、高ひずみ速度域における材料の機械的強度は低下するかと

思われるが、鋼とは破壊の微視的メカニズムが異なるため、そうではない場合も多い。
[16][17][18][19][20][21][22][23][24]

$$\sigma = [A + B\epsilon^n][1 + C \ln \dot{\epsilon}^*][1 - T^{*m}] \quad (2-1)$$

A, B, n, C, m: パラメータ $\dot{\epsilon}$: ひずみ速度 T^* : 相対温度比

2.2 . アルミニウム合金の破壊

2.2.1 金属材料の破壊

金属材料の動的な破壊である、き裂の生成や伸展には大きく分けて3つの分類(①塑性鈍化②へき開③延性引き裂き)が存在する。アルミニウム合金の巨視的破壊挙動には、延性敵挙動を示すものから、脆性的挙動を示すものまで多様であるが、破壊機構に着目すると、いずれも空孔合体型の破壊を示す[6][25][26]。このとき、延性敵破壊挙動を示す、即ち高靱性を示す材料は析出物径が数 nm 程度と小さいことから、破壊に対する寄与が小さいことが原因だと考えられる。また、鋼と比較した場合、破壊に至る瞬間まで延性き裂がの成長が見られず、応力が印加された材料全体に渡って微小空孔が存在していることがわかる[25]

2.2.2 応力三軸度と破壊の関係

以上よりアルミニウムの破壊に対しては微小空孔の存在を考慮したモデルが妥当であることが考えられる。Rice らによるボイドの成長則[27]に関連して得られる以下の式(2-2)

$$\frac{dr}{r} = a \cdot \exp(b \cdot \eta) d\epsilon'_p \quad (2-2)$$

によれば、その時のボイドのボイド径あたりの半径成長量は、応力三軸度(2-3)

$$\eta = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3}{\sqrt{\frac{1}{2}\{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\}}} \quad (2-3)$$

と相当塑性ひずみで表される。逆説的に、破壊が発生するときの材料中の限界ボイド系を一定であると仮定した場合、破壊に至る相当塑性ひずみは、応力三軸度の関数としてあらわすことができる。ただし、これは破壊に至る原因が微細空孔の成長に依る領域におけるモデルであり、応力三軸度が小さい領域や負の領域においては、応力三軸度と破壊時の相当塑性ひずみは以下の Fig. 2-1 のような形状の関数で表されることが指摘されている[28][29]。

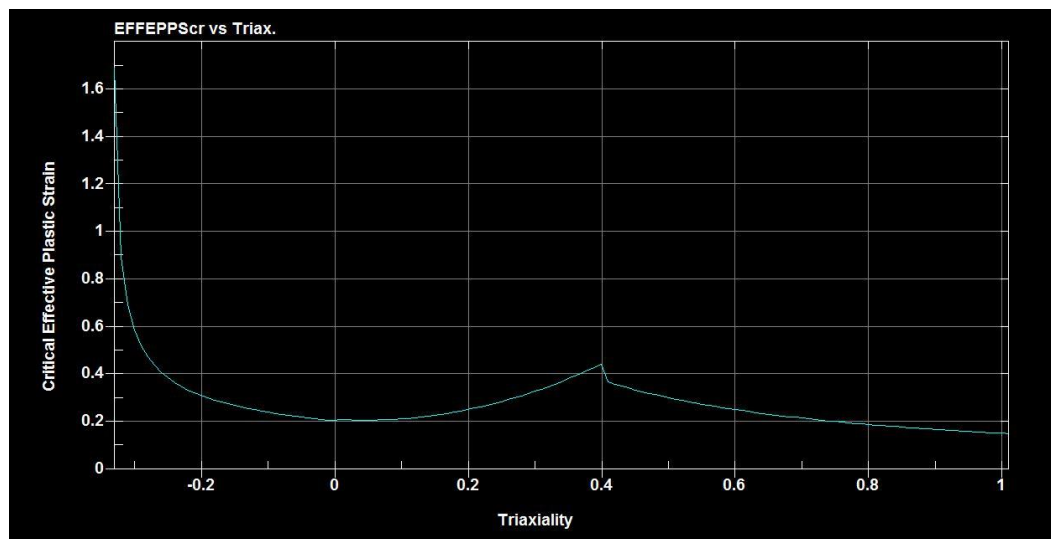


Fig. 2-1 Critical Effective Plastic Strain vs Triaxiality.

3 破壊理論と数値解析法

3.1 延性き裂進展におけるモデルと既存の理論

丸棒試験片に引張荷重を加えると伸長にともなって中央部にくびれが生じた後に、破断に至る。このような破壊形態はカップアンドコーンと呼ばれ、さらにその破壊形態は試験片中心部分と表面部分において平坦破壊とシェアリップ破壊に区別される[6]。この破壊形態の違いは、試験片中央部と表面部での応力状態と塑性域の違いに起因する。中央部では周囲の弾性域によって変形が拘束されるため、静水圧応力が高くなり塑性域は小さくなる。一方、表面部における変形は自由であるので、静水圧応力は小さくなり塑性域は大きくなる。この効果の大きさは前述の応力三軸度によって表すことができる。切り欠きを有する平板試験片に変位荷重を加えると、塑性鈍化によって切り欠き先端の曲率半径が増大し、先端が大きく開口した後に進展を開始する。後述するが、破壊力学的観点からは、この時のき裂先端開口変位（CTOD）と破壊靱性値の間に関係があることが示されている[6][30]。試験片の板厚方向中央部分と表面部分では応力状態が異なる為、前述の丸棒試験片同様に、中央部分では変形が拘束される平面ひずみ場状態に近い平坦破壊が生じ、拘束が弱く平面応力場状態に近い表面部分においてはせん断型の破壊によってシェアリップ破壊を生じる。また、トンネル効果によって応力三軸度が高くなる板厚中央部ではき裂進展速度は速くなる。このため、延性き裂進展における破面形状は三次元的な構造を有することになる。材料が破壊に至るまでの挙動を表現する理論としては、破壊力学と損傷力学に大別される。破壊力学においては、破壊に伴うエネルギー解放率・応力拡大係数・J積分などのパラメータを導入して破壊靱性値やき裂進展速度を表現する。一方で材料内部における微視的なメカニズムは、アルミニウムについては前述の通りである。

3.2 破壊力学

破壊力学の理論体系は、1929年に Griffith がガラスの脆性破壊問題について取り上げたことに端を発する[31]. Griffith は、楕円体の応力解析をき裂の不安定伝播問題に拡張し、エネルギー保存則から、き裂進展と新生表面との間にはエネルギー的平衡状態が存在し、これにともなうき裂が伝播するという理論的な条件式を導くことで、破壊応力と欠陥寸法の関係性を明らかにした. その後 Irwin によって金属材料の脆性破壊に適用する修正が加えられ、破壊靱性を表すパラメータとしてエネルギー解放率が定義された[32]. これによって破壊の発生しやすさ、を定量的に議論することができるようになった. さらに Irwin は変位場・応力場の特性に関する指標である応力拡大係数とエネルギー解放率が理論的に関連付けられる事を示した[33]. これらは線形破壊力学という分野に分類され、金属をはじめとした脆的な破壊の振る舞いに対して定量的な評価を下すことができることとなった. これらの評価指標によってき裂先端弾性応力場に関する研究は進み、Irwin に先駆けて Mott[34]や Yoffe[35]らに代表される研究者によって脆性亀裂伝播速度に関する理論的研究が展開された. その後、終局速度の研究については Broberg,[36] Barenblatt[37], Craggs[38], McClintock[39], Cottrell[40], Eshelby[41]らの手によって理論的な終局を見、き裂先端の終端速度は Rayleigh 波速度に等しいとしている. き裂先端の弾性波の研究によって、弾性き裂先端に生じる理論的な応力場は、二次元弾性波問題について、Yoffe や Radok[42]による、無限平板をき裂が移動するモデル、Craggs[38]による、半無限き裂がき裂中を進展するモデル、Broberg[36]によるき裂が両側に進展するモデルが提案され、それぞれについて弾性応力分布が導かれている. 物質中の縦波速度(3-1), 横波速度(3-2), レイリー波速度(3-2)はそれぞれ以下の式で表されるが

$$c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (3-1)$$

$$c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (3-2)$$

$$c_R = \frac{0.862 + 1.14\nu}{1 + \nu} \cdot c_p \quad (3-3)$$

(Rayleigh 波は、1885年に John William Strutt 3rd Baron Rayleigh によって発見された物質表面波のことで、物質内部を伝播する縦波とも横波とも異なる波 (Lamb 波とも異なる) であることがわかっており、この波の速さは、Viktorov によってポアソン比から求められることが示されている[44].) き裂進展速度 c_a が横波速度の六割である $0.6c_p$ を超えると、亀裂先端周方向応力 σ_θ の極大値が、静的な亀裂場では、き裂面に一致した $\theta=0$ であったものが $\theta=60^\circ$ に変わることが示されている. Freund によればき裂先端における応力変位場は以下の式で表されることが示されている[45][46][47][48][49].

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} &= \frac{K_I(t, v)}{\sqrt{2\pi r}} F(v) \begin{Bmatrix} g_1(v, \theta) \\ g_2(v, \theta) \\ g_3(v, \theta) \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} &= \frac{K_I(t, v)}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} 2F(v) \begin{Bmatrix} h_1(v, \theta) \\ h_2(v, \theta) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3-4)$$

$$K_I(t, v) = K_{I \text{ static}}(t) \cdot k(v) \quad \begin{cases} v & 0 \rightarrow c_2 \\ k(v) & 1 \rightarrow 0 \end{cases}$$

以上の式から、弾性応力場におけるき裂先端の応力場の強度を決定する因子である動的応力拡大係数と、応力場の勾配はき裂進展速度の関数として表され、動的応力拡大係数の大きさはき裂進展速度が Rayleigh 波速度に近づくに従って 0 になることがわかった。当然、自然な流れとして、弾性体のき裂進展だけでなく、塑性体のき裂に関する議論も活発になることとなった。塑性域を補正する Irwin の方法[50]や、帯状降伏モデルを提案した Dugdale[51]と Barrenblatt[52]の方法が挙げられるが、線形弾性を仮定しているために、大きな塑性変形を伴う延性破壊に適用することが困難であった。これとは異なるアプローチとして、Wells[53]は破壊靱性を表すパラメータにき裂先端開口変位（Crack Tip Opening Displacement: CTOD）を用いることを提案した。一方で 1968 年には Rice が塑性変形を非線形弾性体として理想化した上で、Eshelby の Energy Momentum Tensor[54]をき裂先端に応用し、非線形材料におけるエネルギー解放率として J 積分というパラメータを導入した[55]。これに対して、Hutchinson[56], Rice と Rosengren[57]は J 積分が非線形材料のき裂先端における応力状態を表すことを示した。このことを利用して、Shih らは J 積分と CTOD の関係性に着目し、両パラメータが等しく破壊特性を表すことを示した[58]。しかし、弾塑性材料における三次元的な破壊問題に適用できる破壊指標はない。なぜなら、J 積分は非線形弾性体におけるエネルギー解放率であり、き裂進展に伴うき裂面の弾性除荷を捉えることが出来ないからである。故に、弾塑性き裂進展問題においてはその物理的意味はなくなり、多くの適用限界が指摘されている。しかしながら、上記の指標は実験によって観測できる量から内部の応力状態を理論的に換算できるために、諸外国では破壊靱性規格[59]や CTOD 試験法などとして規格化され、構造物の設計に実際に活用されるようになった。

3.3 損傷力学

破壊力学は、観測可能な巨視的な量を元にしき裂内部の応力状態を記述する手法であるが、一方で材料のミクロな変形や転位のメカニズムに着目して導入された理論が損傷力学である[#]。この理論においては、材料の破壊挙動を現象論的に説明する現象論モデルと、材料の微視的なメカニズムに基づくモデルに大別される。Kachanov は、金属材料のクリープ破断時間を予測するために、材料内部の損傷を表す抽象的な物理量を新たに導入した[61]。これを契機として現象論的に高温強度とクリープ特性の定量的な評価がもたらされた。そのLemaitreやChabocheを中心として不可逆熱力学理論を用いた研究が盛んに行われ、クリープ損傷以外にも多くの破壊現象を対象とするようになった。中でもLemaitreのモデル[62][63]は、抽象的物理量である損傷変数の発展方程式に塑性変形を考慮しており、セルフコンシステント理論を用いて微視スケールの塑性を表している。一方、材料の微視的なメカニズムに基づく損傷力学モデルでは、Gursonの損傷モデルが有名である[64]。微細ボイドの体積分率などの具体的な物理量を用いて延性破壊などの特定の破壊現象が表現された。Gursonは微小微細ボイドを含む連続体を1つの同心球体ボイドを含む剛塑性急として仮定した剛塑性極限解析から、微細ボイドを含む損傷材料の関数を導いた。その後、TvergaardとNeedlemanによって修正と改良が加えられ、GTNモデル（Gurson-Tvergaard-Needleman model）とし定式化されるに至った[65][66][67]。微細ボイドの体積分率という物理的に意味の明確な物理量を用いて、平坦破壊とシェアリップ破壊の違いを再現することができる。GTNモデルではボイド率を用いて延性破壊を表現するので、実験の破面観察から得られた微細ボイドの分布と定量的に比較することが可能であり、現在も延性破壊の解析によく用いられている。しかし、微細ボイドの成長速度は圧縮の静水圧で負となるため、微細ボイドの増分が負、即ちボイドの回復を意味するために、実際の金属の破壊現象と整合しない。これらの損傷モデルは、計算機の普及と発展による有限要素法を用いた詳細な変形解析によってより緻密なモデルに改良されることで発展してきた。損傷力学は破壊挙動を材料構成則として表現するため、き裂進展に伴う要素の再分割などの特殊な技術を必要としない点が挙げられる。そのため、通常有限要素法と親和性が高く、比較的簡単に破壊問題の解析が可能となっている。しかしながら、き裂は損傷した要素中に存在することが示されているだけであり、き裂面の陽的な表現を意味しない。このために、き裂面同士の接触問題やき裂面からの化学種の流入については厳密な考慮を行うことが出来ないため、き裂進展解析に用いる上では、モデルに対する検討が必要であると考えられる。また、損傷に関する材料パラメータを一意に決めることが困難であることが知られている。これは破壊靱性規格として標準化されている破壊力学とは相反する点であり、未だに実験力学における破壊の研究の中心が破壊力学を前提としている所以でもある。このために損傷力学は実際の構造物の設計に用いられる機会が未だに少ない。

3.4 破壊現象における現状の課題と有限要素法

アメリカ合衆国において 1983 年に試算された破壊に起因する年間コストは国民総生産の 4% にあたる 1190 億ドルにのぼるとされており、そのうちの 280 億ドルは破壊に関する専門知識を活用することで削減可能であるとしている[68]. このほか、我が国が誇る金属加工技術である、打ち抜きやプレスを始めとした分野においても部材の強度と加工のしやすさ、またその評価の正確性に関する知識は必要不可欠となっている[69]. 材料の破壊現象の問題を分類すると、繰返し荷重という疲労に依るものと、瞬間的な過大荷重に依るものである. 一般的に金属が使用される場面は、橋梁やビルなどの建築構造体といった静的な用途のものから、自動車や航空機といった動的な用途に用いられるものまで幅広い. このため、材料の破壊というものの全体を考える場合、疲労によって蓄積された損傷に対する衝撃力に依る破壊は明確に切り分けて考えることが出来ないと言える. このため、実世界で用いられる様々な製品の破壊を統一的に論じるための方法が考え出されてきた. この中の方法の一つとして、有限要素法が存在する.

3.4.1 有限要素法

1956 年 Turner, Clough, Martin, and Topp によって、剛性法 (Stiffness method) (現在の有限要素法) が提案された[70]が、この現在について前述した破壊力学と損傷力学に基づく破壊モデルを有限要素法に適用した際の利点と欠点を整理する. メッシュフリー法に代表される一般化有限要素法と、き裂進展に関する適用性について述べる. 最後に、これらのことを踏まえて現状の数値解析手法の課題を整理する.

3.4.2 破壊力学と損傷力学の有限要素法への適用

破壊力学及び損傷力学に基づくモデルを有限要素法へ導入するためには、それぞれ異なる方法が用いられる. 破壊力学では不連続面であるき裂面が存在することを前提として成り立つ構成則が用いられるため、き裂面上に二重節点を設けることで変位の不連続性を陽的に表現することが一般的である. このき裂面進展をモデル化するためには、応力拡大係数や J 積分などに依る評価が求められるが、この際には仮想き裂閉口積分法などを用いることが多い. また、CZM モデル[71] (Cohesive Zone Material Model, 結合力モデル, 凝集力モデル) に代表される接点間力モデルは、二重節点上に設けられる為、予めき裂面が陽的に表現されていることが前提となるが、き裂開閉挙動を適切に表現することが出来、き裂面同士の接触問題も比較的容易に取り扱うことができる. しかしながら、潜在き裂面を予測しなければ運用することが出来ない. そのため、アダプティブリメッシングによって仮想き裂面予測と要素再分割を行い、CZM をき裂先端近傍に挿入しながら解析を行うことになる. しかしながら、応力やひずみ情報の欠落を防ぎながら三次元的に要素をリメッシングする手法は確立されておらず、また、目的の節点の二重化アルゴリズムなどが必要であるため、解析は非常に煩雑化する. 一方、損傷モデルは材料の軟化挙動を材料構成則で表現しているために、通常の有限要素法に対して特別な処理

を行う必要はなく、物質点あるいは積分点における軟化挙動が、要素剛性の低下として解析に反映される。このため、き裂の幾何形状は陽的に表現されることはないが、き裂を含んだ要素位置が示されることによって、三次元的な破壊面を比較的容易に再現することができる。また、CZM モデルの様にき裂の進展経路を予測しながら解析を進める必要が無いため、解析モデルにおいては、任意の箇所からのき裂の発生と進展として表現することができる。このように、損傷モデルでは比較的容易にき裂の進展を要素剛性の低下として表すことができるが、その結果、軟化に伴う要素剛性マトリックスの正定値性が失われ、不安定な状態になる。このため、不安定状態であると判定された要素は取り除かれることが有るが、その場合には質量保存則が満たされないことになり、これにともなって動的問題への適用が困難となる場合がある。また、き裂形状が幾何学的な面として表現されないため、き裂の開閉口挙動を的確に表現することは難しく、一度破壊したき裂面での再接触の取扱いが煩雑になるという欠点が存在する。

3.4.3 その他の数値解析手法の適用と課題

前述の有限要素法以外にも、メッシュレス、メッシュフリー法と呼ばれる新しい離散化解析手法を用いたき裂進展解析手法が提案されている。有限要素法同様に、連続体の運動方程式をグリーンの方法を用いて弱形式化し、補間関数を工夫することでき裂伸展に伴う変位の不連続性を解析に反映させる点にある。これにより、新たなき裂面の生成に伴う要素再分割を行う必要が無くなる。EFG 法（エレメントフリーガラーキン法）に代表されるメッシュレス法やメッシュフリー法には要素の概念が存在せず、節点のみで解析が行われることが注目されたが、領域積分計算が必要であることは変わらず、計算アルゴリズムが複雑化する。また、境界条件や変位の拘束条件の取扱いも煩雑になることも欠点として指摘されている。また FEM- β や X-FEM、G-FEM などの一般化有限要素法が登場した[72][73][74][75][76][77][78][79][80][81][82][83][84]。これらは PU 条件[70]と呼ばれるメッシュレス法で用いられた条件を基本として、不連続面や変位場の特異性を反映する関数を有限要素法に追加することで、不連続性や界面を表現している。また、有限要素法と不連続解析法の両方の特徴を併せ持つ、NMM と呼ばれる手法を元に有限被覆法と呼ばれる手法が登場し、き裂進展解析手法として破壊問題への適用を見てきた。しかしながら、弱形式に基づく点は同一であるため、き裂面の進展に伴って不連続面で要素が分割された場合には、それぞれの領域に対して領域積分を実行しなくてはならない上に、積分領域を明確化する必要がある。また、き裂進展方向を予測する評価指標として開口方向応力を用いると、へき開的なき裂進展には適用できるが、延性的き裂進展ではより複雑な条件を用いる必要がある。いずれの手法においても、明確にき裂を模擬することのできるモデルは存在しない。有限要素法の離散的な手法は陽的にき裂面を考慮することが出来ない。しかしながら、延性き裂面の微視的破壊メカニズムに注目し、本研究においてはひずみを基準として破壊形態を論じることにした。

4 円管衝撃座屈解析

4.1 座屈に関する先行研究

座屈に関する先行研究は、1744 年の Leonhard Euler の座屈公式[85]に遡る。(4・1)

$$P_{cr} = C \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (4-1)$$

この座屈に関する研究は柱に関するものであったが、その後板にも座屈が発生することがわかり、Bryan[86]によってエネルギー法を用いて板の座屈応力が求められている。これらの座屈に関する体系的な知見は Timoshenko らによって 1961 年にまとめられた[87]。有限要素法を用いた研究としては、1975 年に小松ら[88]によって有限要素法を用いた板の弾塑性有限変位解析が行われている。全体の背景で論じたとおり、LSC によって突如予亀裂が生成されることに伴い、応力の急激な解放が応力波となって板全体に伝播することから、本研究によって予想される座屈は衝撃力による動的座屈現象であるとみなすことができる。衝撃力に依る座屈は 1989 年に解析された[89]。過大な圧縮力を受ける柱の場合では座屈を生じる代表長さは以下のような式(4・2)で与えられる。

$$x_{cr} = 7.85 \sqrt{\frac{I_z}{A}} \sqrt{\frac{AE}{P_{dyn}}} \quad (4-2)$$

円筒の場合における静的な座屈荷重は実用上の式で以下のような式(4・3)[90] (4・4)[91] (4・5)(有限変形理論式)になり。

$$\frac{\sigma_k}{E} = 1.2 \left\{ 1 - 0.901 \left(1 - e^{-\frac{1}{16} \sqrt{\frac{D}{2t}}} \right) \right\} \frac{t}{D} \quad (4-3)$$

但し $D/t > 2 \times 2.567(E/F)^{1/0.72}$

$$\frac{\sigma_k}{E} = \frac{\left(0.6 \frac{t}{R} - \frac{R}{10^7 t} \right)}{\left(1 + 0.004 \frac{E}{F} \right)} \quad (4-4)$$

$$\frac{\sigma_k}{E} = 0.388 \frac{t}{D} \quad (4-5)$$

但し $d/t > 0.667 E/F$

以上をまとめて簡便な方法として式(4・6)が用いられている。

$$\frac{\sigma_k}{E} = 0.4 \frac{t}{D} \quad (4-6)$$

梁，板，円筒をはじめ，座屈現象とは分岐現象のことであり，例えば荷重対変位のプロットを取った場合において，一定荷重以上の荷重に対しては解が2つ（以上）存在する不安定な状態となる．このため，座屈現象に対する動的有限要素法を行った時，陰解法を用いると解が収束しないおそれがある．このため一般的には事前に予測される座屈モードに対する初期不整を入力することで解の収束を図る等が考えられるが，燃料タンクは載荷される様々な外力によって多軸応力状態となる為，座屈モードを事前に予測することが困難である．また，短時間の間に大きな塑性変形を伴うことが予想されるため，本研究においては陽解法を用いて時刻歴ごとの過渡変形を積分することで解析を行うこととした．

