## 修士論文

Cohesive Zone Model を用いた有限要素法解析 による凹凸を有する摺動面の摩擦係数予測

## 2017年2月2日

## 指導教員 泉 聡志 教授

37-156209 世古口 涼

1.1    研究の背景    10      1.2    従来の研究    10      1.3    研究の目的    12      1.4    本論文の構成    12      1.4    本論文の構成    12      1.4    本論文の構成    12      2    解析手法    13      2.1    諸言    14      2.2    Cohesize Zone Model    14      2.3    有限要素法における解析手法    16      3    平板における相限要素法解析    18      3.1    緒言    19      3.2    接触・磁着理論    19      3.2.1    Hetz の接触理論[24]+[26]    19      3.2.2    JKR 理論[10]    21      3.3    押し込み解析    25      3.3.1    解析モデル    25      3.3.1    解析モデル    25      3.3.1    解析モデル    26      3.3.3    考察    29      3.4    平板における摺動解析    30      3.4.1    解析モデル    30      3.4.1    解析モデル    30      3.4.3    考察    34      リロン形状を有する表面における潜動解析    37      4.2    2 次元正弦波形を有する表	1.	序論	۲ ۲	
1.2 従来の研究    10      1.3 研究の目的    12      1.4 本論文の構成    12      1.4 本論文の構成    12      2 解析手法    13      2.1 緒言    14      2.2 Cohesize Zone Model    14      2.3 有限要素法における解析手法    16      3 平板における有限要素法解析    18      3.1 緒言    19      3.2 技触・凝着理論    19      3.2 技触・凝着理論    19      3.2.1 Hertz の接触理論[24]-[26]    19      3.2.2 JKR 理論[10]    21      3.3 押し込み解析    25      3.3.1 解析モデル    25      3.3.2 解析結果    26      3.3.3 考察    29      3.4 平板における潜動解析    30      3.4.1 解析モデル    30      3.4.1 解析モデル    30      3.4.1 解析モデル    30      3.4.2 解析結果    31      3.4.3 考察    34      4 凹凸形状を有する表面における潜動解析    36      4.1 結言    37      4.2 2 次元正弦波形を有する表面における潜動解析    37      4.2.3 考察    41      4.3 3 次元正な波形を有する表面における潜動解析    44      4.3 1 解析モデル    44      4.3.3 考察    49   <		1.1	研究の背景	
1.3 研究の目的    12      1.4 本論文の構成    12      2 解析手法    13      2.1 緒言    14      2.2 Cohesize Zone Model    14      2.3 有限要素法における解析手法    16      3 平板における有限要素法解析    18      3.1 緒言    19      3.2 接触・凝着理論    19      3.2.1 Hertz の接触理論[24]-[26]    19      3.2.2 接R 理論[10]    21      3.3 押し込み解析    25      3.3.1 解析モデル    25      3.3.1 解析モデル    25      3.3.1 解析モデル    26      3.3.3 考察    29      3.4 平板における擂動解析    30      3.4.1 解析モデル    30      3.4.2 解析結果    31      3.4.3 考察    34      4 凹凸形状を有する表面における擂動解析    36      4.1 緒言    37      4.2 解析結果    31      3.4.3 考察    41      4.3 3次元正弦波形を有する表面における擂動解析    36      4.1 解析モデル    44      4.3.1 解析モデル    44      4.3.3 考察    49      5 結論と今後の課題    50      5.1 結論    51      3.5    51		1.2	従来の研究	
1.4    本論文の構成    12      2    解析手法    13      2.1    緒言    14      2.2    Cohesize Zone Model    14      2.3    有限要素法における解析手法    16      3    平板における有限要素法解析    18      3.1    緒言    19      3.2    接触・凝音理論    19      3.1    船言    19      3.2.1    Hertz の接触理論[24]-[26]    19      3.2.2    JKR 理論[10]    21      3.3    押し込み解析    25      3.3.1    解析主デル    25      3.3.2    解析結果    26      3.3.3    考察    29      3.4    平板における摺動解析    30      3.4.1    解析モデル    30      3.4.2    解析結果    31      3.4.3    考察    34      4    凹凸形状を有する表面における摺動解析    37      4.2.1    解析結果    36      4.1    経言    37      4.2.2    解析結果    39      4.2.3    考察    41      4.3    3、次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2.1 <td></td> <td>1.3</td> <td>研究の目的</td> <td></td>		1.3	研究の目的	
2    解析手法    13      2.1    緒言    14      2.2    Cohesize Zone Model    14      2.3    有限要素法における解析手法    16      3    平板における有限要素法解析    18      3.1    緒言    19      3.2    接触・凝音理論    19      3.1    船言    19      3.2    技触・凝音理論    19      3.2.1    Hertz の接触理論[24]-[26]    19      3.2.2    JKR 理論[10]    21      3.3    押し込み解析    25      3.3.1    解析モデル    25      3.3.1    解析モデル    26      3.3.3    考察    29      3.4    平板における潜動解析    30      3.4.1    解析モデル    30      3.4.2    解析電デル    30      3.4.3    考察    34      4    凹凸形状を有する表面における潜動解析    36      4.1    船音    37      4.2    2 次元正弦波形を有する表面における潜動解析    37      4.2.1    解析結果    39      4.2.2    解析結果    39      4.3    3 次元正弦波形を有する表面における潜動解析    44 <tr< td=""><td></td><td>1.4</td><td>本論文の構成</td><td></td></tr<>		1.4	本論文の構成	
2.1 緒言    14      2.2 Cohesize Zone Model    14      2.3 有限要素法における解析手法    16      3 平板における有限要素法解析    18      3.1 緒言    19      3.2 接触・疑着理論    19      3.2 接触・疑着理論    19      3.2.1 Hertz の接触理論[24]-[26]    19      3.2.2 JKR 理論[10]    21      3.3 押し込み解析    25      3.3.1 解析モデル    25      3.3.2 解析結果    26      3.3.3 考察    29      3.4 平板における擂動解析    30      3.4.1 解析モデル    30      3.4.2 解析結果    31      3.4.3 考察    34      4 凹凸形状を有する表面における擂動解析    36      4.1 緒言    37      4.2 2次正正弦波形を有する表面における擂動解析    37      4.2.2 解析結果    39      4.2.3 考察    41      4.3 3次正正弦波形を有する表面における擂動解析    41      4.3 1 解析結果    45      4.3 3 表示正弦波形を有する表面における擂動解析    44      4.3.1 解析結果    45      4.3.3 考察    49      5 結論と今後の課題    50      5.1 結論    51      5.2 今後の課題    51      謝辞    52	2	解析	f手法	
2.2    Cohesize Zone Model    14      2.3    有限要素法における解析手法    16      3    平板における有限要素法解析    18      3.1    緒言    19      3.2    接触・疑着理論    19      3.2.1    Hertz の接触理論[24]-[26]    19      3.2.2    JKR 理論[10]    21      3.3    押し込み解析    25      3.3.1    解析モデル    25      3.3.2    解析結果    26      3.3.3    考察    29      3.4    平板における摺動解析    30      3.4.1    解析モデル    30      3.4.2    解析結果    31      3.4.3    考察    34      4    凹凸形状を有する表面における摺動解析    36      4.1    緒言    37      4.2    2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2.1    解析結果    39      4.2.2    解析結果    39      4.2.3    考察    41      4.3    3 次元正弦波形を有する表面における摺動解析    44      4.3.1    解析モデル    44      4.3.2    解析結果    45      4.3.3    考察    49		2.1	緒言	
2.3    有限要素法における解析手法		2.2	Cohesize Zone Model	
3    平板における有限要素法解析		2.3	有限要素法における解析手法	
3.1 緒言    19      3.2 接触・凝着理論    19      3.2.1 Hertz の接触理論[24]-[26]    19      3.2.2 JKR 理論[10]    21      3.3 押し込み解析    25      3.3.1 解析モデル    25      3.3.2 解析結果    26      3.3.3 考察    29      3.4 平板における摺動解析    30      3.4.1 解析モデル    30      3.4.2 解析結果    31      3.4.3 考察    34      4 凹凸形状を有する表面における摺動解析    36      4.1 緒言    37      4.2 2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    36      4.1 緒言    37      4.2 1 解析モデル    37      4.2 2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2.2 解析結果    39      4.2.3 考察    41      4.3 3次元正弦波形を有する表面における摺動解析    44      4.3.1 解析モデル    44      4.3.3 考察    49      5 結論と今後の課題    50      5.1 結論    51      5.2 今後の課題    51      謝辞    52	3	平板	反における有限要素法解析	
3.2 接触・凝着理論    19      3.2.1 Hertz の接触理論[24]-[26]    19      3.2.2 JKR 理論[10]    21      3.3 押し込み解析    25      3.3.1 解析モデル    25      3.3.2 解析結果    26      3.3.3 考察    29      3.4 平板における摺動解析    30      3.4.1 解析モデル    30      3.4.2 解析結果    31      3.4.3 考察    34      4 凹凸形状を有する表面における摺動解析    36      4.1 緒言    37      4.2 2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2 2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2 2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2.1 解析モデル    37      4.2.2 解析結果    39      4.2.3 考察    41      4.3 3次元正弦波形を有する表面における摺動解析    41      4.3 3次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2.2 解析結果    39      4.2.3 考察    41      4.3 3次元正弦波形を有する表面における摺動解析    44      4.3 算解析    45      4.3.3 考察    49      5 結論と今後の課題    50      5.1 結論    51      5.2 今後の課題    51		3.1	緒言	
3.2.1    Hertz の接触理論[24]-[26]    19      3.2.2    JKR 理論[10]    21      3.3    押し込み解析    25      3.3.1    解析モデル    25      3.3.2    解析結果    26      3.3.3    考察    29      3.4    平板における摺動解析    30      3.4.1    解析モデル    30      3.4.1    解析モデル    30      3.4.2    解析結果    31      3.4.3    考察    34      4    凹凸形状を有する表面における摺動解析    36      4.1    緒言    37      4.2    2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2.1    解析結果    39      4.2.3    考察    41      4.3    3次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2.1    解析結果    39      4.2.3    考察    41      4.3    3次元正弦波形を有する表面における摺動解析    44      4.3.1    解析結果    45      4.3.3    考察    49      5    結論と今後の課題    50      5.1    結論    51      5.2    今後の課題    51 <t< td=""><td></td><td>3.2</td><td>接触・凝着理論</td><td></td></t<>		3.2	接触・凝着理論	
3.2.2    JKR 理論[10]    21      3.3    押し込み解析    25      3.3.1    解析モデル    25      3.3.2    解析結果    26      3.3.3    考察    29      3.4    平板における摺動解析    30      3.4.1    解析モデル    30      3.4.2    解析結果    31      3.4.3    考察    34      4    凹凸形状を有する表面における摺動解析    36      4.1    緒言    37      4.2    2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2    2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2.1    解析モデル    37      4.2.2    解析結果    39      4.2.3    考察    41      4.3    3次元正弦波形を有する表面における摺動解析    44      4.3.1    解析モデル    47      4.3.3    考察    44      4.3.1    解析結果    45      4.3.3    考察    49      5    結論    51      5.2    今後の課題    51      謝辞    52    今後の課題    51		3.2.1	1 Hertz の接触理論[24]-[26]	
3.3 押し込み解析		3.2.2	2 JKR 理論[10]	
3.3.1    解析モデル		3.3	押し込み解析	
3.3.2    解析結果    26      3.3.3    考察    29      3.4    平板における摺動解析    30      3.4.1    解析モデル    30      3.4.2    解析結果    31      3.4.3    考察    34      4    凹凸形状を有する表面における摺動解析    36      4.1    緒言    37      4.2    2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2    2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2.1    解析結果    39      4.2.3    考察    41      4.3    3次元正弦波形を有する表面における摺動解析    44      4.3.1    解析結果    39      4.2.3    考察    41      4.3    3次元正弦波形を有する表面における摺動解析    44      4.3.1    解析結果    39      5    結論と今後の課題    50      5.1    結論    51      5.2    今後の課題    51      謝辞    52    54		3.3.1	1 解析モデル	
3.3.3    考察    29      3.4    平板における摺動解析    30      3.4.1    解析モデル    30      3.4.2    解析結果    31      3.4.3    考察    34      4    凹凸形状を有する表面における摺動解析    36      4.1    緒言    37      4.2    2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2    2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2.1    解析モデル    37      4.2.2    解析結果    39      4.2.3    考察    41      4.3    3次元正弦波形を有する表面における摺動解析    44      4.3.1    解析結果    49      5    結論と今後の課題    50      5.1    結論    51      5.2    今後の課題    51      謝辞    52    51		3.3.2	2 解析結果	
3.4    平板における摺動解析		3.3.3	3 考察	
3.4.1    解析モデル		3.4	平板における摺動解析	
3.4.2    解析結果		3.4.1	1 解析モデル	
3.4.3    考察    34      4    凹凸形状を有する表面における摺動解析    36      4.1    緒言    37      4.2    2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2    2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2.1    解析モデル    37      4.2.2    解析結果    39      4.2.3    考察    41      4.3    3次元正弦波形を有する表面における摺動解析    44      4.3.1    解析モデル    44      4.3.2    解析結果    45      4.3.3    考察    49      5    結論と今後の課題    50      5.1    結論    51      5.2    今後の課題    51      謝辞    52    54		3.4.2	2 解析結果	
4    凹凸形状を有する表面における摺動解析		3.4.3	3 考察	
4.1    緒言    37      4.2    2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2.1    解析モデル    37      4.2.2    解析結果    39      4.2.3    考察    41      4.3    3次元正弦波形を有する表面における摺動解析    44      4.3.1    解析モデル    44      4.3.2    解析結果    45      4.3.3    考察    49      5    結論    50      5.1    結論    51      5.2    今後の課題    51      謝辞    52	4	凹凸	h形状を有する表面における摺動解析	ŕ36
4.2    2次元正弦波形を有する表面における摺動解析    37      4.2.1    解析モデル    37      4.2.2    解析結果    39      4.2.3    考察    41      4.3    3次元正弦波形を有する表面における摺動解析    44      4.3.1    解析モデル    44      4.3.2    解析結果    45      4.3.3    考察    49      5    結論    50      5.1    結論    51      5.2    今後の課題    51      謝辞    52		4.1	緒言	
4.2.1    解析モデル		4.2	2次元正弦波形を有する表面におけ	る摺動解析
4.2.2    解析結果		4.2.1	1 解析モデル	
4.2.3    考察		4.2.2	2 解析結果	
4.3 3次元正弦波形を有する表面における摺動解析		4.2.3	3 考察	
4.3.1    解析モデル		4.3	3次元正弦波形を有する表面におけ	る摺動解析44
4.3.2    解析結果		4.3.1	1 解析モデル	
4.3.3    考察		4.3.2	2 解析結果	
5 結論と今後の課題		4.3.3	3 考察	
5.1    結論    .51      5.2    今後の課題    .51      謝辞    .52    .52	5	結論	まと今後の課題	
5.2    今後の課題    51      謝辞    52		5.1	結論	
謝辞		5.2	今後の課題	
	誹	辞		

