

修士論文

狭窄を伴う柔軟管内拍動流の
流体構造連成解析

p.1~p. 87 完

平成 29 年 2 月 提出

指導教員 酒井 信介 教授

156208 住吉谷 淳

目次

修士論文	1
狭窄を伴う柔軟管内拍動流の	1
流体構造連成解析	1
平成 29 年 2 月 提出	1
指導教員 酒井 信介 教授	1
156208 住吉谷 淳	1
目次	2
図目次	5
表目次	7
第 1 章 序論	8
1.1 背景	8
1.2 先行研究	9
1.2.1 狭窄管を対象とした流体解析	9
1.2.2 ファントム実験と流体解析	9
1.2.3 非侵襲的狭窄指標の力学的検証	10
1.2.4 先行研究における課題	10
1.3 目的	11
1.4 論文の構成	12
第 2 章 解析手法	13
2.1 流体構造連成解析	13
2.1.1 ALE 法	13
2.1.2 支配方程式	16
2.1.3 連成手法および離散化手法	17
2.1.4 反復計算手法	18
2.1.5 時間積分法	19
2.2 境界条件	21
2.2.1 境界自由度の縮退	21
2.2.2 Windkessel モデル	21
2.2.3 出口圧力境界条件の強連成化	23
2.2.4 分岐管解析時の一次元モデル	27
2.3 メッシュ制御手法	37
2.4 解析プログラムの流れ	38
第 3 章 実験概要	39
3.1 実験装置概要	39

3.2	実験対象.....	40
3.3	実験条件.....	40
第 4 章	メッシュ評価.....	41
4.1	メッシュ作成.....	41
4.1.1	形状について.....	41
4.1.2	メッシングについて.....	43
4.2	メッシュサイズ評価のための比較解析.....	44
4.2.1	メッシュサイズ.....	44
4.2.2	節点数・要素数および計算時間の比較.....	44
4.2.3	解析結果の比較.....	45
第 5 章	分岐無し狭窄管の網羅解析.....	48
5.1	柔軟管特有の動態の把握.....	48
5.2	剛性の違い.....	50
5.3	狭窄率の違い.....	51
5.4	狭窄下流での流体の乱れについて.....	53
5.5	管壁の振動について.....	55
第 6 章	分岐管解析の妥当性確認.....	56
6.1	分岐管実験の一次元モデル化.....	56
6.2	分岐管パラメータの検討.....	58
6.2.1	R1 および R3.....	58
6.2.2	C1 および C3.....	59
6.2.3	R2.....	60
6.2.4	C2.....	62
6.2.5	Rw.....	63
6.3	実験値と分岐管解析の比較.....	64
第 7 章	分岐下流狭窄管の網羅解析.....	66
7.1	剛性の違い.....	68
7.2	狭窄率の違い.....	69
7.3	コンデンサ値の違い.....	70
7.4	高血圧想定.....	72
第 8 章	造影剤の動態.....	74
8.1	造影剤動態の解析手法.....	74
8.2	TAG の計測方法.....	75
8.3	Particle-trace 解析.....	76
8.3.1	解析条件.....	76
8.3.2	解析結果.....	77

第 9 章	結論	80
9.1	総括	80
9.2	今後の課題.....	81

目次

図 2-1: 一次元の場合の非線形有限要素法	18
図 2-2: 一次元の場合の Newton-Raphson 法	18
図 2-3: 3 要素（抵抗 2 つ・コンデンサ 1 つ）Windkessel モデル	21
図 2-4: 分岐管一次元モデルの電気回路図	27
図 2-5: 柔軟管①の一次元モデル図	28
図 2-6: 水路の一次元モデル図	29
図 2-7: 柔軟管③およびその下流の一次元モデル図	30
図 2-8: プログラムの流れ（フローチャート図）	38
図 3-1: 実験装置概要図	39
図 3-2: 柔軟管（左：負荷なし，右：実験時）	40
図 4-1: 狭窄管モデルの形状	41
図 4-2: 狭窄管モデルの形状と寸法	41
図 4-3: 狭窄管モデルの 2D スケッチ	42
図 4-4: in_1（左上），in_2（右上），in_3（中断），out（下段）の 3D 形状	42
図 4-5: アセンブリ後の流体部	42
図 4-6: 質の良いメッシュ（左）と質の悪いメッシュ（右）	43
図 4-7: メッシュ A（上段）・B（中段）・C（下段）の	47
図 4-8: メッシュ A（左）・C（右）の 1.5～1.65 s での V_{in} の振動	47
図 5-1: 柔軟管解析と剛体管解析の比較（左：流量，右：圧力）	49
図 5-2: 柔軟管解析と剛体管解析の比較（左：流量，右：圧力）	49
図 5-3: 出口圧力のピーク付近での時間変化（左：流量，右：圧力）	50
図 5-4: 流量および（左：流量，右：圧力）	51
図 5-5: $z = 30 \text{ mm}$ での断面積変化	52
図 5-6: $z = 30 \text{ mm}$ での z 方向流速の変化	52
図 5-7: 基準解析条件での流入流量の 0.4～0.7 s での時間変化	53
図 5-8: 狭窄部からその下流にかけての流速ベクトル（狭窄率 95%）	53
図 5-9: 狭窄部からその下流にかけての流速ベクトル（狭窄率 90%）	54
図 5-10: 4 つのサンプリング点のイメージ図	55
図 5-11: 基準解析条件での流入流量の	55
図 6-1: 実験装置概要図	56
図 6-2: 実験装置の簡易モデル化	56
図 6-3: 実験装置の一次元モデル化	57
図 6-4: 定常流実験 流量と圧力差の関係	58

図 6-5: $r = 2.0, t = 1.0$ の管	59
図 6-6: 管内圧と増加体積の関係 (柔軟管)	60
図 6-7: 水路の各箇所長さ	61
図 6-8: 管内圧と増加体積の関係 (シリコンチューブ)	62
図 6-9: 実験データ (左) と解析結果 (右) の流量・圧力の比較	65
図 7-1: 分岐管解析の結果例 (上: 流量・下: 圧力)	66
図 7-2: 基準条件での解析結果 (左: 流量・右: 圧力)	67
図 7-3: 剛性の違いの影響 (上段: 0.5MPa , 中段: 0.1MPa , 下段: 0.05MPa)	68
図 7-4: 狭窄率の違いの影響 (上段: 90% , 下段: 80%)	69
図 7-5: コンデンサ値の違いの影響 (上段: $C1\ 4$ 倍, 下段: $C2\ 4$ 倍)	71
図 7-6: 高血圧想定 (上段: $Rw\ 2$ 倍, 下段: $Rw\ 2$ 倍 & $C1\ 1/5$ 倍)	73
図 8-1: 左前下行枝に $\text{FFR} = 0.76$ と重症度の高い狭窄が存在する例の	75
図 8-2: 各部位における TDC の形状 ([31] の図 5 より引用)	76
図 8-3: 3 種の狭窄率における 2.8 s でのトレーサの分布	78
図 8-4: 3 種の狭窄率での基準体積あたりの粒子個数	79

表目次

表 3-1: 柔軟管の形状・物性.....	40
表 4-1: 3 種のメッシュの各パーツの指定メッシュサイズ（すべて単位は [mm]）	44
表 4-2: 3 種のメッシュの節点数と要素数および計算時間の比較.....	45
表 4-3: Vout, Pout のピーク値およびピークに達した時間の比較.....	46
表 5-1: Vout, Pout のピーク値およびピークに達した時間の比較.....	50
表 6-1: 定常流実験 流量と圧力の関係.....	58
表 6-2: 実験との比較のための 10 のパラメータ値一覧.....	65
表 7-1: 実験との比較のための 10 のパラメータ値一覧.....	66
表 7-2: 実験との比較のための 10 のパラメータ値一覧.....	67

第 1 章 序論

1.1 背景

冠動脈内に狭窄病変が発見された際、その狭窄による生理学的な虚血の程度を評価する指標として冠血流予備量比 (FFR: Fractional Flow Reserve) がある。FFR は正常時に得られる血流量に対する、狭窄存在下での血流量の比で定義され、計測時には狭窄病変部上流の大動脈圧 (Pa) と下流の冠内圧 (Pb) の比 $FFR = P_b / P_a$ にて評価される。FFR は現在最も有効な狭窄指標とされているが [1]、その測定は心臓カテーテル検査を必要とし、侵襲性を伴う。そこで近年、非侵襲的に得られるデータから FFR と同精度の結果を得られるような手法の検討・開発が多く進められている。

現在、考案されている非侵襲的な検査手法のうち代表的なものとしては、狭窄部の形状から狭窄率を推定する CCTA (Coronary Computed Tomography Angiography)、造影剤濃度の減衰勾配をもとに診断を行う TAG (Translumenal Attenuation Gradient)、狭窄部前後での造影剤濃度の時間平均をもとに診断を行う CCO (Corrected Coronary Opacification)、CCTA で得た形状データをもとに数値解析を行い FFR を推定する FFR-CT などが挙げられる [2] [3]。

そのような手法の中でも診断精度の点で FFR-CT、TAG は特に注目されている。実患者のカテーテルによる FFR 測定結果との比較を行う大規模調査も行われており、いずれも 80 % 前後という比較的高い診断精度が示されている [4] [5] [6]。また、TAG については測定方法の自動化・標準化を目指したソフトウェアの開発なども進められている [7]。しかしながら、侵襲的な検査手法の精度と比べると未だ精度向上の余地あり、とされている。

これらの狭窄診断手法の医療の現場への導入を目指すにあたり、なぜこれらの指標が致命的な狭窄か否かを判別するのに有用なのかの力学的・理論的裏付け、および、各手法の診断精度の更なる向上、が求められている。それらの要求に応えるための一つの方策として、流体・構造の相互作用による血管壁の詳細な変形とその影響の解明が必要とされている。

1.2 先行研究

1.2.1 狭窄管を対象とした流体解析

1990年代後半より、計算機の性能の飛躍的向上やCT・MRIといった医用画像診断装置の撮影精度や分解能の向上と共に、医用画像データより個別患者の血管形状をモデリングし、その形状について数値シミュレーションを行う **image-based modeling and simulation** と呼ばれる手法が広まっている。代表的なものとしては、Taylor らが頸動脈や腹部大動脈の解析に用いているものがある [8] [9]。この手法を用いて狭窄を伴う血管形状について解析を行った例も多く見られる。

Lee らは狭窄を有する頸動脈分岐部についてスペクトル要素法にて数値計算を行い、狭窄部上流への逆流振動流が周囲の血管壁に与える影響について予測を行った [10]。Tang らは、MRI により取得した頸動脈形状について流体構造連成解析を行い、頸動脈のプラーク形状やプラーク内容物による応力評価を行っている [11]。

これらは実患者の血管内で生じている現象の再現には大変有効であるが、各現象が生じた要因分析を行うには形状や入力条件が複雑で問題の切り分けが難しくなることがある。そのため、複雑な形状・条件についての解析がさかんに行われる一方で、簡易な形状・条件について、流体と構造の相互作用に着目して解析を行う研究も、近年行われている。

Jahangiri らは、有限要素法ソルバーADINA を用い、狭窄管の流体構造連成解析を行っている [6]。層流と乱流、および剛体管と柔軟管の比較検討を行い、剛体管と柔軟管では柔軟管のほうが精度よく実験結果を再現できること、80%狭窄の解析においてせん断応力値を取扱う場合には乱流の仮定が適切であること、などを結論付けている。

1.2.2 ファントム実験と流体解析

狭窄病変部位における血流動態の解明を目指し、1970年代頃から狭窄管内流れについての実験がいくつか行われている。

中でも剛体狭窄管の実験論文としては Ahmed と Griddens により 1983 年に発表されたものがゴールドスタンダードとなっており、多くの狭窄管を取扱う CFD 解析の妥当性確認に用いられている。面積狭窄率 25, 50, 75 % のガラス管において、レイノルズ数 500~2000 にわたる幅広い条件での実験が行われた [12] [13]。1984 年には同様の実験装置における拍動流に対する報告がある。レイノルズ数は 600, sin 波に近い入力速度形状での実験となっている [14] [15]。

近年では、剛体管ではなく血管を模擬した柔軟管を用いてのファントム実験および解析との比較も行われている。Marchall らは頸動脈分岐部を模擬したシンプルな形状の柔軟管に拍動流を与える実験を行い、その結果を有限体積法による CFD の結果と比較した。分岐

部の手前および分岐下流に狭窄が生じた際の流体動態やせん断応力についての分析が行われた [16].

1.2.3 非侵襲的狭窄指標の力学的検証

非侵襲的狭窄指標の力学的検証については、FFR を力学的数値計算により推定する FFR-CT については盛んに行われている。

Koo らが 103 の患者の 159 の血管について行った研究では $\text{FFR} \leq 0.8$ の血管を判別できるかの精度を CCTA と FFR-CT とで比較検証した。感度、特異度、陽性予測、陰性予測について比較を行い、CCTA よりも FFR-CT の方が診断精度において勝るとの結論を出した [17]。Yoon らにより、FFR-CT と TAG の診断精度の比較、診断結果の相関の分析なども行われている [18]。

一方、その他の非侵襲的狭窄指標、造影剤濃度分布を指標とする TAG や CCO についての力学的見地からの狭窄との因果関係の検証や数値解析シミュレーションによる考察が未だなされていない状況である。

1.2.4 先行研究における課題

1.2.1 項および 1.2.2 項より、80 % より厳しい狭窄率での解析、および、柔軟管を用いたファントム実験と比較した流体構造連成解析、についての報告例はいまだ少なく、これらの条件のもと狭窄を伴う柔軟管内流れについての基礎的検討を行うことには意義があると考えられる。

また 1.2.3 項より、TAG や CCO のような造影剤濃度分布をもとに狭窄の重要度を診断する指標について力学的数値解析シミュレーションの見地から考察を行う要求があると考えられる。

1.3 目的

本研究では，構造体の変形および流体・構造の相互作用を考慮した流体構造連成解析を用い，血管を模擬した柔軟管を用いたファントム実験との比較を通して，狭窄を伴う柔軟管内拍動流，特に分岐下流の狭窄を伴う柔軟管内流れについて，基礎的検討を行う．

まずは狭窄管のみの解析において柔軟管特有の動態や，剛性・狭窄率などのパラメータを変更した際の動態の違いについての把握を行う．その後，分岐管実験と分岐管解析の結果の比較を行い，解析の妥当性確認を行う．その上で，狭窄管の剛性や狭窄率，あるいは上下流の圧力損失や弾性効果の程度の違いが分岐下流狭窄管内の流体動態に与える影響の把握・解明を目指す．

また，分岐管解析の解析結果をもとに造影剤の動態について検討し，非侵襲的狭窄指標についての考察を行う．

1.4 論文の構成

本論文は全 5 章から構成される。

第 1 章「序論」では、本研究の背景と目的について述べる。

第 2 章「解析手法」では、本研究にて用いた流体構造連成解析の計算手法や境界条件など、解析を行うにあたって用いた手法について説明する。

第 3 章「実験概要」では、解析結果との比較に用いた実験データを取得した実験装置、実験対象、実験条件について説明する。

第 4 章「メッシュ評価」では、本研究の解析に用いるメッシュをどのように選定したかについて述べる。

第 5 章「分岐無し狭窄管の網羅解析」では、狭窄管解析にて各種条件を変えた解析結果を比較し、流体や管壁の動態への影響について考察する。

第 6 章「分岐管解析の妥当性確認」では、分岐管一次元モデルの概要説明を行った後、各パラメータの推定方法について述べ、実験データと分岐管解析の結果の比較および考察を行う。

第 7 章「分岐下流狭窄管の網羅解析」では、分岐管一次元モデルと接続した狭窄管解析にて各種条件を変えた解析結果を比較し、分岐下流狭窄管の流体や管壁の動態への影響について考察する。

第 8 章「造影剤の動態」では、Particle-trace 解析の概要説明および分岐下流狭窄管における造影剤の動態について考察する。

第 9 章「結論」では、本研究における総括および今後の課題について述べる。

第2章 解析手法

2.1 流体構造連成解析

流体力が構造体の変形をもたらし、同時に変形する構造体が流れ場に影響を及ぼす、というような流体と構造体の間の相互作用を考慮した解析が流体構造連成解析である。本研究では、血流と血管壁、あるいは水と柔軟管の間の相互作用を考慮した解析を行うことを目的とし、ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian)有限要素法による一体型流体構造連成解析プログラムの開発を行った。本研究で用いている一体型解法流体構造連成解析のプログラムは [19] にて使用したプログラムを引き継いで開発を行ったものである。

本節の内容は参考文献 [19] [20] [21] [22] [23]を基にその内容をまとめたものである。

2.1.1 ALE 法

ALE 法では、基準の空間配置とも物質の現配置とも本質的には無関係な参照配置と呼ばれる配置を設定して連続体の物理量を表す。この参照配置における位置ベクトル χ の成分で表す時、これを参照座標または ALE 座標と呼ぶ。ALE 座標を時々刻々の流体解析領域の変化に合わせたものとすれば、Lagrange 座標と異なり流体自身の運動とは無関係な座標となる。したがってこの表示法によれば物体の任意の配置を用いて連続体の運動を定式化することが可能となる。

Lagrange, Euler, ALE の 3 つの座標系の定義、各座標系での時間微分、空間積分量の物質時間導関数について下記に示す。

○座標系の定義

以下 3 つの座標系を定義する。

- Lagrange 座標系 $\mathbf{X}$
- Euler 座標系 $\mathbf{x}$
- ALE 座標系 χ

次にそれぞれの座標系の間に速度を定義する。

- 物質点の Euler 座標系に対する速度

$$v_i = \left. \frac{\partial x_i(\mathbf{X}, t)}{\partial t} \right|_{\mathbf{X}} \quad (2-1)$$

- 物質点の ALE 座標系に対する速度

$$w_i = \left. \frac{\partial \chi_i(\mathbf{X}, t)}{\partial t} \right|_{\mathbf{X}} \quad (2-2)$$

・ ALE 座標系の Euler 座標系に対する速度

$$\hat{v}_i = \left. \frac{\partial x_i(\chi, t)}{\partial t} \right|_x \quad (2-3)$$

○各座標系での時間微分

各座標系での物理量 f の時間微分について考える.

Lagrange 座標系を固定した時間微分, つまり物質に追従して観察する時間導関数を物質時間導関数, Euler 座標系を固定した時間微分, つまり空間に固定した視点で観察する時間導関数を空間時間導関数と呼ぶ. この二つの導関数の関係は以下で示される.

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial f(X, t)}{\partial t} \right|_x &= \left. \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} \right|_x + \frac{\partial f(x, t)}{\partial x_i} \left. \frac{\partial x_i(X, t)}{\partial t} \right|_x \\ &= \left. \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} \right|_x + v_i \frac{\partial f(x, t)}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (2-4)$$

同様に, χ 座標系を固定した時間微分, つまり観察者に追従した視点での χ 時間導関数は以下のように示される.