4.2 解析条件とモデル設定

ロケット燃料タンクなどの薄肉円筒管形状の座屈現象と、変形におけるひずみ速度の効果を整理するために、衝撃軸力を受けるアルミ円管の実験を行い、これを解析と比較した。以下に実験モデルと結果及び解析条件とモデルを示す。高速度カメラによる画像は Fig. 4-1 のチャンバーの覗き窓の反対側から撮影したため、飛翔体とアルミ円筒管の位置は Fig. 4-1 とは逆転している。また、解析モデルも高速度カメラの設定に準ずる。

4.2.1 実験モデル

大型のガス銃を用いて質量体を飛翔させ、この飛翔体を壁面に固定されたアルミ円管に衝突させることで座屈現象と高ひずみ速度下における応答を観察した。実験の実施には熊本大学波多研究室に協力をしていただいた。

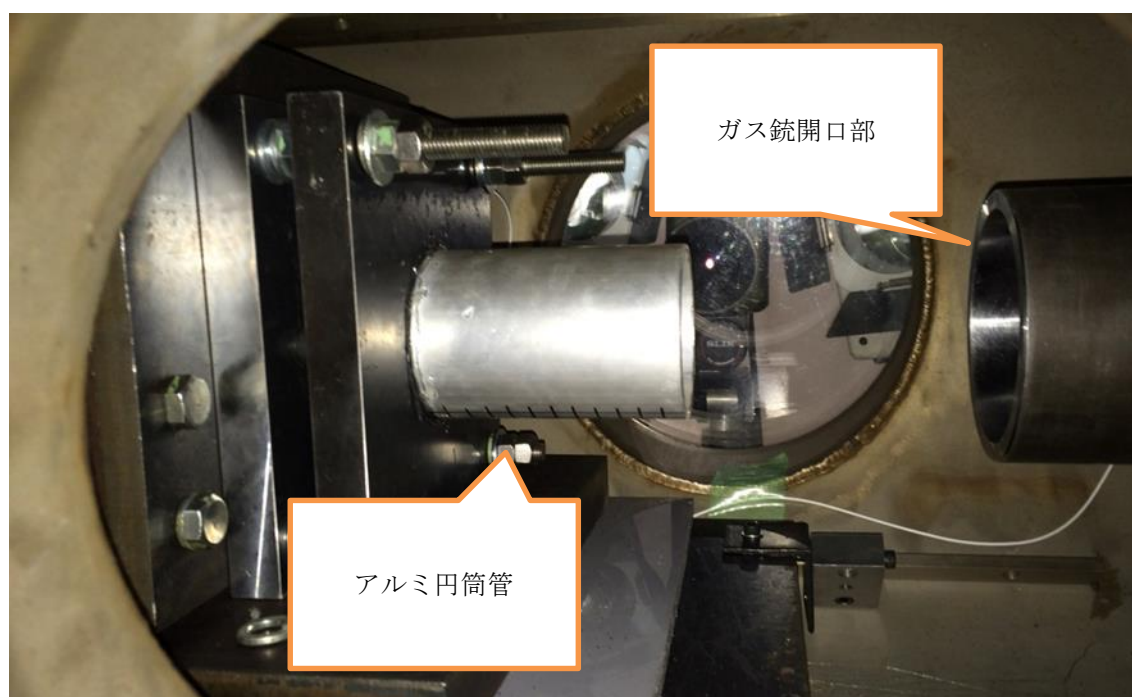


Fig. 4-1 Aluminum Cylinder and GAS gun under Experiment

飛翔体		アルミ円筒	
材質	S45C	材質	AA6063
質量	8820 g	直径	外80 / 内74 mm
初速度	26.3 m/s	長さ	120 mm
直径	90 mm	衝突時間	0.4 msec 程度

Fig. 4-2 Conditions of Experiment

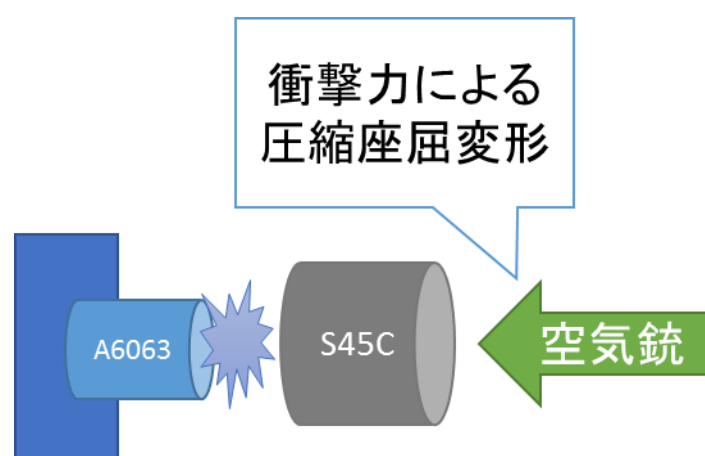
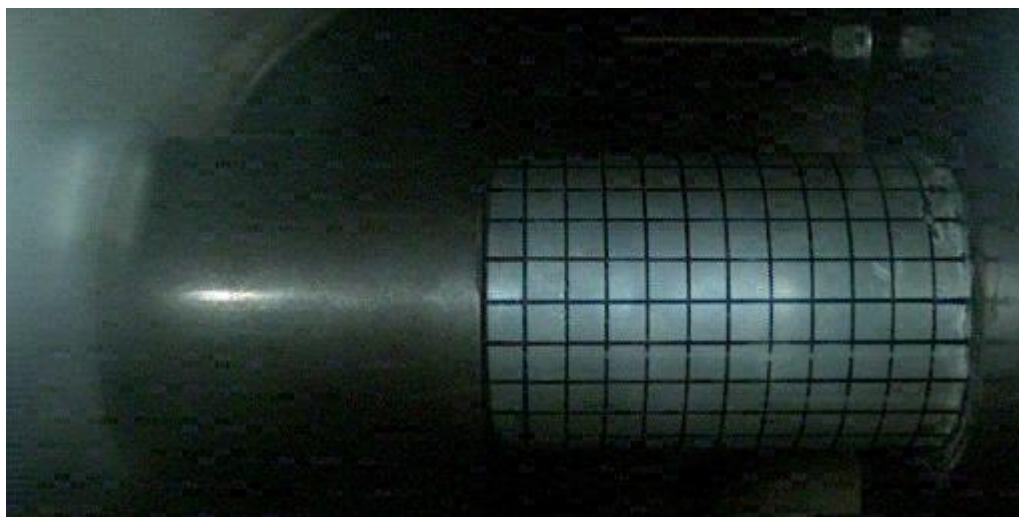


Fig. 4-3 Aluminum Cylinder and GAS gun under Experiment (Picture)

Fig. 4-4 aluminum impact test experiment $t = 0.0$ m sec

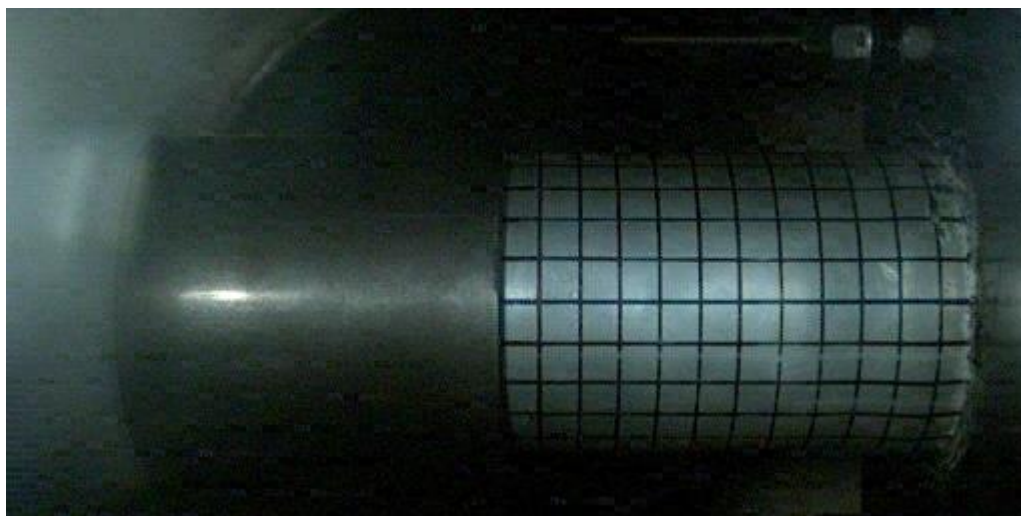


Fig. 4-5 aluminum impact test experiment $t = 0.18$ msec

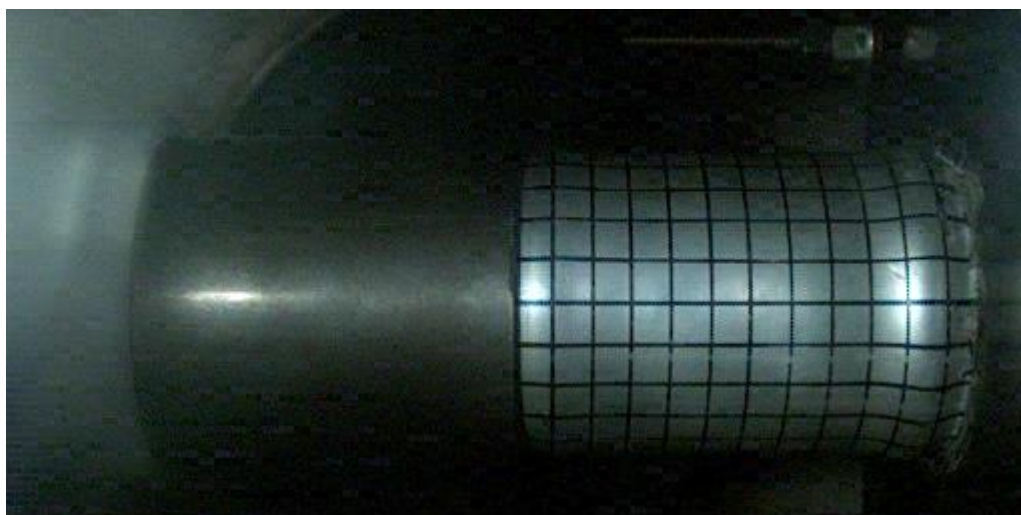


Fig. 4-6 aluminum impact test experiment $t = 0.36$ msec

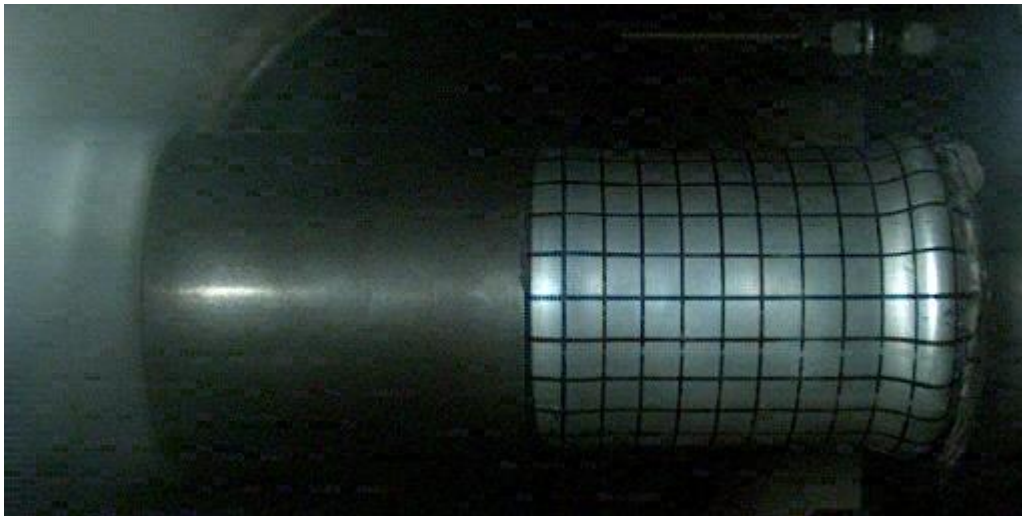


Fig. 4-7 aluminum impact test experiment $t = 0.54$ msec

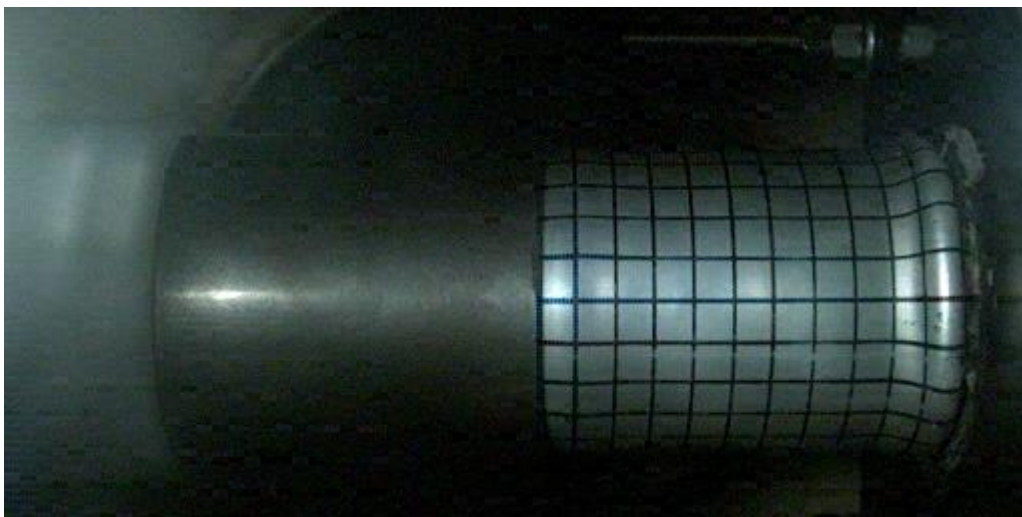


Fig. 4-8 aluminum impact test experiment $t = 0.72$ msec

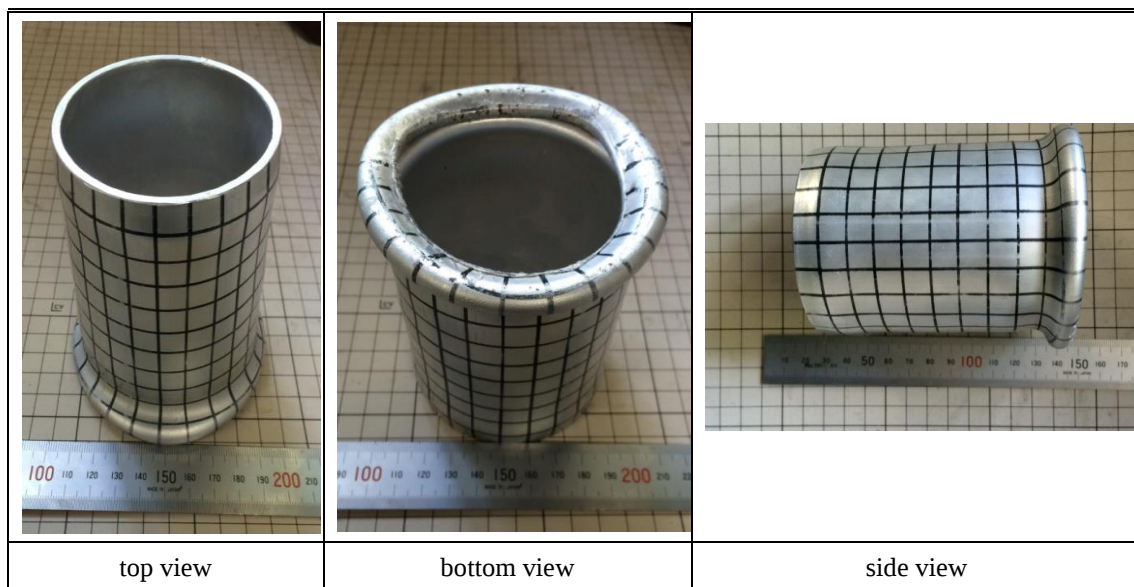


Fig. 4-9 aluminum impact test specimen after impact

4.2.2 解析モデル

上記の実験モデルを模擬するために、汎用有限要素解析ソフトウェアである LS-DYNA によって陽解法を用いて動的挙動を観察した。飛翔体の質量は 8810 g、初速度は 26.3 m/s とした。

また、材料構成則としては、S45C である飛翔体には塑性変形が生じないと思われることから図 # で示される構成則で表される多直線近似等方弾塑性体とし、アルミニウム合金 (A6063) に対しては参考文献[93]に存在する Johnson-Cook 則のパラメータを用いた簡易 Johnson-Cook 則 (SJC 則) で表される構成則を用いた。尚、ヤング率や密度、ポアソン比は表 # に示した通りである。また、接触条件として摩擦係数を 0.8 とした pin-ball segment based contact 法を用いた。アルミ円筒が担持されている部分は剛体壁とした。

解析条件 (LS-DYNA R7.0.0)	
境界条件	拘束なし 鉛直下向きに重力を作用(飛翔体のみ) アルミ缶と剛体壁及び飛翔体の摩擦係数 $\mu=0.8$
単位系	[ton] [mm] [sec] [mJ] [N] [MPa]
計算手法	陽解法
要素数	飛翔体:4095, アルミ円筒管:96000
解析要素	六面体一次要素一点積分
アワーグラス制御	Flanagan-Belytschko stiffness form with exact volume integration for solid elements
タイムステップ	7e-8 ~ 9e-8 sec (CFL条件に適合)
計算時間	0.0045sec

Fig. 4-10 Calculating Conditions

材料構成則	
飛翔体	準静的弾塑性応力ひずみ曲線 (ひずみ速度効果無し)
アルミ円筒	簡易ジョンソンクック則 温度効果なし
衝突面	剛体壁

Fig. 4-11 Constitutive law 1

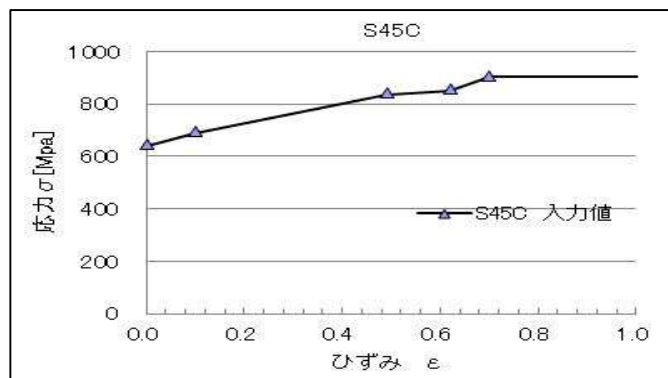


Fig. 4-12 Constitutive law 2

AA6063

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\epsilon}_p^* = \frac{\dot{\epsilon}_p}{\dot{\epsilon}_{p0}} \end{array} \right.$$

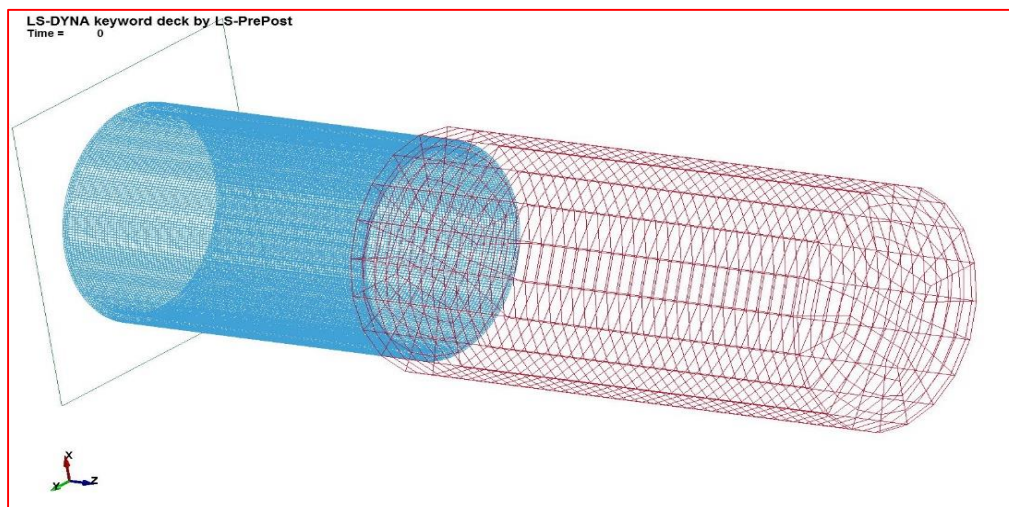
$$\sigma = \left[A + B \epsilon_p^n \right] \left[1 + C \ln \dot{\epsilon}_p^* \right]$$

パラメータ	A	B	n	C
値	111.8	241.4	0.415	0.0120

Fig. 4-13 Constitutive law 2[93]

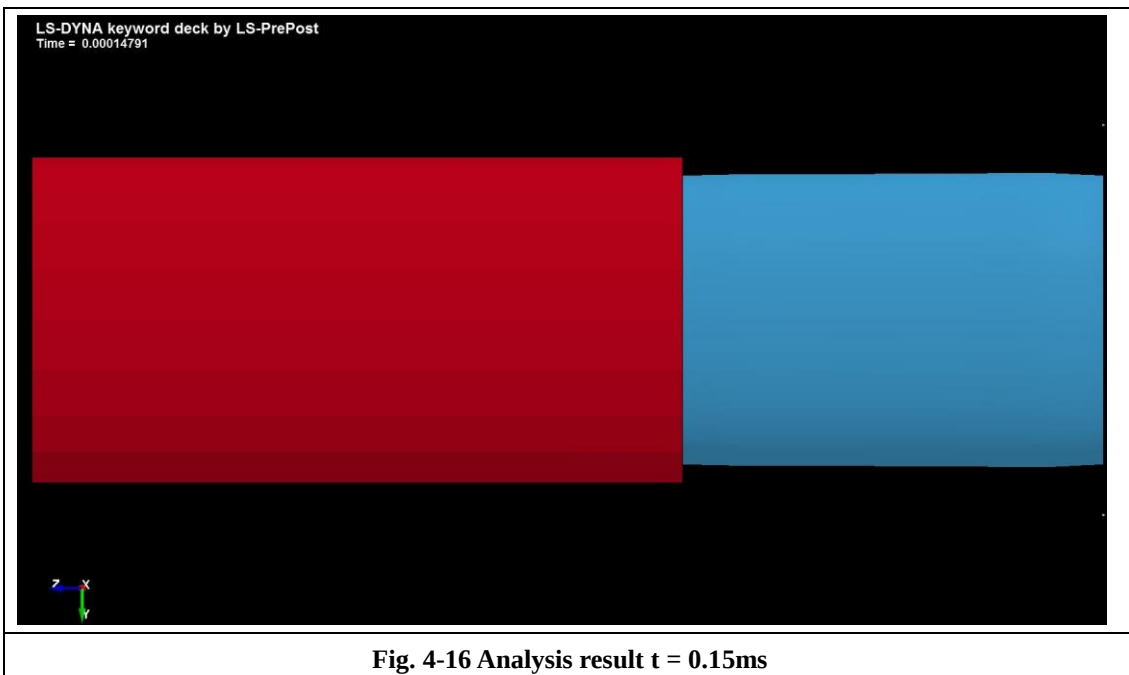
	密度 [ton/mm ³]	ヤング率[MPa]	ポアソン比	降伏応力[MPa]
S45C	7.80e-9	2.07e5	0.3	640
A6063	2.69e-9	6.894e4	0.33	111.8