考文献
-----

# 図目次

义	2-1	き裂先端領域図14
义	2-2	Cohesive Zone Model におけるき裂先端領域図15
义	2-3	Cohesize Zone Model における応力-変位曲線15
义	2-4	有限要素法における Cohesive Zone Model の表現16
义	2-5	有限要素法による解析モデル16
义	2-6	Cohesive 要素の応力-変位線図(引張方向)17
义	2-7	Cohesive 要素の応力-変位線図(せん断方向)17
义	3-1	Hertz 理論における弾性球の接触20
义	3-2	JKR 理論における弾性球の接触21
义	3-3	JKR 理論における圧力分布
义	3-4	JKR 理論における弾性球の接触22
义	3-5	押し込み解析における解析モデル
义	3-6	押し込み解析における z 軸方向変位と接触反力の関係27
义	3-7	押し込み解析における接触部断面の z 方向応力28
义	3-8	押し込み解析における接触部断のz方向変位28
义	3-9	平板の摺動解析における解析モデル
义	3-10	平面の摺動における解析モデル( <b>d = 2.5</b> )
义	3-11	平面の摺動における摺動距離と反力の関係32
义	3-12	平面の摺動における押し込み量と反力の関係
义	3-13	平面の摺動における押し込み量と摩擦係数の関係
义	3-14	z 軸方向反力における解析値と Hertz 理論の比較35
义	3-15	x 軸方向反力における解析値と Hertz 理論の比較
义	4-1	正弦波形状を持つ表面における摺動解析(A=0.05)
义	4-2	正弦波形状を持つ表面における摺動解析(A=0.1)
义	4-3	正弦波形状を持つ表面における摺動解析(A=0.5)
义	4-4	正弦波形を有する表面の摺動解析における変位と x 軸方向反力の関係40
义	4-5	正弦波形を有する表面の摺動解析における変位と z 軸方向反力の関係40
义	4-6	正弦波形を有する表面の摺動解析における変位と摩擦係数の関係41
义	4-7	<b>d</b> = 0.5 における応力分布図 (a) x 方向 (b) y 方向42
义	4-8	<b>d</b> = 1.5 における応力分布図 (a) x 方向 (b) y 方向43
义	4-9	正弦波形を有する表面の摺動解析における接触部図43
义	4-10	3 次元正弦波形状を持つ表面における摺動解析(A=0.05)44
义	4-11	正弦波形状を持つ表面における摺動解析(A=0.5)45
义	4-12	2 次元および3次元正弦波形を有する表面の摺動解析における変位と x 軸方
	向反	反力の関係