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial f(X, t)}{\partial t} \right|_x &= \left. \frac{\partial f(\chi, t)}{\partial t} \right|_\chi + \frac{\partial f(\chi, t)}{\partial \chi_i} \left. \frac{\partial \chi_i(X, t)}{\partial t} \right|_x \\ &= \left. \frac{\partial f(\chi, t)}{\partial t} \right|_\chi + w_i \frac{\partial f(\chi, t)}{\partial \chi_i} \end{aligned} \quad (2-5)$$

さて, この上式の物理量 f として, Euler 座標 $\mathbf{x}$ を代入すると, 座標の速度の間の関係式が導かれる.

$$\left. \frac{\partial x_i(X, t)}{\partial t} \right|_x = \left. \frac{\partial x_i(\chi, t)}{\partial t} \right|_\chi + w_j \frac{\partial x_i(\chi, t)}{\partial \chi_j} \quad (2-6)$$

$$v_i = \hat{v}_i + w_j \frac{\partial x_i(\chi, t)}{\partial \chi_j} \quad (2-7)$$

ここで, 以下 $\mathbf{c}$ を定義する.

$$c_i = v_i - \hat{v}_i = w_j \frac{\partial x_i(\chi, t)}{\partial \chi_j} \quad (2-8)$$

先の物理量 f の物質時間導関数と χ 時間導関数との間の関係式 (2-5) に $\mathbf{c}$ を用いると以下のように変形できる.

$$\left. \frac{\partial f(X, t)}{\partial t} \right|_x = \left. \frac{\partial f(\chi, t)}{\partial t} \right|_\chi + w_j \frac{\partial x_i(\chi, t)}{\partial \chi_j} \frac{\partial f(\chi, t)}{\partial x_i} \quad (2-9)$$

$$\left. \frac{\partial f(X, t)}{\partial t} \right|_x = \left. \frac{\partial f(\chi, t)}{\partial t} \right|_\chi + c_j \frac{\partial f(\chi, t)}{\partial x_j} \quad (2-10)$$

以上の式変形の意義としては、左辺の物理的解釈が容易な量（物質点を追従した微分）と、右辺の数値計算的に表現が容易な量（メッシュ追従視点での物理量変化と現配置空間微分量）とを結びつけることである。

○各座標系での空間積分量の物質時間導関数と **Raynolds** の輸送方程式

Euler 座標に関しては、一般的な有限要素法の基礎式である平衡方程式を運動量保存則から導く過程と同様である（文献[8]4章）。

Euler 座標系で空間積分した量 $\int_{V_x} f dV_x$ を物質追従的に微分する。

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_x \int_{V_x} f dV_x = \left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_\chi \int_{V_\chi} f J dV_\chi \quad (2-11)$$

$$= \int_{V_\chi} \left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_\chi f J dV_\chi \quad (2-12)$$

$$= \int_{V_\chi} \left\{ \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_\chi + \frac{f}{J} \left. \frac{\partial J}{\partial t} \right|_\chi \right\} J dV_\chi \quad (2-13)$$

$$= \int_{V_\chi} \left\{ \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_\chi + \frac{f}{J} \left. \frac{\partial J}{\partial t} \right|_\chi \right\} dV_\chi \quad (2-14)$$

$$= \int_{V_\chi} \left\{ \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_\chi + f \operatorname{div} \mathbf{v} \right\} dV_\chi \quad (2-15)$$

空間積分内の物質時間導関数を空間時間導関数に変換

$$= \int_{V_\chi} \left\{ \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_\chi + v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + f \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\} dV_\chi \quad (2-16)$$

$$= \int_{V_\chi} \left\{ \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_\chi + \frac{\partial(f v_i)}{\partial x_i} \right\} dV_\chi \quad (2-17)$$

Gauss の発散定理を適用して、**Raynolds** の輸送方程式 (**Euler** 表記) が導かれる

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_\chi \int_{V_\chi} f dV_\chi = \int_{V_\chi} \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_\chi dV_\chi + \int_{S_\chi} f v_j n_j dS_\chi \quad (2-18)$$

ALE 座標系での空間積分量 $\int_{V_\chi} f dV_\chi$ も同様の式変形を経て χ 時間導関数の χ 座標積分量に変形し、**Gauss** の発散定理を適用して **Raynolds** の輸送方程式の **ALE** 表記が導かれる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \Big|_x \int_{V_x} f dV_x = \int_{V_x} \left\{ \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_x + f \operatorname{div} \mathbf{w} \right\} dV_x \quad (2-19)$$

$$= \int_{V_x} \left\{ \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_x + \frac{\partial(f w_i)}{\partial x_i} \right\} dV_x \quad (2-20)$$

$$= \int_{V_x} \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_x dV_x + \int_{S_x} f w_j \hat{n}_j dS_x \quad (2-21)$$

2.1.2 支配方程式

前節にて導出された各式を参考に、流体領域、構造領域における支配方程式をそれぞれ ALE 表記にて示す。

○流体領域の支配方程式

本研究の解析対象流体は水であるため、非圧縮性 **Newton** 流体とみなす。本研究では人間の頸動脈分岐部周辺をモデルとして実験や柔軟管の選定を行っているが、今後水ではなく血液を想定した解析を行うに際しても、頸動脈周辺の管径は血液中の赤血球に代表される有形成分の大きさに対して十分に大きいため、血液を均質な連続体であるニュートン流体と見なしても無理がない、とされている。[11]

流体領域 Ω_f における支配方程式は連続の式 (2-22) と Navier-Stokes 方程式 (2-23) (2-26) である。

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2-22)$$

$$\rho_f \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \Big|_x + c_i \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x_i} \right) = \nabla_x \cdot \mathbf{T}_f + \rho_f \mathbf{g} \quad (2-23)$$

$$\text{構成則：} \quad \mathbf{T}_f = -p\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{D}, \quad D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2-24)$$

$$c_i = v_i - \hat{v}_i \quad (2-25)$$

○構造領域の支配方程式

本研究にて用いる柔軟管は、厳密には応力－ひずみの関係が非線形な特性を有する非線形超弾性体であるが、本研究においては使用ひずみ範囲にて線形近似した値をヤング率とし、線形弾性体材料の材料特性を与える。

構造の解析領域 Ω_s の支配方程式は平衡方程式 (2-26) である。

$$\rho_{0s} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \right)_X = \nabla_X \cdot (\mathbf{S} \cdot \mathbf{F}^T) + \rho_{0s} \mathbf{g} \quad (2-26)$$

$$\text{構成則:} \quad \mathbf{S} = \lambda \operatorname{tr}(\mathbf{E}) \mathbf{I} + 2\mu \mathbf{E} \quad (2-27)$$

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) \quad (2-28)$$

2.1.3 連成手法および離散化手法

流体-構造界面 Γ_{fsi} の境界では平衡条件 (2-29) および幾何学的連続条件 (2-30) を満たすよう強連成系を構築する. ただし, $\mathbf{n}_f = -\mathbf{n}_s$ とする.

$$\mathbf{T}_f \cdot \mathbf{n}_f + \mathbf{T}_s \cdot \mathbf{n}_s = 0 \quad (2-29)$$

$$\mathbf{v}(\chi, t) = \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{X}, t) \quad (2-30)$$

重みつき残差法を用いて, 領域全体の平衡方程式の弱形式化を行う. Γ_{fsi} の整合性を考慮して, 流体・構造ともに $\delta \dot{\mathbf{u}}, \dot{\mathbf{u}}$ に由来する弱形式化 (文献[9]における式 1.6.46-b(構造), 式 1.6.44-b(流体)) を用いる.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_f} \delta \mathbf{v} \cdot \rho_f \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}(\chi, t)}{\partial t} + (\mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}}) \cdot \nabla_x \mathbf{v} \right\} d\Omega + \int_{\Omega_f} D(\delta \mathbf{v}) : \sigma_f d\Omega \\ & \quad + \int_{\Omega_f} \delta \mathbf{v} (\nabla_x \cdot \mathbf{v}) d\Omega \\ & \quad + \int_{\Omega_{0s}} \delta \dot{\mathbf{u}} \cdot \rho_0 \ddot{\mathbf{u}} d\Omega_0 + \int_{\Omega_f} \dot{\mathbf{E}}(\delta \dot{\mathbf{u}}) : \mathbf{S}_s d\Omega_0 \\ & = \int_{\Omega_f} \delta \mathbf{v} \cdot \rho_f \mathbf{g} d\Omega + \int_{\Omega_{0s}} \delta \dot{\mathbf{u}} \cdot \rho_{0s} \mathbf{g} d\Omega_0 + \int_{\Gamma_{f,t}} \delta \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} d\Gamma \end{aligned} \quad (2-31)$$

流体・構造連成境界面で固着条件が満たされると仮定し, 連成境界面の節点変数ベクトルを共通のものとして以下の拡張された全節点変数ベクトルを定義する.

$$\phi^{fs} = \begin{Bmatrix} \mathbf{V}_i^s \\ \mathbf{V}_c \\ \mathbf{V}_i^f \\ \mathbf{P} \end{Bmatrix}, \mathbf{U}^s = \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_i^s \\ \mathbf{U}_c \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (2-32)$$

ここで $\mathbf{V}$ は流速, $\mathbf{U}$ は位置, $\mathbf{P}$ は不定静水圧を示す. また上付き文字の s は構造部, f は流体部を示し, 下付き文字の c は連成部, i は非連成部を示す. この変数ベクトルを用いると流体構造強連成型の有限要素マトリクス方程式は以下のように表される.

$${}^t\mathbf{M}^{fs} \cdot \Delta \phi^{fs*} + {}^t\mathbf{C}^f \cdot \Delta \phi^{fs} + {}^t\mathbf{K}^s \cdot \Delta \mathbf{U}^{fs} = {}^t\mathbf{F} - {}^t\mathbf{Q}^{fs} \quad (2-33)$$

(2-23) の方程式を反復計算により解く．

2.1.4 反復計算手法

本研究で使用しているプログラムでは，有限要素マトリクス方程式の解を求めるにあたり，Newton-Raphson 法という反復法による求解アルゴリズムを用いる．

○一次元の場合

簡易な例として，スカラー u のみで表される Q について，

$$Q = F \quad (2-34)$$

のような式を解きたいとする．ここでは (2-34) を時間発展の問題とし，時間ステップ t での tQ , tF を既知の値とし，次ステップの ${}^{t+1}Q$, ${}^{t+1}F$ を求めるものとする．

図 2-1: 一次元の場合の非線形有限要素法，図 2-2: 一次元の場合の Newton-Raphson 法を参考にして以下の (1) ～ (4) のような手順で ${}^{t+1}u$ を求める．

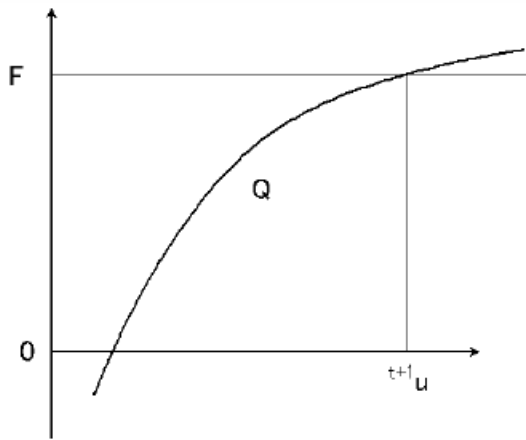


図 2-1: 一次元の場合の非線形有限要素法

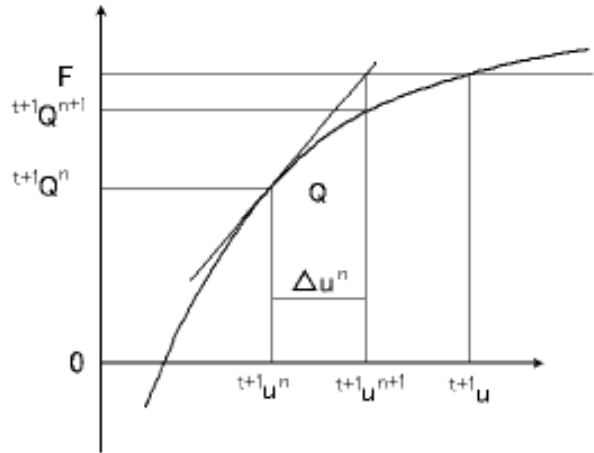


図 2-2: 一次元の場合の Newton-Raphson 法

- (1) $n=1$ として適当な初期値（前ステップの値 tu など）を ${}^{t+1}u^1$ に与える．
- (2) 反復計算ステップ n での値 ${}^{t+1}u^n$ より， $Q({}^{t+1}u^n) = {}^{t+1}Q^n$ と書くとする．このときの $F - {}^{t+1}Q^n$ とその傾き $\frac{d {}^{t+1}Q^n}{du}$ を求める．

$$(3) F - {}^{t+1}Q^n = \frac{d {}^{t+1}Q^n}{du} \Delta u^n \text{より } \Delta u^n \text{を求める．}$$

$$(4) {}^{t+1}u^{n+1} = {}^{t+1}u^n + \Delta u^n \text{として手順 (2) に戻る．}$$

初期値が十分に解に近い場合には、この (2) ～ (4) のループを繰り返して $n \rightarrow \infty$ とすれば ${}^{t+1}u^n$ は真の値 ${}^{t+1}u$ に収束する。実際は無限回ループを繰り返すのは不可能なので、手順 (2) にて $F - {}^{t+1}Q^n$ が十分小さくなった段階で ${}^{t+1}u^n$ をその時間ステップ t での解 ${}^{t+1}u$ とする。

○多次元の場合

Q が多次元 u, v, a からなる関数であったとしても、一次元の場合と同様に処理できる。

(1) $n=1$ として適当な初期値（前ステップの値など）を ${}^{t+1}u^1, {}^{t+1}v^1, {}^{t+1}a^1$ に与える。

(2) 反復計算ステップ n での Q を $Q({}^{t+1}u^n, {}^{t+1}v^n, {}^{t+1}a^n) = {}^{t+1}Q^n$ と書くとする。この

ときの $F - {}^{t+1}Q^n$ とその傾き $\frac{{}^{t+1}Q^n}{{}^{t+1}u^n}, \frac{{}^{t+1}Q^n}{{}^{t+1}v^n}, \frac{{}^{t+1}Q^n}{{}^{t+1}a^n}$ を求める。

(3) $F - {}^{t+1}Q^n = \frac{{}^{t+1}Q^n}{{}^{t+1}u^n} \Delta u^n + \frac{{}^{t+1}Q^n}{{}^{t+1}v^n} \Delta v^n + \frac{{}^{t+1}Q^n}{{}^{t+1}a^n} \Delta a^n$ より $\Delta u^n, \Delta v^n, \Delta a^n$ を求める。

(4) ${}^{t+1}u^{n+1} = {}^{t+1}u^n + \Delta u^n, {}^{t+1}v^{n+1} = {}^{t+1}v^n + \Delta v^n, {}^{t+1}a^{n+1} = {}^{t+1}a^n + \Delta a^n$ として手順 (2) に戻る。

一次元の時と同様、手順 (2) にて $F - {}^{t+1}Q^n$ が十分小さくなった段階での ${}^{t+1}u^n, {}^{t+1}v^n, {}^{t+1}a^n$ をその時間ステップ t での解 ${}^{t+1}u, {}^{t+1}v, {}^{t+1}a$ とする。

2.1.5 時間積分法

時間積分法に関しては陰解法の Newmark- β 法を使用している。

Newmark- β 法は時間増分 Δt 間の加速度が線形的に変化するものと仮定した線形化速度法に 2 つのパラメータ β, γ を導入して拡張したものである。解析済み時刻 t での変位、速度、加速度（既知）と増分後の時刻 $t + \Delta t$ での変位、速度、加速度（未知）との間に、以下のような関係式を仮定する。

$${}^{t+\Delta t}\dot{U} = {}^t\dot{U} + \Delta t \{ \gamma {}^{t+\Delta t}\ddot{U} + (1 - \gamma) {}^t\ddot{U} \} \quad (2-35)$$

$${}^{t+\Delta t}U = {}^tU + \Delta t {}^t\dot{U} + \Delta t^2 \left\{ \left(\frac{1}{2} - \beta \right) {}^t\ddot{U} + \beta {}^{t+\Delta t}\ddot{U} \right\} \quad (2-36)$$

上記の関係式を用いて、反復計算過程における未知変数を加速度増分ベクトル $\Delta\ddot{U}$ のみに減らして数値計算を実行する。その具体例を以下に示す。

○反復計算ステップ 1 回目のとき

速度増分ベクトルの式 (2-35) より, 時間増分ステップ $t \rightarrow t + \Delta t$ における反復計算ステップ 1 回目 ($i=1$) の式は以下のように表される.

$$\Delta^{t+\Delta t}\dot{U}^{(1)} = \Delta t \{ {}^t\ddot{U} + \gamma (\Delta^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(1)}) \} \quad (2-37)$$

ここで $\Delta^{t+\Delta t}\dot{U}^{(1)}, \Delta^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(1)}$ の定義式は以下の通りである.

$$\Delta^{t+\Delta t}\dot{U}^{(1)} = {}^{t+\Delta t}\dot{U}^{(1)} - {}^t\dot{U} \quad (2-38)$$

$$\Delta^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(1)} = {}^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(1)} - {}^t\ddot{U} \quad (2-39)$$

同様に変位増分ベクトルの式も以下のように変換すれば変位増分量ベクトルを求める式が得られる.

$$\Delta^{t+\Delta t}U^{(1)} = \Delta t {}^t\dot{U} + \Delta t^2 \{ \beta (\Delta^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(1)}) + \frac{1}{2} {}^t\ddot{U} \} \quad (2-40)$$

○反復計算ステップ 2 回目以降のとき

速度増分ベクトルの式 (2-35) について, 反復計算ステップ 2 回目以降 ($i>1$) では次式が成立する.

$${}^{t+\Delta t}\dot{U}^{(i-1)} - {}^t\dot{U} = \Delta t \{ \gamma {}^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(i-1)} + (1 - \gamma) {}^t\ddot{U} \} \quad (2-41)$$

$${}^{t+\Delta t}\dot{U}^{(i)} - {}^t\dot{U} = \Delta t \{ \gamma {}^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(i)} + (1 - \gamma) {}^t\ddot{U} \} \quad (2-42)$$

ここで加速度と則後の増分量 ($\Delta^{t+\Delta t}\dot{U}^{(i)}, \Delta^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(i)}$) を以下のように定めるとすると,

$$\Delta^{t+\Delta t}\dot{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\dot{U}^{(i)} - {}^{t+\Delta t}\dot{U}^{(i-1)} \quad (2-43)$$

$$\Delta^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(i)} - {}^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(i-1)} \quad (2-44)$$

速度増分量ベクトルを求める式が得られる.

$$\Delta^{t+\Delta t}\dot{U}^{(i-1)} = \Delta t \gamma (\Delta^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(i)}) \quad (2-45)$$

変位増分量ベクトルについても同様に.

$$\Delta^{t+\Delta t}U^{(1)} = \Delta t^2 \beta (\Delta^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(i)}) \quad (2-46)$$

2.2 境界条件

2.2.1 境界自由度の縮退

流入口と流出口の境界面に単純に自然境界条件を与えると流速の乱れなどを生じ解析が困難になる．また，後述の Windkessel モデルや分岐管一次元モデルとの連成を行う際には流出口での代表的な流速および圧力が必要となる．そこで，境界面での流速や圧力を代表流速 v_{sur} とそのプロファイル関数 Φ ，代表圧力 p_{sur} とそのプロファイル関数 Ψ で表すことを考える．すなわち，縮退する表面における流速 $\mathbf{v}$ と圧力 p を以下の形に置き換えることとなる．

$$\begin{cases} \mathbf{v} = v_{sur} \Phi \\ p = p_{sur} \Psi \end{cases} \quad (2-47)$$

流速のプロファイル関数 Φ は位置ベクトルから流速の方向ベクトルを返すベクトル関数であり，そのプロファイルには Poiseuille 流れを想定した管軸中心を原点とした放物曲線を用いている．一方，圧力のプロファイル関数 Ψ は位置ベクトルからスカラーを帰すスカラー関数となっており，そのプロファイルは境界面全体で同一の値をもつようなものとなっている．

2.2.2 Windkessel モデル

Windkessel モデルとは，流体の流量を電流と，血圧を電圧と置き換えて血管系内の血流現象を電気回路で置き換えるアナロジーである [24]．解析対象の流出境界の先，下流領域から受ける影響を考慮した解析を行おうとするものである．血管壁での摩擦の影響は抵抗として，また血管の膨張・収縮はコンデンサとして捉えることができる．今回は大動脈の数値解析において体循環側の境界条件として最も一般的に用いられている，抵抗 2 つとコンデンサ 1 つで構成される 3 要素 Windkessel モデル（図 2-3）について，有限要素モデルの境界条件との接続のための式展開の手順を示す．

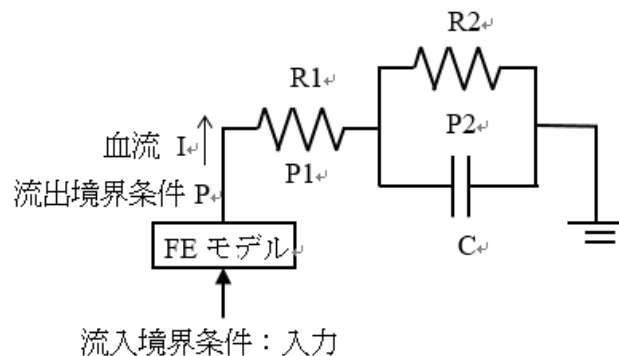


図 2-3: 3 要素（抵抗 2 つ・コンデンサ 1 つ）Windkessel モデル

R_1, R_2 は血管の抵抗を表し, C は弾性血管の効果を表すコンデンサの容量を表す. P_1, P_2 は各抵抗での圧力降下である. I, P がそれぞれ有限要素モデルの流出側の流速, 圧力の境界条件と関連付けられる. 回路方程式は次のようになる.

$$P = P_1 + P_2 \quad (2-48)$$

$$I = \frac{P_1}{R_1} = \frac{P_2}{R_2} + C \frac{dP_2}{dt} \quad (2-49)$$

これを整理すると

$$\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)I + CR_1\dot{I} - C\dot{P} - \frac{P}{R_2} = 0 \quad (2-50)$$

次に, 有限要素モデルとの接続を考える.