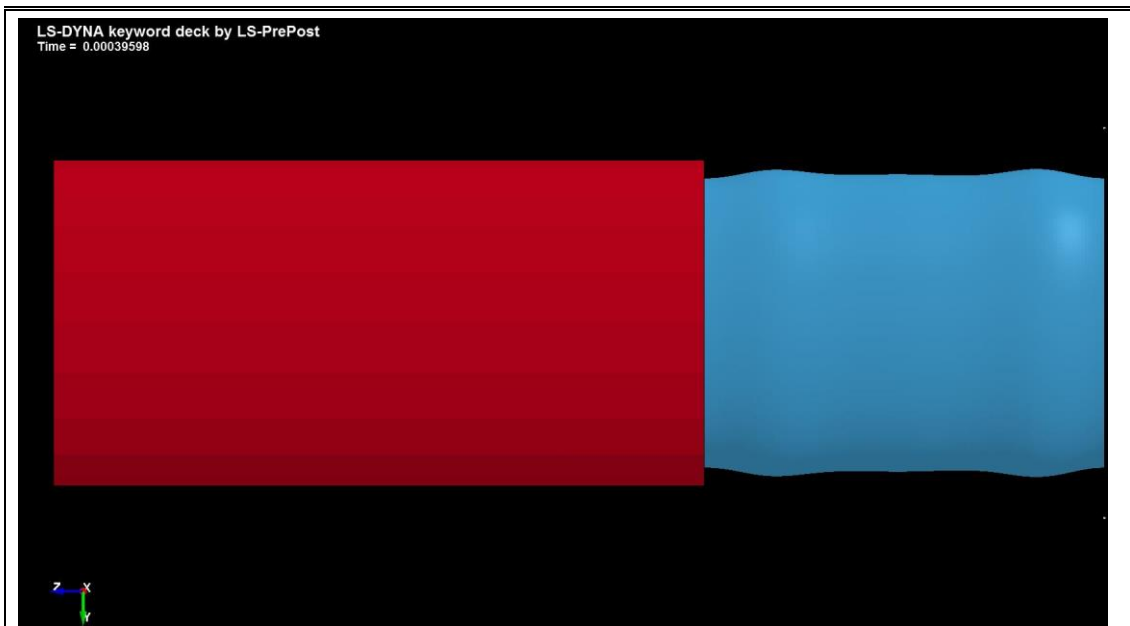
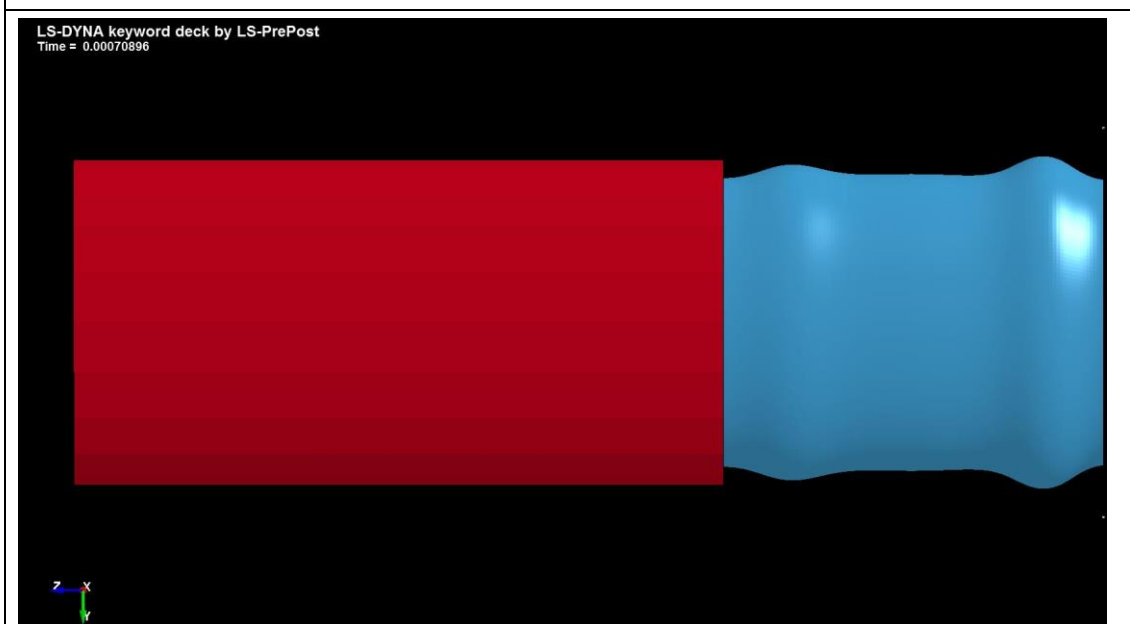
Fig. 4-14 Constitutive law 3

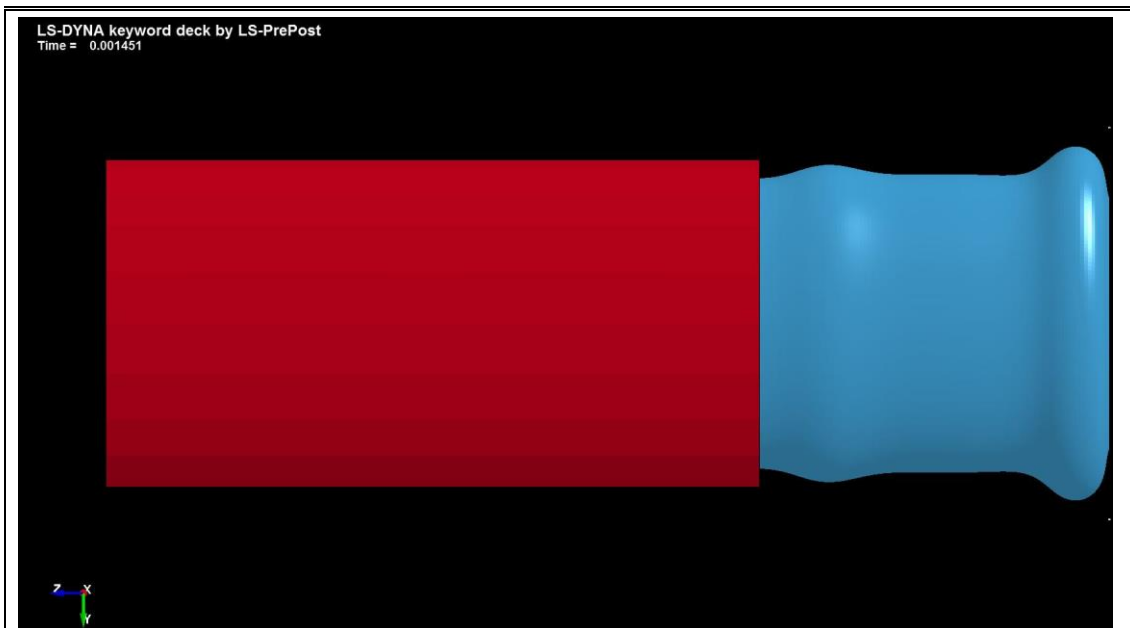
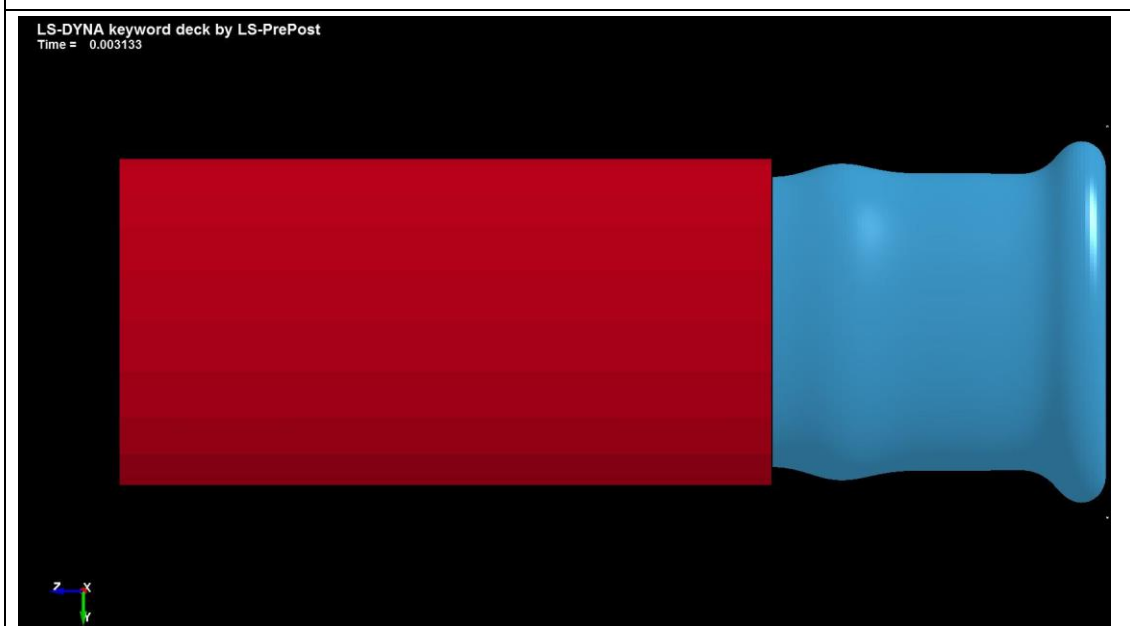
**Fig. 4-15 Mesh Model**

・ 解析結果を以下に示す.

時刻歴ごとの変形の様子と結果は以下の通りとなった.

**Fig. 4-16 Analysis result t = 0.15ms**

**Fig. 4-17 Analysis result $t = 0.39\text{ms}$** **Fig. 4-18 Analysis result $t = 0.70\text{ms}$**

Fig. 4-19 Analysis result $t = 1.4\text{ms}$ Fig. 4-20 Analysis result $t = 3.1\text{ms}$

また、類似の座屈モードを有する実験結果における剛体壁反力—飛翔体変位曲線 # と剛体壁反力—時間曲線の概形が一致している[92]（飛翔体の変位は時間の関数とみなせる為）。以上より、実験と解析結果は時間方向に関して差異が有るものの、座屈点や変形形状は定性的には一致していると言える。以下にこの結果に関する検討を行った。

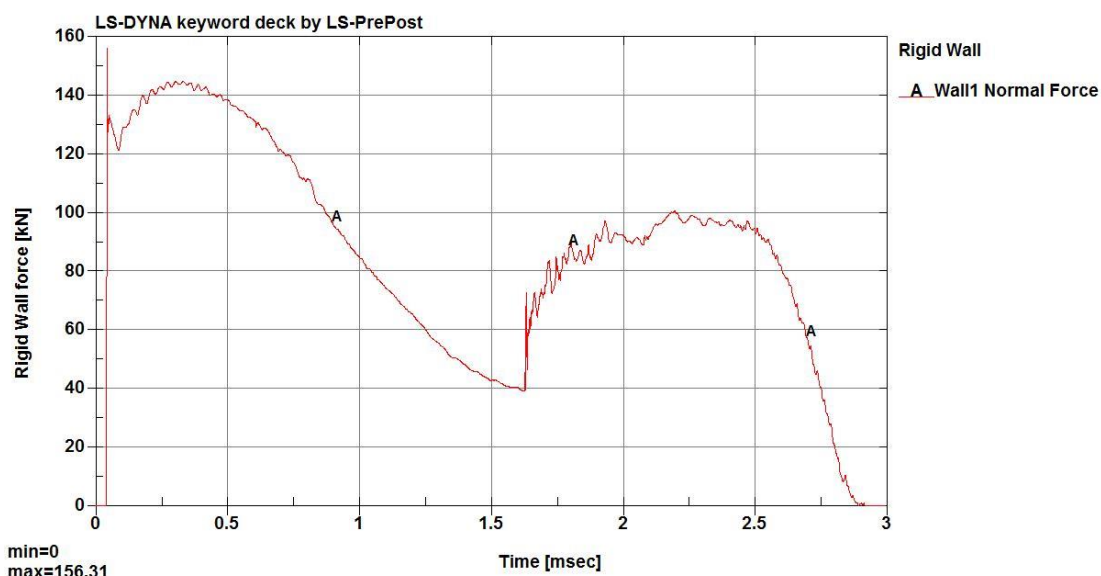


Fig. 4-21 Analysis result Rigid wall Load vs Time

4.2.3 パラメータスタディ

飛翔体や摩擦に関する境界条件は一定のままで、アルミニウム円筒に関するモデル設定の検討を行った。検討事項は大きく分けて2つであり

- ① アルミ円筒を保持する壁面である剛体壁との距離と変形の感度。
- ② SJC 則のパラメータに対する変形の感度。

である。

- ① アルミ円筒を保持する剛体壁との距離の差に依る応答の違い。

アルミ円筒管を剛体壁に水平に固定するために、実験では接着剤を用いてアルミ円筒管を固定していた。簡単に破壊されるものでは有るものの、接着時に剛体壁とアルミ円筒のスキマが存在することを仮定し、解析においてこの境界条件を変更した。これによって当然では有るが、結果が大きく変わることがわかった。これを以下 Fig. 4-26 にまとめた。

- ② SJC 則のパラメータに対する変形の感度

SJC 則には4つのパラメータが導入されており、それぞれ降伏応力として1つ、 n 乗則として2つ、ひずみ速度に対して1つである。これらのパラメータが結果に与える影響を調べるために、元論文で与えられた4つのパラメータ A,B,n,C に対して、それぞれ 0.5A, 2A, 0.5B, 2B, 0.1n, 100n, 0.1C, 100C としてパラメータを振り分け、これによる変形の応答、及びエネルギーの収支を調べた。さらに、SJC 則の有効性を確認するために、アルミハンドブック 76[9]に記載されている準静的な工業物性値を用いた有限要素解析と、SJC 則で $C=0$ とした有限要素解析と、前述の結果とを比較した(Fig. 4-27)。