図 4-13 2 次元および 3 次元正弦波形を有する表面の摺動解析における変位と z 軸方
向反力の関係46
図 4-14 2 次元および 3 次元正弦波形を有する表面の摺動解析における変位と摩擦係
数の関係47
図 4-15 3 次元正弦波形を有する表面の摺動解析における y 方向摺動位置と x 軸方向
反力の関係47
図 4-16 3 次元正弦波形を有する表面の摺動解析における y 方向摺動位置と z 軸方向
反力の関係48
図 4-17 3 次元正弦波形を有する表面の摺動解析における y 方向摺動位置と摩擦係数
の関係48

# 表目次

表 3-1	押し込み解析における材料物性値	26
表 3-2	Cohesive 要素の物性値	26
表 3-3	押し込み解析における解析条件	26
表 3-4	平面の摺動解析における解析条件	31

# 1. 序論

## 1.1 研究の背景

自動車に投入されるエネルギーの約30%は摩擦で失われており[1],摩擦による損失は自動車の燃費及び二酸化炭素排出量に直接的な影響を与えている.エネルギーの高効率化および環境問題の観点から,摩擦係数の制御は必須の課題である.摩擦による損失を低減する方法の一つとして,表面形状のテクスチャリングが期待されている[2].

表面形状を考慮した 2 物体間の接触については,有限要素法などの数値解析手法を用い て様々な研究[3]-[8]が行われてきた.しかし,表面形状が動摩擦に与える影響は経験的に しか判明していないのが実情であり,合理的に摩擦係数を導出できる数理モデルが必要と されている.

### 1.2 従来の研究

接触に関する研究は、1881年に Hertz が半無限体の分布荷重を受ける場合の解を用いて、 理論的に2つの弾性球に関する接触応力に関する式を導いた研究から始まる[9].この理論 を Hertz 接触理論と呼んでいる. Johnson-Kendall-Roberts は Hertz 理論を元に、弾性変形に よるポテンシャルエネルギーと表面エネルギーによる仕事の和を用いて凝着理論を導出し た[10].この理論を彼ら3人の名前からJKR 理論と呼んでいる.また、

**Derjaguin-Muller-Toporov** は接触面外の分子間力による凝着力を考慮して凝着理論を導出した [11]. この理論を DMT 理論と呼んでいる.

上記の凝着理論解析に加えて、分子間力である van der Waals 力を導入した凝着解析が いくつか行われている. Attrad, Parker, Greenwood は球と等方性弾性体間の凝着問題を Lennard-Jones ポテンシャルを持ちいて数値的に解析した [12]. また, Greenwood は van der Waals 力を考慮した凝着解析の結果を JKR 理論と比較し,よく合うことを確かめた [12].

上記の理論解析や数値解析では、球同士または球と平面における接触問題を扱っている. しかし、構造体の表面は必ず粗さを有しているため、平らでない面に対する接触問題を取 り扱う必要がある. Greenwood と Williamson は粗さを有する面を、同じ曲率半径を持つ球 状突起と仮定し、突起高さ分布が正規分布に従うとしてモデル化した [13]. 緒方は 同じ曲率半径を持つ2球体と平面の摺動解析を行い,2球体の距離と摩擦係数の関係について論じた[14].

表面の力学的特性を考慮した研究もいくつか行われている. Gibbs は 1928 年に固体の表 面応力を初めて導入した[15]. Gurtin と Murdoch は固体表面の力学的挙動を研究し,表面 応力を考慮した連続体力学の構成方程式を提案した [16][17]. 古口は表面応力を考慮し た半無限弾性体に圧子が接触する問題を解析的に解き,表面応力が接触領域で変化した場 合の凝着により生ずる荷重と接触面の変位および接触圧力を調べた [18][19]. 古口と林 は表面応力と表面弾性定数を考慮した半無限異方性弾性体の接触問題を数値的に解いた [20].

以上のように,接触・凝着に関しては様々な研究が行われてきたが,マクロなスケール で凝着と表面形状の特性の両方を考慮した研究は少ない.

## 1.3 研究の目的

本研究では、表面形状が摩擦係数に与える影響を解明することを目的とする.そのための手法としてき裂に関する破壊力学モデルである Cohesive Zone Model を用いた有限要素法 モデルを用いる.まずは接触・凝着理論と比較することにより有限要素法モデルの妥当性 を確認する.そして、表面形状を入力とした摺動解析を行い、摩擦係数に与える影響を評 価する.

### 1.4 本論文の構成

本論文の構成を以下に示す.

第1章では、序論として研究背景と先行研究、研究目的について述べる.

第2章では、解析のモデルの評価に用いた Cohesive Zone Model の説明、および解析手法について述べる.

第3章では、半球-平面間の押し込み解析を行い、凝着理論との比較を行う.また、平面の摺動解析を行い、押し込み量と摩擦係数の関係について考察を行う.

第4章では、正弦波形を持つ表面において摺動解析を行い、表面形状と摩擦係数の関係について考察を行う.

第5章では、結論と今後の課題について述べる.

# 2 解析手法

## 2.1 緒言

本章では、まず本研究で凝着力の再現に用いた Cohesive Zone Model について簡単に述べる. その後、有限要素法における Cohesive Zone Model の適用手法について説明する.

### 2.2 Cohesize Zone Model

Conhesize Zone Model はき裂進展に関する破壊力学モデルであり, Dugdale (1960 年)や Barenblatt (1962 年) により提唱された[21]-[23]. Cohesive Zone Model は実際の物理現象 を表しているわけでなく現象論的なモデルであるが, き裂を再現するための効果的な手法 として用いられている.

き裂の進展領域における,実際のき裂および Cohesive Zone Model におけるき裂の外観を 図 2-1 および図 2-2 に示す. Cohesive Zone Model では実際のき裂の先端部分に 長さ  $l_p$  の 仮想領域 (Cohesive Zone)を拡張して設定する.き裂の進展は Cohesive Zone の表面間で生 じ,表面間に働く牽引力によりき裂進展の挙動が決定される.



図 2-1 き裂先端領域図



図 2-2 Cohesive Zone Model におけるき裂先端領域図

Cohsive Zone は複数のセルより構成され、セルの挙動はき裂に垂直な方向の応力  $\sigma$  とセルの上面と下面の相対変位  $\delta$  の関係により定義される.

$$\sigma = f(\delta) \tag{2-1}$$

応力-変位曲線の一例を図 2-3 に示す. 応力が引張強度  $\sigma_{max}$  に達するまでは変位に対し て応力が増大し,その後軟化して最大変位  $\delta_{max}$  まで達するとセルが破断し,き裂が進展 する. セルの破壊に必要なエネルギー G は以下の式で表される.

$$G = \int_0^{\delta_{\max}} f(\delta) d\delta \tag{2-2}$$

硬化および軟化の挙動は上面および下面の物質で決まる固有の物性値であり、様々なモ デルが提案されている.



## 2.3 有限要素法における解析手法

有限要素法における Cohesive Zone Model は図 2-4 に示すようにソリッド要素またはシ エル要素間に Cohesive 要素を定義することにより表現する.よって、あらかじめ破断経 路を決定する必要がある.本研究においては圧子-基盤間の摺動を扱うため、圧子-基盤間 に Cohesive 要素を設定する. Cohesive Zone Model は既に固着した要素間のき裂に関する モデルであるため、固着後の圧子-基盤間の破断現象は表現できるが、固着が生じるまで の過程については他の手法を用いて再現する必要がある.