流出口では, 前節で述べたように安定化の観点から流速・圧力を縮退している. すなわち出口領域 Ω_{out} で,

$$\begin{cases} \mathbf{v} = v_{out}\Phi \\ p = p_{out}\Psi \end{cases} \quad (2-51)$$

が成り立っている. 今回はポアズイユ流れを仮定し, Φ には放物状の, Ψ には一様の関数を用いている.

$$\Phi = -\mathbf{n} \frac{r^2}{\pi R^2}, \quad \Psi = 1 \quad (2-52)$$

Windkessel モデルの電流 I と電圧 P はそれぞれ有限要素モデル出口にかかる圧力を表している. モデル出口流速 $\mathbf{v}$ と表面力 $\mathbf{f}$ との関係は, モデル領域の内向き単位法線ベクトルを $\mathbf{n}$ とすると次式で表される.

$$I = \int_{\Omega_{out}} -\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} ds = -v_{out} \int_{\Omega_{out}} \Phi \cdot \mathbf{n} ds = v_{out} \quad (2-53)$$

$$\mathbf{f} = \int_{\Omega_{out}} -P\Phi ds = -P \int_{\Omega_{out}} \Phi ds = P\mathbf{n} \quad (2-54)$$

I と v_{out} の関係を Windkessel の回路方程式に代入すると,

$$\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)^{t+\Delta t} v_{out} + CR_1^{t+\Delta t} \dot{v}_{out} - C^{t+\Delta t} \dot{P} - \frac{P^{t+\Delta t}}{R_2} = 0 \quad (2-55)$$

各変数が未知であることを明記するため $t + \Delta t$ と左肩に付した. $^{t+\Delta t}v_{out}$ とその時間微分は縮退されたモデル変数である. P と $\dot{P}$ の関係を Newmark 法で表現し(パラメータ γ), 圧力

に関する未知変数を ${}^{t+\Delta t}P$ のみとし、 $\mathbf{f} = P\mathbf{n}$ の関係を代入すると、境界面の変数 ${}^{t+\Delta t}v_{out}$ とその面に働く表面力 $\mathbf{f}$ に関する方程式となる。

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{f} = \frac{R_1+R_2}{1+\frac{CR_2}{\gamma\Delta t}} {}^{t+\Delta t}v_{out}\mathbf{n} + \frac{CR_1R_2}{1+\frac{CR_2}{\gamma\Delta t}} {}^{t+\Delta t}\dot{v}_{out}\mathbf{n} + \frac{\frac{CR_2}{\gamma\Delta t}}{1+\frac{CR_2}{\gamma\Delta t}} {}^t\mathbf{f} + \frac{CR_2\frac{1-\gamma}{\gamma}}{1+\frac{CR_2}{\gamma\Delta t}} {}^t\dot{\mathbf{f}} \quad (2-56)$$

これを有限要素法の枠組みの中で連立させて解くことで Windkessel モデルとの接続を行うことができる。

2.2.3 出口圧力境界条件の強連成化

前節では3要素 Windkessel モデルについての説明を行ったが、本研究に掲載する解析については出口境界下流に抵抗が一つだけあると想定したモデルのみを用いている。本節では、そのような1抵抗モデルを出口圧力境界条件に強連成して解くにあたって、どのように有限要素モデルの既存の式に連立するかについて示す。

■流体・構造の強連成式への Newmark- β 法の適応

2.1.5 項より Newmark- β の基礎式より、

ここで反復第1回目 ($i=1$) のとき

$$\Delta^{t+\Delta t}\dot{U}^{(1)} = \Delta t[{}^t\ddot{U} + \gamma(\Delta^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(1)})] \quad (2-57)$$

ここで反復第*i*回目 ($i>1$) のとき

$$\Delta^{t+\Delta t}\dot{U}^{(i)} = \Delta t\gamma(\Delta^{t+\Delta t}\ddot{U}^{(i)}) \quad (2-58)$$

という関係を示すことができる。

流体・構造の節点変数ベクトルを $\boldsymbol{\phi}^{fs}$ とする。

(1) 流体・構造の強連成解を求める計算式は、

・反復第1回目 ($i=1$) のとき

$$\begin{aligned} & [{}^tM^{fs} + {}^tC^f\Delta t\gamma + {}^tK^s\Delta t^2\beta]\Delta^{t+\Delta t}\dot{\phi}^{fs(1)} \\ & = {}^{t+\Delta t}F - {}^tQ^{fs} - \left({}^tK^s\Delta t {}^t\dot{U} + \frac{1}{2} {}^tK^s {}^t\ddot{U} \right) \\ & - {}^tC^f {}^t\dot{\phi}^{fs(1)} \end{aligned} \quad (2-59)$$

・反復第*i*回目 ($i>1$) のとき

$$\begin{aligned} & [{}^{t+\Delta t}M^{fs} + {}^{t+\Delta t}C^f\Delta t\gamma + {}^{t+\Delta t}K^s\Delta t^2\beta]\Delta^{t+\Delta t}\dot{\phi}^{fs(i)} \\ & = {}^{t+\Delta t}F - {}^{t+\Delta t}Q^{fs(i-1)} \end{aligned} \quad (2-60)$$

(2) 節点変数ベクトルを更新する式は,

・反復第 1 回目 (i=1) のとき

(2-57) 式より,

$$\Delta^{t+\Delta t}\dot{\varphi}^{(1)} = \Delta t \left[{}^t\dot{\varphi} + \gamma(\Delta^{t+\Delta t}\dot{\varphi}^{(1)}) \right] \quad (2-61)$$

・反復第 i 回目 (i>1) のとき

(2-58) 式より,

$$\Delta^{t+\Delta t}\dot{\varphi}^{(i)} = \Delta t \gamma (\Delta^{t+\Delta t}\dot{\varphi}^{(i)}) \quad (2-62)$$

■強連成で追加する windkessel 式

今回は解析対象の管の出口境界圧力を計算する windkessel 式 (管の下流の抵抗を考慮し, 出口境界流量より出口境界圧力を計算するもの) を流体・構造の有限要素モデルの式に強連成する.

導入したい windkessel 式 (今回は R1 抵抗のみの出口抵抗の式) を以下とする

$$\begin{aligned} P_{wk} &= R \cdot Q_{out} \\ &= R \cdot V_{out} \cdot S \end{aligned} \quad (2-63)$$

ここで P_{wk} は管の出口境界圧力, $Q_{out} \cdot V_{out}$ は管の出口境界流量および平均流速とする. (解析プログラムにて流量ではなく流速を変数として取り扱っているため)

流体・構造の強連成解を求める計算式との整合性を図るため, (2-63) 式が $P_{wk} \cdot V_{out}$ の一階微分の差分の式 ($\Delta \dot{P}_{wk}, \Delta \dot{V}_{out}$ を未知数とする式) となるよう, Newmark- β 法の (2-61)・(2-62) を用いて式展開を行う.

$${}^{t+\Delta t}P_{wk}^{(i)} = RS \cdot {}^{t+\Delta t}V_{out}^{(i)} \quad (2-64)$$

(2-64) 式の P_{wk} と V_{out} は線形な関係にあるので,

$$\Delta {}^{t+\Delta t}P_{wk}^{(i)} = RS \cdot \Delta {}^{t+\Delta t}V_{out}^{(i)} \quad (2-65)$$

とする.

・反復第 1 回目 (i=1) のとき

(2-61) 式より,

$$\Delta t \left[{}^t\dot{P}_{wk} + \gamma(\Delta^{t+\Delta t}\dot{P}_{wk}^{(1)}) \right] = RS \cdot \Delta t \left[{}^t\dot{V}_{out} + \gamma(\Delta^{t+\Delta t}\dot{V}_{out}^{(1)}) \right] \quad (2-66)$$

これを展開して,

$$RS \cdot (\Delta^{t+\Delta t}\dot{V}_{out}^{(1)}) - \Delta {}^{t+\Delta t}\dot{P}_{wk}^{(1)} = \frac{1}{\gamma} ({}^t\dot{P}_{wk} - RS \cdot {}^t\dot{V}_{out}) \quad (2-67)$$

・反復第 i 回目 (i>1) のとき

(2-62) 式より,

$$\Delta t \gamma (\Delta^{t+\Delta t} \dot{P}_{wk}^{(i)}) = RS \cdot \Delta t \gamma (\Delta^{t+\Delta t} \dot{V}_{out}^{(i)}) \quad (2-68)$$

これを展開して,

$$RS \cdot (\Delta^{t+\Delta t} \dot{V}_{out}^{(i)}) - \Delta^{t+\Delta t} \dot{P}_{wk}^{(i)} = 0 \quad (2-69)$$

■ Windkessel 式の強連成により V_{out} の行の式に追加される関係式

V_{out} の行が元々解いていた式を概略すると, ($^{t+\Delta t} A_{V_{out}}$ は縮退した V_{out} の行に元々入っていた値のベクトルとする)

$$^{t+\Delta t} A_{V_{out}} (\Delta^{t+\Delta t} \dot{\phi}) = ^{t+\Delta t} F_{V_{out}} - ^{t+\Delta t} Q_{V_{out}} \quad (2-70)$$

出口圧力の弱連成時には, 前タイムステップの値をもとに求めた出口圧力 P_{out} による外力 (-z 方向に加わる圧力) として,

$$^{t+\Delta t} F_{V_{out}} = -P_{out} \cdot S \quad (2-71)$$

が与えられていたが,

W

indkessel 式強連成時には $^{t+\Delta t} F$ を以下のように置き換えて解を求める.

$$^{t+\Delta t} F_{V_{out}} = -^{t+\Delta t} P_{wk} \cdot S \quad (2-72)$$

よって, これを (2-70) に代入して

$$^{t+\Delta t} A_{V_{out}} (\Delta^{t+\Delta t} \dot{\phi}) = -^{t+\Delta t} P_{wk} \cdot S - ^{t+\Delta t} Q_{V_{out}} \quad (2-73)$$

$^{t+\Delta t} P_{wk}$ を Newmark- β 法に従って $\Delta \dot{P}_{wk}$ を含む式に展開する.

・反復第 1 回目 (i=1) のとき

(2-38) 式より,

$$^{t+\Delta t} P_{wk}^{(1)} = ^t P_{wk} + \Delta ^{t+\Delta t} P_{wk}^{(1)} \quad (2-74)$$

(2-61) 式より,

$$^{t+\Delta t} P_{wk}^{(1)} = ^t P_{wk} + \Delta t \left[^t \dot{P}_{wk} + \gamma (\Delta^{t+\Delta t} \dot{P}_{wk}^{(1)}) \right] \quad (2-75)$$

これを (2-73) 式に代入して,

$$\begin{aligned} ^{t+\Delta t} A_{V_{out}} (\Delta^{t+\Delta t} \dot{\phi}^{(1)}) + S \cdot \Delta t \gamma (\Delta^{t+\Delta t} \dot{P}_{wk}^{(1)}) \\ = -S (^t P_{wk} + \Delta t ^t \dot{P}_{wk}) - ^t Q_{V_{out}} \end{aligned} \quad (2-76)$$

・反復第 i 回目 (i>1) のとき

(2-43) 式より,

$${}^{t+\Delta t}P_{wk}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}P_{wk}^{(i-1)} + \Delta {}^{t+\Delta t}P_{wk}^{(i)} \quad (2-77)$$

(2-62) 式より,

$${}^{t+\Delta t}P_{wk}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}P_{wk}^{(i-1)} + \Delta t \gamma (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{P}_{wk}^{(i)}) \quad (2-78)$$

これを (2-73) 式に代入して,

$$\begin{aligned} & {}^{t+\Delta t}A_{Vout}(\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{\phi}^{(i)}) + S \cdot \Delta t \gamma (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{P}_{wk}^{(i)}) \\ & = -S {}^{t+\Delta t}P_{wk}^{(i-1)} - {}^{t+\Delta t}Q_{Vout}^{(i-1)} \end{aligned} \quad (2-79)$$

■最終的な変更点まとめ

出口圧力の強連成化により追加する $\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{P}_{wk}$ の行と, それにより

- ・反復第1回目 (i=1) のとき

(2-67) ・ (2-73) より ,

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \ddots & \vdots & \vdots \\ \dots & k & S\Delta t \gamma \\ \dots & RS & -1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta {}^{t+\Delta t}\dot{V}_{out}^{(1)} \\ \Delta {}^{t+\Delta t}\dot{P}_{wk}^{(1)} \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} -S({}^tP_{wk} + \Delta t {}^t\dot{P}_{wk}) - {}^tQ \\ \frac{1}{\gamma}({}^t\dot{P}_{wk} - RS \cdot {}^t\dot{V}_{out}) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2-80)$$

- ・反復第 i 回目 (i>1) のとき

(2-69) ・ (2-79) より,

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \ddots & \vdots & \vdots \\ \dots & k & S\Delta t \gamma \\ \dots & RS & -1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta {}^{t+\Delta t}\dot{V}_{out}^{(i)} \\ \Delta {}^{t+\Delta t}\dot{P}_{wk}^{(i)} \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} -S {}^{t+\Delta t}P_{wk}^{(i-1)} - {}^{t+\Delta t}Q_{Vout}^{(i-1)} \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2-81)$$

厳密には i=1 のときの $\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{V}_{out}^{(i)}$ の行の右辺には tQ に加えて時間 step 更新時の項も足し込む。

2.2.4 分岐管解析時の一次元モデル

分岐管および分岐管実験の各柔軟管の関係性を一次元モデル化する過程については 6.1 節（分岐管実験の一次元モデル化）にて詳細を述べる。

この節では，Windkessel モデル導入時と類似の手順で，電気回路のアナロジーによる分岐管の一次元モデルを有限要素の式に強連成するための式展開の手順を示す。

■流体・構造の強連成式への Newmark- β 法の適応

2.1.5 項より Newmark- β の基礎式より，流体・構造の節点変数ベクトルを φ^{fs} とすると，節点変数ベクトルを更新する式は，

- ・反復第 1 回目 ($i=1$) のとき

(2-57) 式より，

$$\Delta^{t+\Delta t}\varphi^{(1)} = \Delta t \left[{}^t\dot{\varphi} + \gamma(\Delta^{t+\Delta t}\dot{\varphi}^{(1)}) \right] \quad (2-82)$$

- ・反復第 i 回目 ($i>1$) のとき

(2-58) 式より，

$$\Delta^{t+\Delta t}\varphi^{(i)} = \Delta t \gamma(\Delta^{t+\Delta t}\dot{\varphi}^{(i)}) \quad (2-83)$$

■強連成で追加する分岐管一次元モデル全体図

今回は解析対象の管の入口境界圧力を計算する分岐管一次元モデル式，より詳細には，管の上流に分岐が存在している場合を想定し，分岐上流端の流入流量を入力として解析対象部の入口境界圧力を算出するもの，を流体・構造の有限要素モデルの式に強連成する。

解析対象の管の上流に接続したい分岐管一次元モデルを電気回路のアナロジーにて図に表す。

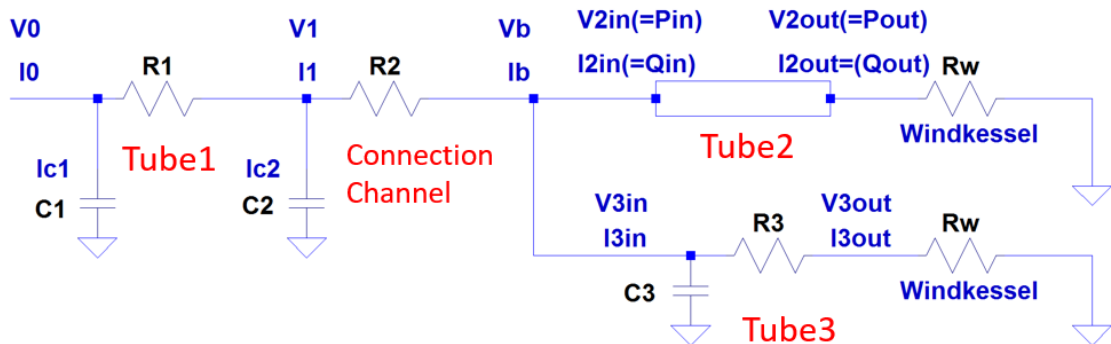
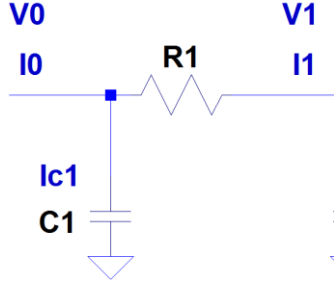


図 2-4:分岐管一次元モデルの電気回路図

■部分ごとの関係式の整理

●柔軟管①の関係式

柔軟管①を表す 1 組の抵抗・コンデンサについて、式を整理する.



$$V_0 = V_1 + R_1 \cdot I_1 \quad (2-84)$$

図 2-5: 柔軟管①の一次元モデル図

$$I_0 = I_{C1} + I_1 \quad (2-85)$$

$$I_{C1} = C_1 \frac{dV_0}{dt} \quad (2-86)$$

4 つの未知変数 V_0, V_1, I_1, I_{C1} に対し連立式 3 つを用いて V_{in}, V_1 の関係式を求める.

I_0 については毎時間 step ごとに与えられる外部入力値とする.

・ (2-86) により I_{C1} を消去

(2-86) を (2-85) に代入

$$I_0 = C_1 \frac{dV_0}{dt} + I_1 \quad (2-87)$$

・ (2-84) により V_{in} を消去

(2-84) を (2-87) に代入

$$I_0 - I_1 = C_1 (\dot{V}_1 + R_1 \cdot \dot{I}_1) \quad (2-88)$$

ここで、時間 step ($t + \Delta t, t$) および収束計算 step (i) を考慮する.

$${}^{t+\Delta t}I_0 - {}^{t+\Delta t}I_1^{(i)} = C_1 ({}^{t+\Delta t}\dot{V}_1^{(i)} + R_1 \cdot {}^{t+\Delta t}\dot{I}_1^{(i)}) \quad (2-89)$$

・ 反復第 1 回目 ($i=1$) のとき

時間 step(t) のとき

$${}^tI_0 - {}^tI_1 = C_1 ({}^t\dot{V}_1 + R_1 \cdot {}^t\dot{I}_1) \quad (2-90)$$

(2-89) と (2-90) の差分より,

$$\Delta {}^{t+\Delta t}I_0 - \Delta {}^{t+\Delta t}I_1^{(1)} = C_1 (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{V}_1^{(1)} + R_1 \cdot \Delta {}^{t+\Delta t}\dot{I}_1^{(1)}) \quad (2-91)$$

(2-82) より

$$\begin{aligned} & \Delta {}^{t+\Delta t}I_0 - \Delta t \left[{}^t\ddot{I}_1 + \gamma \left(\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{I}_1^{(1)} \right) \right] \\ &= C_1 \left(\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{V}_1^{(1)} + R_1 \cdot \Delta {}^{t+\Delta t}\dot{I}_1^{(1)} \right) \end{aligned} \quad (2-92)$$

$$C_1 \left(\Delta^{t+\Delta t} \dot{V}_1^{(1)} \right) + (C_1 R_1 + \gamma \Delta t) \left(\Delta^{t+\Delta t} j_1^{(1)} \right) = \Delta^{t+\Delta t} I_0 - \Delta t {}^t j_1 \quad (2-93)$$

・反復第 i 回目 ($i > 1$) のとき,

(2-91) の収束計算 step(i) と (i-1) との差分より,

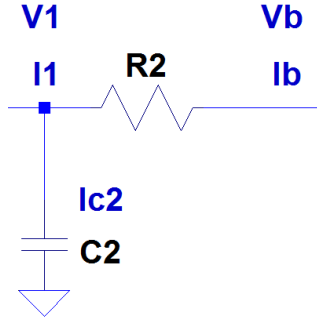
$$- \Delta^{t+\Delta t} I_1^{(i)} = C_1 (\Delta^{t+\Delta t} \dot{V}_1^{(i)} + R_1 \cdot \Delta^{t+\Delta t} j_1^{(i)}) \quad (2-94)$$

(2-83) より

$$C_1 (\Delta^{t+\Delta t} \dot{V}_1^{(i)}) + (C_1 R_1 + \gamma \Delta t) (\Delta^{t+\Delta t} j_1^{(i)}) = 0 \quad (2-95)$$

●水路の関係式

水路（シリコンチューブ）を表す 1 組の抵抗・コンデンサについて、式を整理する.



$$V_1 = V_b + R_2 \cdot I_b \quad (2-96)$$

$$I_1 = I_{C2} + I_b \quad (2-97)$$

$$I_{C2} = C_2 \frac{dV_1}{dt} \quad (2-98)$$

図 2-6: 水路の一次元モデル図

5 つの未知変数 $V_1, V_b, I_1, I_b, I_{C2}$ に対し連立式 3 つを用いて V_1, I_1, I_b の関係式を求める.