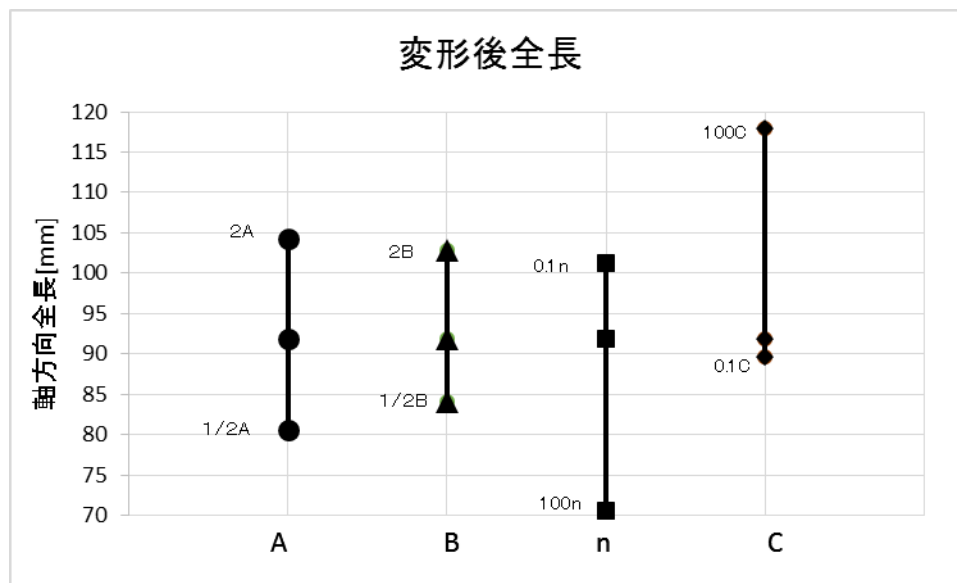


Fig. 4-22 Specimen longitudines afeter impact

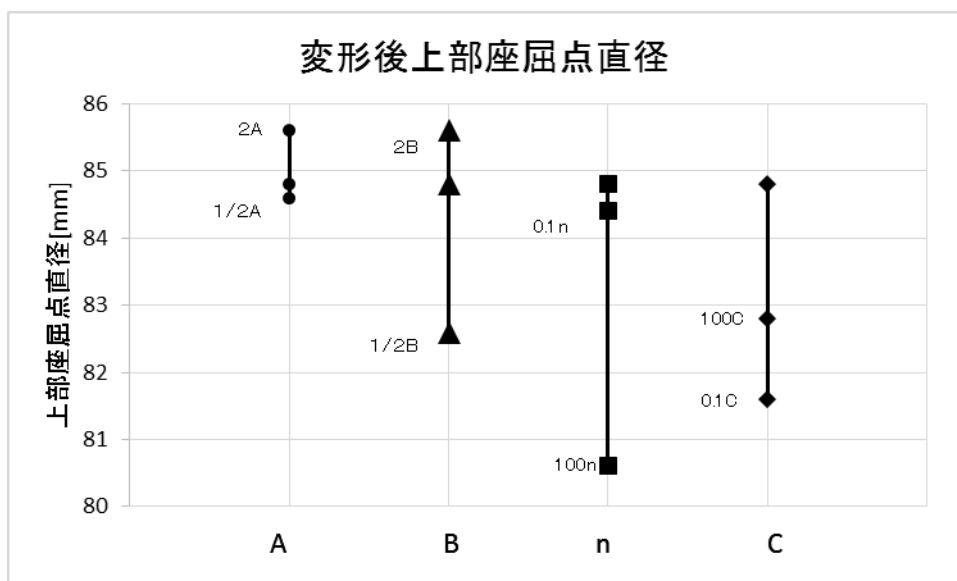


Fig. 4-23 Specimen Upper Diameter after impact

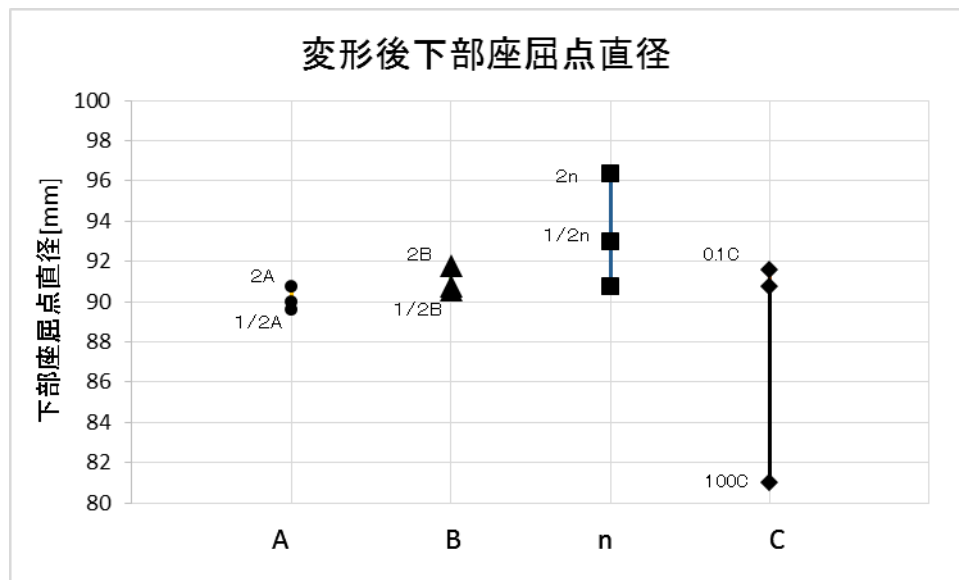


Fig. 4-24 Specimen Lower Diameter after impact

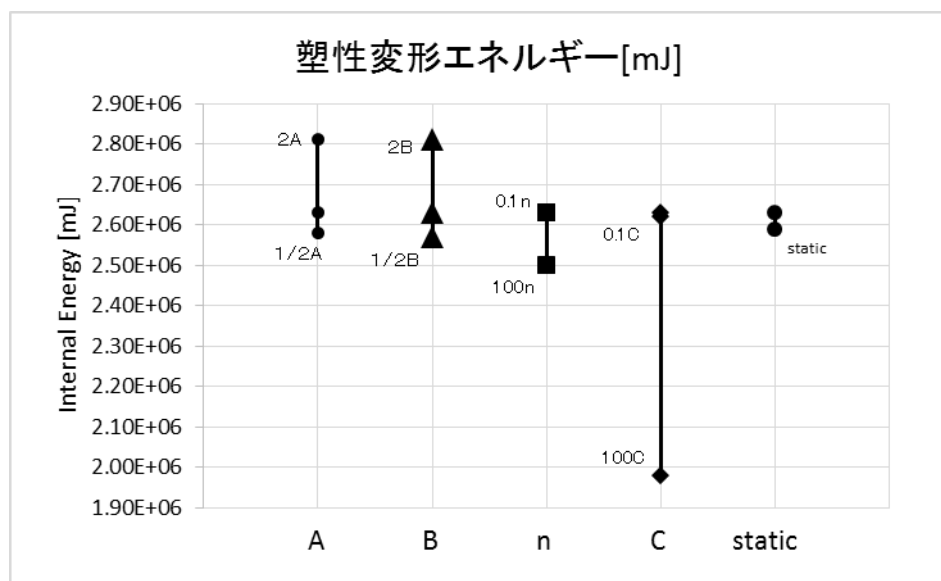


Fig. 4-25 Plastic Deformation Energy

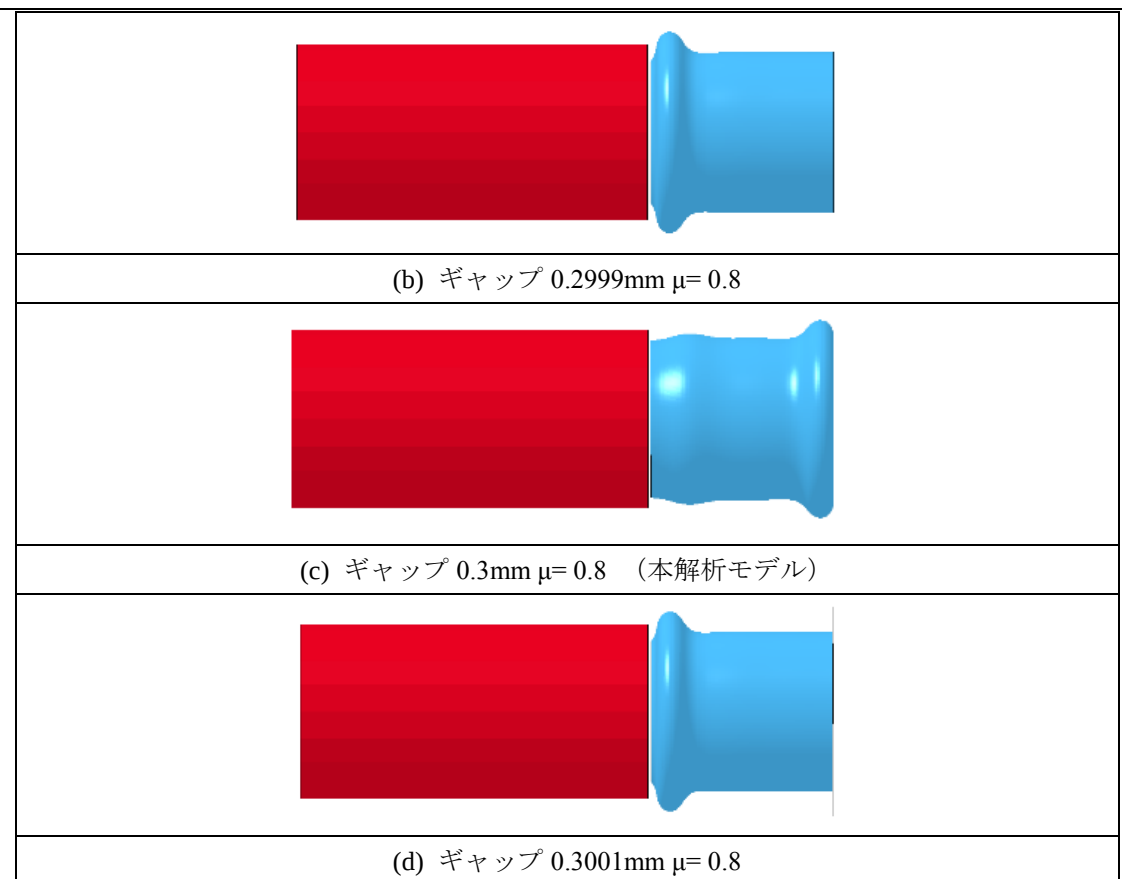


Fig. 4-26 Results of different gap distances

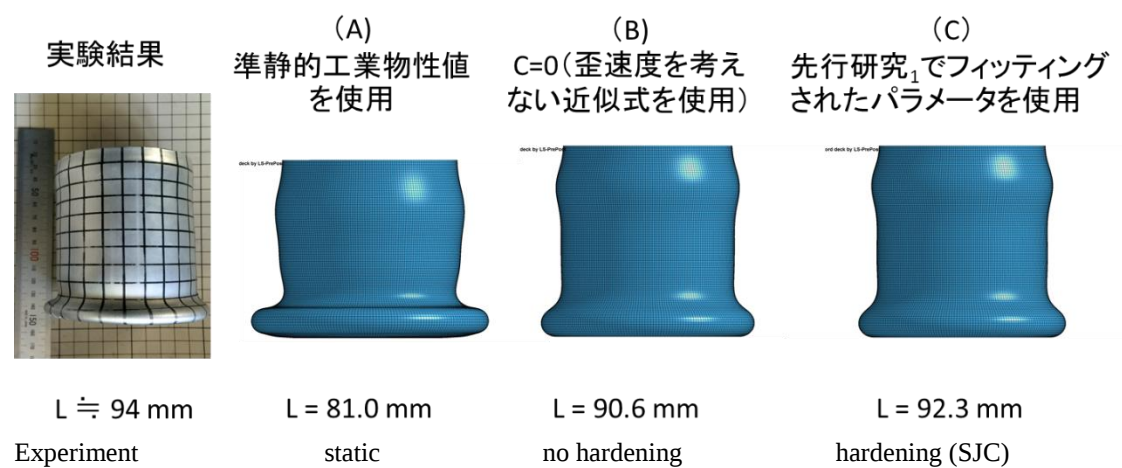


Fig. 4-27 Comparison with analysis and experiment

4.2.4 結言

以上の結果から、以下の事が導かれた。

- a) 座屈開始点は、境界条件に依存して大きく応答が変化する。
- b) SJC 則のパラメータ変化によって、全ての指標において数値が変化した
- c) アルミハンドブックに記載されている準静的工業物性値を用いたモデル化を行うと、変形量は大きいにも関わらず、吸収したエネルギー量が小さい、という実際とは相反する結果を生じてしまう。

これらの結論から、以下のことが導かれる。

- a) 境界条件の取扱いは実験との照合によって導かれるべきである。また、座屈開始点が境界条件、特に固定部のスキマの大きさによって異なるということは、物体内部における応力波の速度と反射条件に依存して座屈点が決定的であるということが言える。即ち、不安定分岐現象である座屈を、特に動的な状態に於いて計算によって解くためには、陽解法を用いた、応力波の過渡的な変化と時間積分の結果を見る必要がある。また、実験などにおける、ロードセルに見られる「衝突ノイズ」は、応力波の瞬間的な伝播であると考え、実際には座屈点の決定に寄与している可能性が高く、無視することは出来ないと考えられる。
- b) 参考文献に有るような、Taylor Impact Test[93]では無くとも、円管の座屈応答を見ることで、SJC 則のパラメータを逆像的に決定できる可能性が有ることが示された。
- c) 衝突現象を生じる分野、主に自動車や船、電車や飛行機だけでなく、密閉格納容器の落下といった、高速で物体が衝突するときの、サバイバルゾーンや密閉仕様の設計を見積もるときに、静的物性値による構造決定は不必要に過剰な評価や、変形量の過大評価をしてしまうことになる。また、破壊に至るまで吸収されるエネルギー量が過小評価されてしまう。このため不必要に多大なコストが計算されてしまう可能性が高い。また、応力基準に依る変形応答ではなく、ひずみ基準で変形応答を見積もる必要があり、動的構造物の安全基準は応力では見積もることが出来ないと考えられる。

5 き裂進展解析

5.1 節点解放モデル

5.1.1 先行研究

き裂進展を要素間の結合のである節点の解放によって模擬する節点解放モデルは、古くからき裂進展モデルとして有限要素法で検討がなされてきた。酒井[96][97][98]の検討によれば

- ・き裂は節点から節点へ多くのタイムステップを経て、急に飛び移るモデルに理論的にならざるを得ないこと
- ・このため、き裂速度が低いところの解析は精度が極めて低下すること
- ・離散化モデルであるため節点の運動が不自然になること
- ・新生き裂面に対する境界条件の設定が難しいこと

などを挙げ、有限要素法として高速き裂進展モデルへの **Generation** 法によるき裂進展への適用は慎重であるべきだとしている。

酒井の検討を再検証すべく同様の弾性き裂伝播モデルを構築し、これに対する考察を行った。

5.1.2 解析モデル

解析モデルは、中央に切り欠きを有する平板の引っ張り試験を基本モデルとし、三次元ソリッドを用いて 1/4 対称モデルで構成した。また、平面応力場モデルとした。上端の変位を拘束し、下端に y 軸正の方向に体積力を受ける要素を付与することで、解析中に板全体に力がかかるようにした。また、陰解法をもちいて板全体に初期応力と初期ひずみを発生させ、この状態から上端の変位拘束を単位長さあたりのき裂進展時間ごとに解放することで、**Generation** 型のき裂進展を模擬した。また、**Freund** の弾性き裂進展の解との定性的比較を行うため、 n 乗則型である **SJC** 則ではなく、多直線近似等方弾塑性とし、破壊に至る歪を 0.120 とした。

解析条件 (LS-DYNA R7.0.0)	
境界条件	上端y変位拘束 左端x変位拘束 下端に約40MPaの垂直応力を印加 (39.812 MPa)
単位系	[ton] [mm] [sec] [mJ] [N] [MPa]
計算手法	陽解法
要素数	121200(一辺 0.5 mm)
解析要素	六面体一次要素一点積分
アワーグラス制御	Flanagan-Belytschko viscous form with exact volume integration for solid elements
タイムステップ	7 e-8 ~ 2.3 e-8 sec (CFL条件に適合)
計算時間	2.4 e-5 sec

Fig. 5-1 Conditions of Analysis

材料構成則	
アルミ平板	多直線近似等方弾塑性
アルミ物性	密度 2.690 [g/cm ³] ポアソン比 0.33

$$\sigma_p = \sigma_0 + a\varepsilon_p$$

	E	σ_v (耐力)	σ_B	最大歪
値	68.94 [GPa]	145 [Mpa]	185 [MPa]	0.120

Fig. 5-2 Parameters and Constitutive law[9]

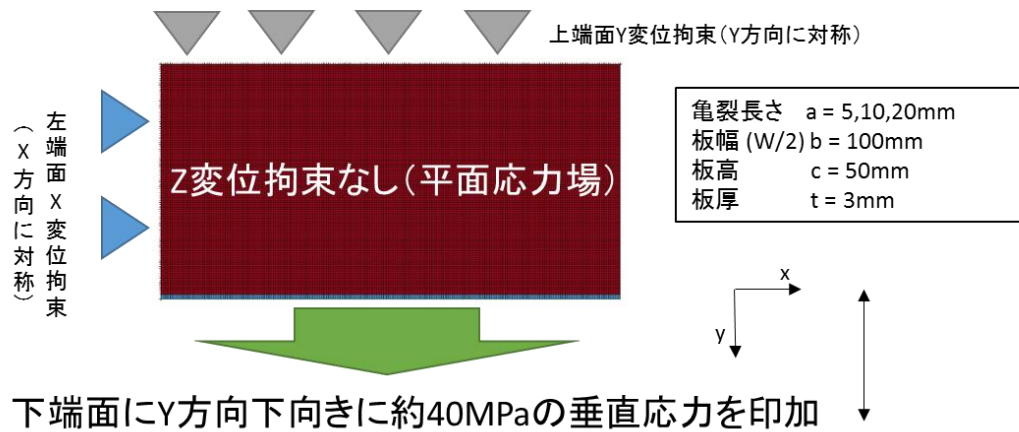


Fig. 5-3 Calculation Conditions

5.1.3 結果及び考察

き裂進展モデルに対して、節点を意図的に開放する **Generation** 法によって計算した。三次元六面体ソリッドを用いた結果を酒井[97]の結果と比較すると、節点開放に伴う振動がたしかに観測される。酒井によれば、き裂進展の距離や状態ではなく、弾性振動によって動的応力拡大係数が変動することを示唆しているため、き裂長さが 20mm となったときのき裂先端からの距離に応じた動的応力拡大係数を式(5-1)によって求めた。

$$\begin{aligned}
 K_I &= \nu \cdot 4G \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \left\{ 2\kappa \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right\}^{-1} \quad \left(\kappa = \frac{3-\nu}{1+\nu} : \text{平面応力} \right) \\
 &= \nu \cdot 4 \cdot \frac{68.94e3}{2(1+0.33)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \left(2 \cdot \left(\frac{3-0.33}{1+0.33} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{-1} \\
 &= 91530 \cdot \nu \cdot \sqrt{\frac{1}{r}}
 \end{aligned} \tag{5-1}$$

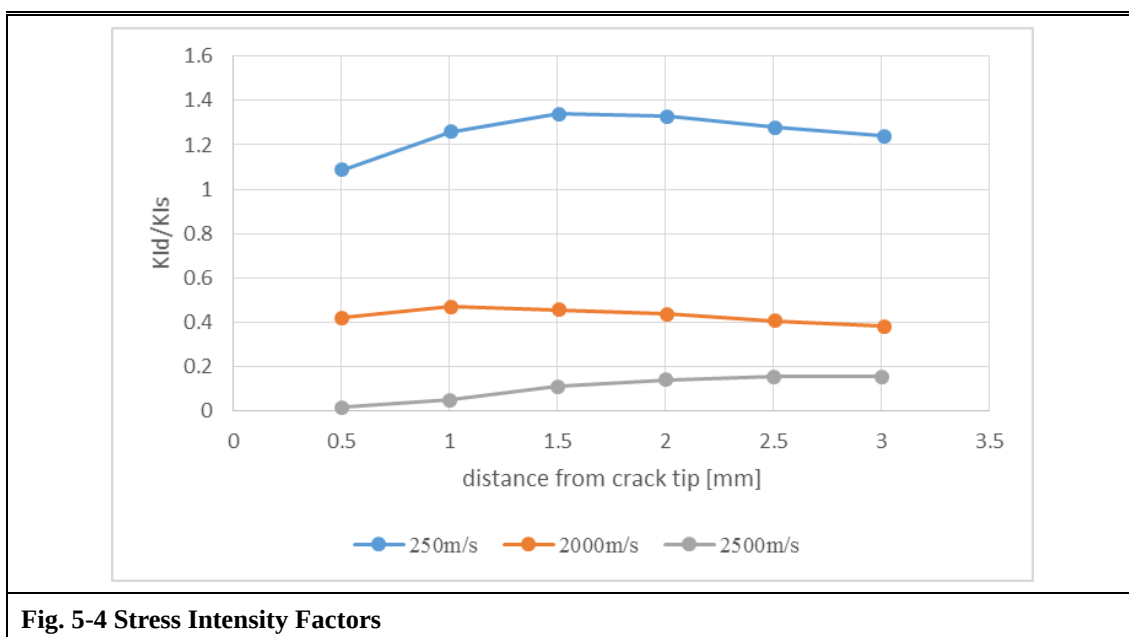


Fig. 5-4 Stress Intensity Factors

三次元六面体ソリッドにおいても応力拡大係数の振動が存在し、応力拡大係数を考えるときには、慎重であるべきことがわかる。しかしながら、節点力開放に伴う応力拡大係数の定性的な減少は式(3-4)同様に確認でき、また、それに伴う応力場の勾配変化も確認することが出来た。

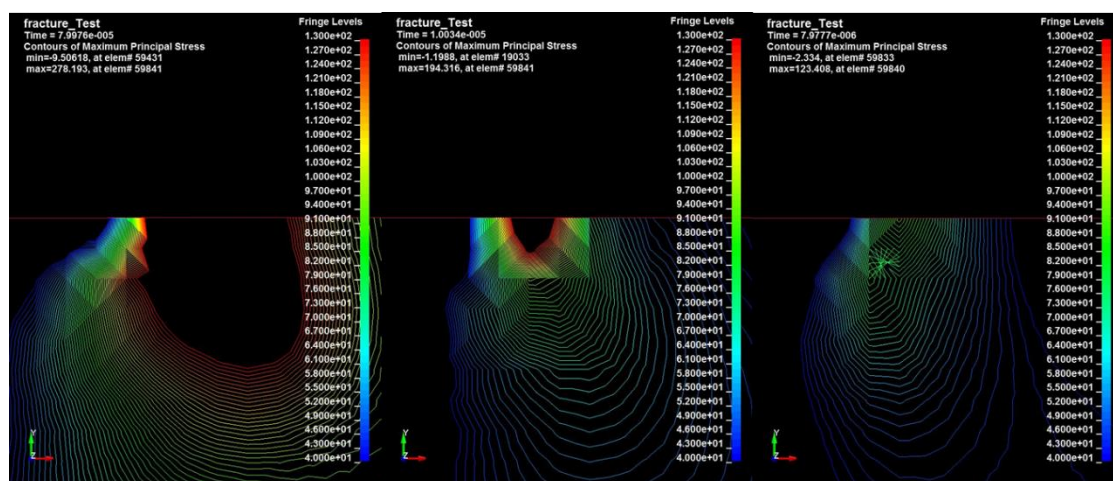


Fig. 5-5 Contour of principal stress 1

250m/s

2000 m/s

2500m/s

Jintegrals		
3.162 mmN/mm	1.610 mmN/mm	2.055 mmN/mm ²

Fig. 5-6 J integrals

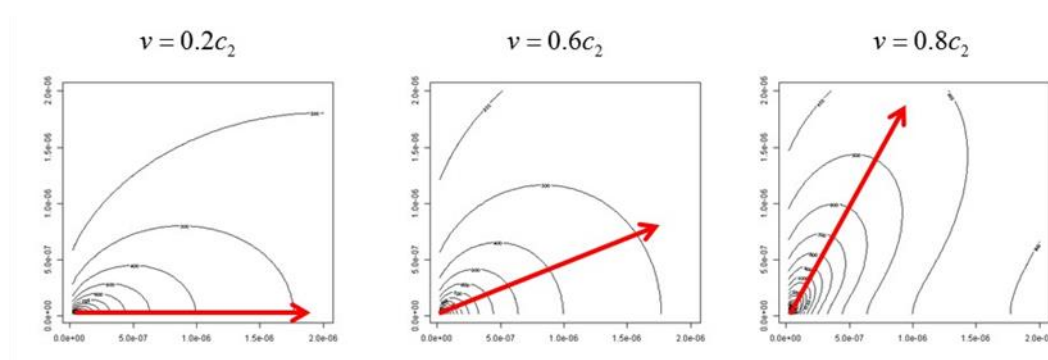


Fig. 5-7 Crack tip Stress Field on different speed of crack propagation (Freund) [45]

以上の結果から、き裂先端における力学的相互作用の精密な測定は有限要素法では行うことが出来ないことが確かめられた。即ち、脆性材料に代表される、連続的かつき裂先端で急峻な弾性応力場を持つ材料に対する適用には慎重であるべきことがわかる。延性材料であるアルミニウム合金の微小空孔成長型破壊に関しては、弾性振動が破壊に及ぼす影響は脆性材料と比較して小さいと考えることができるが、しかし、節点解放に伴う **Generation** 型のき裂進展方法には依然検討が必要であることがわかる。

5.2 要素削除モデル

5.2.4 解析モデル

前項までで節点解放モデル及び **Generation** モデルにおける応力場の考察を行った。本項では要素削除モデル及び **Propagation** モデルによるき裂進展モデルの考察を行う。

前項と同様に中央に切り欠きを有する帯板の引張を 1/4 対称モデルとして平面応力場モデルを作成した。本項では要素に主ひずみ値による破壊判定をもたせ、また構成則は **n** 乗則である **SJC** 則を用いた。また、印加する応力は衝撃力で、時刻 $t=0$ において下端に発生するものとした。詳細は以下に示す。

解析条件 (LS-DYNA R7.0.0)	
境界条件	上端y変位拘束 左端x変位拘束 下端に200MPaの垂直応力を印加
単位系	[ton] [mm] [sec] [mJ] [N] [MPa]
計算手法	陽解法
要素数	462000(亀裂近傍1辺約1mm四方厚み0.5mm)
解析要素	六面体一次要素一点積分
アワーグラス制御	Flanagan-Belytschko stiffness form with exact volume integration for solid elements
タイムステップ	7e-8 ~ 2.3e-8 sec (CFL条件に適合)
計算時間	0.0011sec

Fig. 5-8 Calculating Conditions

材料構成則				
アルミ平板	簡易ジョンソンクック則			
$\sigma = \left[A + B\varepsilon_p^n \right] \left[1 + C \ln \dot{\varepsilon}_p^* \right] \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{\varepsilon}_p^* = \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_{p0}} \end{array} \right.$				
パラメータ	A	B	n	C
値	111.8	241.4	0.415	0.0120

Fig. 5-9 Parameters and Constitutive law[93]

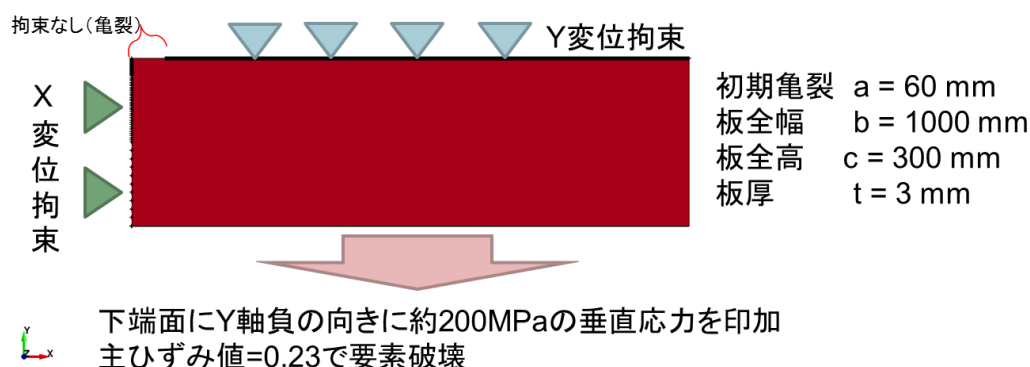


Fig. 5-10 Calculating Models

5.2.5 結果

以下に解析結果を示す。主ひずみ値が 0.23 において要素が破壊するとしたときの、系全体から取り除かれたエネルギーの量、及び、それらのエネルギーと系全体のエネルギーを示す。

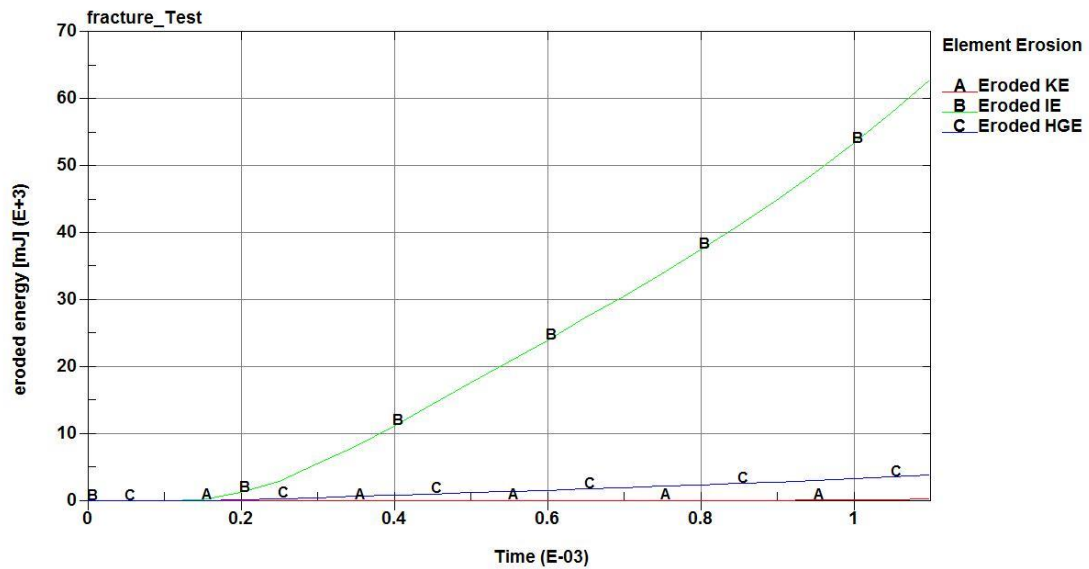


Fig. 5-11 Eroded Energy vs Time.