本研究では図 2-5 のような有限要素法モデルを用いる. 基盤表面に新たにシェル要素 を作成し, Cohesive 要素をシェル要素と基盤の間に作成する. 圧子-シェル要素間につい て,接触が生じた場合はシェル要素の節点を圧子の要素面に固着するよう接触条件を定 義する. 圧子と基盤の固着現象は, 圧子とシェル要素の接触で再現し,破断現象につい ては Cohesive 要素の牽引力により再現する. シェル要素のヤング率は圧子および基盤と 比較して十分小さい値とし,シェル要素の作成が計算結果に影響を与えないようにした.



Cohesive 要素の応力-変位曲線について,引張方向は図 2-6, せん断方向は図 2-7 のバイリニアモデルを用いる. 今回用いたモデルでは引張方向について, 圧縮に対しては挙動を示さず牽引力は0である.



図 2-6 Cohesive 要素の応力-変位線図(引張方向)



図 2-7 Cohesive 要素の応力-変位線図(せん断方向)

# 3 平板における有限要素法解析

## 3.1 緒言

本章ではまず,接触・凝着理論について述べる.その後,まず平板への押し込み解析を 行い,接触・凝着理論と比較することでモデルの妥当性の確認を行った.次に,同モデル を用いて単純な摺動解析を行った.本章で有限要素法による接触解析の精度を確認し,最 適な解析モデルを考案し,次章での凹凸形状を有する表面における摺動解析に応用する.

### 3.2 接触·凝着理論

本研究では凹凸形状を有する表面における摺動解析を行う前に,有限要素法による接触 解析の妥当性を確かめるため,まず半球と平板の単純な接触解析を行った.その際,解析 結果との比較に用いた接触・凝着理論ついて説明する.まず,2つの球面間の接触理論であ る Hertz の接触理論について簡単に述べた後,Hertz の接触理論を用いて,凝着力を考慮し た接触理論である JKR 理論について導出を行う.

#### 3.2.1 Hertz の接触理論[24]-[26]

1881年にHertzは2つの弾性球の接触問題について,変形が弾性変形範囲であることを仮定し,弾性力による反力と接触円半径の関係を導いている.図 3-1のように2球間の反力が $P_0$ ,接触円の半径がaであるとき,接触圧力pは中心からの半径距離xの関数として式(3-1)で表される.式(3-1)は,2つの弾性球による接触領域は半径aの接触円を断面とする楕円半径状に広がるというHertzの接触理論における仮定より導かれるものである.また,Hertzの接触理論では幾何的接触面全体が真実接触していると仮定している.

$$p(r) = \frac{3P_0}{2\pi a^3} \sqrt{a^2 - x^2}$$
(3-1)

また,式(3-1)に用いた接触円半径 a は式(3-2)で表される.

$$a = \sqrt[3]{\frac{RP_0}{K}} \tag{3-2}$$

R, Kは2つの弾性球の半径  $R_i$ , ポアソン比  $v_i$ , ヤング率  $E_i$  を用いてそれぞれ式(3-3),

式(3-4) で表される.

$$R = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1}$$
(3-3)

$$K = \frac{4}{3} \left( \frac{1 - v_1^2}{E_1} + \frac{1 - v_2^2}{E_2} \right)^{-1}$$
(3-4)

ここで、半径  $R_1$  の弾性球を平板に押し込み場合は  $R_2 \rightarrow \infty$  とすればよく、 $R = R_2$  となる. また、2つの球の接近距離  $\delta$  は式(3-5) で表される.

$$\delta = \frac{a^2}{R} = \sqrt[3]{\frac{P_0^2}{K^2 R}}$$
(3-5)

以上が Hertz の接触理論の概要である. 多くの仮定を用いているが, 導かれた式の精度は 高く,工学分野で広く用いられている.



図 3-1 Hertz 理論における弾性球の接触

#### 3.2.2 JKR 理論[10]

Johnson, Kendall, Roberts は2球の接触問題について実験的観察から, 球に加わる荷重が 大きく, 球の表面が滑らかで乾いている場合には Hertz の接触理論は適用できるが, 球に加 わる荷重が小さい場合や0の場合には Hertz の式が適用できないことを示した. JKR はこの 誤差を凝着力によるものだと考え, Hertz の接触理論に表面エネルギーを考慮した理論を構 築した.

2 つの弾性球の接触形状を図 3-2 に, 圧力分布を図 3-3 に示す. 凝着力がない場合には, 接触部分の中央にのみ接触圧力が生じる.一方, 凝着力があるときは, 接触部分の中央に 接触圧力, 接触部分の端に凝着力が生じる.

ここで系の全エネルギーを  $U_{\rm T}$  とする.このとき、全エネルギー  $U_{\rm T}$  は力学的ポテンシャル  $U_{\rm M}$ ,弾性エネルギー  $U_{\rm E}$ ,表面エネルギー  $U_{\rm s}$ の3つの要素により構成されていると考える.図より、荷重  $P_0$  が2つの球に働き、変位  $\delta_2$ を生じた場合、力学的ポテンシャルは  $P_0\delta_2$  と表せる.凝着力を考慮しない場合の弾性エネルギーは、弾性球が荷重  $P_0$  によって Hertz 接触を生じ、 $\delta_0$ の変位を起こすと計算できる.



図 3-2 JKR 理論における弾性球の接触



凝着力を考慮した場合は図 3-4 の 2 の位置で、荷重  $P_1$ 、変位  $\delta_1$ 、図の接触半径  $a_0$  に相当する.次に系の全エネルギーを図 3-4 の 3 の位置に緩和させる.系の弾性エネルギーの

総計は、2の位置に到達するために必要なエネルギーと3の位置に到達するまでに必要なエ ネルギーの差で表される.

$$U_E = U_2 - U_3 \tag{3-6}$$

ここで U<sub>2</sub> は以下の式で表される.

$$U_{2} = \int_{0}^{P_{1}} \frac{2}{3} \frac{P^{\frac{2}{3}}}{K^{\frac{2}{3}}R^{\frac{1}{3}}} dP = \frac{2}{5} \frac{P_{1}^{\frac{5}{2}}}{K^{\frac{2}{3}}R^{\frac{1}{3}}}$$
(3-7)

次に荷重と変位の関係は次のように与えられる.

$$\delta = \frac{2}{3} \frac{P}{Ka_1} \tag{3-8}$$

よって

$$U_{3} = \int_{P_{0}}^{P_{1}} \frac{2}{3} \frac{P}{Ka} dP = \frac{1}{3K^{\frac{2}{3}}R^{\frac{1}{3}}} \frac{P_{1}^{2} - P_{0}^{2}}{P_{1}^{\frac{1}{3}}}$$
(3-9)

以上より系の弾性エネルギー U<sub>E</sub> が以下の様に得られる.

$$U_E = \frac{2}{5} \frac{P_1^{\frac{5}{2}}}{K^{\frac{2}{3}}R^{\frac{1}{3}}} - \frac{1}{3K^{\frac{2}{3}}R^{\frac{1}{3}}} \frac{P_1^2 - P_0^2}{P_1^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{K^{\frac{2}{3}}R^{\frac{1}{3}}} \left(\frac{1}{15}P_1^{\frac{5}{3}} + \frac{1}{3}P_0^2P_1^{-\frac{1}{3}}\right)$$
(3-10)

荷重  $P_0$  の力学的ポテンシャル  $U_M$  は次式で与えられる.

$$U_M = -P_0 \delta_2 = \frac{-P_0}{K^{\frac{2}{3}} R^{\frac{1}{3}}} \left( \frac{1}{3} P_1^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3} P_0^2 P_1^{-\frac{1}{3}} \right)$$
(3-11)

また,表面エネルギーUsは,

$$U_{S} = -2\gamma\pi a_{1}^{2} = -2\gamma\pi \left(\frac{RP_{1}}{K}\right)^{\frac{2}{3}}$$
(3-12)

以上より系の全エネルギー  $U_{\rm T}$ は,  $U_T = U_E + U_M + U_S$ 

$$=\frac{1}{K^{\frac{2}{3}}R^{\frac{1}{3}}}\left(\frac{1}{15}P_{1}^{\frac{5}{3}}+\frac{1}{3}P_{0}^{2}P_{0}^{-\frac{1}{3}}\right)-\frac{P}{K^{\frac{2}{3}}R^{\frac{1}{3}}}\left(\frac{1}{3}P_{1}^{\frac{2}{3}}+\frac{2}{3}P_{0}^{2}P_{1}^{-\frac{1}{3}}\right)-\gamma\pi\left(\frac{RP_{1}}{K}\right)^{\frac{2}{3}}$$
(3-13)

ここで平衡条件

$$\frac{dU_T}{da} = \frac{dU_T}{dP_1} = 0 \tag{3-14}$$

を式(3-13)に適用することにより以下の式を得る.

$$P_1 = P_0 + 6\gamma \pi R + \sqrt{12\gamma \pi R P + (6\gamma \pi R)^2}$$
(3-15)

式(3-15)より  $P_1 > P_0$  であり、この増加分が表面エネルギーによる凝着力のした仕事であることを示している.また、接触半径 a は以下の式で与えられる.

$$a^{3} = \frac{R}{K} \Big( P_{0} + 6\gamma \pi R + \sqrt{12\gamma \pi R P + (6\gamma \pi R)^{2}} \Big)$$
(3-16)

式(3-16)(3-15)より最大凝着力は

$$P_{max} = -3\pi R\gamma \tag{3-17}$$

となる. 凝着接触している 2 つの弾性球を引き離すと,接触半径が初期の接触半径 $a_0$ から  $a_s = 0.63a_0$  以下まで徐々に減少する. JKR 理論によると  $P_{max}$  より大きな牽引力が加えら れる場合,接触半径が  $a_s$  となったときに剥離が生じる.