・ (2-98) により I_{C2} を消去

(2-98) を (2-97) に代入

$$I_1 = C_2 \frac{dV_1}{dt} + I_b \quad (2-99)$$

・ (2-96) により V_{in} を消去

(2-96) を (2-99) に代入

$$I_1 - I_b = C_2 (\dot{V}_b + R_2 \cdot \dot{I}_b) \quad (2-100)$$

ここで、時間 step ($t + \Delta t, t$) および収束計算 step (i) を考慮する.

$${}^{t+\Delta t} I_1^{(i)} - {}^{t+\Delta t} I_b^{(i)} = C_2 ({}^{t+\Delta t} \dot{V}_b^{(i)} + R_2 \cdot {}^{t+\Delta t} \dot{I}_b^{(i)}) \quad (2-101)$$

・反復第 1 回目 ($i=1$) のとき

時間 step(t) のとき

$${}^t I_1 - {}^t I_b = C_2 ({}^t \dot{V}_b + R_2 \cdot {}^t \dot{I}_b) \quad (2-102)$$

(2-101) と (2-102) の差分より,

$$\Delta^{t+\Delta t} I_1^{(1)} - \Delta^{t+\Delta t} I_b^{(1)} = C_2 (\Delta^{t+\Delta t} \dot{V}_b^{(1)} + R_2 \cdot \Delta^{t+\Delta t} \dot{I}_b^{(1)}) \quad (2-103)$$

(2-82) より

$$\Delta t \left[\dot{I}_1 + \gamma (\Delta^{t+\Delta t} \dot{I}_1^{(1)}) \right] - \Delta t \left[\dot{I}_b + \gamma (\Delta^{t+\Delta t} \dot{I}_b^{(1)}) \right] \quad (2-104)$$

$$= C_2 (\Delta^{t+\Delta t} \dot{V}_b^{(1)} + R_2 \cdot \Delta^{t+\Delta t} \dot{I}_b^{(1)})$$

$$-\gamma \Delta t (\Delta^{t+\Delta t} \dot{I}_1^{(1)}) + C_2 (\Delta^{t+\Delta t} \dot{V}_b^{(1)}) + (C_2 R_2 + \gamma \Delta t) (\Delta^{t+\Delta t} \dot{I}_b^{(1)}) \quad (2-105)$$

$$= \Delta t (\dot{I}_1 - \dot{I}_b)$$

・ 反復第 i 回目 (i>1) のとき,

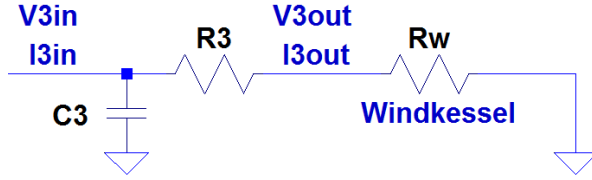
(2-101) の収束計算 step(i) と (i-1) との差分より,

$$\Delta^{t+\Delta t} I_1^{(i)} - \Delta^{t+\Delta t} I_b^{(i)} = C_2 (\Delta^{t+\Delta t} \dot{V}_b^{(i)} + R_2 \cdot \Delta^{t+\Delta t} \dot{I}_b^{(i)}) \quad (2-106)$$

(2-83) より

$$-\gamma \Delta t (\Delta^{t+\Delta t} \dot{I}_1^{(i)}) + C_2 (\Delta^{t+\Delta t} \dot{V}_b^{(i)}) + (C_2 R_2 + \gamma \Delta t) (\Delta^{t+\Delta t} \dot{I}_b^{(i)}) = 0 \quad (2-107)$$

● 柔軟管③およびその下流の関係式



左の図のような部分について、関係式を整理する。

図 2-7: 柔軟管③およびその下流の一次元モデル図

$$V_{3in} = (R_3 + R_w) \cdot I_{3out} \quad (2-108)$$

$$I_{3in} = I_{3out} + I_C = I_{3out} + C_3 \frac{dV_{3in}}{dt} \quad (2-109)$$

(2-108) より

$$I_{3out} = \frac{V_{3in}}{R_3 + R_w} \quad (2-110)$$

(2-110) を (2-109) に代入して I_{3out} を消去

$$I_{3in} = \frac{V_{3in}}{R_3 + R_w} + C_3 \frac{dV_{3in}}{dt} \quad (2-111)$$

ここで、時間 step (t + Δt, t) および収束計算 step (i) を考慮する.

$${}^{t+\Delta t}I_{22}^{(i)} = \frac{1}{R_3 + R_w} {}^{t+\Delta t}V_2^{(i)} + C_3 {}^{t+\Delta t}\dot{V}_2^{(i)} \quad (2-112)$$

・反復第 1 回目 (i=1) のとき

時間 step(t)のとき

$${}^tI_{22} = \frac{1}{R_3 + R_w} {}^tV_2 + C {}^t\dot{V}_2 \quad (2-113)$$

(2-112) と (2-113) の差分より,

$$\Delta {}^{t+\Delta t}I_{22}^{(1)} = \frac{1}{R_3 + R_w} (\Delta {}^{t+\Delta t}V_2^{(1)}) + C_3 (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{V}_2^{(1)}) \quad (2-114)$$

(2-82) より

$$\Delta t \left[{}^t\dot{I}_{3in} + \gamma (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{I}_{3in}^{(1)}) \right] \quad (2-115)$$

$$= \frac{1}{R_3 + R_w} \Delta t \left[{}^t\dot{V}_{3in} + \gamma (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{V}_{3in}^{(1)}) \right] + C_3 (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{V}_{3in}^{(1)})$$

$$\gamma \Delta t \left(\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{I}_{3in}^{(1)} \right) - \left(\frac{\gamma \Delta t}{R_3 + R_w} + C_3 \right) (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{V}_{3in}^{(1)}) \quad (2-116)$$

$$= \Delta t \left(\frac{1}{R_3 + R_w} {}^t\dot{V}_{3in} - {}^t\dot{I}_{3in} \right)$$

・反復第 i 回目 (i>1) のとき

(2-112) の収束計算 step(i)と(i-1)との差分より,

$$\Delta {}^{t+\Delta t}I_{3in}^{(i)} = \frac{1}{R_3 + R_w} (\Delta {}^{t+\Delta t}V_{3in}^{(i)}) + C_3 (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{V}_{3in}^{(i)}) \quad (2-117)$$

(2-83) より

$$\gamma \Delta t \left(\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{I}_{3in}^{(i)} \right) - \left(\frac{\gamma \Delta t}{R_3 + R_w} + C_3 \right) (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{V}_{3in}^{(i)}) = 0 \quad (2-118)$$

●分岐部の流量分配の式

分岐部の流量分配より

$${}^{t+\Delta t}I_b^{(i)} = {}^{t+\Delta t}I_{2in}^{(i)} + {}^{t+\Delta t}I_{3in}^{(i)} \quad (2-119)$$

・反復第 1 回目 (i=1) のとき

時間 step(t)での式との差分より

$$\Delta {}^{t+\Delta t}I_b^{(1)} = \Delta {}^{t+\Delta t}I_{2in}^{(1)} + \Delta {}^{t+\Delta t}I_{3in}^{(1)} \quad (2-120)$$

(2-82) より

$$\Delta t \left[\dot{t}i_b + \gamma \left(\Delta^{t+\Delta t} \dot{t}i_b^{(1)} \right) \right] \quad (2-121)$$

$$= \Delta t \left[\dot{t}i_{2in} + \gamma \left(\Delta^{t+\Delta t} \dot{t}i_{2in}^{(1)} \right) \right] + \Delta t \left[\dot{t}i_{3in} + \gamma \left(\Delta^{t+\Delta t} \dot{t}i_{3in}^{(1)} \right) \right]$$

$$\Delta^{t+\Delta t} \dot{t}i_b^{(1)} - \Delta^{t+\Delta t} \dot{t}i_{2in}^{(1)} - \Delta^{t+\Delta t} \dot{t}i_{3in}^{(1)} = \Delta t (\dot{t}i_{2in} + \dot{t}i_{3in} - \dot{t}i_b) \quad (2-122)$$

・ 反復第 i 回目 (i>1) のとき

収束計算 step(i-1)での式との差分より

$$\Delta^{t+\Delta t} I_b^{(i)} = \Delta^{t+\Delta t} I_{2in}^{(i)} + \Delta^{t+\Delta t} I_{3in}^{(i)} \quad (2-123)$$

(2-83) より

$$\Delta^{t+\Delta t} \dot{t}i_b^{(i)} - \Delta^{t+\Delta t} \dot{t}i_{2in}^{(i)} - \Delta^{t+\Delta t} \dot{t}i_{3in}^{(i)} = 0 \quad (2-124)$$

● V_1 と V_b の関係式

V_1 と V_2 の間の関係式より

$$^{t+\Delta t} V_1^{(i)} = ^{t+\Delta t} V_b^{(i)} + R_2 ^{t+\Delta t} I_b^{(i)} \quad (2-125)$$

・ 反復第 1 回目 (i=1) のとき

時間 step(t)での式との差分より

$$\Delta^{t+\Delta t} V_1^{(1)} = \Delta^{t+\Delta t} V_b^{(1)} + R_2 (\Delta^{t+\Delta t} I_b^{(1)}) \quad (2-126)$$

(2-82) より

$$\Delta t \left[\dot{t}V_1 + \gamma \left(\Delta^{t+\Delta t} \dot{t}V_1^{(1)} \right) \right] \quad (2-127)$$

$$= \Delta t \left[\dot{t}V_b + \gamma \left(\Delta^{t+\Delta t} \dot{t}V_b^{(1)} \right) \right] + R_2 \cdot \Delta t \left[\dot{t}i_b + \gamma \left(\Delta^{t+\Delta t} \dot{t}i_b^{(1)} \right) \right]$$

$$\gamma \Delta t \left(\Delta^{t+\Delta t} \dot{t}V_1^{(1)} \right) - \gamma \Delta t \left(\Delta^{t+\Delta t} \dot{t}V_b^{(1)} \right) - R_2 \gamma \Delta t \left(\Delta^{t+\Delta t} \dot{t}i_b^{(1)} \right) \quad (2-128)$$

$$= \Delta t (\dot{t}V_b + R_2 \cdot \dot{t}i_b - \dot{t}V_1)$$

$$\Delta^{t+\Delta t} \dot{t}V_1^{(1)} - \Delta^{t+\Delta t} \dot{t}V_b^{(1)} - R_2 (\Delta^{t+\Delta t} \dot{t}i_b^{(1)})$$

$$= \frac{1}{\gamma} (\dot{t}V_b + R_2 \cdot \dot{t}i_b - \dot{t}V_1) \quad (2-129)$$

・ 反復第 i 回目 (i>1) のとき

収束計算 step(i-1)での式との差分より

$$\Delta^{t+\Delta t} V_1^{(i)} = \Delta^{t+\Delta t} V_b^{(i)} + R_2 (\Delta^{t+\Delta t} I_b^{(i)}) \quad (2-130)$$

(2-83) より

$$\Delta^{t+\Delta t} \dot{t}V_1^{(i)} - \Delta^{t+\Delta t} \dot{t}V_b^{(i)} - R_2 (\Delta^{t+\Delta t} \dot{t}i_b^{(i)}) = 0 \quad (2-131)$$

●解析領域入口境界面での力のつり合い式

V_{in} の行が元々解いていた式を概略すると、(${}^{t+\Delta t}A_{V_{in}}$ は縮退した V_{in} の行に元々入っていた値のベクトルとする)

$${}^{t+\Delta t}A_{V_{in}}(\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{\phi}) = {}^{t+\Delta t}F_{V_{in}} - {}^{t+\Delta t}Qe_{V_{in}} \quad (2-132)$$

入口圧力の弱連成時には、前タイムステップの値をもとに求めた入口圧力 P_{in} による外力(-z 方向に加わる圧力)として、

$${}^{t+\Delta t}F_{V_{in}} = P_{in} \cdot S \quad (2-133)$$

が与えられていたが、分岐管一次元モデル式強連成時には P_{in} ($= V_{2in}$) を用いて ${}^{t+\Delta t}F$ を以下のように置き換えて解を求める。

$${}^{t+\Delta t}F_{V_{in}} = {}^{t+\Delta t}P_{in} \cdot S \quad (2-134)$$

よって、これを (2-132) に代入して

$${}^{t+\Delta t}A_{V_{in}}(\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{\phi}) = {}^{t+\Delta t}P_{in} \cdot S - {}^{t+\Delta t}Qe_{V_{in}} \quad (2-135)$$

${}^{t+\Delta t}P_{in}$ を Newmark- β 法に従って $\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{p}_{in}$ を含む式に展開する。

・反復第 1 回目 ($i=1$) のとき

$${}^{t+\Delta t}P_{in}^{(1)} = {}^tP_{in} + \Delta {}^{t+\Delta t}P_{in}^{(1)} \quad (2-136)$$

(2-82) より、

$${}^{t+\Delta t}P_{in}^{(1)} = {}^tP_{in} + \Delta t \left[{}^t\dot{p}_{in} + \gamma(\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{p}_{in}^{(1)}) \right] \quad (2-137)$$

これを (2-135) に代入して、

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t}A_{V_{in}}(\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{\phi}^{(1)}) - S \cdot \Delta t \gamma (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{p}_{in}^{(1)}) \\ = S({}^tP_{in} + \Delta t {}^t\dot{p}_{in}) - {}^tQe_{V_{in}} \end{aligned} \quad (2-138)$$

・反復第 i 回目 ($i>1$) のとき

$${}^{t+\Delta t}P_{in}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}P_{in}^{(i-1)} + \Delta {}^{t+\Delta t}P_{in}^{(i)} \quad (2-139)$$

(2-83) より、

$${}^{t+\Delta t}P_{in}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}P_{in}^{(i-1)} + \Delta t \gamma (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{p}_{in}^{(i)}) \quad (2-140)$$

これを (2-135) に代入して、

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t}A_{V_{in}}(\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{\phi}^{(i)}) - S \cdot \Delta t \gamma (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{p}_{in}^{(i)}) \\ = S {}^{t+\Delta t}P_{in}^{(i-1)} - {}^{t+\Delta t}Qe_{V_{in}}^{(i-1)} \end{aligned} \quad (2-141)$$

※厳密には $i=1$ のときの $\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{V}_{in}^{(1)}$ の行の右辺には tQ に加えて時間 step 更新時の項も足し込む

■最終的な変更点まとめ

ここまでで整理してきた式を電流 I を流量 Q ，電圧 V を圧力 P と置き換えて再整理する．実装に向けた各行への配置を考え，5つの式の順番は前後させている．

(2-138) ， (2-141) 式より，

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t}A_{V_{in}}(\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{\phi}^{(i)}) - S \cdot \Delta t \gamma (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{p}_{2in}^{(i)}) &= S {}^{t+\Delta t}P_{2in}^{(i-1)} - {}^{t+\Delta t}Qe_{V_{in}}^{(i-1)} \\ i=1 \text{ のとき, (右辺)} &= S({}^tP_{2in} + \Delta t {}^t\dot{P}_{2in}) - {}^tQe_{V_{in}} \end{aligned} \quad (2-142)$$

(2-122) ， (2-124) 式より，

$$\begin{aligned} -\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{Q}_{2in}^{(i)} - \Delta {}^{t+\Delta t}\dot{Q}_{3in}^{(i)} + \Delta {}^{t+\Delta t}\dot{Q}_b^{(i)} &= 0 \\ i=1 \text{ のとき, (右辺)} &= \Delta t({}^t\dot{Q}_{2in} + {}^t\dot{Q}_{3in} - {}^t\dot{Q}_b) \end{aligned} \quad (2-143)$$

(2-116) ， (2-118) 式より，

$$\begin{aligned} \gamma \Delta t (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{Q}_{3in}^{(i)}) - \left(\frac{\gamma \Delta t}{R_3 + R_w} + C_3 \right) (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{p}_{3in}^{(i)}) &= 0 \\ i=1 \text{ のとき, (右辺)} &= \Delta t \left(\frac{1}{R_3 + R_w} {}^t\dot{P}_{3in} - {}^t\dot{Q}_{3in} \right) \end{aligned} \quad (2-144)$$

(2-129) ， (2-131) 式より

$$\begin{aligned} -\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{p}_b^{(i)} - R_2 (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{Q}_b^{(i)}) + \Delta {}^{t+\Delta t}P_1^{(i)} &= 0 \\ i=1 \text{ のとき, (右辺)} &= \frac{1}{\gamma} ({}^t\dot{P}_b + R_2 \cdot {}^t\dot{Q}_b - {}^t\dot{P}_1) \end{aligned} \quad (2-145)$$

(2-93) ， (2-95) 式より，

$$\begin{aligned} C_1 (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{p}_1^{(i)}) + (C_1 R_1 + \gamma \Delta t) (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{Q}_1^{(i)}) &= 0 \\ i=1 \text{ のとき, (右辺)} &= \Delta {}^{t+\Delta t}Q_0 - \Delta t {}^t\dot{Q}_1 \end{aligned} \quad (2-146)$$

(2-105) ， (2-107) 式より，

$$\begin{aligned} -\gamma \Delta t (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{Q}_1^{(i)}) + C_2 (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{p}_b^{(i)}) + (C_2 R_2 + \gamma \Delta t) (\Delta {}^{t+\Delta t}\dot{Q}_b^{(i)}) &= 0 \\ i=1 \text{ のとき, (右辺)} &= \Delta t ({}^t\dot{Q}_1 - {}^t\dot{Q}_b) \end{aligned} \quad (2-147)$$

分岐管一次元モデルの式を強連成化により追加する

$\Delta^{t+\Delta t}\dot{Q}_1, \Delta^{t+\Delta t}\dot{Q}_b, \Delta^{t+\Delta t}\dot{Q}_{3in}, \Delta^{t+\Delta t}\dot{P}_1, \Delta^{t+\Delta t}\dot{P}_b$ の行と、それにより影響を受ける $\Delta^{t+\Delta t}\dot{V}_{in}$

($=\Delta^{t+\Delta t}\dot{Q}_{21}/S$) の行の変更点は,

(ただし, $P_b = P_{2in} = P_{3in}$ であることに注意)

・反復第 1 回目 (i=1) のとき

$$\begin{pmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & k_{V_{in}} & 0 & -S \cdot \gamma \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & -S & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \cdots & 0 & \gamma \Delta t & -\left(\frac{\gamma \Delta t}{R_3 + R_w} + C_3\right) & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & 0 & 0 & -1 & -R_2 & 1 & 0 \\ \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & C_1 & C_1 R_1 + \gamma \Delta t \\ \cdots & 0 & 0 & C_2 & C_2 R_2 + \gamma \Delta t & 0 & -\gamma \Delta t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vdots \\ \Delta^{t+\Delta t}\dot{V}_{in}^{(1)} \\ \Delta^{t+\Delta t}\dot{Q}_{3in}^{(1)} \\ \Delta^{t+\Delta t}\dot{P}_b^{(1)} \\ \Delta^{t+\Delta t}\dot{Q}_b^{(1)} \\ \Delta^{t+\Delta t}\dot{P}_1^{(1)} \\ \Delta^{t+\Delta t}\dot{Q}_1^{(1)} \end{pmatrix} \quad (2-148)$$

$$= \begin{pmatrix} \vdots \\ S(\dot{P}_b + \Delta t \dot{P}_b) - Qe_{V_{in}} \\ \Delta t(\dot{V}_{in} \cdot S + \dot{Q}_{3in} - \dot{Q}_b) \\ \Delta t\left(\frac{1}{R_3 + R_w} \dot{P}_b - \dot{Q}_{3in}\right) \\ \frac{1}{\gamma}(\dot{P}_b + R_2 \cdot \dot{Q}_b - \dot{P}_1) \\ \Delta^{t+\Delta t}Q_0 - \Delta t \dot{Q}_1 \\ \Delta t(\dot{Q}_1 - \dot{Q}_b) \end{pmatrix}$$

・反復第 i 回目 (i>1) のとき

$$\begin{pmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & k_{V_{in}} & 0 & -S \cdot \gamma \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & -S & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \cdots & 0 & \gamma \Delta t & -\left(\frac{\gamma \Delta t}{R_3 + R_w} + C_3\right) & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & 0 & 0 & -1 & -R_2 & 1 & 0 \\ \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & C_1 & C_1 R_1 + \gamma \Delta t \\ \cdots & 0 & 0 & C_2 & C_2 R_2 + \gamma \Delta t & 0 & -\gamma \Delta t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vdots \\ \Delta^{t+\Delta t}\dot{V}_{in}^{(1)} \\ \Delta^{t+\Delta t}\dot{Q}_{3in}^{(1)} \\ \Delta^{t+\Delta t}\dot{P}_b^{(1)} \\ \Delta^{t+\Delta t}\dot{Q}_b^{(1)} \\ \Delta^{t+\Delta t}\dot{P}_1^{(1)} \\ \Delta^{t+\Delta t}\dot{Q}_1^{(1)} \end{pmatrix} \quad (2-149)$$

$$= \begin{pmatrix} \vdots \\ \Delta^{t+\Delta t}\dot{P}_b^{(i-1)} \cdot S - \Delta^{t+\Delta t}Qe_{V_{in}}^{(i-1)} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2.3 メッシュ制御手法

ALE 解析においては大変形のある解析を行う際など、メッシュの歪みが大きくなると計算の収束性の低下や、計算の破綻を引き起こす。よって、歪んだメッシュの生成を予防するために流体領域のメッシュ制御が必要となる。本研究で行う解析についても、管の膨張・収縮や管壁の振動により大変形が生じるため、メッシュ制御を取り入れた。

本コードには流体領域のメッシュ制御に弾性体スムージング (Elastic Smoothing) を用いた。

メインの流体構造連成解析のある時間ステップにおいて反復計算処理を行う度に、メインループでは流体として解いている領域を一時的に線形弾性体として取り扱い、有限要素法にてつり合いを解くことで、管壁の変形に応じた流体メッシュの座標の移動を行う。

前回の反復計算にて更新された管壁の **shell** 要素の各節点の変位を取得し、それらの変位を線形弾性体の外周の節点に変位境界条件として入力したものについて解く。その結果得られる各節点の座標をその反復計算ステップにおける流体メッシュの座標としてその後の計算を行う。