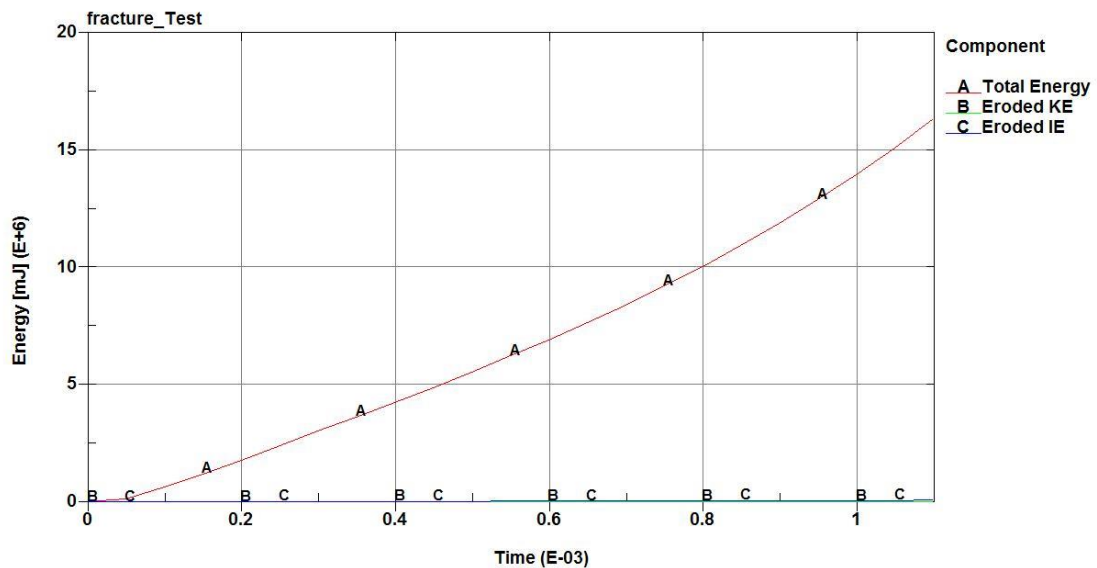
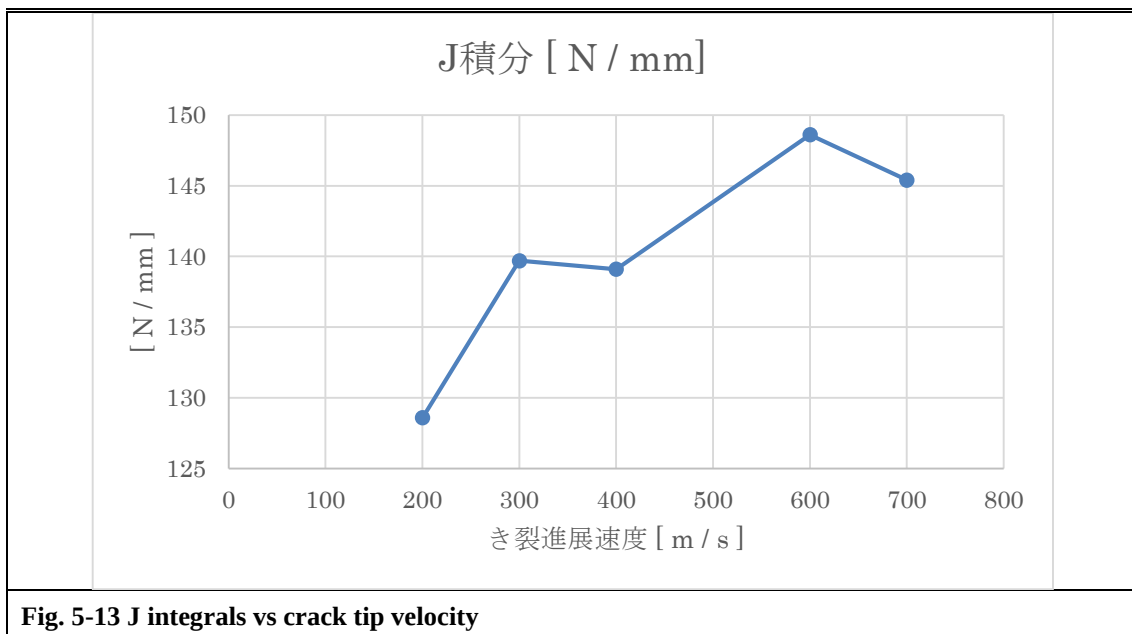


Fig. 5-12 Eroded Energy and total energy vs Time.



5.2.6 考察

上図からわかることは、き裂進展速度や進展時の J 積分の値によらず、単位時間あたりのエネルギー増分がほぼ一定であるということである。つまり解放される単位エネルギー増分と引っ張りに依る単位エネルギー増分が釣り合い、振動を生じずに要素が滑らかに破壊されていると考えた。よって、今後の破壊解析には主ひずみ値を破壊判定として用いることとした。

6 円管衝撃破壊解析

6.1 実験モデル

第3章において円管衝撃座屈試験をおこなったがこの中で、同軸で衝突せずにアルミ円管を破壊するものが存在した。この破壊現象を有限要素法を用いて解析することで、後述のき裂進展モデルに適用できる破壊基準を策定した。

以下に実験モデルは第3章同一なものであるとした上で、結果のみを記す。



Fig. 6-1 specimen of offset impact isotropic view



Fig. 6-2 specimen of offset impact top view



Fig. 6-3 specimen of offset impact side view



Fig. 6-4 specimen of offset impact front view

以上の結果から、オフセット衝突を受けたアルミ合金円管が、せん断破壊を受けた様子がわかる。この実験結果から、有限要素法解析において要素削除を行うべき破壊判定基準を策定した。

以下に破壊判定各破壊基準，における破壊の形態を示した．尚，オフセット量は実験結果における破壊されたアルミ円管の周部との比率から，およそ 8mm であると見積もり，これを解析に導入した．以下の結果は，各破壊判定基準における $t=0.0014\text{ sec}$ 時の破壊の様子を示したものである．

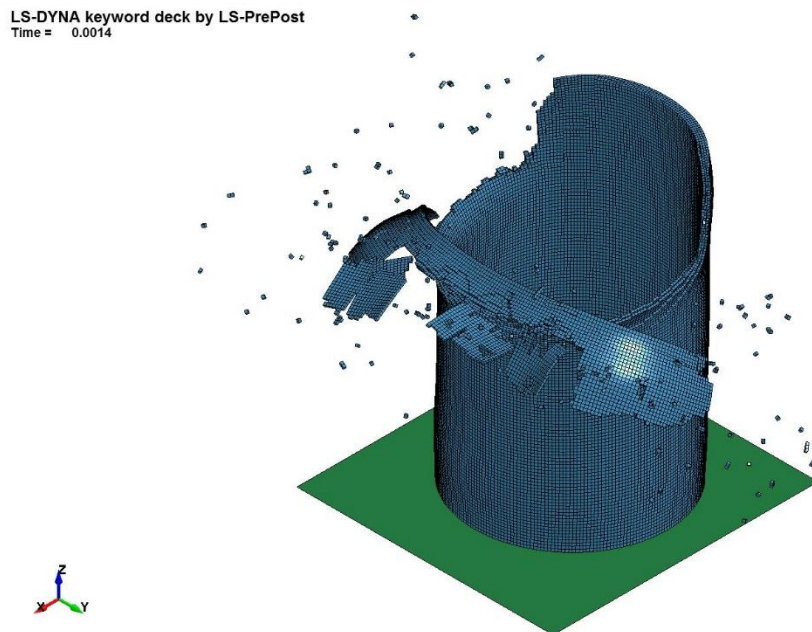


Fig. 6-5 Calculated specimen of offset impact (EFFEPS)

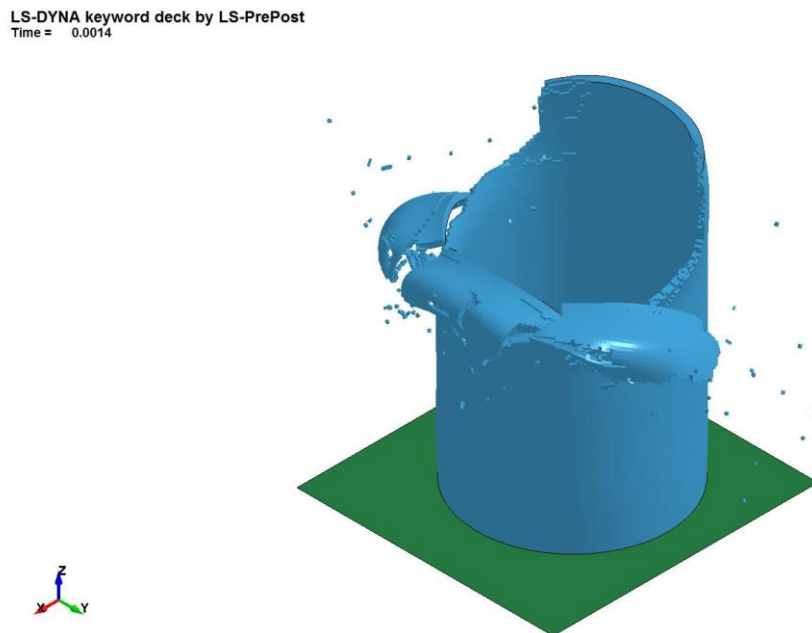


Fig. 6-6 Calculated specimen of offset impact (EFFSSH)

Time = 0.0014

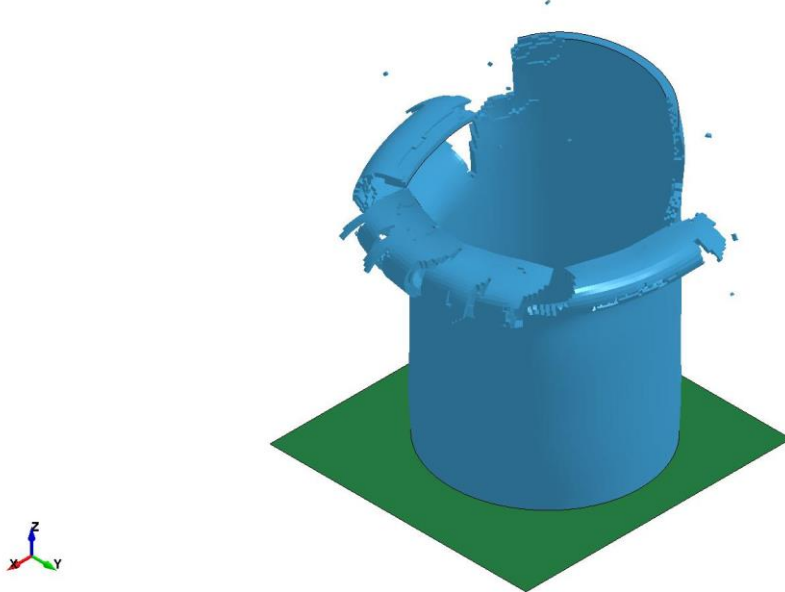


Fig. 6-7 Calculated specimen of offset impact (MXEPS1)

LS-DYNA keyword deck by LS-PrePost
Time = 0.0014

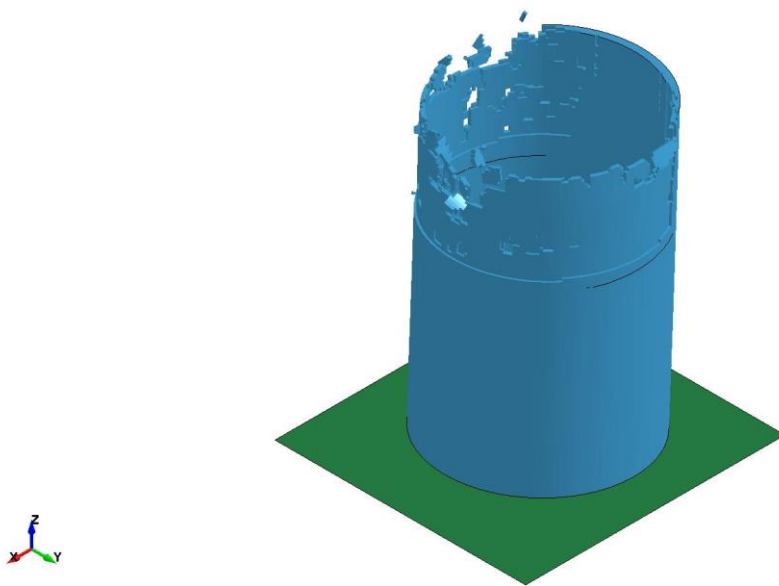


Fig. 6-8 Calculated specimen of offset impact (EFFSIG)

以上の結果から本研究では断片化が最も少なく、また座屈形状が結果に近いと思われる主ひずみ値を破壊判定に用いる方法を採用した。主ひずみ値を要素破壊判定に用いる方法は、主にコンクリートなどのせん断型破壊が支配的な材料で広く用いられる判定であるが、アルミニウムの実材料における、破壊直前の微細ボイドの成長構造が、コンクリートなどの空隙を有する構造物の破壊の形態に類することが、同破壊判定基準が現実にもっと近い破壊形態を有したことの原因である可能性があると考えられる。このため、応力三軸度を考慮した相当塑性ひずみを破壊判定基準に用いる方法は、本研究では採用しなかった。

7 き裂を有するアルミ合金平板のき裂進展

7.1 先行研究

J.F. Kalthoff[94]は、平行な2本の切り欠きを有する平板に対して質量体を高速でぶつけることで、この切り欠きを進展する実験を行った。Kalthoffによると、き裂の進展経路はき裂先端曲率半径と、応力波の振幅の大きさ(先行研究では飛翔体速度で示されている)で決まるとしている。すなわち、き裂先端に入力した応力波の鋭さとその感度に依存して変化することが示されている[94]。本章においては、宇宙ロケットで用いられるA2219と同系統の2000系航空系アルミ合金材料である、A2024-T3のMode I型のき裂進展および、延性き裂分岐を観察するために前述の先行研究と同様の実験を行った。実験モデルは以下#に示したとおりである。また、この実験を通じて、き裂進展を模擬する事のできる解析モデルの構築のために、同様の設定を行ったモデルを作成し、解析を行った。解析で用いた構成則は、円管座屈同様、飛翔体に多直線近似等方弾塑性体、アルミ平板にSJC則を用い、破壊判定基準に主ひずみ値を導入した。

7.2 実験モデル

まず，実験のための予備解析を行った．SJC 則については先行研究で用いられたパラメータ [95]を用いた．以下に実験モデルを示した．

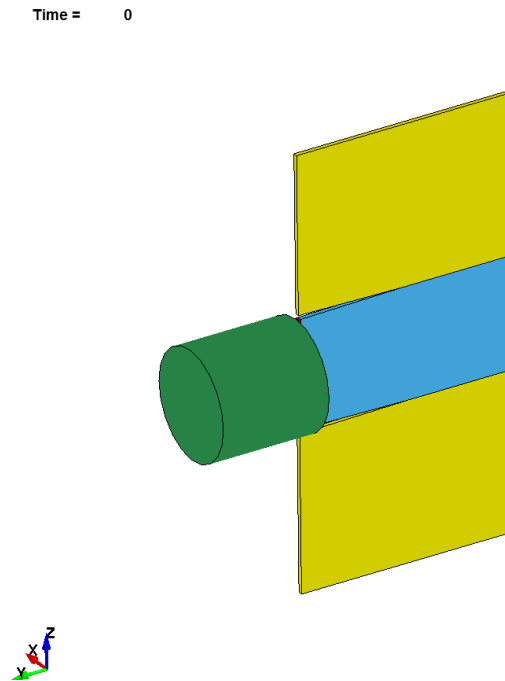


Fig. 7-1 Calculating Model 1-4

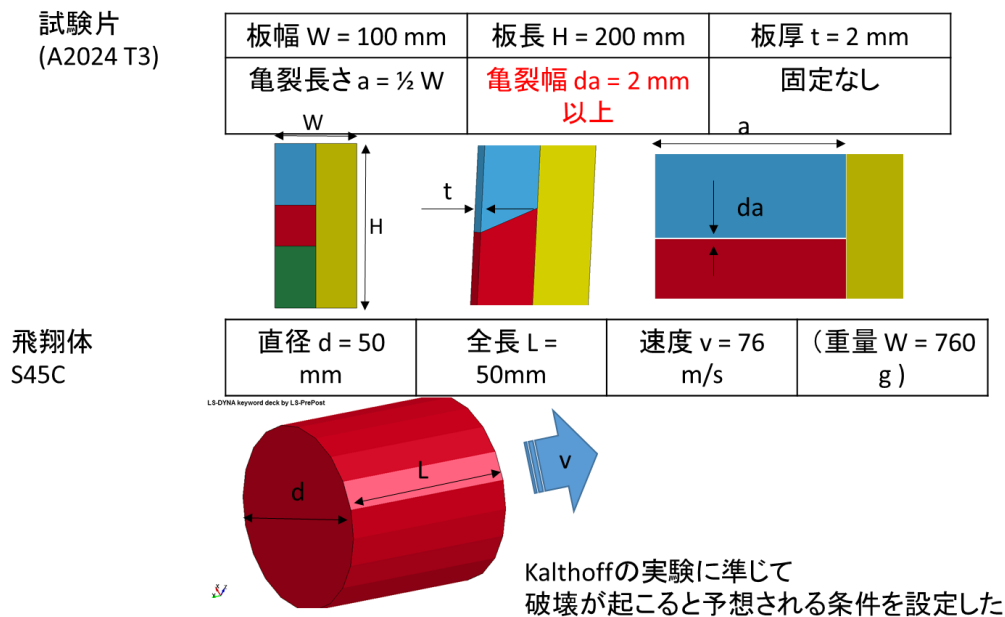


Fig. 7-2 impactor

・解析モデル 1 ～ 3 (予備解析)

解析条件 (LS-DYNA R8.0.0)	
境界条件	完全自由 初期条件として 飛翔体に初速度72m/sを設定
単位系	[ton] [mm] [sec] [mJ] [N] [MPa]
計算手法	陽解法
解析要素1	四辺形一次要素一点積分 (シェル) 30万要素
解析要素2	六面体一次要素一点積分 (ソリッド) 300万要素
アワーグラス制御	Flanagan-Belytschkoviscous form (with exact volume integration for solid elements :solidのみ)
タイムステップ	E-8 ~ E-9 sec (CFL条件に適合)
計算時間	5.0 e-4 sec

Fig. 7-3 Calculating conditions 1-4

パラメータ	A	B	n	C
値	369	684	0.73	0.0083

Fig. 7-4Parameters (SJC)[95]

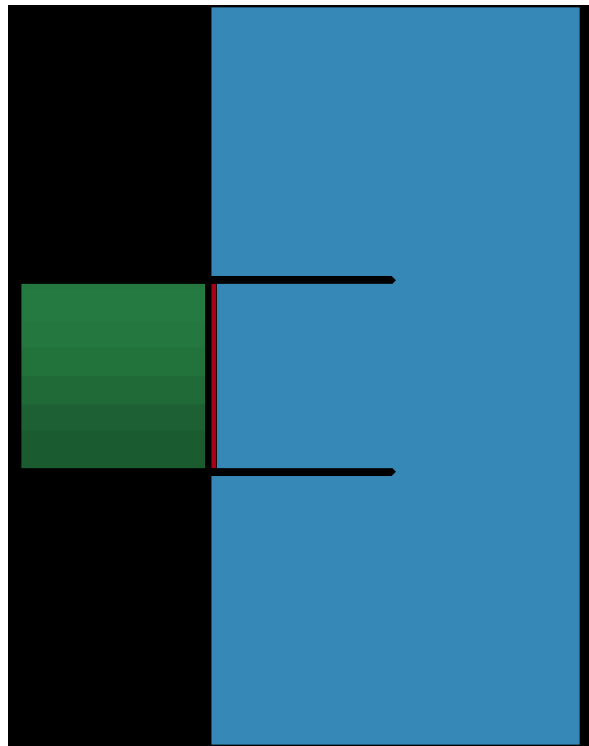
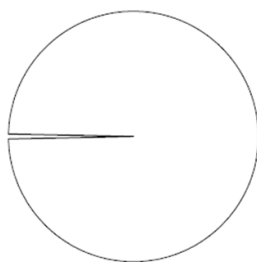


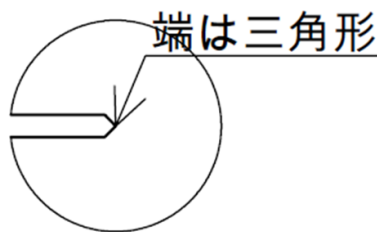
Fig. 7-5 Calculating Model 2 front view

解析モデル1～3群との比較を以下に示す．解析モデル1～3群は，シェル要素モデルとソリッド要素モデルからなるモデルで，加工後に予想されるき裂先端形状を以下の様にしたものである．メッシュの要素代表長さは0.25 mmで統一されており，アスペクト比は1:2を超えない様にしてある．また，要素破壊が導入されており，各要素の主ひずみ値が0.25を超えると破壊したとみなし，要素を削除した．

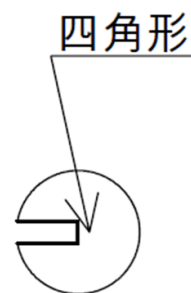
高さが50mmの二等辺三角形
のスリット



Model1



Model2

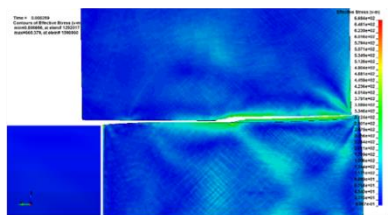


Model3

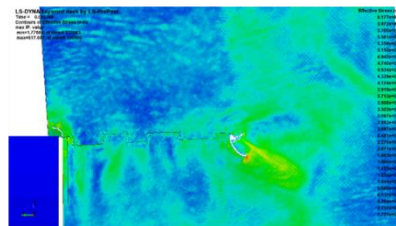
Fig. 7-6 crack tips

これらの試験片先端加工形状各々について，衝突後の結果をいかに示した．

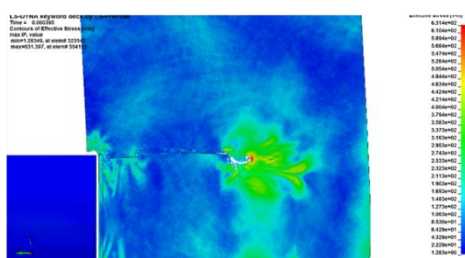
Model 1 (ソリッドによる解析)



Model 1 (シェルによる解析)



Model 2 (シェルによる解析)



Model 3 (シェルによる解析)