ここで接触部分の中央の変位 δ は次式で表される.

$$\delta = \frac{a^2}{R} \left[ 1 - \frac{2}{3} \left( \frac{a_0}{a} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$
(3-18)

また,接触円内の圧力分布は以下の式で与えられる.

$$P(x) = \frac{3Ka}{2\pi R} (1 - x^2)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{3K\gamma^2}{2\pi a}\right) (1 - x^2)^{-\frac{1}{2}}$$
(3-19)

JKR 理論においては, 弾性率 K は, 接触半径 a には影響を与えるが, 凝着力には影響 を与えない.

### 3.3 押し込み解析

本研究では有限要素法解析ソフト「LS-DYNA」を用いて凹凸形状を有する表面における 摩擦解析手法を検討するのが目的であるが,第一段階として半球と平板の単純な押し込み 解析を行い,前述のJKR 理論の理論値と比較することで,有限要素法解析モデルの構築を 行った.

#### 3.3.1 解析モデル

Si 平板-炭素鋼半球における押し込みの有限要素法解析についての解析条件について述べる. 解析モデルを図 3-5 に示す. 半球の半径は 1[mm] とした. また, 平板は接触領域に対して境界がほとんど影響を与えない十分大きい値として 5[mm]×5[mm]×3[mm] と設定した. Si 平板下面を完全拘束, 炭素鋼半球の回転と xy 方向変位を拘束し, 炭素鋼半球の上面に対して z 軸の負の方向に強制変位を与えることで炭素鋼半球を 0.03 [mm] だけ Si 平板に押し込み, Si 平板-炭素鋼半球間の反力が一定となるまで十分緩和する. その後, 炭素鋼半球の上面を z 軸の正の方向に変位させ, 炭素鋼半球と Si 平板を剥離させる. Si 平板と炭素鋼半球は等方弾性体を用い,物性値は表 3-1 に示す.また, Cohesive 要素に用いた物性値を表 3-2 に示す. 解析条件については表 3-3 にまとめる.



	平板(Si)	半球(S45C)	Cohesive 要素	シェル要素
密度[ton/mm <sup>3</sup> ]	$2.4 \times 10^{-9}$	$7.86 \times 10^{-9}$	$2.4 \times 10^{-9}$	$2.4 \times 10^{-9}$
ヤング率[MPa]	$1.60 \times 10^{5}$	$2.05 \times 10^{5}$	—	1.60
ポアソン比	0.26	0.30		0.26
厚さ[mm]		—	$1.0 \times 10^{-5}$	$1.0 \times 10^{-4}$

表 3-1 押し込み解析における材料物性値

表 3-2 Cohesive 要素の物性値

剛性(引張方向)[MPa/mm]	$4.0  imes 10^4$
最大応力(引張方向)[MPa]	$1.0  imes 10^{3}$
最大変位(引張方向)[mm]	$3.0 \times 10^{-2}$
剛性(せん断方向)[MPa/mm]	$4.0 imes10^4$
最大応力(引張方向)[MPa]	$1.0  imes 10^3$
最大変位(引張方向)[mm]	$3.0 \times 10^{-2}$

表 3-3 押し込み解析における解析条件

解析ソフト	LS-DYNA R9.01 (陽解法)
単位系	[mm], [N], [s]
接触アルゴリズム	ペナルティ法 (ペナルティ剛性 =1.0)
要素数	103000
節点数	110302

#### 3.3.2 解析結果

半球の変位  $\delta$  と接触反力 P の関係を表 3-3 に示す. 横軸が半球先端における z 方向の 変位,縦軸が半球と平板の接触部に働く反力である. ここで,青線は有限要素法による解 析解を,橙線は JKR 理論による理論解を表す. JKR 理論の理論解の計算には表 3-1 の物性 値を用いた. ここで  $\gamma$  は未知数であるが,凝着が生じたときに単位面積あたりの表面エネ ルギの増加量  $U_s/a^2$  [N/mm] と凝着の破断に必要な単位あたりのエネルギ G [N/mm] が等 しいと仮定し,式(2-2)および(3-12)より導出した値  $\gamma = 2.39$  を用いた. また,最大押し 込み時の接触部断面における z 方向応力および z 方向変位のコンター図を図 3-7 および図 3-8 に示す.



図 3-6 押し込み解析における z 軸方向変位と接触反力の関係



図 3-7 押し込み解析における接触部断面の z 方向応力



図 3-8 押し込み解析における接触部断の z 方向変位

#### 3.3.3 考察

 $\delta < -0.01$ の範囲では解析値と理論値が良い一致を示した.  $-0.01 < \delta < 0$ の領域では解 析値が理論値よりわずかに小さな値を示した. 2.3 で述べたが,有限要素法による解析モデ ルでは平板の表面に作成したシェル要素の節点が半球の要素面に固着し,シェル要素と平 面間に定義した Cohesive 要素の挙動により半球-平面間の凝着現象を再現している. シェル 要素のサイズの影響により,実際よりも接触面積,すなわち凝着力が多く見積もられたた めに解析値が理論値より小さな値を示したと考えられる.  $0 < \delta < 0.025$ の領域では z 軸方 向変位に対して接触反力がほぼ線形に減少し,  $\delta = 0.025$ において接触反力の最小値を取る.  $\delta > 0.025$ の領域では  $\delta = 0.03$ までは接触反力が増大し,その後接触反力が急激に減少し  $\delta = 0.04$ において P = 0となる. この挙動は表 3-2 で定義した Cohesive 要素の応力-変位 線図と良く一致する.

図 3-7 および図 3-8 から, z 軸方向の変位および応力値ともに接触部から離れた位置では 一様となっており,解析結果が Si 平面の要素サイズの影響を受けていないことがわかる. したがって,本研究で用いる平面モデルのサイズは,解析結果に影響を与えないための十 分な大きさを有していると考える.

解析値と理論値が概ね良い一致を得たので以後はこのモデルを用いて摺動解析を行う.

### 3.4 平板における摺動解析

前節において,凝着力を再現する有限要素法モデルを作成し押し込み解析を行い,JKR 理論と概ね一致する結果が得られた.本節では同モデルを用いて,半球-平板間において押 し込み量  $\delta$  を変化させて摺動解析を行う.

#### 3.4.1 解析モデル

Si 平板-炭素鋼半球における摺動の有限要素法解析についての解析条件について述べる. 解析モデルを図 3-9 に示す.平板の大きさは 10[mm]×5[mm]×3[mm] と設定した. Si 平板下 面を完全拘束,炭素鋼半球の回転と y 方向変位を拘束し,炭素鋼半球の上面に対して z 軸の 負の方向に強制変位を与えることで炭素鋼半球を Si 平板に押し込み, Si 平板-炭素鋼半球間 の反力が一定となるまで十分緩和する. その後,炭素鋼半球の上面を x 軸の負の方向に変 位させ,炭素鋼半球を Si 平板に押し込んだまま炭素鋼半球を 1.0×10<sup>4</sup> [mm/s] の速度で 5.0 [mm] 摺動させる. 各要素の物性値は前節と同様の値を用いた. また,解析条件は表 3-4 に示す. 押し込み量を 0.01[mm], 0.02[mm], 0.03[mm], 0.04[mm], 0.05[mm]と変化させ, 押し込み量と接触反力および摩擦係数の関係について考察を行う.