2.4 解析プログラムの流れ

解析プログラムの流れは以下の図のようになっている。

収束の具合に合わせて時間ステップの刻み幅 dt の大きさを調整しつつ，計算を進める。

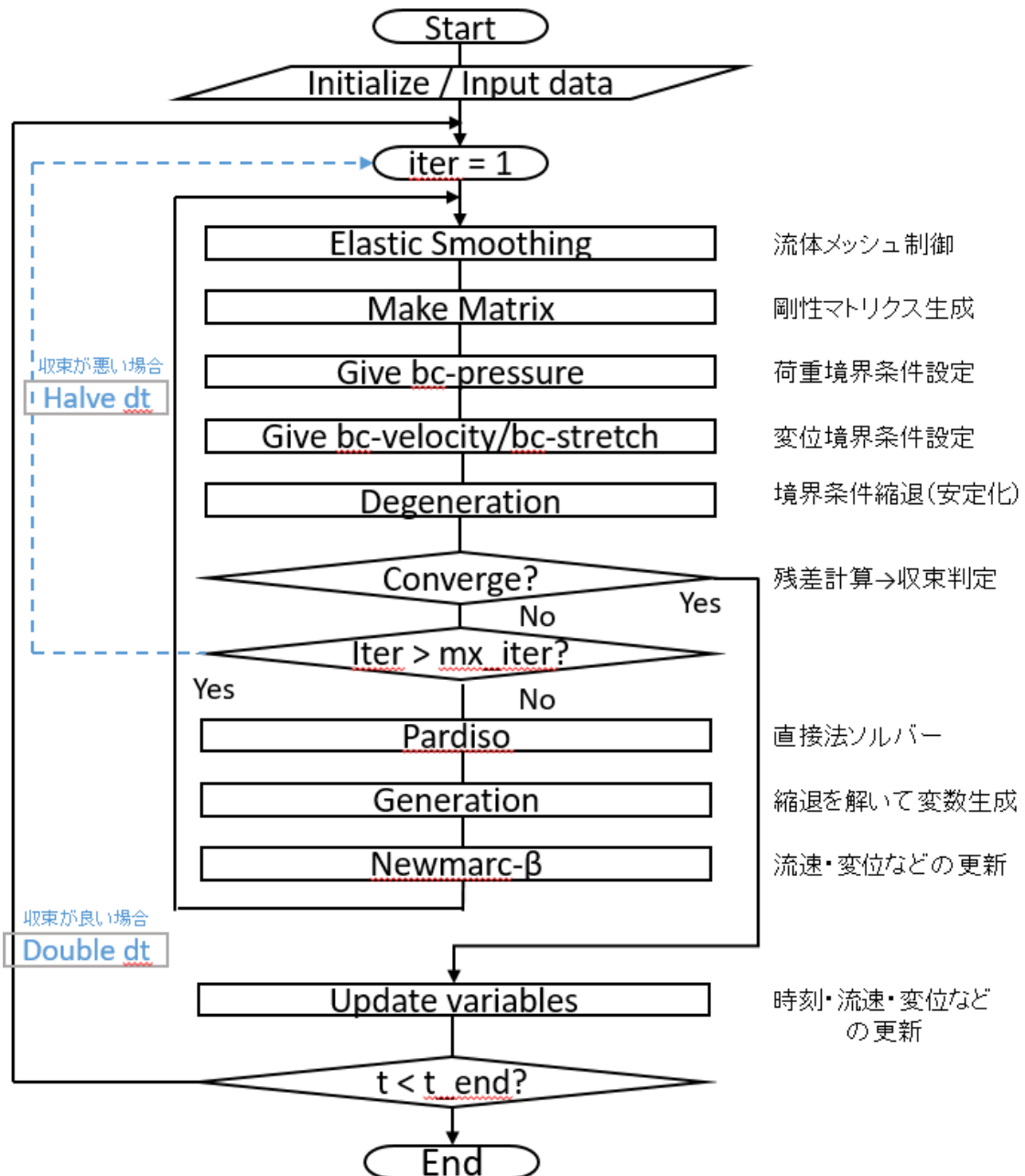


図 2-8: プログラムの流れ (フローチャート図)

第3章 実験概要

この章では血管を模擬した柔軟管を用いた実験装置の概要、実験対象である柔軟管の形状や材料物性、実験手法、今回行った実験の実験条件について述べる。

本実験は東芝の全面的な協力のもと行われたものであり、本章はその実験手法開発に関する論文 [25] を基に内容をまとめたものである。

3.1 実験装置概要

本研究の実験装置は生体の循環器系を想定して作成したものとなっている。心臓に相当するポンプから拍動流生成し、大動脈部を模した模擬血管（Tube1）を通過後、模擬血管の一部を拘束することでプラークによる狭窄病変を模した“狭窄血管”（Tube2）と、狭窄を持たない通常の模擬血管（Tube3）の2つに分岐される。

本実験装置では模擬血管前後の圧力や流量を取得するため、図に黒枠にて示した配置にて、模擬血管の前後に圧力計（KEYENCE, AP-V80）及び流量計（KEYENCE, FD-S）を設置した。ポンプにはDCモーター駆動のギアポンプ（SSiST, PE1012N）を用い、パルス電圧によってポンプの on/off を制御することにより心拍動を模擬した流れを再現した。模擬血管の形状の計測には2台のカメラを用いデジタル画像相関法により対象物の立体形状を測定する、3次元測定システム（GOM, ARAMIS 2M）により非接触にて形状測定を行った。

図にて青丸で示している箇所の流量・圧力については実験では計測していないが、分岐管一次元モデル（参照 6.1 節）では指標としている箇所の流量・圧力の名前を表す。

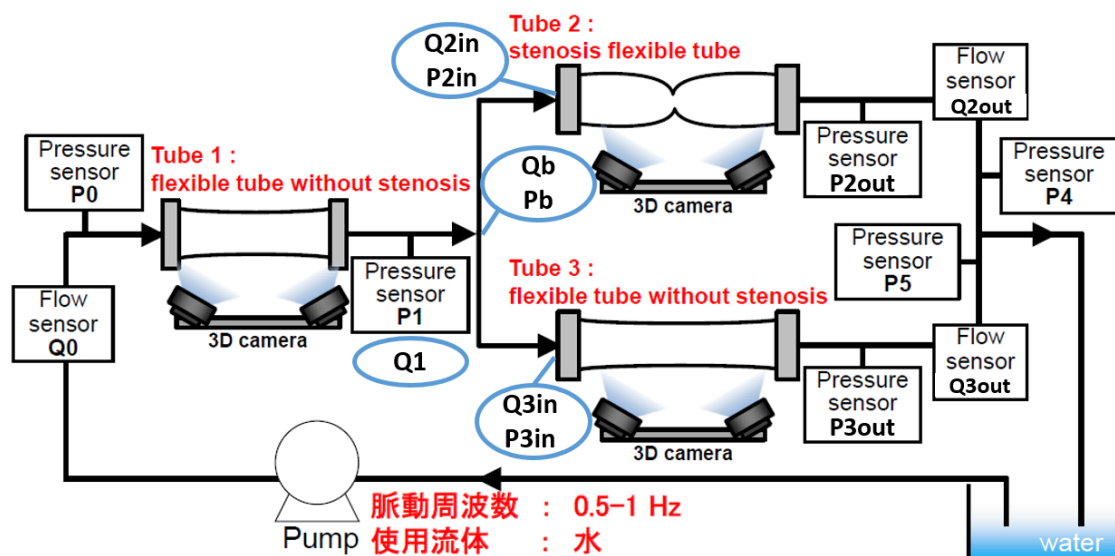


図 3-1: 実験装置概要図

3.2 実験対象

実験では、比較的血管の材料特性に近い Polyvinyl alcohol で構成されている柔軟管を模擬血管として用いた。その形状・物性について表 3-1 に示す。

模擬血管の狭窄部形成にはシリコーンゴム製の O リング（ヤング率：2 MPa，厚さ：0.3 mm，内径：1.5 mm，外形：2.1 mm）を複数用い，狭窄部の軸方向長さが 1.5 mm となるようにした。

実験時には長さ 70 mm の柔軟管を約 100 mm に引張して固定ジグに取り付けて計測を行う。両端の固定ジグ間の距離は約 85 mm となっている。

表 3-1: 柔軟管の形状・物性

素材	PVA（ポリビニルアルコール）
ヤング率	0.10～0.20 MPa
長さ	70 mm
内径/外形	3 mm/5 mm(厚さ 1 mm)

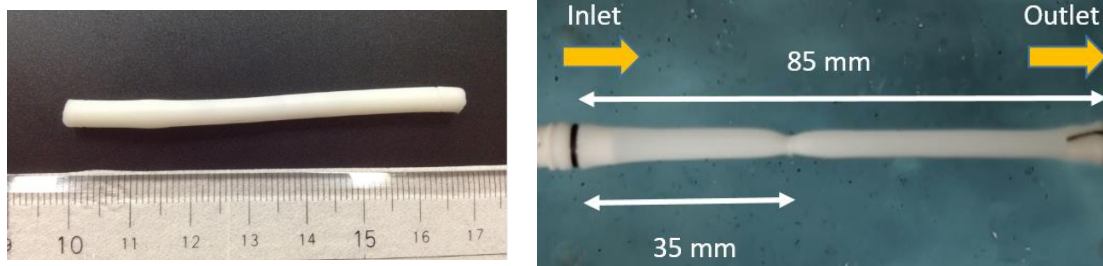


図 3-2: 柔軟管（左：負荷なし，右：実験時）

3.3 実験条件

実験条件はポンプからの入力流量波形によって定められる。本研究に掲載する実験結果は，ポンプに矩形波状の電圧（周波数：1 Hz，Duty 比：50 %）を与え，最大流量が 6 ml/sec 程度となるような電圧値に調整して実験を行ったものである。

第4章 メッシュ評価

4.1 メッシュ作成

本研究で用いた形状モデルは「SOLID WORLD 2015」を用いてジオメトリ形状を作成したのち3次元データファイルとして出力し、そのファイルを入力データとして「Altair HyperWorks 14.0 / HyperMesh 14.0」にてメッシングを行うことで作成した。

4.1.1 形状について

狭窄管の形状モデルを作成するにあたって、狭窄部の形状については [26] にて使用されている形状を参考にした (図 4-1)．[14] では狭窄管流れについて多数の網羅的な実験値を計測しているため解析の Validation のためのデータとしてよく用いられている．そのため、この狭窄管形状はその後の多くの狭窄管解析 [27] [28]でも用いられる代表的な形状となっている．

狭窄部の断面形状は $\cos$ 関数上になっており、管径（狭窄していない部分）と狭窄形状部の軸方向長さの比は 2:4 となっている．狭窄部の $\cos$ 関数の振幅の大きさについては狭窄率の大きさによってその都度変更する．

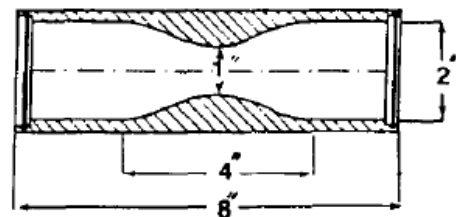


図 4-1: 狭窄管モデルの形状

本研究では 図 4-2 のような寸法・形状の狭窄管形状モデルを作成して解析を行った。

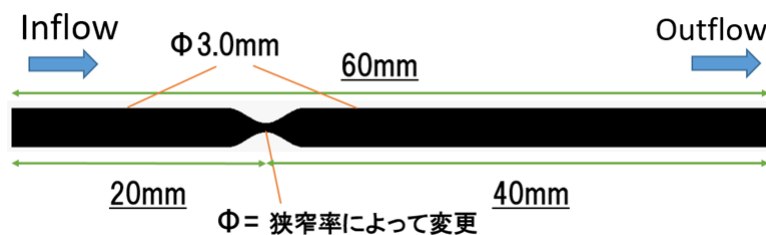


図 4-2: 狭窄管モデルの形状と寸法

SolidWorks にて図 4-3 のような 2D スケッチを作成し、中心軸（図における一番下の線）を中心に回転することで狭窄管の 3D 形状の作成を行った。

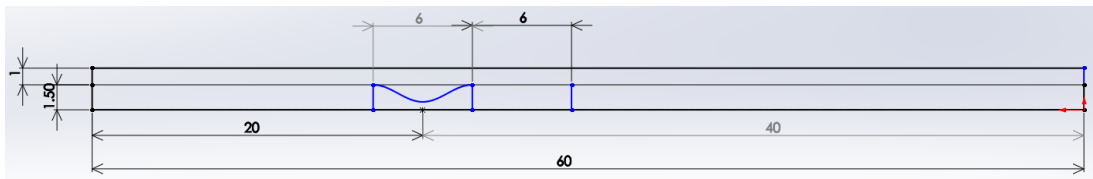


図 4-3: 狭窄管モデルの 2D スケッチ

3D 形状は、メッシュサイズを部分部分で変更したいとの要求より 4 つのパーツから構成されている。(図 4-4 参照)

- ① in_1 (狭窄部) : 最もメッシュサイズを小さく設定する.
- ② in_2 (狭窄下流部) : 狭窄部下流は速度の大きな流れ, 乱れた流れが生じやすいため, 狭窄部に次いでメッシュサイズを小さく設定する.
- ③ in_3 (その他流体部) : 計算時間と解析精度を鑑みながらメッシュサイズを大きめに設定する.
- ④ out (構造体部) : 構造体部を solid 要素として解析する際に用いる. 構造体部を shell 要素として解析する際には大部分が削除されるが, 流体と構造体の境界部 (shell 要素に該当する要素) を探索する際に必要となる. また, このパーツのメッシュの大きさを in_3 の境界層付近のメッシュの細かさを調整する. out のみ中空な形状となっている.

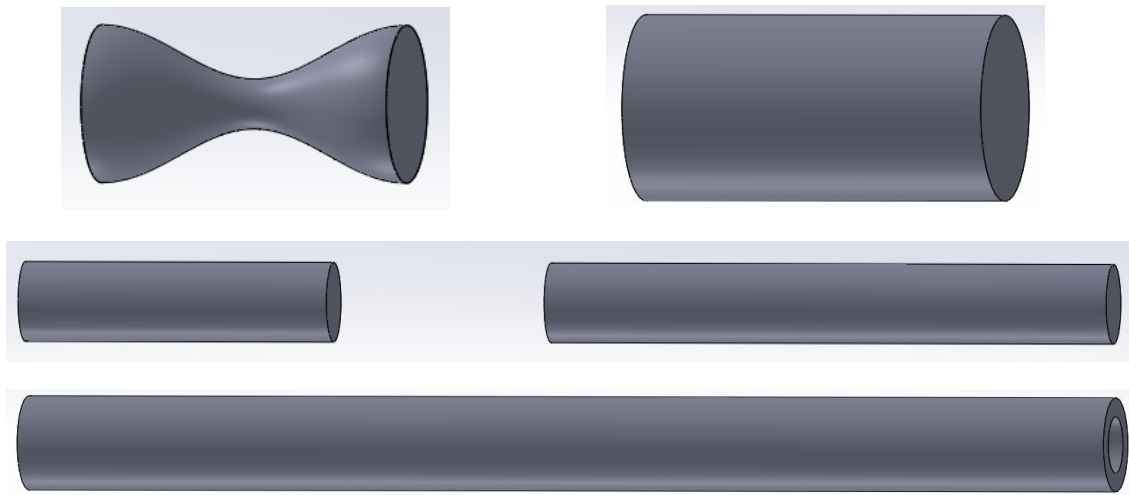


図 4-4: in_1 (左上), in_2 (右上), in_3 (中断), out (下段) の 3D 形状

流体部をアセンブリした図を以下に示す.

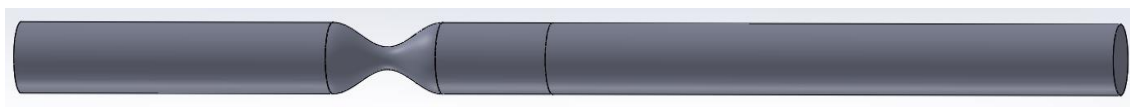


図 4-5: アセンブリ後の流体部

図 4-5 の外形に合わせて構造体部 (out) もアセンブリしたものを IGES 形式の 3D データとして保存し、HyperMesh の入力データとした。

4.1.2 メッシングについて

いくつかのメッシュを作成し解析を行う中で、以下のような知見を得た。

- 狭窄部はなるべくメッシュサイズを小さく設定する

(理由) 狭窄部の流速分布をより精度高く計算でき、それが安定した解析につながるため。

- 管壁周辺の流体部は軸中心付近よりも細かめに設定する

(理由) 境界層付近では流速分布が軸中心付近に比べ大きく変化することに対応し、計算精度を向上させるため。

- 出入口境界面のメッシュは細かめに設定する

(理由) 境界自由度縮退 (2.2.1 境界自由度の縮退 参照) の関係により、出入口境界面のメッシュが粗いほど、圧力境界条件 (荷重境界条件) を用いる際の外力としての圧力と内力としての境界面節点の圧力の値のつり合い式の残差が大きくなる傾向があるため。

上記のような点に留意しつつ具体的には以下のような工夫をしてメッシングを行った。

- メッシングの際には in_1→in_2→out→in_3 の順にメッシングを行い、同じ順にメッシュサイズを小さく設定した (in_1 が一番小さい)。これにより狭窄部のメッシュの細かさ、および境界層付近のメッシュの細かさを確保した。各部の指定メッシュサイズについては 4.2 にて示す。

- 出入口境界面に事前に細かめな 2D メッシュを作成したのち、in_3 の 3D メッシュを作成した。これにより出入口境界部のメッシュの細かさを確保した。

- 特に狭窄部にてメッシングを行う際に、SolidWorks から引き継いだ軸方向基準線がメッシュの質を落とし、解析計算の収束に悪影響を及ぼす傾向が見られたため、それを防ぐようなメッシングを行った。(図 4-6)

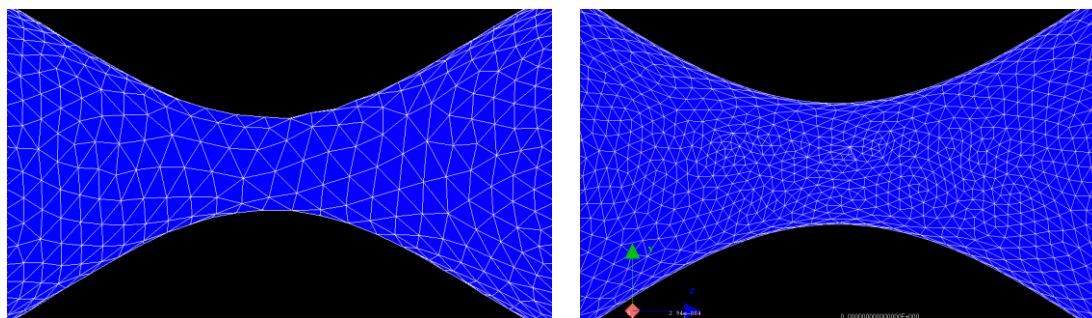


図 4-6: 質の良いメッシュ (左) と質の悪いメッシュ (右)

4.2 メッシュサイズ評価のための比較解析

メッシュサイズ評価のため、3種類のメッシュ（A, B, C）を用意し、同条件での解析を行い、解析結果および計算時間の比較を行った。

＜解析条件＞

狭窄率：95%

入力境界条件：入口境界圧力を制御（sin 波，0-5 kPa，1 Hz，初期値 0 kPa）

ヤング率：E=0.1 MPa

粘性：0.001 Pa・s

管壁（shell 要素）の厚み：1 mm

出口抵抗：12.6 kPa（実験値の 2 倍）

計算ノード数：4

解析内計算時間：0～2.0 s

上記のような、柔軟管が拡張・収縮変形する効果が確認でき、かつ安定して解析が進む条件にて比較解析を行った。

4.2.1 メッシュサイズ

各パーツはそれぞれ in_1（狭窄部），in_2（狭窄下流部），in_3（その他流体部），out（構造体部），2D_1（狭窄部両端境界面），2D_3（流体部両端境界面），となっている。狭窄部や出入口境界についてはメッシュサイズを一定の細かさとし、他領域のメッシュサイズを変更して 3 種のメッシュを作成した。A→C の順でメッシュサイズが大きくなっている。

表 4-1: 3 種のメッシュの各パーツの指定メッシュサイズ（すべて単位は [mm]）

	in_1	in_2	out	in_3	2D_1	2D_3
mesh A	0.1	0.2	0.4	0.6	0.2	0.4
mesh B	0.1	0.3	0.5	0.75	0.2	0.4
mesh C	0.1	0.4	0.6	0.9	0.2	0.4

4.2.2 節点数・要素数および計算時間の比較

節点数および要素数について以下に示す（表 4-2）。表の値は、メッシュを解析プログラムにて取り込んだ後、実際に計算に使用する流体部および構造部（shell 要素）の節点数・要素数の総計を抽出したものである。

また各メッシュにて同条件の解析を行った際の計算時間についても同じ表に示す。

表 4-2: 3 種のメッシュの節点数と要素数および計算時間の比較

	節点数	要素数	計算時間 [h]
mesh A	20083	109580	24
mesh B	16942	91837	14.5
mesh C	12360	66621	12

4.2.3 解析結果の比較

4 種のメッシュ A, B, C について、代表の値として出入口境界面の軸中心に近い節点各 1 点ずつの流速および圧力を観測し、その値の 1~2 s での時間変化およびピーク値とピークに達した時間を比較の対象とした。

ピーク値とピークの時間遅れの評価のため、 V_{out} と P_{out} のピーク値とピークに達した時間を表 4-3 に示す。 V_{in} は最大値付近で値の振動があり、ピークの評価が難しいため、 P_{in} については境界条件制御されていることで基本的に違いが生じないため、評価から除外した）また、A, B, C の出入口境界代表点の流速および圧力の時間変化のグラフを図 4-7 に示す。