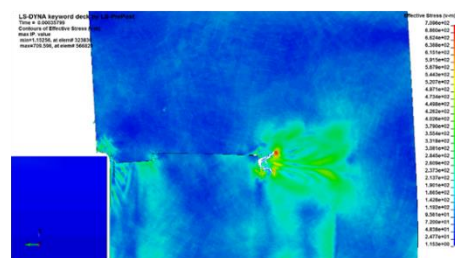


Fig. 7-7 Calculating Model 1-3

また、固定条件に依るき裂進展経路依存を調べるために、上下端を固定した解析モデル4によっても解析をおこなった。以下に結果を示す。

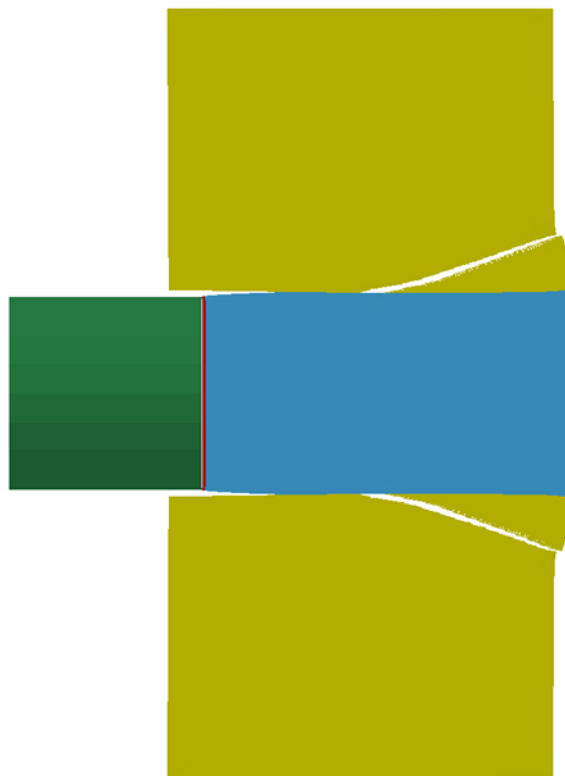


Fig. 7-8 Calculating Model 4

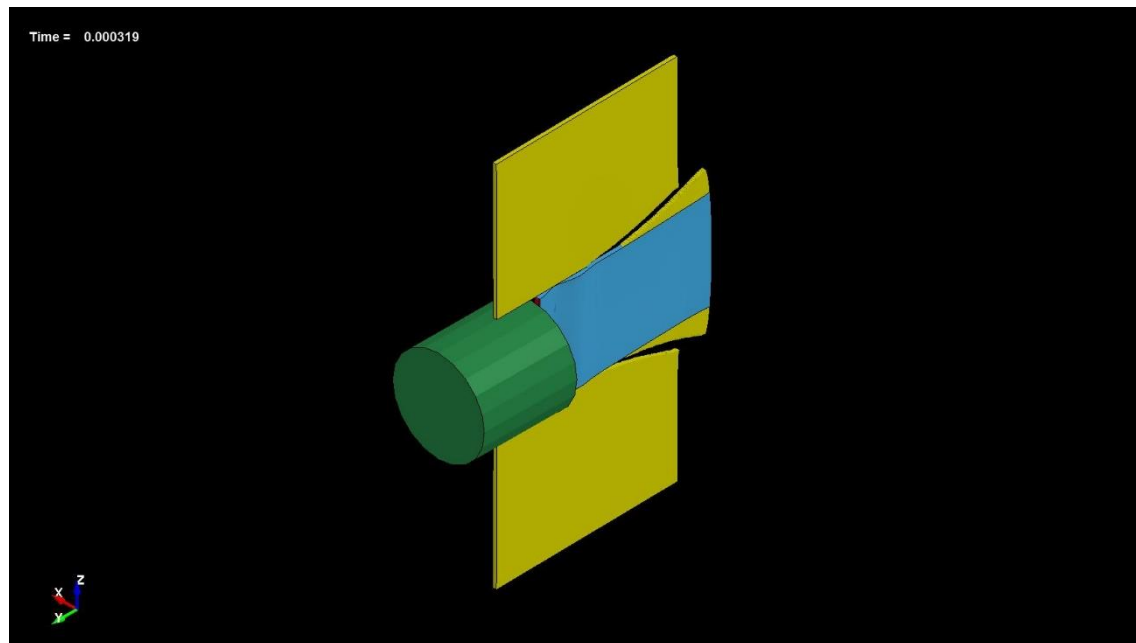


Fig. 7-9 Calculating result 4

kalthoff と同様に板を固定せずに飛翔体を衝突させ、き裂が進展するかどうかを調べた。全てのモデルにおいて、主ひずみ値 0.18 で要素を削除したにも関わらず、ソリッド、シェルで変形の応答が異なった。特にシェルにおいてき裂は全く進展せず、ソリッド要素で一度にき裂が進展した様子とは異なる結果が得られた。そこで、ソリッド要素によって解析された結果における、き裂先端の主応力方向を調べた。

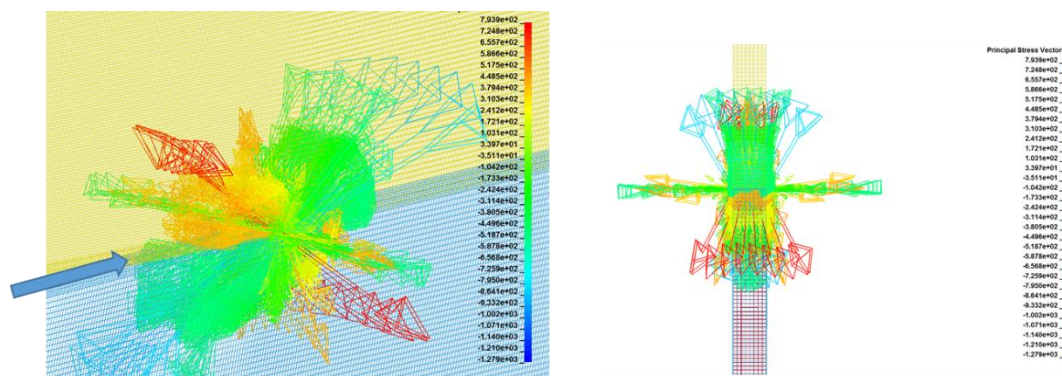


Fig. 7-10 Crack Tip Stress Vectors (L)ISOview (R)Front view

き裂先端の主応力方向を調べた所、要素全体に渡って三次元的な応力分布を持つことがわかった。この結果からわかることは、本衝撃解析におけるき裂進展が単なる Mode I 型の開口型応力分布単独ではないということである。有限要素法においてき裂が進展する直前までの連続体的な応力分布は実現をよく模擬しているといえるので、実現におけるき裂進展挙動についても、同様の応力場において進展を生じると考えられる。き裂先端における応力とひずみの分布をより詳細に調べるためには、よりき裂先端に限って詳細な応力状態を観察する必要があると考

えた。実現象においてディンプルの生成と連結によってき裂が進展すると考えると、解放される応力の規模もディンプルと同程度の規模であることが考えられる。即ち、削除される要素の大きさはおよそディンプルのオーダーであることが適切だと考えた。そこでディンプルのオーダーは 20 マイクロメートル程度であることから、破壊要素サイズのオーダーも数十マイクロメートル程度である必要があるとして、次のモデルではき裂先端の最小要素代表長さを $31.25 \mu\text{m}$ とした。また、図 7-10 からわかるように、上下端分の固定を行うことで、き裂モードが II 型から I + II 型に変化したことがうかがえる。実験においてモード I 型を含む高速き裂進展を発生させる必要があると考えたため、上下端を完全拘束とした、以上を踏まえ、新たに作成したモデルを以下に示す。本モデルでは、き裂先端形状は三次元部分詳細メッシュとなっている。