解析ソフト	LS-DYNA R9.01 (陽解法)	
単位系	[mm], [N], [s]	
接触アルゴリズム	ペナルティ法 (ペナルティ剛性 =1.0)	
摩擦係数	0	
要素数	178000	
節点数	189352	

表 3-4 平面の摺動解析における解析条件

#### 3.4.2 解析結果

押し込み量  $\delta$  が 0.01[mm] において, x 軸方向移動距離 d = 2.5 での解析モデルを図 3-10 に示す. Si 平板を赤色,炭素鋼半球を黄色,Cohesive 要素を青色で示している. 摺動 面に沿って青色の Cohesive 要素が削除されており,炭素鋼半球が Cohesive 要素を破壊しな がら x 軸方向の負の方向に摺動していることがわかる.炭素鋼半球-Cohesive 要素間に接触 が生じると,Cohesive 要素は炭素鋼半球に固着する.炭素鋼半球が x 軸の負の方向に変位す ることにより Cohesive 要素がせん断方向の変形を生じる. Cohesive 要素のせん断変形が最 大変位まで達すると Cohesive 要素が破壊される.本解析ではこの現象が連続的に生じてい る.



押し込み量  $\delta$  が 0.01[mm] における x 軸方向の移動距離 d と接触部の x 軸方向反力  $f_x$ , z 軸方向反力  $f_z$  の関係を図 3-11 に示す. 青色の実線が  $f_x$  を, 橙色の実線が  $f_z$  を表 す.  $f_x$  および  $f_z$  は摺動直後に最大値を取り, その後はほぼ一定の値を示す.  $f_z$  の振動は 陽解法によるペナルティ法を用いた接触解析により接触部で z 軸方向の振動が生じるため である.  $f_x$  の値の振動は前述の Cohesive 要素の破壊およびペナルティ法による接触解析に 起因するものである. 他の押し込み量においても同様の形状のグラフが得られた.  $f_x$  およ び  $f_z$  が一定となった後の x 軸方向反力  $f_x$  および z 軸方向反力  $f_z$  と押し込み量  $\delta$  の 関係を図 3-12 に示す. $\delta$  の増大に伴い,  $f_x$  と  $f_z$  は共に増大する.また,  $f_z$  は  $f_x$  より  $\delta$  の 増加量に対する値の増加量が大きい.また,摩擦係数  $\mu$  を x 軸方向反力  $f_x$  と z 軸方向 反力  $f_z$  の比として以下の式で導出した.

$$\mu = \frac{f_x}{f_z} \tag{3-20}$$

 $\mu$  と押し込み量  $\delta$  の関係を図 3-13 に示す. 一方, 0.01 <  $\delta$  < 0.03 の範囲では  $\delta$  の増 加に対して  $\mu$  は減少するが, $\delta$  > 0.03 の範囲では  $\delta$  の値に関わらず  $\mu$  はほぼ一定の値を 示す.



図 3-11 平面の摺動における摺動距離と反力の関係







図 3-13 平面の摺動における押し込み量と摩擦係数の関係

#### 3.4.3 考察

 $f_z$  は半球-平面間の弾性接触による反力(掘り起こし項)の z 軸方向成分であり, 摺動 時においても Hertz の接触理論が成立すると仮定すると,  $f_z \propto \delta^{\frac{3}{2}}$  が成立すると考えられる.  $f_z \propto \delta^{\frac{3}{2}}$ の関係を仮定し,  $f_z$  の値の振動が最も小さかった  $\delta = 0.05$  における値を用いて合 わせ込みを行い, 解析値と比較したものを図 3-14 に示す.  $\delta = 0.03$  においては解析値が大 きな値を示したが, 概ね両者の値は一致した.

 $f_x$ は Cohesive 要素によるせん断方向の凝着力(凝着項)と掘り起こし項の x 軸方向成 分の合力である. 凝着項は接触面積に比例するため, Hertz の接触理論より  $f_x \propto \delta$  の関係 が成立すると考えられる. 一方, 掘り起こし項は  $f_z$  における考察と同様に  $f_x \propto \delta^{\frac{3}{2}}$  が成立 すると考えられる.  $f_x \propto \delta$  および  $f_x \propto \delta^{\frac{3}{2}}$  の関係それぞれについて,  $f_x$  の値の振動が最も 小さかった  $\delta = 0.03$  における値を用いて合わせ込みを行い, 解析値と比較したものを図 3-15 に示す.  $\delta < 0.03$  の領域では解析値は,  $f_x \propto \delta$  の関係に近い値を取る.  $\delta = 0.01$  にお いて解析値が,  $f_x \propto \delta$  の関係による値より大きな値を示した. これは, 接触部に対して Cohesive 要素のメッシュサイズが大きく, 接触面積すなわち凝着項が多く見積もられたため だと考えられる.  $\delta > 0.03$  の領域では  $f_x \propto \delta^{\frac{3}{2}}$  の関係に漸近していく.

押し込み量が小さい領域では掘り起こし項が小さく凝着項の影響が大きいため、 $f_x \propto \delta$ の関係が成り立ち、 $\mu \propto \delta^{\frac{1}{2}}$ となる. すなわち、押し込み量の増加に伴い摩擦係数は減少する. 一方、押し込み量が大きな領域では  $f_x \propto \delta^{\frac{3}{2}}$ の関係に漸近していくため、摩擦係数は一定の値を示す.

以上より,半球-平面の摺動において,押し込み量,接触面積,接触反力について Hertz 理論の関係式が適用でき,押し込み量の増加に伴い凝着項の影響は小さくなり,掘り起こ し項の影響が大きくなることがわかった.



 $\delta$  [mm]

図 3-14 z 軸方向反力における解析値と Hertz 理論の比較



図 3-15 x 軸方向反力における解析値と Hertz 理論の比較

# 4 凹凸形状を有する表面における摺動解析

## 4.1 緒言

前章では平板への押し付けおよび摺動解析を行い,接触・凝着理論と比較することでモ デルの妥当性の確認を行った.本章では凹凸形状を有する表面における摺動解析を行い, 表面形状と摩擦係数の関係について考察を行う.

### 4.2 2 次元正弦波形を有する表面における摺動解析

#### 4.2.1 解析モデル

前章で行った摺動解析において, Si 平面の上面を以下の式で表される正弦波形状にして 同様の摺動解析を行った.

$$z = A \sin\left(\frac{2\pi x}{10}\right) \tag{4-1}$$

押し込み量を 0.03[mm] で一定に保ったまま, A = 0.05 [mm], 0.1 [mm], 0.5 [mm]と変 化させ,表面形状と摩擦係数の関係について考察を行う. Si 平板下面を完全拘束,炭素鋼 半球の回転と y 方向変位を拘束し,炭素鋼半球の上面に対して z 軸の負の方向に強制変位を 与えることで炭素鋼半球を Si 平板に押し込み, Si 平板-炭素鋼半球間の反力が一定となるま で十分緩和する. その後,炭素鋼半球を Si 平板に押し込んだまま,炭素鋼半球の上面を x 軸の負の方向に変位させ,炭素鋼半球を  $1.0 \times 10^4$  [mm/s]の速度で x = 7.5 [mm] の位置 から x = 2.5 の位置まで 5.0 [mm] 摺動させる. A = 0.05 [mm], A = 0.1 [mm], A = 0.5[mm] における解析モデルを図 4-1, 図 4-3,図 4-3 に示す.物性値は表 3-1 および表 3-2 と同様の値を用い,解析条件は表 3-4 と同様である.



図 4-1 正弦波形状を持つ表面における摺動解析(A=0.05)



図 4-2 正弦波形状を持つ表面における摺動解析(A=0.1)



図 4-3 正弦波形状を持つ表面における摺動解析 (A=0.5)

#### 4.2.2 解析結果

平面 (A=0) および正弦波表面 (A=0.05, 0.1, 0.5) における x 軸方向の摺動距離 d と 接触部の x 軸方向反力  $f_x$ , z 軸方向反力  $f_z$  および摩擦係数  $\mu = (f_x/f_z)$  の関係をそれぞ れ図 4-4, 図 4-5, 図 4-6 に示す. A=0.05 においては平面における摺動解析とほぼ同様の 結果を示した. A=0.1 において,  $f_x$  はすべての範囲において平面摺動より大きな値を示し た. また, d = 1.2 付近で最大値を取り,平面摺動と比較して 4.3 倍の値となった.  $f_z$  につ いて, d = 4.0 付近では平面摺動と同様の値を示したが,その他の範囲では平面摺動より大 きな値を示した. また, d = 1.2 付近で最大値を取り,平面摺動と比較して 1.8 倍の値とな った. 摩擦係数について,すべての範囲において平面摺動より大きな値を示した. また, d = 3.4 付近で最大値を取り,平面摺動におけと比較して 2.4 倍の値となった.