表より、メッシュサイズが小さいほど、 V_{out} ・ P_{out} のピーク値が小さく、時間遅れが大きくなっており、A と C では V_{out} ・ P_{out} のピーク値が約 4 % 変わる結果となった。このような結果となった要因としては、メッシュが細かいほど、圧力の上昇に伴う柔軟管の拡張・収縮による管壁の変形をより滑らかに再現できたためではないかと推察される。

そこで、A と C の解析領域内の水量の増分を検証したところ、A の最大増分水量が $1.78 \times 10^{-5} [\text{m}^3/\text{s}]$ なのに対し、C の最大増分水量が $1.77 \times 10^{-5} [\text{m}^3/\text{s}]$ となっており、A のメッシュの方がより拡張変形していた可能性を示した。

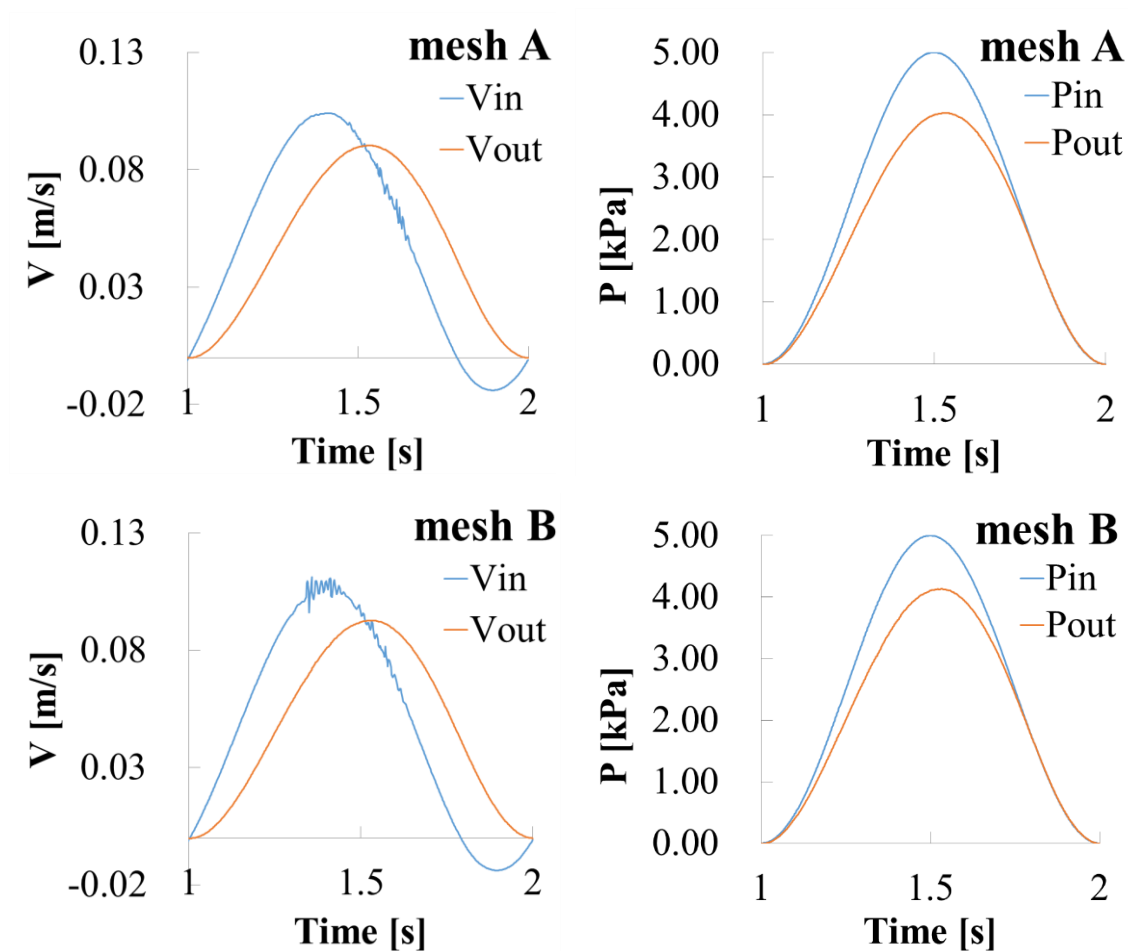
グラフより、 P_{in} ・ V_{out} ・ P_{out} の時間変化については、ほとんど差がないと言える結果となった。 V_{in} については 1.35~1.4 s および 1.5~1.6 s 付近にて生じる振動の様子に若干の違いが見られた。この振動の要因については第 5 章にて考察する。

A と C にて、 V_{in} の 1.5~1.6 s 付近での振動箇所を拡大したグラフを作成し、比較を行った。振動の波形に多少の違いは見られるが、振幅の大きさ（最大振幅 0.01 m/s 程度）、振動数（0.05 s あたり 4 回程度の振動数）ともに差がほとんどなく、C でも A と同様の振動を十分に表せていると言える。

これらより、粗いメッシュ（mesh C）でもより細かいメッシュ（mesh A・B）と同じ現象を十分に表せているとし、これ以降の解析では、計算時間の最も短い mesh C を採用することとした。

表 4-3: Vout, Pout のピーク値およびピークに達した時間の比較

	Vout		Pout	
	Peak [m/s]	Peak Time [s]	Peak [kPa]	Peak Time [s]
mesh A	9.04E-02	1.53	4.03E+03	1.53
mesh B	9.27E-02	1.53	4.13E+03	1.53
mesh C	9.40E-02	1.52	4.19E+03	1.52



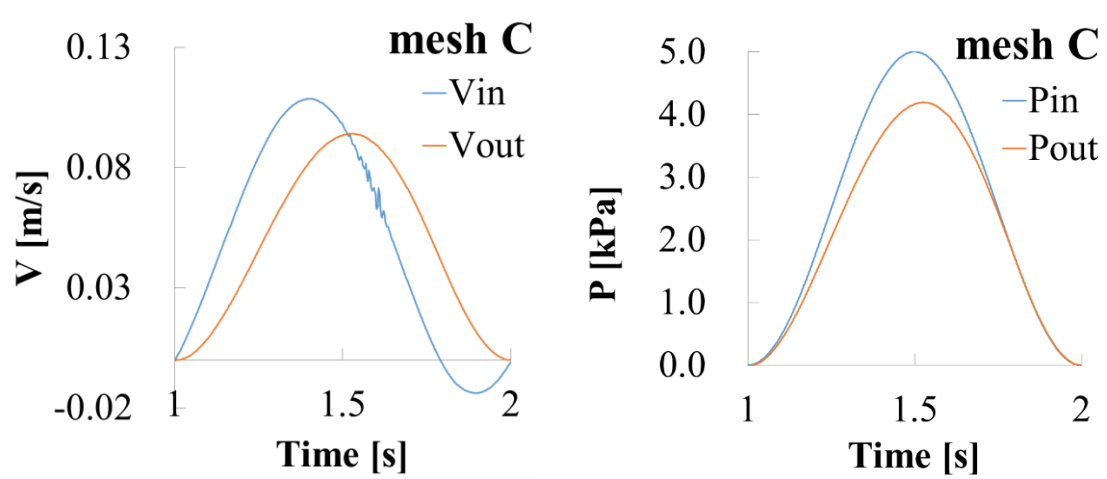


図 4-7: メッシュ A (上段)・B (中段)・C (下段) の
代表点の流速 (左) および圧力 (右) の時間変化

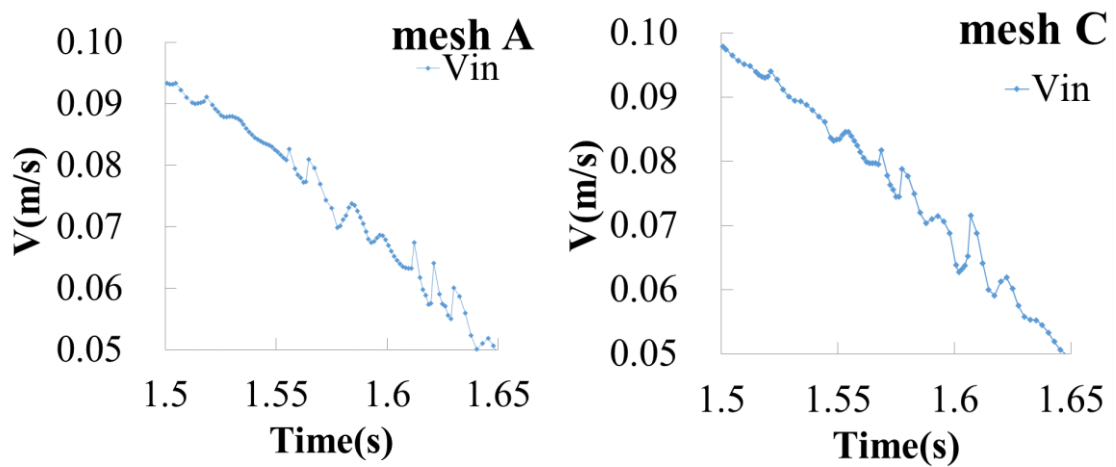


図 4-8: メッシュ A (左)・C (右) の 1.5~1.65 s での V_{in} の振動

第5章 分岐無し狭窄管の網羅解析

分岐管解析を含め、今後の狭窄付き柔軟管解析の結果分析時の問題の切り分けを容易にすることを旨とし、狭窄管の流入境界面の値を直接制御した解析を各種条件にて行い、現象把握および要因分析を行う。

以下に示す基準の解析条件に対し、各種条件を変えた解析の結果との比較を行う。

＜解析条件＞

入力境界条件：入口境界圧力を制御（sin 波，0-5 kPa，1 Hz，初期値 0 kPa）

狭窄率：95%

ヤング率： $E=0.1 \text{ MPa}$

粘性： $0.001 \text{ Pa} \cdot \text{s}$

管壁（shell 要素）の厚み：1 mm

出口抵抗： 12.6×10^9 （実験値の 2 倍）

解析内計算時間：0.0～2.0 s（内、結果の比較には 1.0～2.0 s の結果を用いる）

5.1 柔軟管特有の動態の把握

構造体の節点を変位固定した剛体管解析と構造体のヤング率を 0.1 MPa とした柔軟管解析の挙動の違いを比較した。

流入境界での圧力（ P_{in} , P_{out} ）（A），流量（ Q_{in} , Q_{out} ）（B），について各グラフを図 5-1 に示す。

圧力のグラフ（A）では、 P_{in} は境界条件であり剛体管と柔軟管とで一致している。一方、剛体管の P_{out} が P_{in} の位相と一致しているのに対し、柔軟管の P_{out} には時間遅れが生じた。剛体管、柔軟管ともに P_{in} と P_{out} の差の約 99 % は狭窄部での圧力降下によるものであった。

流量のグラフ（B）では、剛体管には体積変化がないため流入量と流出量が常に一致している。一方、柔軟管には圧力に応じて管が拡張・収縮する効果が加わるため、入口流量を見ると、圧力の上昇に先行して増加し、圧力の下降に従って一部逆流を生じていることがわかる。出口流量については管路抵抗を通して大気圧開放となるよう拘束した流出境界条件のため、 P_{out} の変化に対応して推移している。

今回の条件においては柔軟管と剛体管とで出口流量およびそれに比例する出口圧力の最大値がほぼ一致する結果となった（柔軟管の P_{out_max} : 4.19 [kPa]，剛体管の P_{out_max} : 4.19 [kPa]）。しかしながら、柔軟管の出口流量は、管の弾性効果により圧力上昇時の流入流量が増加する効果と、その増加流入流量のうちのどの程度の割合が出口側に流出するか

によって変動し、その結果によっては剛体管の出口流量よりも柔軟管の出口流量の方が小さくなることも大きくなることもあり得ると考えられる。

柔軟管解析については、流入境界面から 20 mm の狭窄部及びその前後 10 mm の位置の断面積 (C) の時間変化についても確認した。

断面積のグラフ (C) では、多少の振動が見られるものの、狭窄部後流の 30 mm 部の方が 10 mm の断面積よりも小さくなるなど、 P_{in} , P_{out} の変化に連動して各部の断面積が変化していることがわかる。特に、狭窄部である $z=20$ mm にて断面積に振動が生じているが、これについては 5.4, 5.5 節にて考察する。

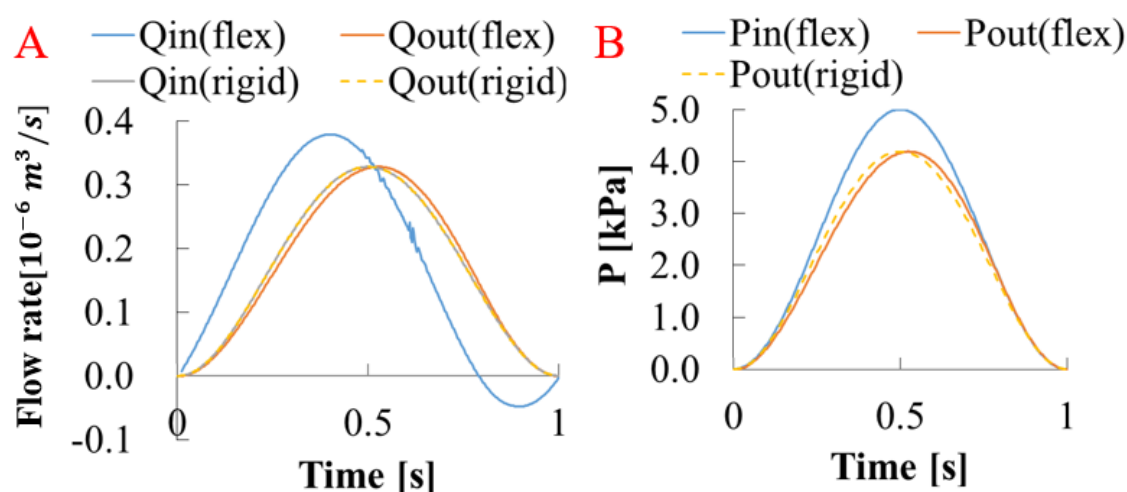


図 5-1: 柔軟管解析と剛体管解析の比較 (左: 流量, 右: 圧力)

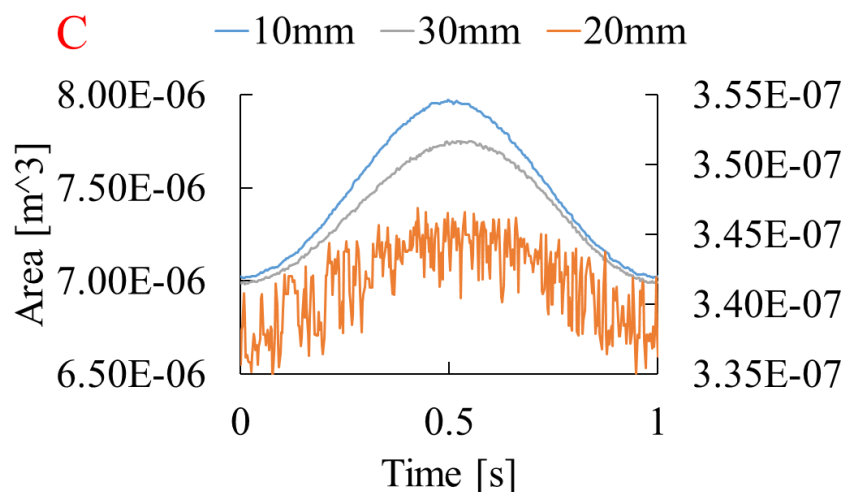


図 5-2: 柔軟管解析と剛体管解析の比較 (左: 流量, 右: 圧力)

5.2 剛性の違い

基準の解析条件に対して，ヤング率を 0.05（1/2 倍），0.5（5 倍），1.0（10 倍）MPa とした解析の結果の比較を行う． V_{in} ， P_{in} ， V_{out} ， P_{out} ，いずれも大まかな波形は図 5-1 の柔軟管解析の結果と大きな違いがないため， P_{out} のピーク付近の時間変化に注目したグラフおよび P_{out} のピーク値とピークに達した時間をまとめた表を以下に示す．

ヤング率が小さいほど，同じ圧力に対する弾性効果が大きくなることにより，入口圧力のピークに対して出口圧力がピークに達する時間が遅れる傾向が見られた．またピーク値については，ヤング率が小さくなるほど小さくなる傾向が見られた．ヤング率が小さくなるほど，流入流量と流出流量のピークの差が大きくなり，今回の解析条件においては絶対値としての流出流量のピークも小さくなった結果，ヤング率が小さいほど出口圧力が小さくなったと考えられる．

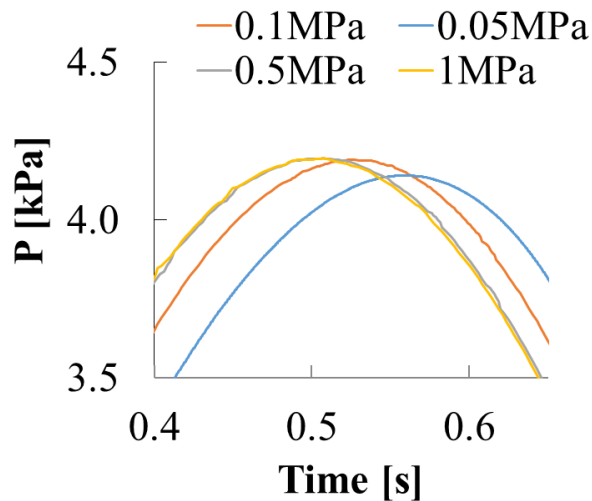


図 5-3: 出口圧力のピーク付近での時間変化（左：流量，右：圧力）

表 5-1: V_{out} ， P_{out} のピーク値およびピークに達した時間の比較

	ヤング率 [MPa]			
	0.05	0.1	0.5	1
Peak [kPa]	4.14	4.19	4.20	4.20
Peak Time [s]	0.558	0.525	0.507	0.507

5.3 狭窄率の違い

基準の解析条件に対して，狭窄率を 90，80 % とした解析の結果の比較を行う．流入境界での圧力（ P_{in} , P_{out} ），流量（ Q_{in} , Q_{out} ）について比較したグラフを図 5-4 に示す．また，狭窄下流の拡張効果を比較するため，入口境界面から軸方向に 30 mm の位置（狭窄部（入口より 20 mm）の 10 mm 下流）での断面積の時間変化について図 5-5 に示す．

図 5-4 の流量のグラフより，狭窄率が小さくなるほど，同じ圧力に対して流れる流量が流入出共に増加していることが分かる．流量が増加した要因としては，圧力についての議論にて述べるように，狭窄率が小さいほど狭窄部における圧力欠損が小さくなることで狭窄下流の圧力が大きくなり，その結果として狭窄下流側の管壁の拡張効果が大きくなって（断面積変化のグラフ図 5-5 より）管内流量増分が増大化した影響と考えられる．また狭窄率：90% の結果では，95 % の結果に比べ，流速の振動の影響が大きく出ている様子が見て取れる．90% の解析にて流入出流量が大きくなったことで狭窄部後流における不安定性が増し，流体動態が乱れた影響が流入流量に出たものと考えられる．参考値として各狭窄率における狭窄部中心軸付近の代表点の流速（軸方向）の時間変化のグラフも示す（図 5-6）．

圧力のグラフより，狭窄率が小さくなるほど出口圧力が大きくなる結果となった．これは狭窄部での圧力損失が入口圧力～出口圧力間の損失のほとんどを占めているため，狭窄率が小さくなることで管全体の抵抗値が小さくなった影響と考えられる．