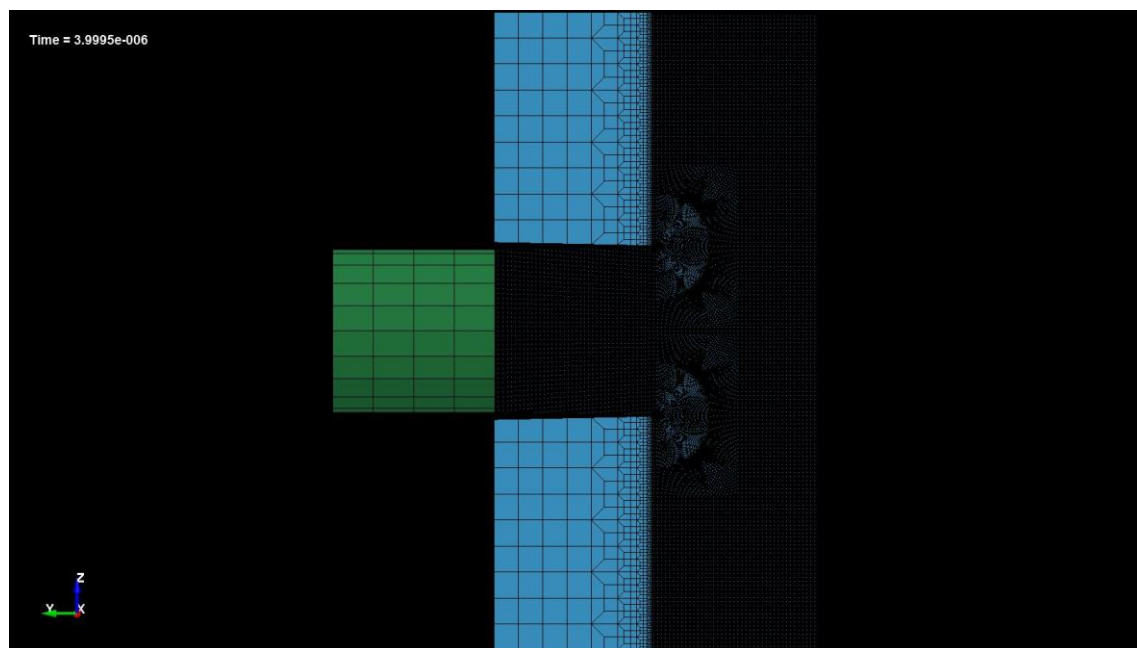


Fig. 7-11 Parrtialy dense Solid mesh on crack tip

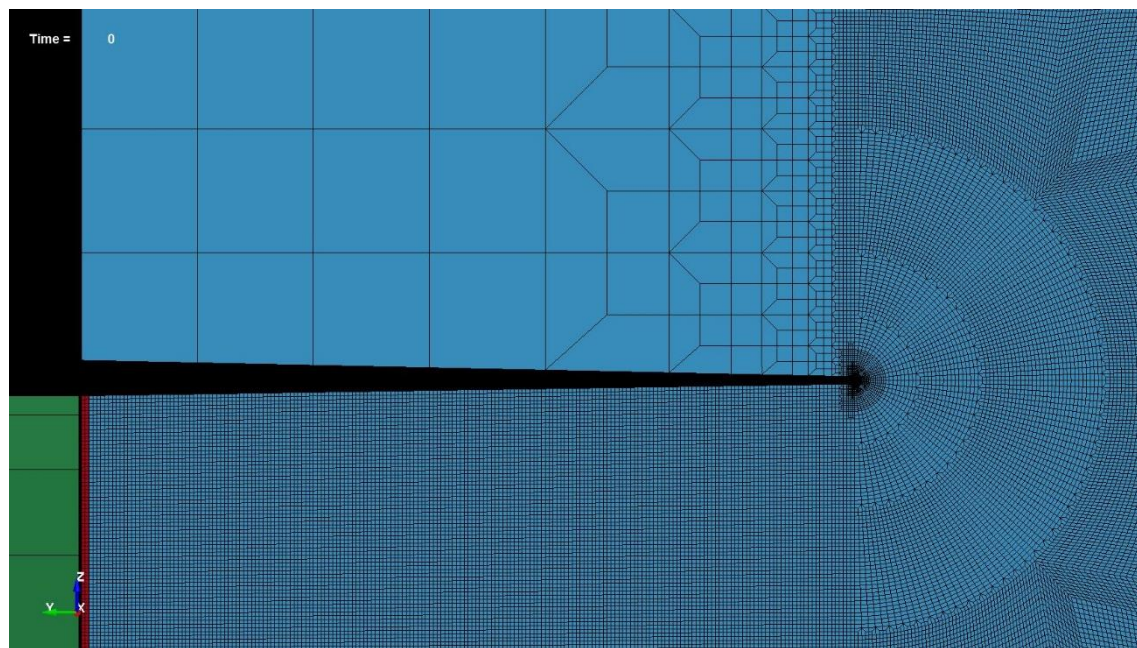


Fig. 7-12 Parrtialy dense Solid mesh on crack tip zoom

本モデルにおける解析結果と，応力波が入射した後のき裂先端の変形と応答，及び応力場の様子を以下に示した．

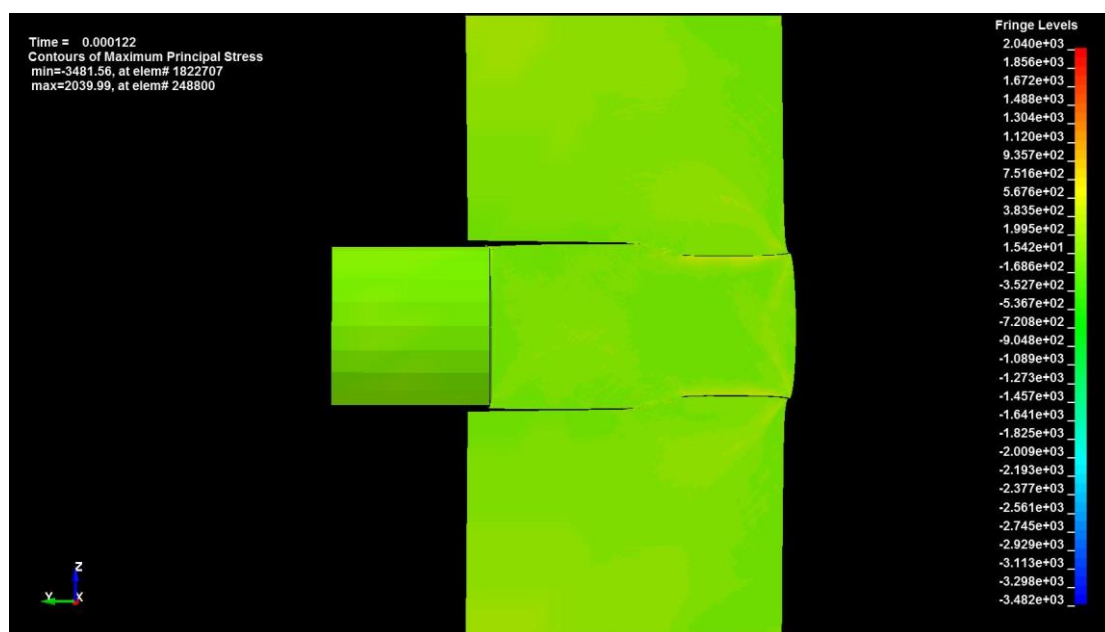


Fig. 7-13 Parrtialy dense Solid mesh on crack tip Result

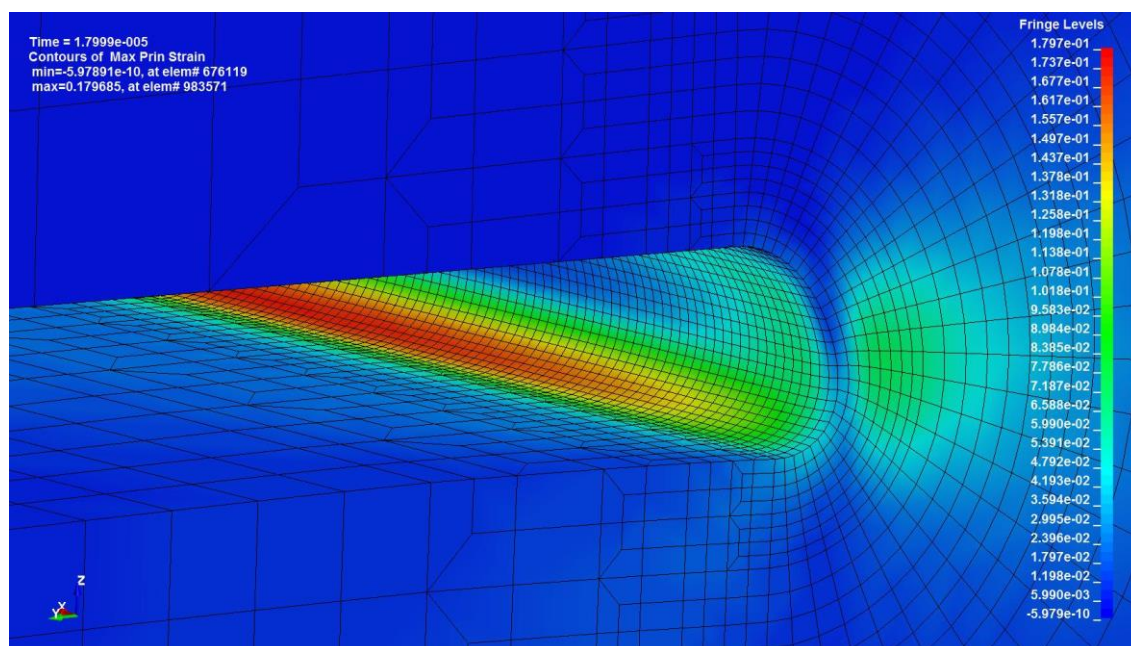


Fig. 7-14 Parrtialy dense Solid mesh on crack tip flow stress t = 18 ms

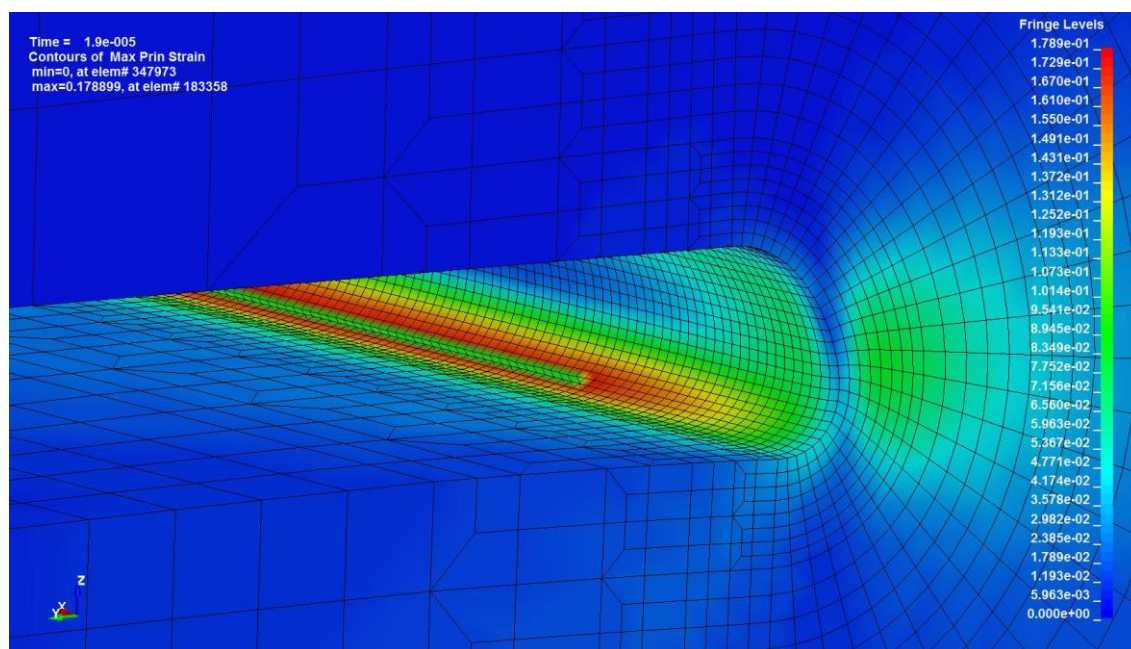


Fig. 7-15 Parrtialy dense Solid mesh on crack tip flow stress t = 19 ms

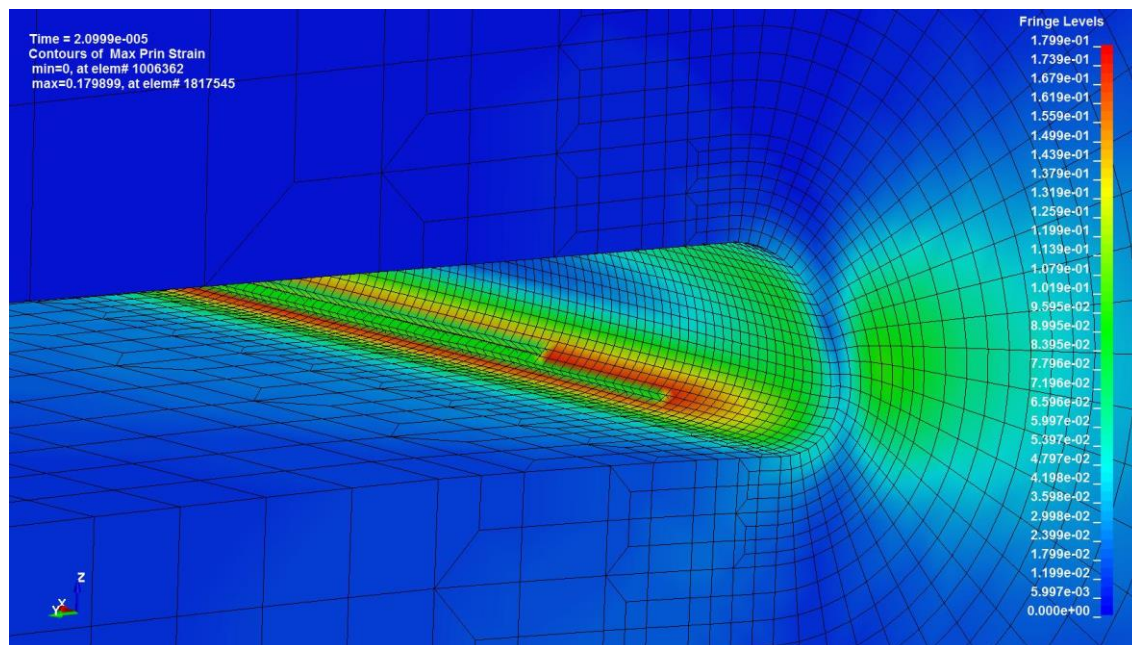


Fig. 7-16 Parrtialy dense Solid mesh on crack tip flow stress t = 21 ms

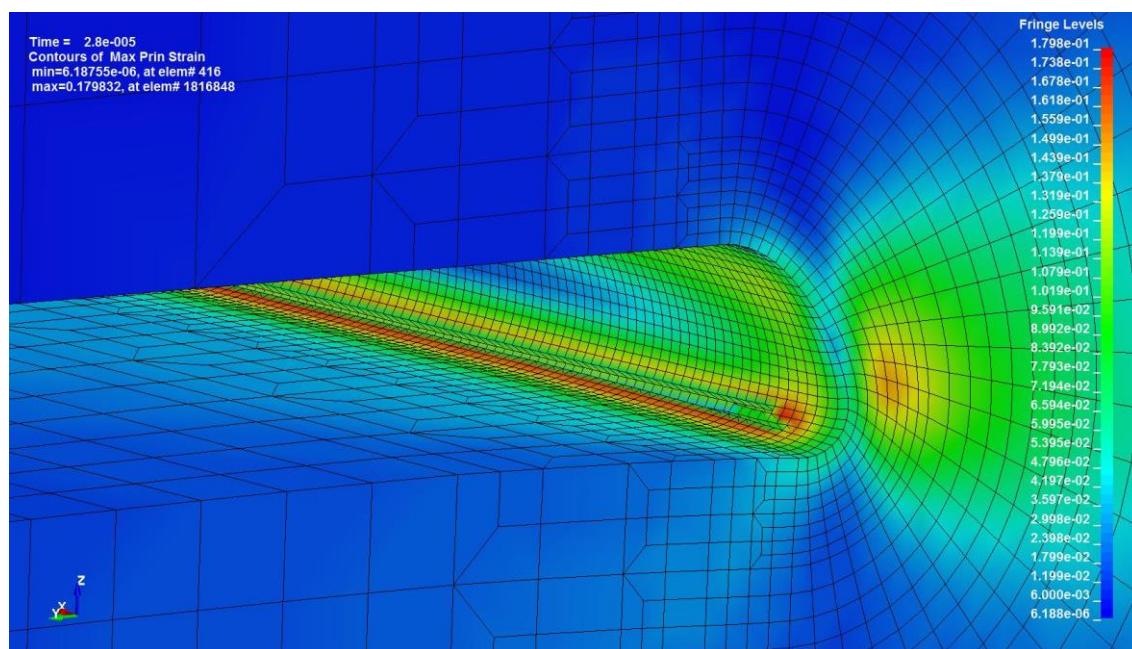
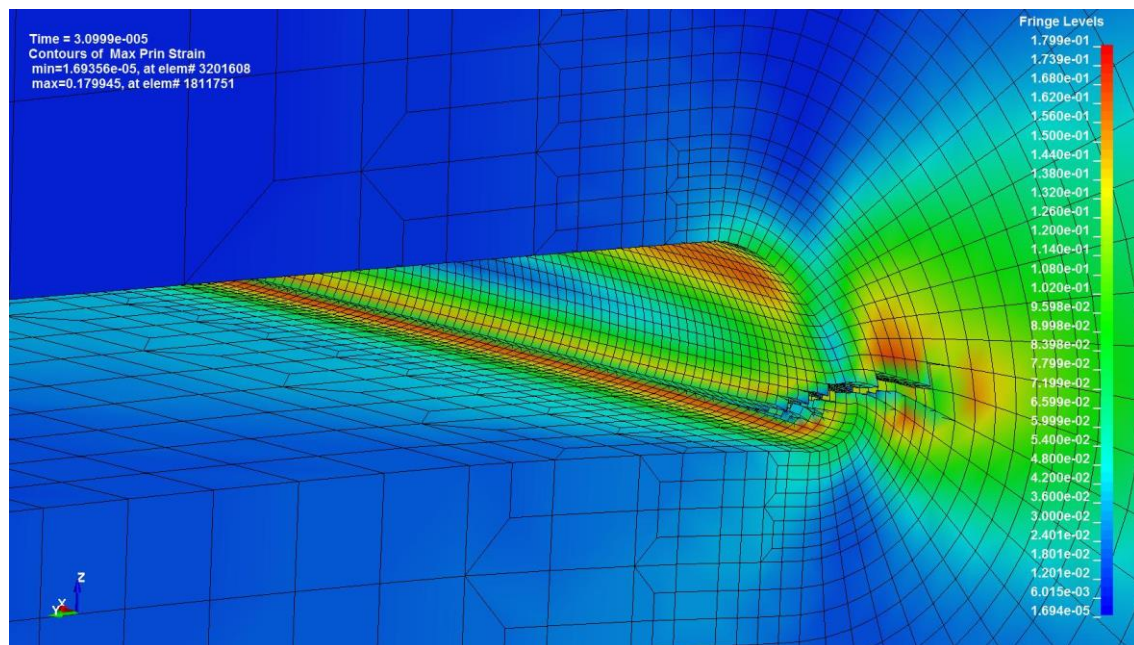
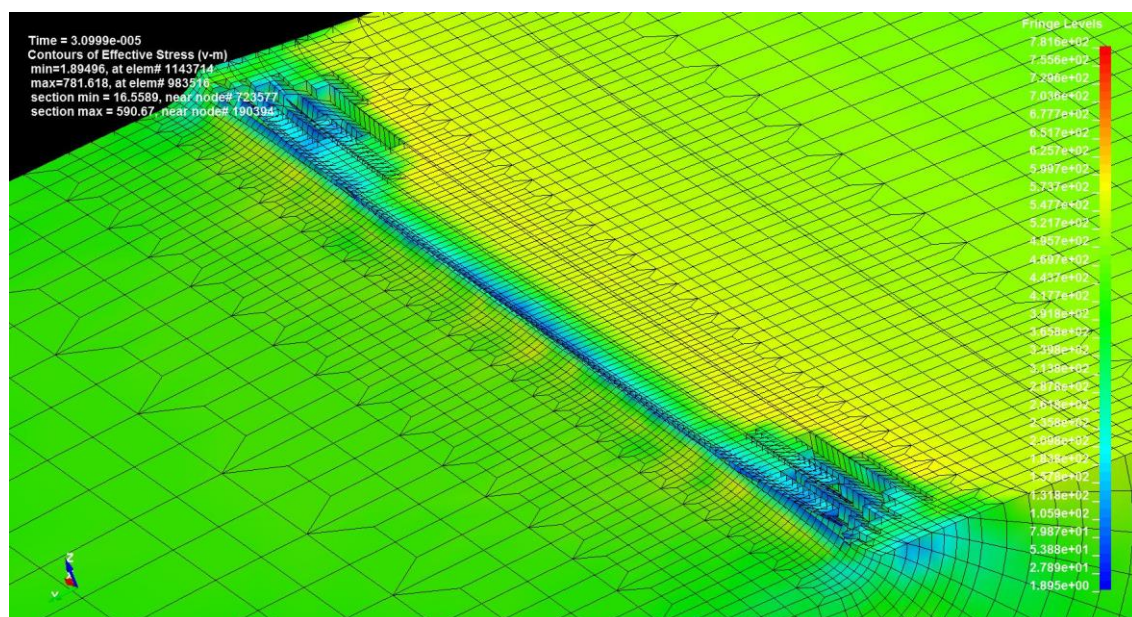


Fig. 7-17 Parrtialy dense Solid mesh on crack tip flow stress t = 28 ms

Fig. 7-18 Parrtial dense Solid mesh on crack tip flow stress $t = 31 \text{ ms}$ Fig. 7-19 initial formulation of crack $t = 31 \text{ ms}$

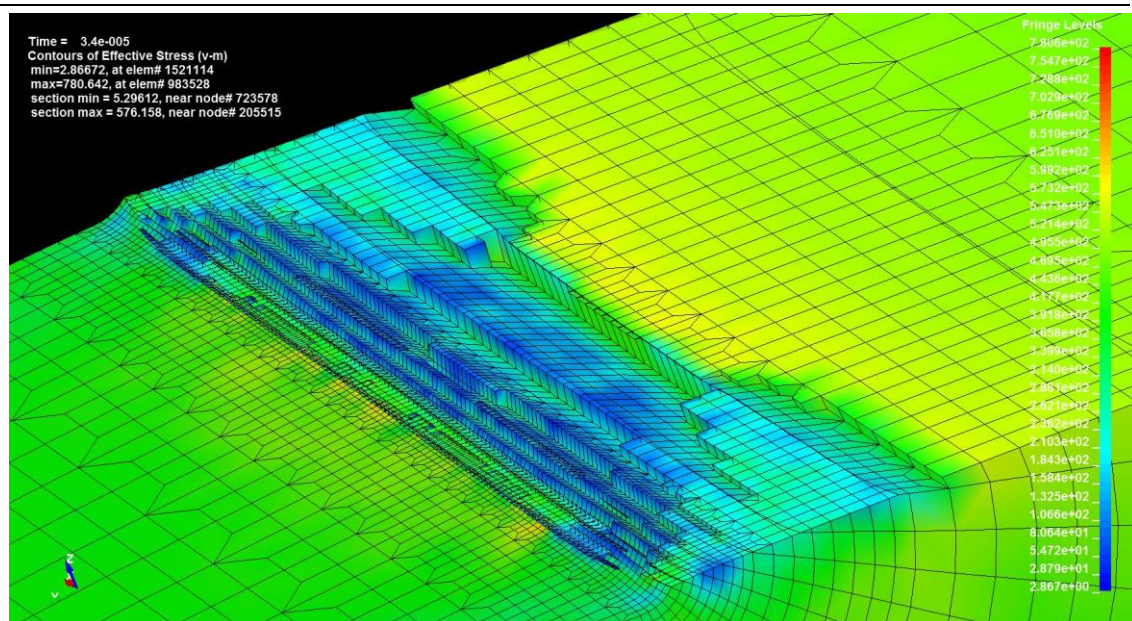
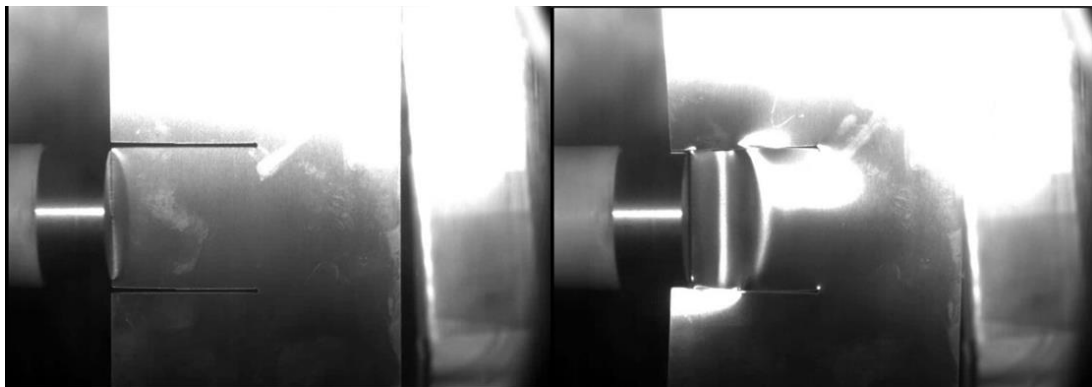


Fig. 7-20 initial formulation of crack $t = 34 \text{ ms}$

解析結果を見ると、き裂先端の形成過程が示されていることがわかる。初期に板厚中央部で初期き裂が発生し、これが表面を伝播する過程で、内部にも侵入し、延性き裂特有の破面を形成していることがわかった。き裂初期の形成速度はおよそ 1500m/s と考えられ、これは横波速度のおよそ 6 割に近づいているので、この時点でのき裂形成が高速で進行することで、初期き裂に分岐が発生する可能性が示された。

以上の事前解析の結果を踏まえ、実機実験を行った結果は、以下のとおりである。



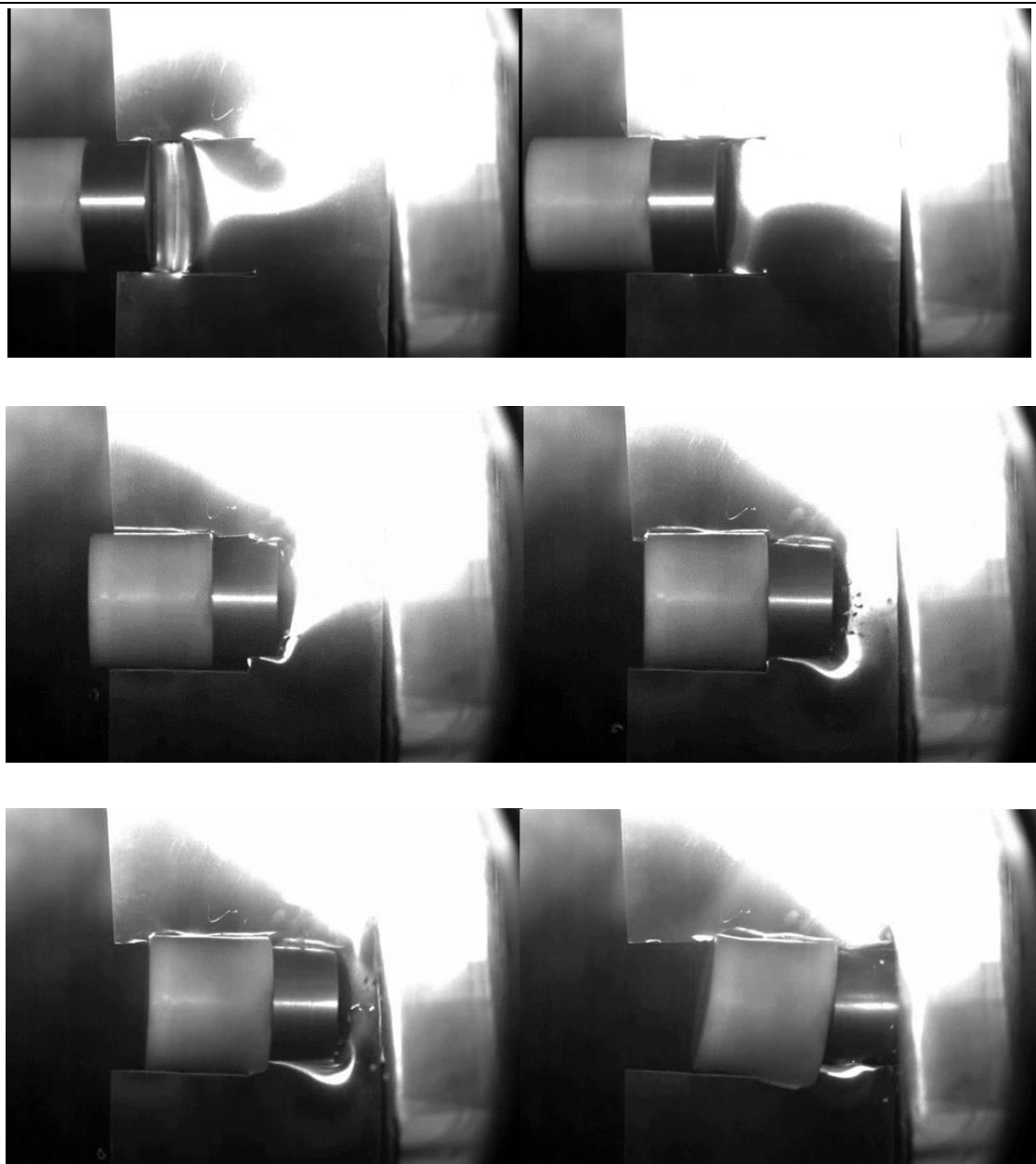
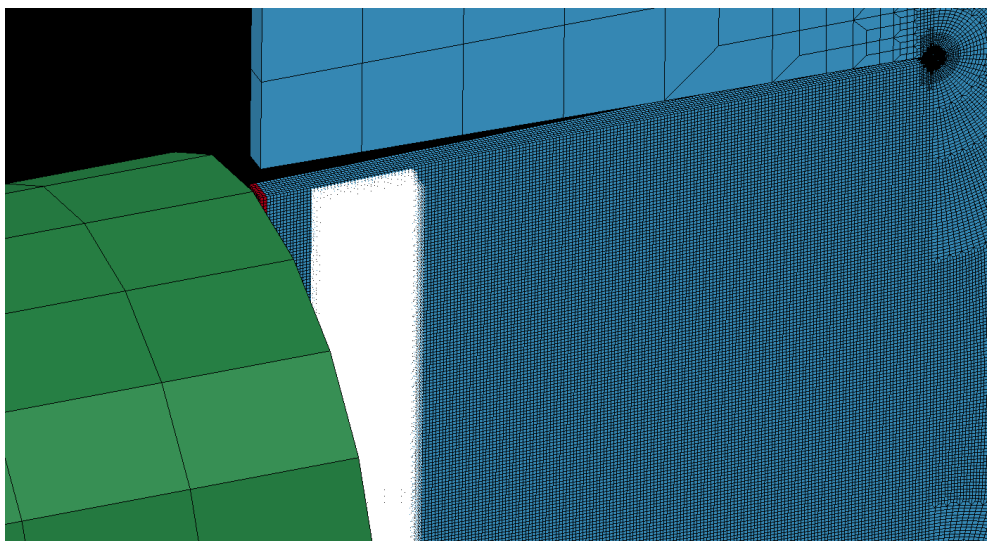
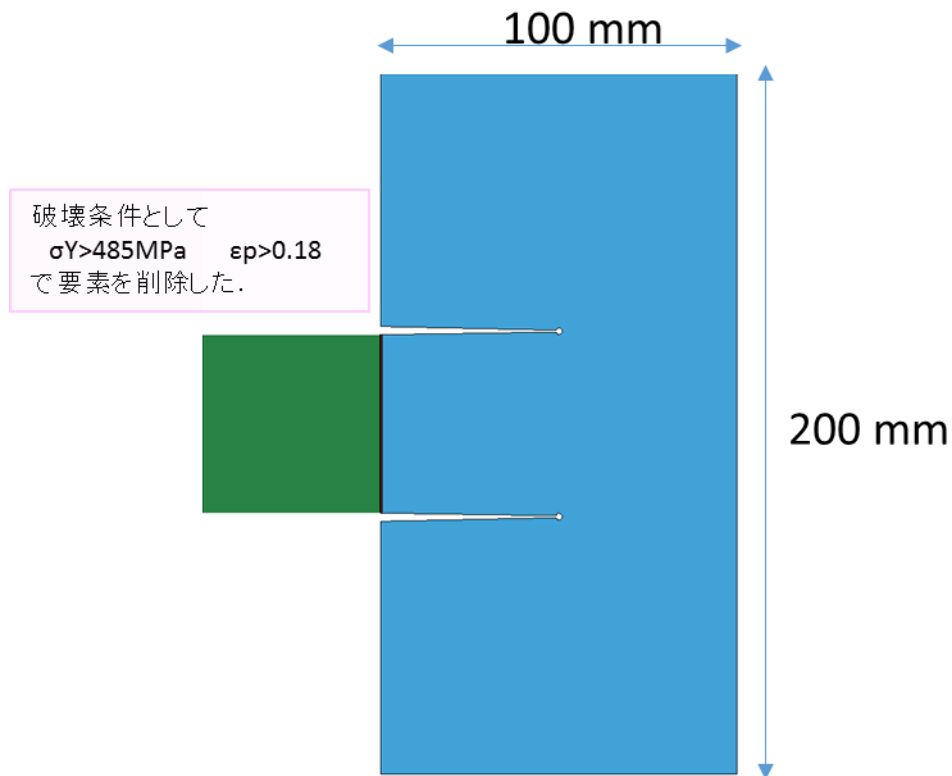


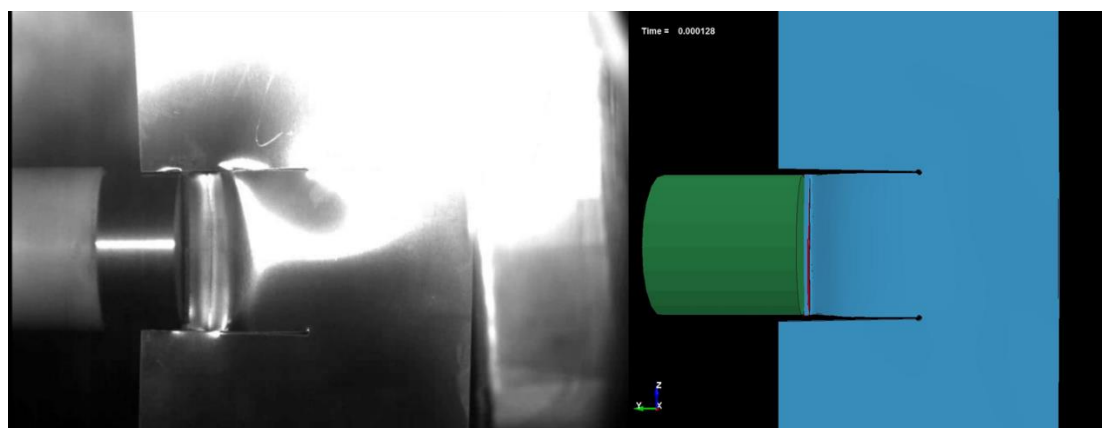
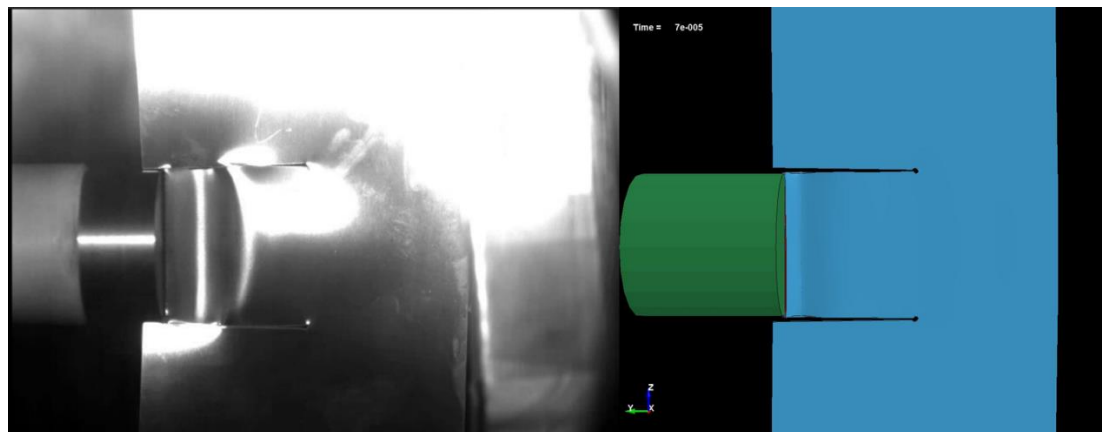
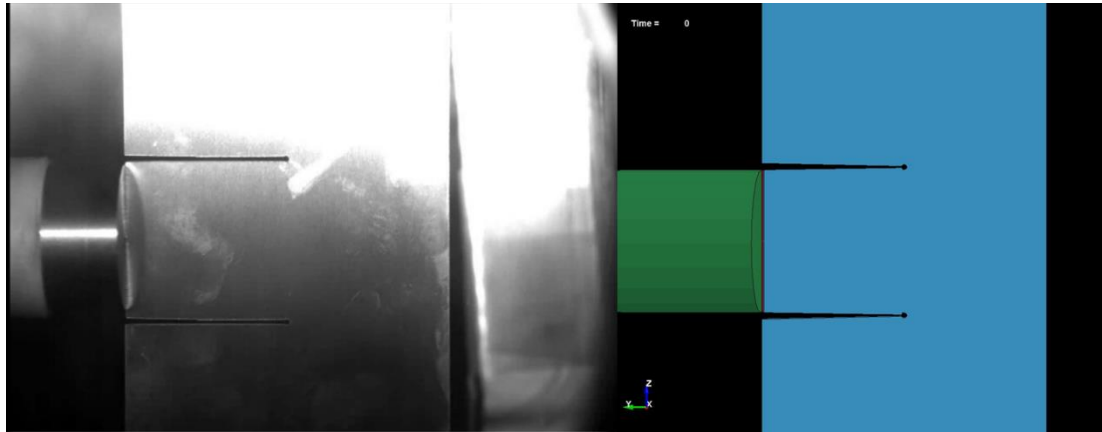
Fig. 7-21 impact result

実験結果を見ると、衝突部最初期に大規模な塑性座屈変形が発生し、以後は質量体がアルミ板を引きちぎっていく様子が見られた。衝突後半では、引きちぎられた過程で細かな破片が飛散している様子が見られる。解析モデル1～4及び5では、アルミ板と飛翔体に対して、位置に関する初期不整を導入し、あるいは数 N の横力を印加し、初期不整として座屈が発生するかどうかを検討したが、図#に示す対称な座屈を除き、実験で見られたような大規模な座屈は発生しなかった。

しかし、実験では、実際のアルミ板及び位置決めに関する初期不整によって座屈が発生してしまったとみられる．このため、衝突が発生する瞬間より、衝突部から $1/10 \sim 1/5$ の位置に 10MPa の面外方向横力を印加して、三次元部分詳細メッシュによって解析を行った．また、実験では、本モデルよりもき裂先端曲率半径が大きな加工が施されていたため、解析モデルにおいてもき裂先端の曲率が実験と一致するように修正を行った．このため、要素の最小代表サイズは 0.0625mm となった．