A = 0.5 において,  $f_x$  はすべての範囲において平面摺動より大きな値を示した.また, d = 1.3 付近で最大値を取り,平面摺動と比較して 25.3 倍の値となった. $f_z$  について, d < 4.0 の範囲では平面摺動より大きな値を示し, d > 4.0 の範囲では平面摺動と同様の値 を示した.また, d = 1.3 付近で最大値を取り,平面摺動と比較して 4.2 倍の値となった. 摩擦係数について,すべての範囲において平面摺動より大きな値を示した.また, d = 2.6 付 近で最大値を取り,平面摺動におけと比較して 7.2 倍の値となった.



図 4-4 正弦波形を有する表面の摺動解析における変位と x 軸方向反力の関係



図 4-5 正弦波形を有する表面の摺動解析における変位とz軸方向反力の関係



図 4-6 正弦波形を有する表面の摺動解析における変位と摩擦係数の関係

#### 4.2.3 考察

A=0.5 の場合について考察を行う.  $f_x$  および  $f_z$ は,炭素鋼半球-Si 平面間の掘り起こし 項と炭素鋼半球-Cohesive 要素間の凝着項の合力のx成分およびz成分である. 摺動時にHertz 理論が成立すると仮定すると,式 (3-5)より 掘り起こし項 *P* について $P \propto \delta^{\frac{3}{2}R^{\frac{1}{2}}}$ の関係が 成り立つ. 一般に,曲率半径 *r* は以下の式で与えられる.

$$r = \frac{\left(1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2z}{dx^2}}$$
(4-2)

0 < d < 2.5において摺動表面は下に凸であり、負の曲率半径を持つ. 一方、2.5 < d < 5.0において摺動表面は上に凸であり、正の曲率半径を持ち、0 < d < 5.0において R は単調減少する. ここで、d = 0.5および d = 1.5における x 方向および z 方向の応力値のコンタ 一図を図 4-7 および図 4-8 に示す. d = 1.5の場合は d = 0.5の場合と比較して、最大応力値を取る要素が摺動方向前方にありまた、押し込み量が大きいことがわかる. 摺動面の きの増加に伴い応力の最大値を取る要素が摺動方向前方になり,押し込み量が増加する. よ

って、 $\delta$  はd = 0 および d = 5.0 で最小値を取り、d = 2.5 で最大値を取る.以上より、 0 < d < 2.5 の領域では、R は単調減少し、 $\delta$  は単調増加する.また、2.5 < d < 5.0 の領 域では、R および  $\delta$  は共に単調減少する.よって、0 < d < 2.5 の範囲において掘り起こ し項 P は最大値を取る.また、前章において  $\delta > 0.03$  においては掘り起こし項が凝着項 より支配的であることが示された.正弦波形を有する表面での摺動においては全摺動範囲 において  $\delta > 0.03$  であるため、掘り起こし項が支配的であると考えられる.よって、 $f_x$  お よび  $f_z$  は共に 0 < d < 2.5 の領域で最大値を取ったと考えられる.また、Aの増加に対し て、 $f_x$  は $f_z$  より増加率が大きい.ここで接触部の素描を図 4.9 に示す. P が z 軸となす角 を  $\theta$  とおくと、接点における接線の傾きが tan $\theta$  (= dz/dx) とおけ、A の増加に対して sin $\theta$  は cos $\theta$  より増加率大きい.よって、A の増加に対して、 $f_x$  は $f_z$  より増加率が大き くなる.また、掘り起こし項が凝着項より支配的であるとき、 $\mu \cong tan \theta$  となると考えられ る.図 4-6 より、摩擦係数は d = 2.5 で最大値を取っており、これは掘り起こし項が凝着 項より支配的であるという仮定によく一致するものである.

以上より,正弦波形を有する表面の摺動解析をにおいては掘り起こし項が凝着項より支 配的であり,表面の振幅 A の増加に伴い摩擦係数が増加することがわかった.



図 4-7 d = 0.5 における応力分布図 (a) x 方向 (b) y 方向

傾







図 4-9 正弦波形を有する表面の摺動解析における接触部図

## 4.3 3次元正弦波形を有する表面における摺動解析

#### 4.3.1 解析モデル

前章で行った摺動解析において, Si 平面の上面を式で表される 3 次元の正弦波形状に して同様の摺動解析を行った.

$$z = A \sin\left(\frac{2\pi x}{10}\right) \sin\left(\frac{2\pi y}{10}\right) \tag{4-3}$$

押し込み量を 0.03[mm] で一定に保ったまま, A = 0.05 [mm], 0.5 [mm]と変化させ,表面 形状と摩擦係数の関係について考察を行う. Si 平板下面を完全拘束,炭素鋼半球の回転と y 方向変位を拘束し,炭素鋼半球の上面に対して z 軸の負の方向に強制変位を与えることで炭 素鋼半球を Si 平板に押し込み, Si 平板-炭素鋼半球間の反力が一定となるまで十分緩和する. その後,炭素鋼半球を Si 平板に押し込んだまま,炭素鋼半球の上面を x 軸の負の方向に変 位させ,炭素鋼半球を 1.0 × 10<sup>4</sup> [mm/s] の速度で x = 7.5 [mm] の位置から x = 2.5 の位 置まで 5.0 [mm] 摺動させる. A = 0.05 [mm], A = 0.5 [mm] における解析モデルを図 4-11 および図 4-10 に示す.物性値は表 3-1 および表 3-2 と同様の値を用い,解析条件は表 3-4 と同様である.さらに, A = 0.5 [mm] の場合について,炭素鋼を y 軸方向に  $\Delta y=0.2$  [mm], 0.4 [mm], 0.6 [mm] と移動させた地点から同様の摺動解析を行い,3 次元の正弦波形状にお ける y 軸方向の摺動位置と摩擦係数の関係について考察を行う.



44



#### 4.3.2 解析結果

2次元正弦波表面(A=0.05, 0.5) および 3次元正弦波表面(A=0.05, 0.5) における x 軸 方向の摺動距離 d と接触部の x 軸方向反力  $f_x$ , z 軸方向反力  $f_z$  および摩擦係数  $\mu = (f_x/f_z)$ の関係をそれぞれ図 4-12, 図 4-13, 図 4-14 に示す.青線が A=0.05 における 2 次元正弦波表面を, 橙線が A=0.05 における 3 次元正弦波表面を, 緑線が A=0.5 における 2 次元正弦波表面を, 紫線が A=0.5 における 3 次元正弦波表面をそれぞれ示している. A=0.05 においては 2 次元正弦波表面と 3 次元正弦波表面はほぼ同様の値を示した. A=0.05 におい て,  $f_x$  は 0 < d < 2.5 の範囲では 3 次元正弦波表面が 2 次元正弦波表面より大きな値を示 したが, 2.5 < d < 5.0 の範囲では同様の値を示した.  $f_z$  は 0 < d < 2.5 の範囲では 3 次元 正弦波表面が 2 次元正弦波表面より大きな値を示したが, 2.5 < d < 5.0 の範囲では同様の 値あるいは 2 次元正弦波表面が 3 次元正弦波表面より大きな値を示した. 摩擦係数は全範 囲において同様の値を示した.

また, A=0.5 の場合について, y 軸方向の初期変位  $\Delta y$  と接触部の x 軸方向反力  $f_x$ , z 軸 方向反力  $f_z$  および摩擦係数  $\mu = (f_x/f_z)$  の関係をそれぞれ図 4-15, 図 4-16, 図 4-17 に示 す.  $f_x$ および $f_z$  共に $\Delta y = 0.2$  における値が最も大きくなった. 摩擦系係数について,  $\Delta y$  の 増加に伴って値が減少した.