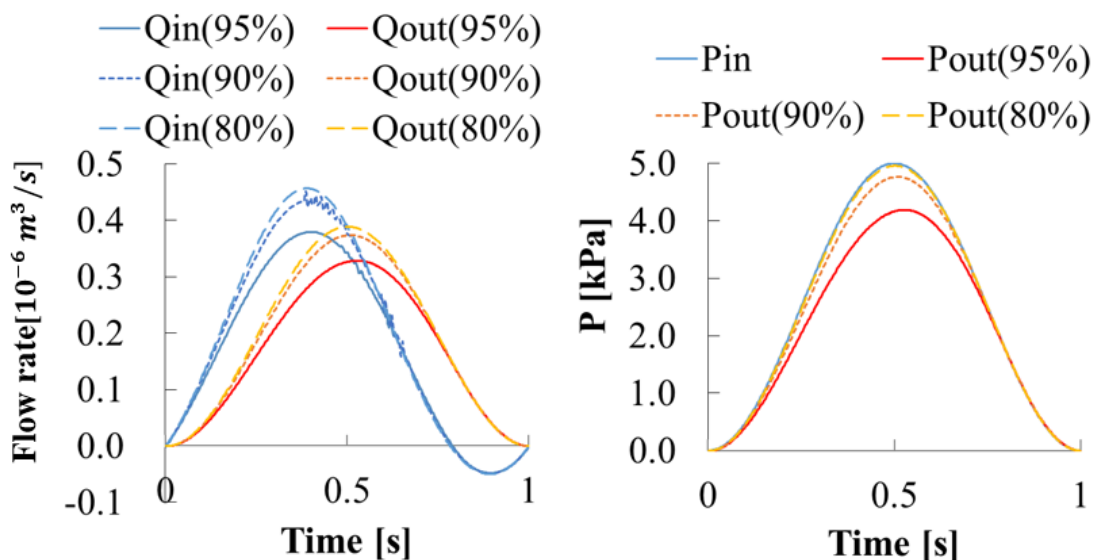


図 5-4: 流量および（左：流量，右：圧力）

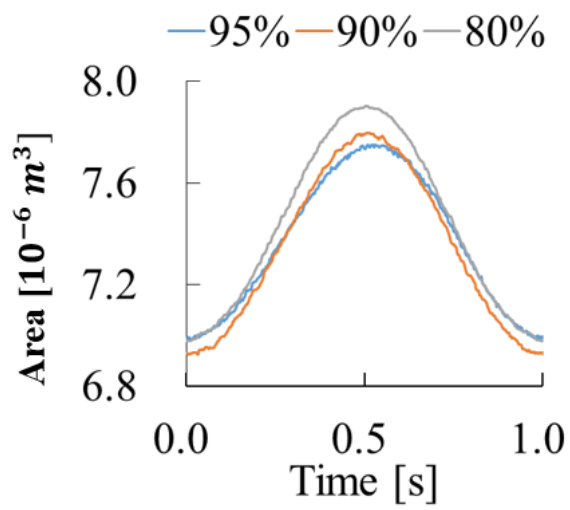


図 5-5: $z = 30 \text{ mm}$ での断面積変化

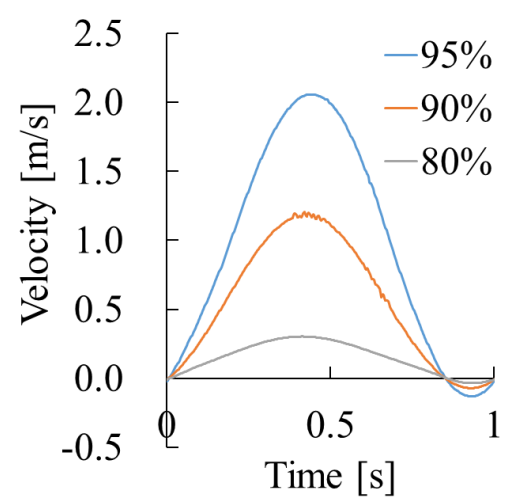


図 5-6: $z = 30 \text{ mm}$ での z 方向流速の変化

5.4 狭窄下流での流体の乱れについて

ここまで示してきた流量のグラフにおいて、0.4 ～0.7 s 付近において流入流量の値に振動が生じているものが散見された。また、各解析において流速ベクトルの可視化を行うと、狭窄率 90 % 以上の解析では狭窄下流の流れが乱れている様子が観測された。これらの点について、調査および考察を行った。

振動流の例として、本章で基準とした解析条件における流入流量のグラフのうち 0.4 ～0.7 s を拡大したものを図 5-7 に示す。また、同じく基準の解析条件および狭窄率 90 % での解析結果のうち、0.4, 0.5, 0.6 s（解析における 1.4, 1.5, 1.6 s）での狭窄部～狭窄下流にかけての領域の流速ベクトルを可視化した画像を図 5-8、図 5-9 に示す。

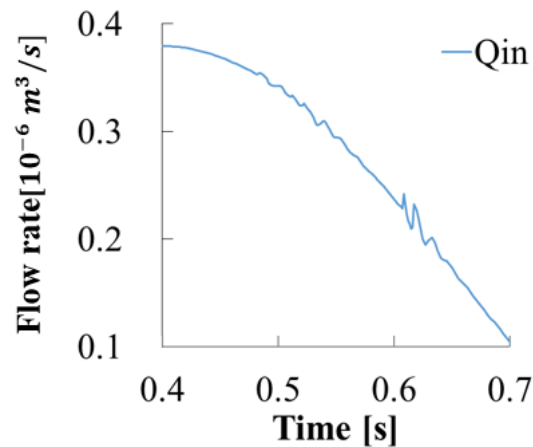


図 5-7: 基準解析条件での流入流量の 0.4～0.7 s での時間変化

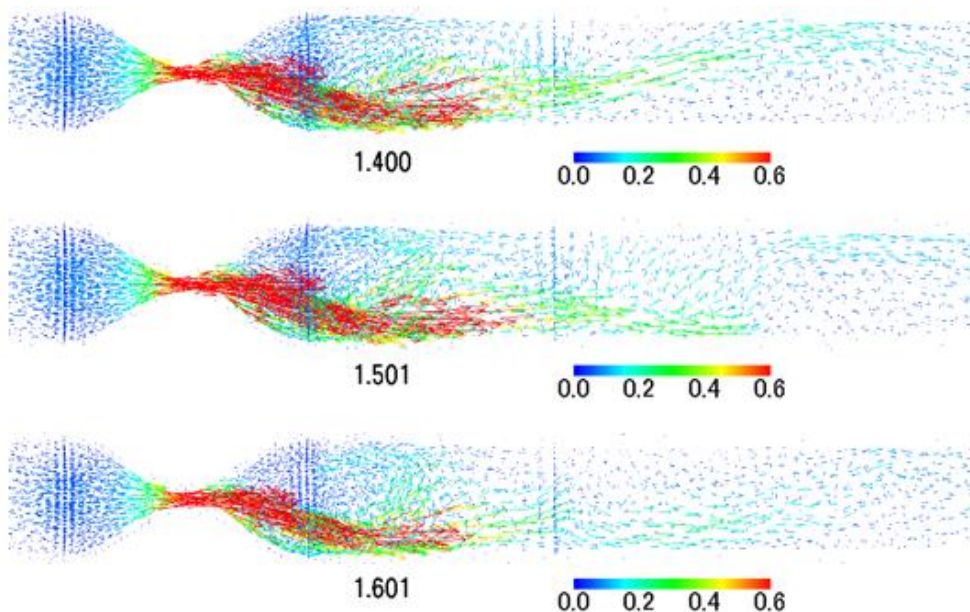


図 5-8: 狭窄部からその下流にかけての流速ベクトル（狭窄率 95%）

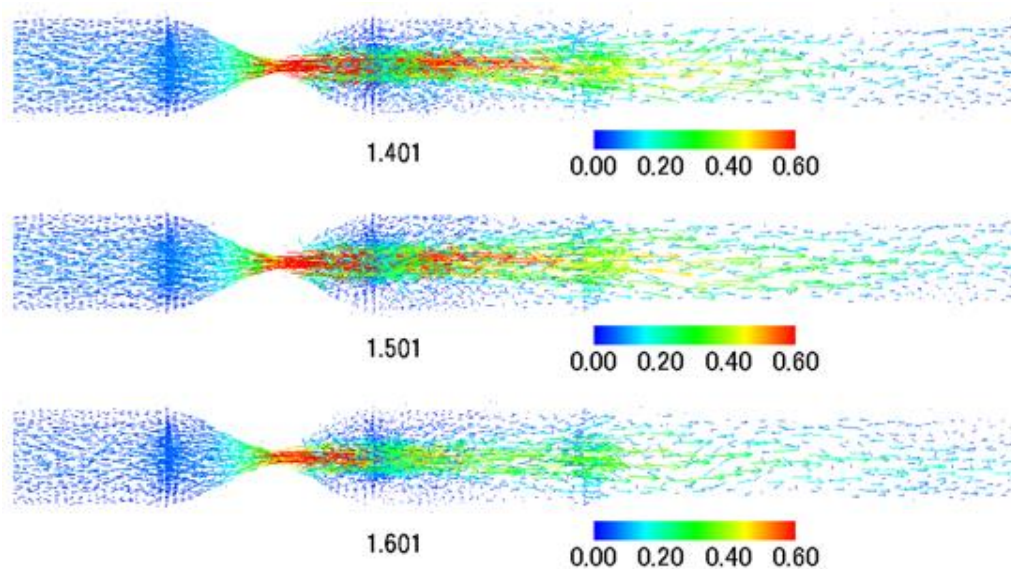


図 5-9: 狭窄部からその下流にかけての流速ベクトル（狭窄率 90%）

流速ベクトルの画像を見るとわかるように、安定した流れにおいては層流として軸方向に直線的に流れるはずの流れが図における下方向（解析内 y 軸マイナス方向）に偏っている様子が見て取れる。

中心軸から特定の方向に偏るような流れは高い狭窄率の狭窄管特有の不安定な流れの一例であり、このような現象が生じる際には流体の自励振動が生じていることが知られている。狭窄管とは少し形状が異なるが、オリフィス孔をもつ円管における自励振動について基礎的な実験的研究を行ったものとして [29] が挙げられる。この論文によると、振動流の要因はオリフィス板自身の振動ではなくオリフィスを通る流れそのものが要因となっていること、自励振動の周波数はオリフィス内平均流速に比例すること、オリフィスの板厚が薄いほど周波数が大きくなること、振動流の周波数は流速を増加させていくと複数のモードを行き来すること、などの知見が報告されている。また [30] においては振動流の可視化も行われており、オリフィス孔から渦輪と考えられる渦列が周期的に放出される様子が可視化されたこと、この渦輪の列が圧力振動となってオリフィスの上流および下流に伝播されること、複数の周波数の渦輪の重ね合わせや流れの不安定性に起因して非対称に飛散するような流れになり得ること、などについて報告されている。

これらの知見に従って考察を行えば、中心軸から一定方向に偏った流れは不安定な流れがより安定な状態に遷移し安定した妥当な結果と考えられる。また、流入流量の時間変化に振動が生じた要因としては、狭窄部での自励振動に起因した影響が出口側に比べて近い入口側の方では値の振動として表れたものと考えられる。本研究で用いている解析では流体を非圧縮として解いているため、振動による管内体積の振動を緩和しきれずに伝えてしまっている可能性も考えられる。

5.5 管壁の振動について

前節にて流体の振動について述べたが、管壁についても振動を生じることの結果が解析より得られた。基準条件での解析における狭窄部 ($z=30\text{ mm}$) から xy 軸上付近の 4 点の座標を抽出し (図 5-10)、その 4 点の x , y 座標それぞれの平均値の時間変化をグラフにて示した (図 5-11)。

グラフより、 x 方向・ y 方向ともに 7 Hz 程度にて振動している様子が見て取れる。 $x \cdot y$ の変位の上下がどの時刻でも概ね一致していることから、管が円運動のような振動の仕方をしていることが分かる。

管壁の振動について調査したところ、狭窄を伴うコラプシブルチューブ (肉厚が薄く、概括を加えると潰れやすいような柔軟な管) の自励振動に関する報告、などが見つかった。[31] によると、狭窄管の自連振動の要因には諸説あり、有力なものとしては、狭窄部に発生するはく離が寄与しているという説や、流速が大きくなる領域での粘性抵抗損失が要因であるという説などがあり、この論文では後者の粘性抵抗損失が第一要因であると結論づけたものとなっていた。

本解析結果にて見られる管壁振動についても粘性抵抗損失が起因しているものと考えることができる。しかしながら、今回に解析条件においては狭窄後流の流れが一定の方向に偏り続けていたため、それにより管壁に偏ったベクトルの力が加えられ続け、それによって管の両端を固定端とする管の振動モードと共振した可能性も考えられる。この点についてはより詳細な検討が必要と考えられる。

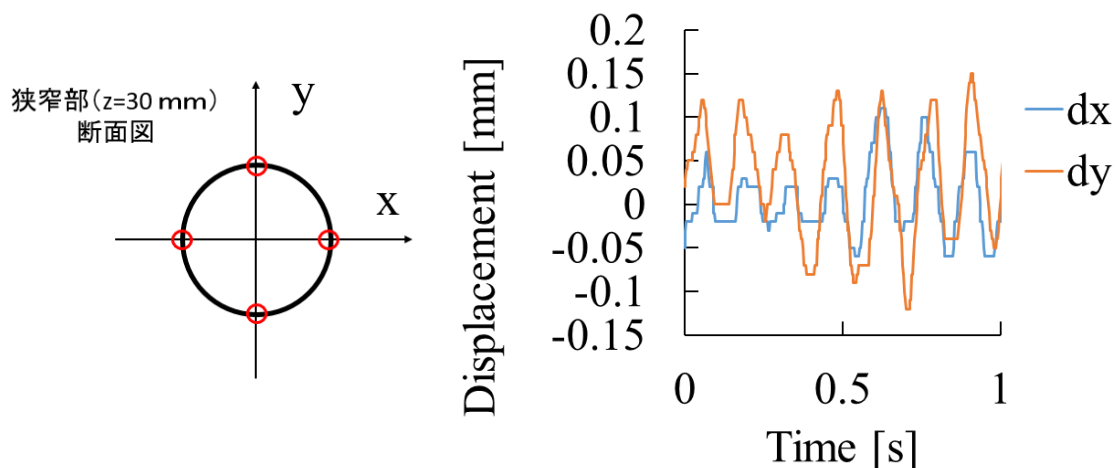


図 5-10: 4つのサンプリング点
のイメージ図

図 5-11: 基準解析条件での流入流量の
0.4~0.7 s での時間変化

第 6 章 分岐管解析の妥当性確認

血管に狭窄が生じると周囲の系との流量分配などに影響を与え、結果狭窄管自体への流入条件が変化する。狭窄管部に現実により即した入力条件を与えるため、分岐下流の動態を表現するような分岐管解析の開発を行った。また、実験のデータと分岐管解析の結果の比較を行い、分岐管解析の妥当性確認を行った。

6.1 分岐管実験の一次元モデル化

3.1 節にて示した実験装置概要図を再び以下に示す (図 6-1)。

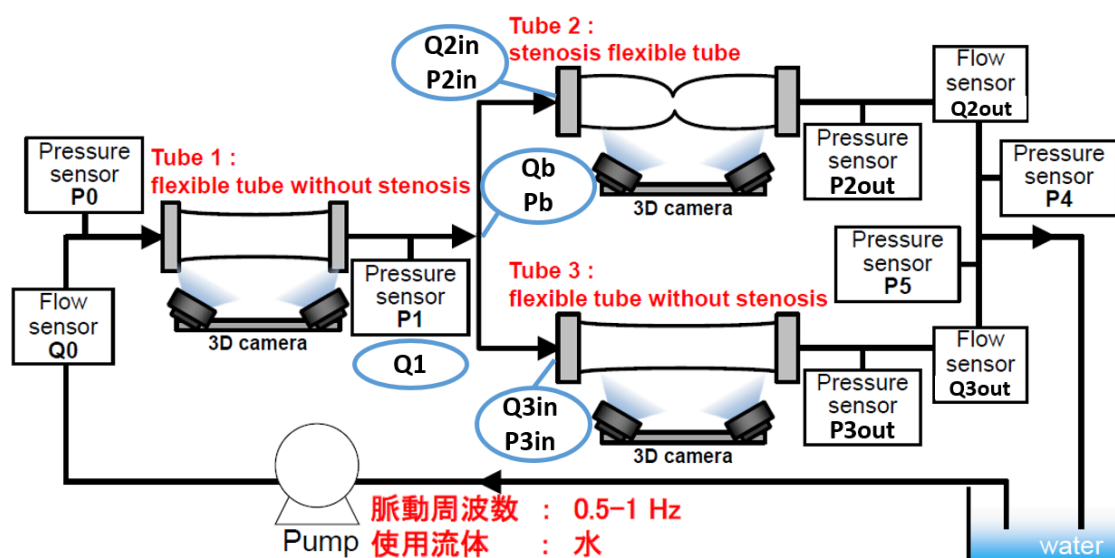


図 6-1: 実験装置概要図

上記の実験装置を簡易モデル化すると図 6-2 のように表すことができる。

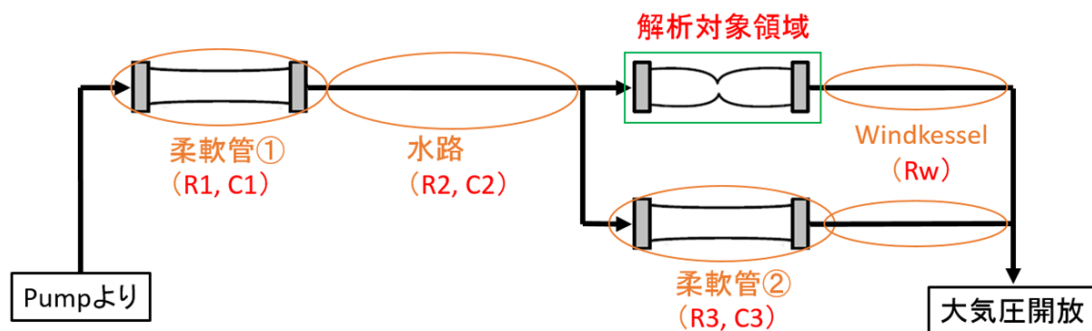


図 6-2: 実験装置の簡易モデル化

この簡易モデルを一次元モデル化するにあたり，柔軟管部および水路に該当する部分での圧力損失係数および弾性効果の程度を抵抗値 R およびコンデンサ値 C に置き換える．今回，狭窄管解析の流入境界に接続した分岐管一次元モデルの図を以下に示す．

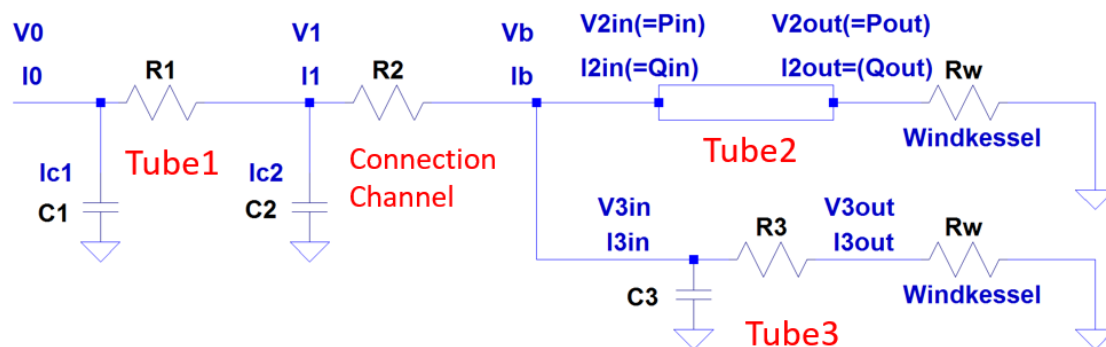


図 6-3: 実験装置の一次元モデル化

この一次元モデルを有限要素モデルに接続する方法については 2.2.4 項にて詳細を述べた．

6.2 分岐管パラメータの検討

分岐管一次元モデルを用いるにあたって値を定めるべきパラメータに、抵抗値： $R1 \cdot R2 \cdot R3 \cdot R_w$ ，コンデンサ値： $C1 \cdot C2 \cdot C3$ ，がある．実験との比較を行うにあたって，これら7つのパラメータ値をどのように定めたかについて本節にて述べる．

6.2.1 R1 および R3

狭窄の無い柔軟管の圧力損失については、定常流での柔軟管実験のデータ [23] を基にして値を推定する．

柔軟管 3 本について定常流（40, 80, 120 mL/min）を流し，柔軟管に流れる流量および柔軟管前後の圧力を計測した実験のデータを取得した．この実験データを流量と柔軟管前後の圧力差との関係に整理したものを以下に示す．

厳密には柔軟管とその前後の固定ジグ，シリコンチューブを含む部分の圧力差である．

表 6-1: 定常流実験 流量と圧力の関係

流量	流量(換算後)	圧力差	推定抵抗値
Q [mL/min]	Q [m^3/s]	dP [kPa]	$R=dP/Q$
40	6.67E-07	0.30	4.50E+08
80	1.33E-06	0.46	3.45E+08
120	2.00E-06	0.72	3.60E+08

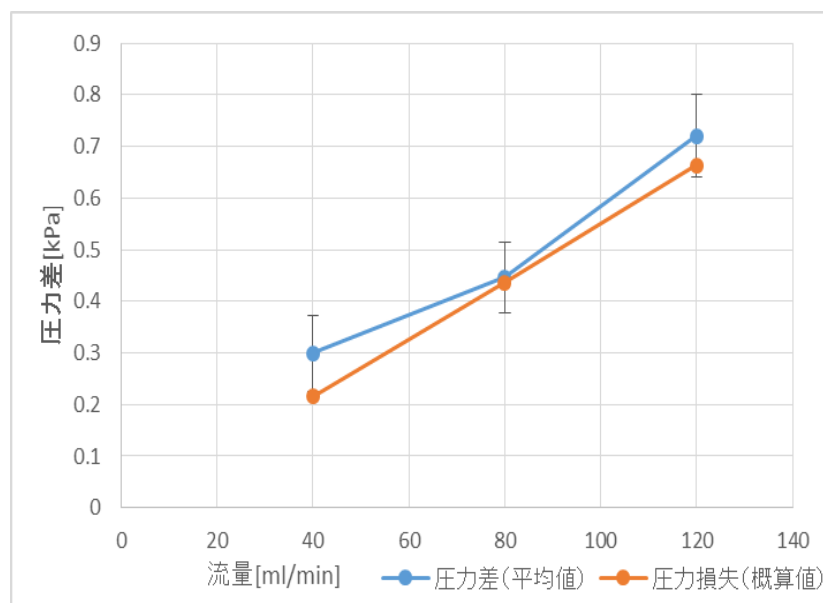


図 6-4: 定常流実験 流量と圧力差の関係

実験データより，柔軟管の抵抗値は $R = 3.5 \times 10^8 \sim 4.5 \times 10^8$ 程度と概算される，流量が増加するほど抵抗値が小さくなっている傾向が見られており，これは流量が増加するほど高い圧力が柔軟管に加わり管径が拡張されることで管摩擦抵抗が小さくなっていった結果と考えられる．分岐管実験にて Tube1, Tube3 にあたる柔軟管に流れる流量は Tube1 の方で最大：約 300 mL/min, Tube3 の方で最大：約 100 mL/min となっているが，最大値は拍動が一時的に一番大きくなった際の値であること，Tube3 の最低平均流量が 60 mL/min 前後であることを考慮し，40～80 mL/min 程度での推定抵抗値を用いるのが妥当であると考えた．