解析の時刻歴の様子を，実験と比較しながら示す．



7 き裂を有するアルミ合金平板のき裂進展

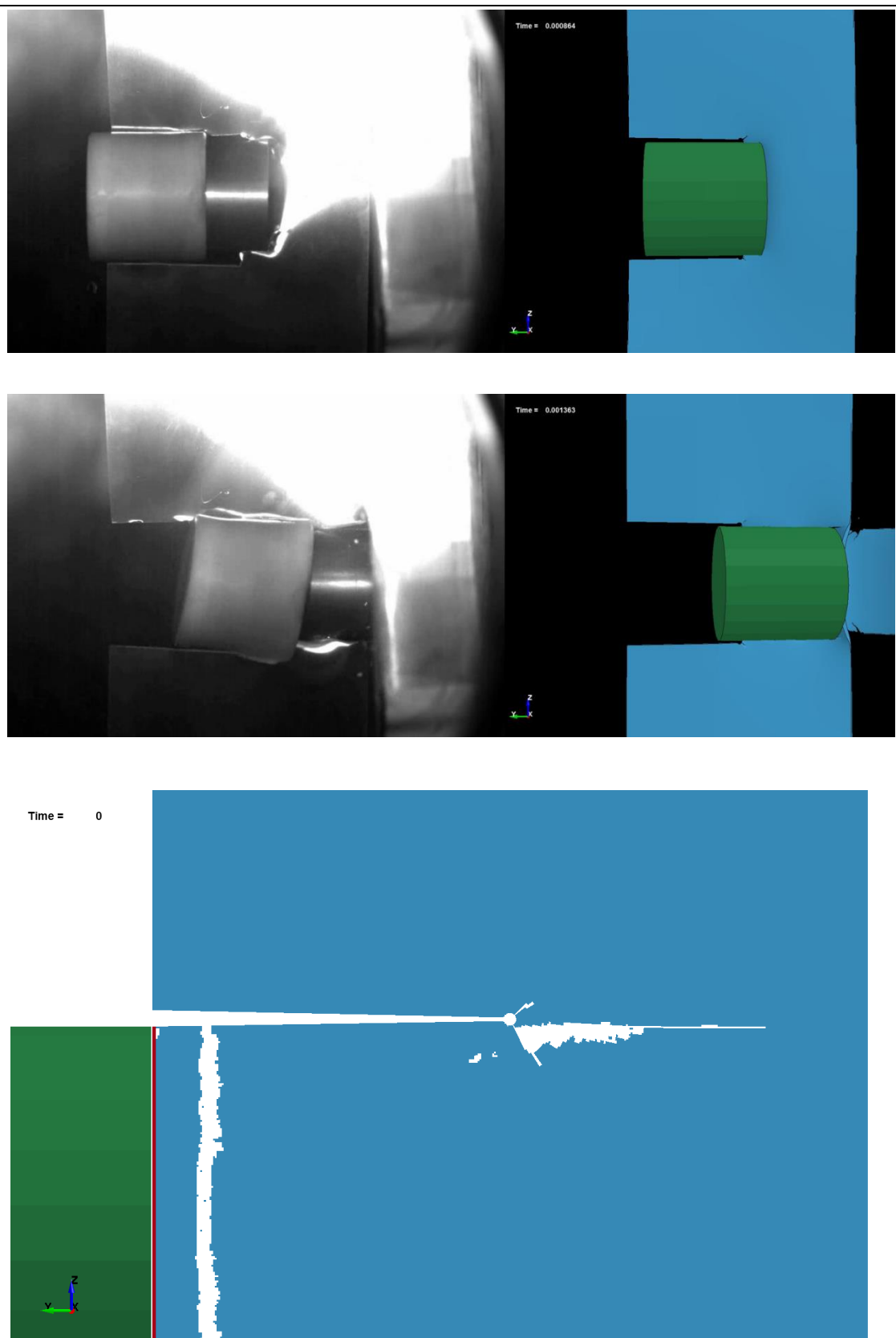


Fig. 7-22 eroded elements at initial state



Fig. 7-23 the result of specimen

実験結果の試験片の様子を示す。解析と実験結果では破片形状や、断片化形状が異なる一方でき裂先端部における、キンク形状や、破面形成の形状はおよそ一致していることがわかった。

即ち、応力伝播に依るき裂進展は解析できているかは不明であるが、接触に伴う破壊過程の定性的な一致を見ることが出来たと言える。

8 結言

動的陽解法 FEA によってき裂を有するアルミ合金平板のき裂進展解析を行った。本結果から、実機であるロケット燃料タンク高速き裂進展解析への適用を考える。

・座屈問題について

座屈問題については初期不整の適切な入力が必要であると考え。即ち、初期不整量に応じて、変形応答ではなく、座屈進展に求められる時間が変化することがわかった。即ち、変形の過渡応答との連成解析を考える場合（燃料タンク内の液体や機体との圧力に関する連成解析）、座屈の進展速度が実機よりも遅い場合、解析によって得られるき裂進展量が実際よりも小さく見積もられる可能性が有る。

・き裂問題について

本研究に於いては、き裂進展に関して明らかなクライテリアを得るには至らなかったといえる。しかしながら、三次元部分詳細メッシュを用いたき裂進展直前の応力状態に関する解析の有効性を確認した。よって、従来シェルによって計算されてきたき裂進展は、動的な問題、特に高速で応力状態が変化する場合において、適切に解析が行われていないと言えることがわかった。今後の課題として、要素サイズの必要最小単位及びボイドを考慮した、損傷進展型要素削除方式の定式化とパラメータを求めることが挙げられる。即ち、簡便には主ひずみ値を用いることができる一方で、き裂先端の力学的な相互作用を精密に見積もるには不十分であることが考えられる。これを本研究における課題と定めたい。

謝辞

本研究を進めるにあたり、多くの方のご指導、ご協力を賜りました。感謝申し上げます。

酒井信介教授には 2 年間指導教員としてご指導賜りました。研究会等において相談させて頂く度にご指摘を頂き、ここまで研究を進めることができました。また、研究に留まらず、自由に研究を進めさせていただき、大変のびのびと研究をおこなうことが出来ました。

泉聡志教授には、研究会や授業におきまして多くの知見をご教授頂きました。特に有限要素法についてご指導いただき、お力をいただきました。学会や講習会を含めまして、多くの学外のイベントにも参加させて頂き、また、休息時には非常にフランクに話しかけていただき、大変リラックスすることが出来たといえます。

波田野明日可助教には、研究や授業などに対して数多くの相談にアドバイス頂きました。日頃の研究室生活においても常に細かにお気遣い頂き、一心に研究に打ち込むことができました。備品の手配や細かな研究室の環境整備まで行っていただき大変感謝しております。

熊本大学波多先生には、本研究を進めるにあたり多くの助言を賜りました。また、実験を行っていただいただけでなく解析に関する助言を多数いただきました。今後共長きに亘ってお世話になると思いますが何卒よろしくお願いいたします。

国立研究開発法人宇宙航空研究開発機構、JEDI 藤本様には、多数のご助言を含み、研究に関する様々な提言をいただき、大変助かりました。研究を進める上で様々な提案をしていただき、大きな刺激となりました。

最後に、本日に至るまで勝手気ままな研究生活を送らせていただいた両親と姉への感謝の気持ちをもって謝辞を終わらせていただきます。勿論、他にも多くの方々の助力あつての研究生活であることは言うまでもありませんが、紙面の都合上控えさせていただきます。ありがとうございました。

2017 年 2 月 2 日

中井 佑

参考文献

- [1] 栗山和樹, “修士論文「有人ロケットの緊急脱出カプセル着水時における人体安全性評価」”, 2014.
- [2] 植田章裕, “卒業論文「ロケット緊急離脱システムにおける人体加速度応答解析」”, 2014.
- [3] 植田章裕, “修士論文「有限要素法を用いた有人ロケット緊急離脱時における人体傷害評価及びメカニズム解明」“, 2016.
- [4] 今泉俊介, “卒業論文「人体ダミーのマルチボディ解析に基づく有人ロケット緊急離脱時の傷害評価」”, 2015. 奥田 慶一郎, “現在のタイヤ産業を取り巻く環境”, 自動車技術, Vol.67, No.4, pp.10-14, 2013.
- [5] . 富田 信之, “ロケット工学基礎講義” コロナ社 2001/11

- [6] “先端材料シリーズ”, 破壊と材料 日本材料科学会編 1989.
- [7] チモシェンコ, “塑性理論” コロナ社 1954 年
- [8] university of cambridge <https://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/BD6/results.php> university of cambridge>DoITPoMS>TLP Library>The Ductile-Brittle Transition(1/Feb/2017)
- [9] 社団法人 日本アルミニウム協会 編, アルミニウムハンドブック (第 6 版) 日本アルミニウム協会, 2001
- [10] Grossmann, Günter, Zardini, Christian “The ELFNET Book on Failure Mechanisms, Testing Methods, and Quality Issues” Springer-Verlag London, 2011
- [11] Materials Science And Engineering, An Introduction: by William D. Callister, Jr., John Wiley & Sons, Inc.
- [12] Mechanical Metallurgy, G.E.Dieter, McGraw Hill, 1987
- [13] Fundamentals of Metal Forming, Robert H. Wagoner, Jean-Loup Chenot, John Wiley & Sons, 1996
- [14] Structure of Metals, Charles Barrett and T.B.Massalski, Pergamon Press, 1980
- [15] G. R. Johnson and W. H. Cook, “A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures,” *7th International Symposium on Ballistics*. pp. 541–547, 1983.
- [16] 材料の科学と工学、[2] 金属材料の力学的性質、W.D.キャリスター著 入戸野修 監訳、培風館
- [17] 加藤雅治：入門転位論、裳華房、1999
- [18] 鈴木秀次：転位論入門、アグネ、1986
- [19] 材料強度の原子論、日本金属学会、1985
- [20] 加藤雅治、熊井真次、尾中 晋：材料強度学、朝倉書店、1999
- [21] 丸山公一、中島英治：高温強度の材料科学、内田老鶴圃、1997
- [22] 金属塑性加工学、加藤健三、丸善、1971
- [23] 材料強度の基礎、高村仁一、京都大学学術出版会、1998
- [24] 材料強度の考え方、木村 宏、アグネ技術センター、2000
- [25] T. Yamada, Y. Yamashita, and S. Kanna, “A study on evaluation of ductile crack initiation using strain hardening exponent for steels,” 21st Eur. Conf. Fract. ECF21, Catania, Italy Eng., no. 18, 2016.
- [26] T. Kobayashi, “Strength and fracture of aluminum alloys,” Mater. Sci. Eng. A, vol. 286, no. 2, pp. 333–341, 2000.

- [27] J. R. Rice and D. M. Tracey, "On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 17, no. 3, pp. 201–217, 1969.
- [28] Y. Bao and T. Wierzbicki, "On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space," *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 46, no. 1, pp. 81–98, 2004.
- [29] Y. Bao and T. Wierzbicki, "A Comparative Study on Various Ductile Crack Formation Criteria," *J. Eng. Mater. Technol.*, vol. 126, no. 3, p. 314, 2004.
- [30] T. L. Anderson, "破壊力学（第3版）—基礎と応用" 森北出版, 2011
- [31] A. A. Griffith, "The Phenomena of Rupture and Flow in Solids," *Philos. Trans. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 221, no. 582–593, pp. 163–198, 1921.
- [32] G. . Irwin, "Onset of Fast Crack Propagation in High Strength Steel and Aluminum Alloys," *Sagamore Res. Conf. Proc.*, no. May 1956, pp. 289–305, 1956.
- [33] Irwin, G. R. : Analysis of stress and strain near the end of a crack traversing a plate, *J. Appl. Mech.*, Vol.24, pp.361-364, 1957.
- [34] NF Mott; Fracture of metals theoretical consideration. *Engineering*, 165 (1948), pp. 16–18
- [35] E. Yoffe, "The moving griffith crack," *London, Edinburgh, Dublin Philos. Mag. J. Sci.*, vol. 42, no. 330, pp. 739–750, 1951.
- [36] K. B. Broberg, "The Propagation of a Brittle Crack," *Arkve Fysik*, Vol. 18, No. 2, 1960, pp. 159-192.
- [37] Barenblatt, G. I., Salganik, R. K., and Cherepanov, G. P. (1962), On the unsteady propagation of cracks. *J. Applied Mathematics and Mechanics (PMM)*, 26, No. 2, pp. 469-477
- [38] J.W. Craggs : On the Propagation of a Crack in ana Elastic-Brittle Material, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.8,1960,pp.66-75.
- [39] F.A. McClintock and S.P. Sukhatme, 'Travelling Cracks in Elastic Materials under Longitudinal Shear', *J. Mech. Phys. Solids*, 8, 187-193, 1960
- [40] B. Cotterell, Velocity effects in fracture propagation. *Appl. Math. Res.* 4, 227-232 (1965).
- [41] J. D. Eshelby, "Uniformly Moving Dislocations," *Proc. Phys. Soc. Sect. A*, vol. 62, no. 5, pp. 307–314, 1949.
- [42] Radok, J.R.M.; On solutions of problems of dynamic plane elasticity, *Quarterly of Applied Marh*, 14, 1956, pp. 289-298.
- [43] Lord Rayleigh; On the Free Vibrations of an Infinite Plate of Homogeneous Isotropic Elastic Matter. *Proc London Math Soc* 1888; s1-20 (1): 225-237.
- [44] Viktorov, I.A.: Rayleigh and Lamb Waves. Plenum Press, New York (1967)
- [45] L. B. Freund and R. J. Clifton, "On the uniqueness of plane elastodynamic solutions for running cracks," *J. Elast.*, vol. 4, no. 4, pp. 293–299, 1974.
- [46] L. B. Freund, "Crack propagation in an elastic solid subjected to general loading-I. Constant rate of extension," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 20, no. 3, pp. 129–140, 1972.
- [47] L. B. Freund, "Crack propagation in an elastic solid subjected to general loading-II. Non-uniform rate of extension," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 20, no. 3, pp," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 20, no. 3, pp. 141–152, 1972.
- [48] L. B. Freund, "Crack propagation in an elastic solid subjected to general loading—III. Stress wave loading," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 21, no. 2, pp. 47–61, 1973.

- [49] L. B. Freund, "Crack propagation in an elastic solid subjected to general loading- IV. Obliquely incident stress pulse," J. Mech. Phys. Solids, vol. 22, no. 3, pp. 137–146, 1974.
- [50] Irwin, G. R. : Plastic zone near a crack and fracture toughness, Proc., Sagamore Research Conf., Vol.4, pp.63-78, 1961
- [51] Dugdale, D. S. : Yield in steel sheets containing slits, J. Mech. Phys. Solids, Vol.8, pp.100-104, 1960.
- [52] Barenblatt, G. I. : The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture, Adv. appl. mech., Vol.VII, Academics Press, pp.55-129, 1962
- [53] Wells, A. A. : Unstable crack propagation in metals: cleavage and fast fracture, Proc., The Crack Propagation Symposium, Vol.1, pp.84, 1961
- [54] Eshelby, J. D. : The continuum theory lattice defects, Solid State Phys., Vol.3, 1956.
- [55] Rice, J. R. : A path independent integral and the approximate analysis of strain consideration by notches and cracks, J. Appl. Mech., Vol.35, pp.379-386, 1968.
- [56] Hutchinson, J. W. : Singular behavior at the end of a tensile crack tip in a hardening material, J. Mech. Phys. Solids, Vol.16, pp.13-31, 1968.
- [57] Rice, J. R. and Rosengren, G. F. : Plane strain deformation near a crack tip in a powerlaw hardening material, J. Mech. Phys. Solids, Vol.16, pp.13-31, 1968.
- [58] Shih, C. F.: Relationship between the J-integral and crack opening displacement for stationary and extending cracks, J. Mech. Phys. Solids, Vol.29, pp.305-326, 1981.
- [59] ASTM: Standard test method for JIc, a measure of fracture toughness, ASTM, E 818-18, pp.1-20, 1972
- [60] 村上澄男: 連続体損傷力学損傷・破壊解析の連続体力学的方法, 森北出版, 2008
- [61] Kachanov, L.M.: Introduction to Continuum Damage Mechanics, M. Nijhoff, Boston, 1986.
- [62] Lemaitre, J.: A continuous damage mechanics model for ductile fracture, J. Eng. Mater. Technol., Vol.99, pp.2-15, 1977.
- [63] Lemaitre, J., Sermage J.P. and Desmorat, R.: A two scale damage concept applied to fatigue, Int. J. Fract., Vol.97, pp.67-81, 1997.
- [64] Gurson, A. L.: Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part 1-Yield criteria and flow rules for porous ductile media, J. Eng. Mater. Technol., Vol.99, pp.2-15, 1977.
- [65] Tvergaard, V.: On localization in ductile materials containing spherical voids, Int. J. Fract., Vol.18, pp.237-252, 1982.
- [66] Tvergaard, V.: Material failure by void growth to coalescence, Adv. Appl. Mech., Vol.27, pp.83-151, 1990.
- [67] Tvergaard, V. and Needleman, A.: Analysis of cup-cone fracture in round tensile bar, Acta. Metall., Vol.32, pp.157-169, 1984.
- [68] Duga, J.J., Fisher, W.H., Buxbaum, R.W., Rosenfield, A.R., Burh, A.R., Honton, E.J. and McMillan, S.C.: The economic effects of fracture in the United States, NBS Special Publication, 647-2, 1983.
- [69] 田中徹, 萩原世也, 只野裕一, 稲田拓真, 森孝信, 瀧脇健二: 有限要素法を用いた打抜き加工における切断面の延性破壊判定に関する考察, 塑性と加工, Vol.52(609), pp.1104–1108, 2011.
- [70] M. J. Turner, R. W. Clough, H. C. Martin and L. J. Topp, "Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures," J. of Aero. Sci., 23 (9), Sept. 1956.
- [71] J. Planas, M. Elices, and J. G., "The cohesive zone model: advantages, limitations and challenges," *Eng. Fract. Mech.*,

vol. 69, no. 2, pp. 137–163, 2002.

- [72] Babuska, I. and Melenk, J.M.: The partition of unity method, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.40, pp.727-758, 1997.
- [73] Melenk, J.M. and Babuška, I.: The partition of unity finite element method: basic theory and applications, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.29, pp.289-314,1996.
- [74] Daux, C., Moës, N., Dolbow, J., Sukumar, N. and Belytschko, T.: Arbitrary branched and intersecting cracks with the extended finite element method, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.48, pp.1741-1760, 2000. 168
- [75] Dolbow, J., Moës, N. and Belytschko, T.: An extended finite element method for modeling crack growth with frictional contact, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.190, pp.6825-6846, 2001.
- [76] Moës, N. and Belytschko, T.: Extended finite element method for cohesive crack growth, *Engng. Fract. Mech.*, Vol.69, pp.813-833, 2002.
- [77] Nagashima, T., Omoto, Y. and Tani, S.: Stress intensity factor analysis of interface cracks using X-FEM, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.56, pp.1151-1173, 2003.
- [78] Zi, G. and Belytschko, T.: New crack-tip elements for XFEM and applications to cohesive cracks, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.57, pp.2221-2240, 2003
- [79] Budyn, ´ E., Zi, G., Moës, N. and Belytschko, T.: A method for multiple crack growth in brittle materials without remeshing, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.61, pp.1741-1770, 2004.
- [80] Lee, S.H., Song, J.H., Yoon, Y.C., Zi, G. and Belytschko, T.: Combined extended and superimposed finite element method for cracks, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.59, pp.1119-1136, 2004.
- [81] Sukumar, N., Chopp, D.L., Moës, N. and Belytschko, T.: Modeling holes and inclusions by level sets in the extended finite element method, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.190, pp.6183-6200, 2001.
- [82] Moës, N., Cloirec, M., Cartraud, P. and Remacle, J.F.: A computational approach to handle complex microstructure geometries, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.192, pp.3163-3177, 2003. 169
- [83] Belytschko, T., Parimi, C., Moës, N., Sukumar, N. and Usui, S.: Structured extended finite element methods for solids defined by implicit surfaces, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.56, pp.609-635, 2003.
- [84] Sukumar, N., Huang, Z.Y., Pr´evost, J.-H. and Suo, Z.: Partition of unity enrichment for bimaterial interface cracks, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.59, pp.1075-1102, 2004.
- [85] Gautschi, Walter (2008). "Leonhard Euler: His Life, the Man, and His Work". *SIAM Review*. 50 (1): 3–33.
- [86] Bryan, G.H., "On the stability of a plane plate under thrusts in its own plane, with applications to the buckling of the sides of a ship", *Math. Soc., Proc.*, Vol. 22, London, 1891, p. 54
- [87] Stephen P. Timoshenko, "Theory of Elastic Stability", Mcgraw-Hill College 1961
- [88] S.Komatsu, T.Kitada, S.Miyazaki, " ELASTIC-PLASTIC ANALYSIS OF COMPRESSED PLATE WITH RESIDUAL STRESS AND INITIAL DEFLECTION" 土木学会論文報告集 244 (1975) 12 月
- [89] Nageswara Rao, B. & Venkateswara Rao, G. Post-buckling analysis of a uniform cantilever column subjected to a tip concentrated subtangential follower force, *Forsch Ing-Wes* (1989)
- [90] NASA SP-8007:Buckling of thin walled Circular Cylinders,1968
- [91] Donnel, L.h.:Stability of thin walled tubes under torsion, NACA TN-479,1933
- [92] Toru TSUDA, Atsushi ABE, Masahide KATAYAMA, Tatsuo SAKAKIBARA, Shinji TANIMURA "Implementation of the Tanimura-Mimura's Constitutive Model into LS-DYNA and it's Verification Analysis" 日本材料学会第 59

期学術講演会講演論文集，平成 22 年 5 月 22 日～23 日，北海道大学

- [93] L. Kruszka, L. Anaszewicz, J. Janiszewski, and M. Grazka, “Experimental and numerical analysis of Al6063 duralumin using Taylor impact test,” *EPJ Web Conf.*, vol. 26, p. 1062, 2012.
- [94] Kalthoff, J. F. and Winkler, S. (1987) Failure mode transition at high rates of shear loading. In *Impact Loading and Dynamic Behavior of Materials*, eds. C. Y. Chiem, H.-D. Kunze and L. W. Meyer, Vol. 1, pp. 185-195.
- [95] T. Yamada, Y. Yamashita, and S. Kanna, “A study on evaluation of ductile crack initiation using strain hardening exponent for steels,” 21st Eur. Conf. Fract. ECF21, Catania, Italy Eng., no. 18, 2016.
- [96] 酒井譲，高速き裂伝播の歴史と問題点，JHPI Vol.20 No.5 1982 pp.263-274
- [97] 酒井譲，高速き裂伝播の歴史と問題点，JHPI Vol.21 No.2 1983 pp.95-106
- [98] 酒井譲，高速き裂伝播の歴史と問題点，JHPI Vol.21 No.5 1983 pp.259-269

以上

修士論文

衝撃力を受けるき裂を有する
アルミ合金平板の
動的有限要素法解析

完

2017 年 2 月 2 日

指導教員 酒井 信介 教授

37-156217 中井 佑