図 4-12 2 次元および 3 次元正弦波形を有する表面の摺動解析における変位と x 軸方向反力の関係



図 4-13 2次元および3次元正弦波形を有する表面の摺動解析における変位とz軸方向反力の関係



*d* [mm]

図 4-14 2次元および3次元正弦波形を有する表面の摺動解析における変位と摩擦係数の 関係



図 4-15 3 次元正弦波形を有する表面の摺動解析における y 方向摺動位置と x 軸方向反力の関係



図 4-16 3 次元正弦波形を有する表面の摺動解析における y 方向摺動位置と z 軸方向反力の関係



図 4-17 3次元正弦波形を有する表面の摺動解析における y 方向摺動位置と摩擦係数の関

#### 4.3.3 考察

2次元正弦波面は x 軸方向には正弦波形状であるが, y 軸方向には平面形状であり, x 軸 および y 軸方向両方において正弦波形状を持つ 3次元正弦波面は接触面がより球体に近い と考えられる. すなわち, 3次元正弦波面は 2次元正弦波面より小さな曲率半径を持つ. 0<d<2.5において摺動表面は下に凸であり,負の曲率半径を持つ.一方,2.5<d<5.0に おいて摺動表面は上に凸であり正の曲率半径を持つ.よって,0<d<2.5の範囲では,3 次元正弦波面は 2次元正弦波面と比較して, R の値が大きくなり,接触反力は増大する. 一方,2.5<d<5.0の範囲では,3次元正弦波面は 2次元正弦波面と比較して,R の値が 小さくなり,接触反力は減少する.

ここで、2次元正弦波形を持つ表面における考察より、下に凸な摺動面においては摺動距離の増加に伴い、R の値が減少し、押し込み量  $\delta$ が増加することが示された.この関係は y 方向にも成り立つと考えられるので、 $\Delta y$  の増加に伴い R の値が減少し、押し込み量  $\delta$ が増加すると考えられる.よって、 $f_x$ および $f_z$ について、 $0 < \Delta y < 2.5$ の範囲で最大値を 取る.一方、 $\Delta y$ の増加に伴い、3次元正弦波面の振幅Aは減少するため、 $f_x$ および  $f_z$ は なだらかなグラフ形状になったと考えられる.

また、 $\Delta y$ の増加に伴い3次元正弦波面の振幅Aが減少したため摩擦係数が減少したと考えられる.

以上より, 摺動方向に直角な方向の曲率半径は接触反力には影響を与えるが摩擦係数に は影響を与えず, 摺動方向の形状により摩擦係数が決定することがわかった.

# 5 結論と今後の課題

## 5.1 結論

本研究では,有限要素法を用いて平面および凹凸面における表面形状の影響を評価した. 結果を以下に示す.

- Cohesive Zone Model を用いて凝着力を考慮した有限要素法モデルを作成した.
- 平面-半球において押し込み解析を行い,JKR 理論と比較することにより解析モデルの 妥当性を確認した.
- 平面-半球において押し込み量を変化させて摺動解析を行い、押し込み量が小さい領域では凝着項が、押し込み量が大きい領域では掘り起こし項が支配的であることを示した。
- 正弦波形を持つ表面-半球において正弦波の振幅を変化させて摺動解析を行い、振幅の 増大に伴い掘り起こし項が支配的になり、摩擦係数が増加することを示した.
- 3次元の正弦波形を持つ表面-半球において摺動解析を行い,摺動方向に直角な方向の
  曲率半径は接触反力には影響を与えるが摩擦係数には影響を与えず,摺動方向の凹凸
  形状に依存することを示した.

## 5.2 今後の課題

今回の解析では表面のマクロな凹凸形状は考慮したが、ミクロな表面粗さは考慮しなかった.また、弾性体モデルを用いたが、接触部では塑性変形が生じ、実際は接触面積が今回の解析値より大きくなっていることが考えられる.よって、これらを考慮して実際に近い接触状態を再現したモデルを作成する必要がある.

また, Cohesive 要素について本研究においては単純なバイリニアモデルを用いたが,実験 値との比較などにより正しい形状のモデルを選定する必要がある.

## 謝辞

本研究を進めるにあたり,多くの方のご指導,ご協力を賜りました.感謝申し上げます. 泉聡志教授には,学部時代より3年間指導教員としてご指導賜りました.研究会等にお

いて相談させて頂く度に鋭いご指摘を頂き,ここまで研究を進めることができました. 酒井信介教授には,研究会や授業におきまして多くの知見をご教授頂きました.

波田野明日可助教には,研究や授業などに対して数多くの相談にアドバイス頂きました. 日頃の研究室生活においても常に細かにお気遣い頂き,一心に研究に打ち込むことができ ました.

マツダ株式会社の宮内勇馬氏には,打合せ等を通じて広くご支援頂きました.また,研 究施設を見学する機会を設けていただきました.

株式会社 JSOL の千代延真様には、ソフトウェアについてご協力賜りました.

修士課程の松下輝氏をはじめとしまして、これまで酒井・泉研究室で摩擦の研究に携わられた諸兄には、幾多にもわたる研究成果を通しまして、本研究の後押しを頂きました.

秘書の皆様には、書類申請や備品の手配等、陰ながら厚くご支援賜りました.

研究室の同期を含む酒井・泉研究室の諸兄には、日頃の研究生活を通して、大変お世話 になりました.お陰様で充実した研究室での日々を過ごすことができました.

これまで心身両面から私を支えてくださった家族にも別段の感謝を捧げます.

以上, 簡単ではございますが, 研究および研究生活に携わって頂いた皆々様に対し, こ こに記して深甚の謝意を表します.

2017年2月2日 世古口 涼

## 参考文献

- [1] K. Holmberga, Tribology International, 47 (2011).
- [2] S. Sasaki, J. Surf. Finish. Soc. Jpn., 65, 12, 545-635 (2014).
- [3] S. Hyun, L. Pei, J. F. Molinari and M. O. Robbins, Phys. Rev. E, 70, 2, 2 (2004).
- [4] L. Pei, S. Hyun, J. F. Molinari and M. O. Robbins, J. Mech. Phys. Solids, 53, 11, 2385-2409 (2005).
- [5] S. Hyun and M. O. Robbins, Tribology International, 40, 10-12, 1413-1422 (2007).
- [6] C. Campana and M. H. Mueser, Euro, Phsy. Lett., 77, 3 (2007).
- [7] H. Kim and A. Strachan, Phys. Rev. Lett., 104, 2155-4 (2010).
- [8] H. Kim and A. Strachan, Phys. Rev. B., 86, 064101 (2010).
- [9] Hertz, H., On the contact of elastic solids, Journal reine und angwandte mathematik, 92 (1882).
- [10] Johnson, K. L., Kendall K. and Roberts, A. D., Surface energy and the contact of elastic solids, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, 324 (1971).
- [11] Derjaguin, B. V., Muller, V. M. and Toporov, Y. P., Effect of contact deformations on the adhesion of particles, Journal of Colloid and Interface Science, 53, 2 (1975).
- [12] Greenwood, J., Adhesion of elastic spheres, Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 453 (1997).
- [13] Greenwood, J.A. and Williamson, J.B.P., 1966, Contact of nominally flat surfaces, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, 295 (1966).
- [14] 緒方公俊, 修士論文, 表面形状がゴムの摩擦に及ぼす影響の有限要素法解析 (2012).
- [15] Gibbs, J. W., The Collected Works of J.W. Gibbs, Longmans, Green and Co. New York (1928).
- [16] Gurtin, M. G. and Murdoch, A. I., A continuum theory of elastic material surfaces, Archive for Rational Mechanics and Analysis, 57 (1975).
- [17] Gurtin, M. G. and Murdoch, A. I., Surface stress in solids, International Journal of Solids and Structures, Vol.14 (1978).
- [18] 古口日出男,表面応力を考慮した接触凝着解析(第1報,Hertz 理論との比較),日本機械学会論文 集 A 編, 70, 690 (2004).
- [19] 古口日出男,表面応力を考慮した接触凝着解析(第2報,JKR 理論との比較),日本機械学会論文集 A 編, 70,697,(2004).
- [20] 古口日出男,林高雄,表面応力と表面弾性定数を考慮した半無限異方性弾性体の接触解析,日本機 械学会論文集 A 編, 75, 756 (2009).
- [21] M. Elics, G. V. guinea, J. Gomez, J. Planas, Engineering Fracture Mechanics, 69, 2(2002).
- [22] Dugdale D.S. Yielding of Steel Sheets Containing Slits. Journal of the Mechanics and
- Physics of Solids 8 (1960)
- [23] Willis J.R. A Comparison of the Fracture Criteria of Griffith and Barenblatt. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 15 (1967).
- [24] 沢俊行, 2006.11, 「材料力学マンダラ」, 日経ものづくり第 23 巻, 日経 BP 社

[25] 深堀美英, 2000.10, 「設計のための高分子の力学」, P119, 技報堂出版 [26] 加藤孝久, 2004.12, 「トライボロジーの基礎」, P27, 培風館 以上

## 修士論文

# Cohesive Zone Model を用いた有限要素法解析 による凹凸を有する摺動面の摩擦係数予測

## 2017年2月2日

## 指導教員 泉 聡志 教授

## 37-156209 世古口 涼