よって 40 mL/min および 80 mL/min での推定抵抗値の平均を取り，

$$R1 = R3 = 4.0 \times 10^8 [Pa \cdot s/m^3]$$

を基準値とした．

6.2.2 C1 および C3

コンデンサ値については実験値からの推測が難しかったため，フックの法則と薄肉円筒に働く応力の理論解を用いて概算を行った．

円筒座標において，中心軸から外円に向かう方向を r ，周方向を θ ，円筒軸方向を z とすると，フックの法則より

$$E \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{Bmatrix}$$

柔軟管は全長 100 mm のうち約 55 mm の部分を 85 mm (約 1.54 倍) に引張しているため， $\varepsilon_z = 0.5$ とする．

σ_r は他 2 つの応力に比べて十分小さいので無視する．

σ_θ は管内圧を P として $\sigma_\theta = \frac{Pr}{t}$ として計算する．

σ_z は $\varepsilon_z = 0.5$ となるよう大きさを変化させる

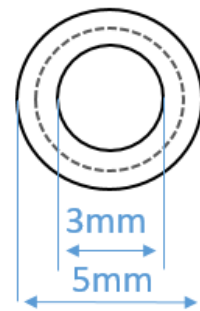


図 6-5: $r = 2.0, t = 1.0$ の管

これらの前提条件のもと， $r = 2.0, t = 1.0, P = 0$ を初期値とし， P の値を決める→フックの法則の連立方程式を $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \sigma_z$ について解く→ r, t について解く，という流れを P の値を刻んで徐々に大きくしていきながらその都度繰り返し計算にて解くことで，各圧力における管の径の推定値を取得する．

柔軟管のヤング率を 0.15 MPa と仮定し，P を 0 kPa から始めて 0.5 kPa ずつ上昇させては繰り返し計算を行い，各圧力での内径より増加体積を求める．実験にて柔軟管に平均的に付与される圧力を 4～10 kPa 程度とし，その領域におけるグラフの傾きからコンデンサ値にあたる値を得る（図 6-6）．

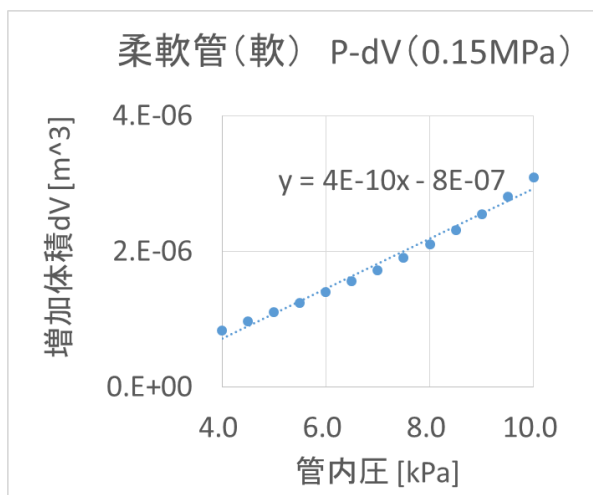


図 6-6: 管内圧と増加体積の関係（柔軟管）

グラフの近似直線の傾きより，Tube1，Tube3 の単位長さあたりのコンデンサ値は， 4.0×10^{-10} ．柔軟管のうち，拘束されていない部分の軸方向長さは約 60 mm なので，

$$\begin{aligned}
 C1 = C3 &= \left(4.0 \times 10^{-10} \left[\frac{\text{m}^2}{\text{Pa}} \right] \right) \times 0.060 [\text{m}] \\
 &= 2.4 \times 10^{-11} [\text{m}^2/\text{Pa}]
 \end{aligned}$$

を基準値とした．

6.2.3 R2

水路部分の抵抗値については管摩擦損失の理論解をもとに概算を行う．厳密には分岐部のプラスチックとシリコンチューブ，シリコンチューブと柔軟管固定ジグ部，などの接続部の急拡大・縮小損失も抵抗に含まれるが，これらの値は管摩擦損失に比べて十分小さいため，無視できるものとする（[23] 4.1 節より）．

内径 d ，長さ l ，断面積 A の円管に流量 Q の流体が流れているときの管摩擦損失は次の式で表される．

$$dP_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho \bar{u}^2}{2} \quad (\text{ただし, } \bar{u} = Q/A)$$

λ はレイノルズ数 $R_e = \frac{\bar{u}d}{\nu}$ と相対粗度 $\frac{\varepsilon}{d}$ の関数となるが、流れが層流となる低レイノルズ数域 ($R_e < \text{約} 2300$) では管摩擦係数は $\lambda = 64/R_e$ つまり、ポアズイユ流れの式と同様の式となる。

$$dP_l = \frac{8\mu l}{a^2} \bar{u}$$

上式における $\frac{8\mu l}{a^2}$ を抵抗値 R に該当する値とする。

水路は内径 4 mm のシリコンチューブ部と内径 3 mm のその他分岐接続部とに分けられ、それぞれの箇所の寸法は下の図のようにになっている。図の寸法の中でも Tube1 から Tube2 および Tube3 にかけての部分の管摩擦抵抗について概算を行う。

粘性 μ については水の粘性値 $1.00 \times 10^{-3} [Pa \cdot s]$ を与えた。

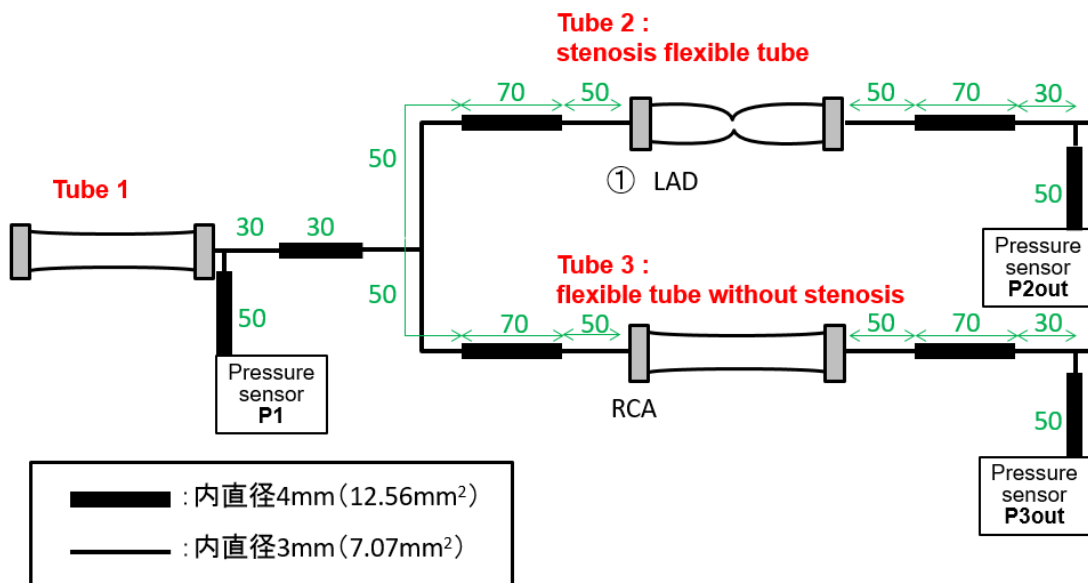


図 6-7: 水路の各箇所の長さ

直列な抵抗は足し算できるため、

○シリコンチューブ部

半径：2.0 mm, 長さ：約 100 mm (30+70) $\Rightarrow 1.59 \times 10^7 [Pa \cdot s/m^3]$

○分岐接続部（固定ジグ部にあたる長さは $R1 \cdot R3$ に計上されているものとした）

半径：1.5 mm, 長さ：約 50 mm $\Rightarrow 2.52 \times 10^7 [Pa \cdot s/m^3]$

これらを合わせて,

$$R2 = 1.59 \times 10^7 + 2.52 \times 10^7 = 4.1 \times 10^7 [Pa \cdot s/m^3]$$

を基準値とした.

6.2.4 C2

水路はシリコンチューブと分岐接続部とで構成されるが, 弾性効果を生じるのはシリコンチューブのみとする. シリコンチューブのヤング率については 5MPa とする.

C1・C3 を概算したときと同様の手順において, ヤング率: 5MPa, 初期引張なし $\rightarrow \varepsilon_z = 0.5$ として計算を行った結果を以下に示す (図 6-8).

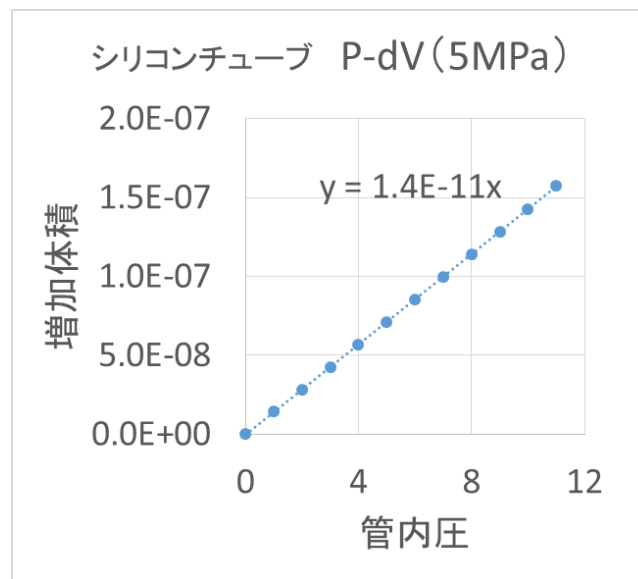


図 6-8: 管内圧と増加体積の関係 (シリコンチューブ)

グラフの近似直線の傾きより, シリコンチューブの単位長さあたりのコンデンサ値は 1.4×10^{-11} , シリコンチューブの長さは 30 mm と 70 mm.

$$30 \text{ mm 部} \Rightarrow (1.4 \times 10^{-11}) \times 0.030 = 0.42 \times 10^{-12}$$

$$70 \text{ mm 部} \Rightarrow (1.4 \times 10^{-11}) \times 0.070 = 0.98 \times 10^{-12}$$

$$30 \text{ mm 部} + 70 \text{ mm 部} \Rightarrow$$

$$C2 = 1 / \left(\frac{1}{0.42 \times 10^{-12}} + \frac{1}{0.98 \times 10^{-12}} \right) = 0.29 \times 10^{-12} [m^2/Pa]$$

を基準値とした.

6.2.5 Rw

柔軟管から大気圧開放にかけての出口抵抗値については [23] 4.1 節にて定常流実験のデータを基に求めたものと同様の値を用い,

$$R_2 = 6.3 \times 10^9 [Pa \cdot s/m^3]$$

を基準値とした.

6.3 実験値と分岐管解析の比較

前節にて各概算を行った結果、実験値との比較のための解析に使用する7つのパラメータの値が求められた。それら7つのパラメータに加え、E：管壁のヤング率，SR（Stenosis Rate）：狭窄率，Q0：Tube1 上流からの流入流量，の3つのパラメータを加えた10のパラメータを与えて分岐管解析を行っている。

実験値と分岐管解析との比較にあたり，10のパラメータを表6-2のように定めて解析を行った。（抵抗同士，コンデンサ同士の桁数に合わせて適宜四捨五入を行った）その他，解析条件は以下のように設定した。

＜解析条件＞

入力境界条件：入口境界圧力を制御（sin 波，1 Hz，初期値 0 kPa，振幅：Q0）

粘性：0.001 Pa・s

管壁（shell 要素）の厚み：1 mm

解析内計算時間：0.0～3.0 s（内，結果の比較には2.0～3.0 sの結果を用いる）

実験にて取得している箇所の流量・圧力のデータと各測定位置に該当する解析上の各箇所の値をグラフにて比較した（図6-9）。

流量のグラフを比較する。

Q0 のピーク位置からの Q2out のピークの時間遅れは，実験では Q0：0.56 s → Q2out：0.78 s と約 0.22 s 差なのに対し，解析では Q0：0.50 s → Q2out：0.68 s と約 0.18 s 差と近い値となった。ただし，実験値のピークは矩形型波形のうち値が下降する直前をピークとして取り扱った。Q3out については実験値のピーク位置の判別が難しいため，時間遅れの評価からは除外した。

Q0 のピーク値に対する Q2out，Q3out のピーク値の比率は，実験では Q0：4.81 × 10⁻⁶ m³/s を基準に Q2out：1.88 × 10⁻⁶ m³/s（39%），Q3out：1.10 × 10⁻⁶ m³/s（23%）なのに対し，解析では Q0：4.00 × 10⁻⁶ m³/s を基準に Q2out：2.00 × 10⁻⁶ m³/s（50%），Q3out：1.10 × 10⁻⁶ m³/s（28%）となった。Q0 の入力波形が実験では矩形波状なのに対し解析では計算安定性のために sin 波状のものを与えている点，Q3out の振幅が実験値と比較して大きくなっている点などを考慮すれば，概ね一致する結果が得られた。

圧力のグラフを比較する。

P1 のピーク位置からの P2out のピークの時間遅れは，実験では P1：0.58 s → Q2out：0.66 s（0.08 s 差），Q3out：0.68 s（0.10 s 差）なのに対し，解析では Q0：0.67 s → Q2out：0.68 s（0.01 s 差），Q3out：0.70 s（0.03 s 差）差となった。実験値に比べて Tube2，Tube3 の弾性効果の見積もりが不足していると考えられる結果となった。

P1 のピーク値に対する P2out, P3out のピーク値の比率は、実験では P1 : 12.8 kPa を基準に P2_{out} : 11.6 kPa (91%), P3_{out} : 6.75 kPa (53%) なのに対し、解析では Q0 : 13.5 kPa を基準に Q2_{out} : 12.6 kPa (93%), Q3_{out} : 6.90 kPa (51%) となり、圧力損失については実験と解析とで概ね一致する結果となった。

流量比較にて述べた Q0 の入力波形、柔軟管取り付け時の初期引張など、解析で再現できていない点や圧力の時間遅れに差が出た点など、今後の課題は残るが、実験値と定性・定量的に概ね一致する妥当な解析が行えていると考えられる。

表 6-2: 実験との比較のための 10 のパラメータ値一覧

Q0	E	狭窄率	R1	R2
4.0E-06	1.0E+05	95%	4.0E+08	0.0E+00
R3	Rw	C1	C2	C3
4.0E+08	6.3E+09	2.5E-11	0.0E+00	2.5E-11

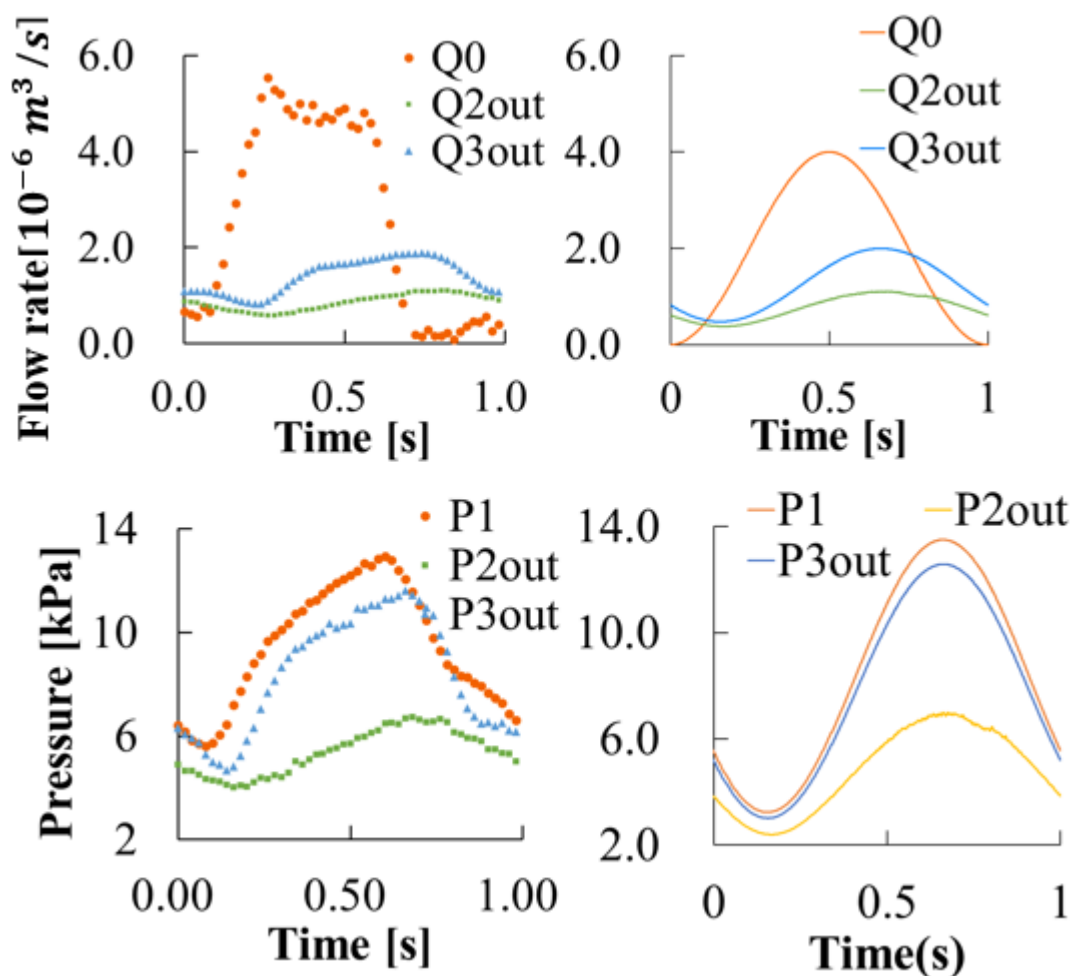


図 6-9: 実験データ (左) と解析結果 (右) の流量・圧力の比較

第7章 分岐下流狭窄管の網羅解析

第5章にて把握を行った狭窄付き柔軟管の動態に加えて、分岐管下流における狭窄付き柔軟管内の流体動態の把握を行うため、各種条件にて解析を行い、その結果の分析を行う。特に Tube2 と Tube3 での流量分配の割合に注目して分析を行う。

まず、分岐管解析にて得られる流量・圧力の時間変化の例を示す。以下に示すのは、表 7-1 の条件にて 0～5.0 s の解析を行ったもののうち 0～3.0 s での結果である、

表 7-1: 実験との比較のための 10 のパラメータ値一覧

Qorg_in	E	狭窄率	R1	R2
2.0E-06	1.0E+05	95%	4.0E+08	5.0E+08
R3	Rw	C1	C2	C3
4.0E+08	6.3E+09	2.0E-11	0.0E+00	2.0E-11

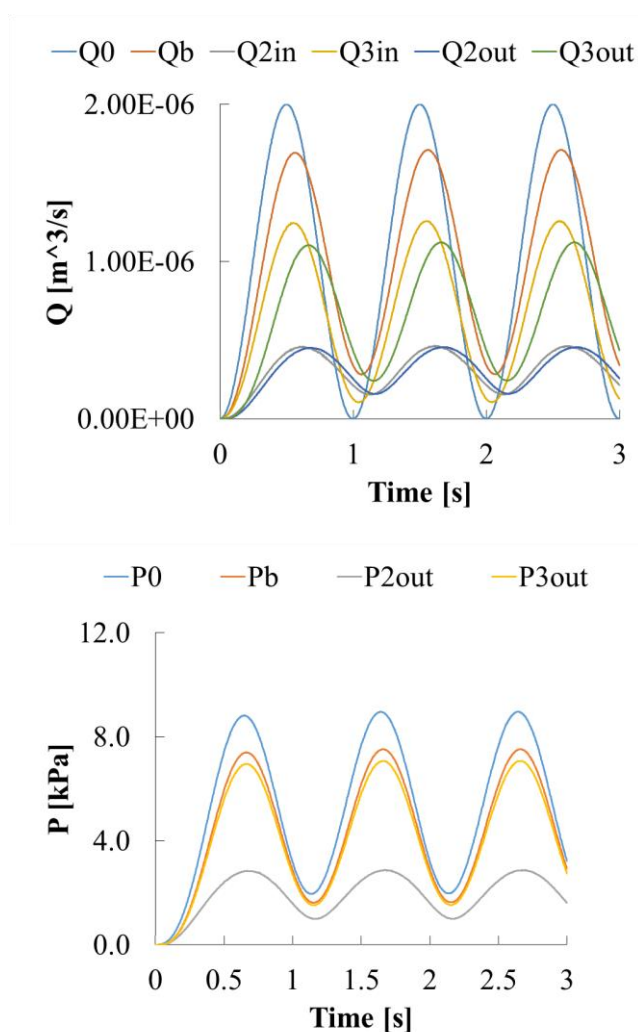


図 7-1: 分岐管解析の結果例（上：流量・下：圧力）

グラフからわかるように、流量・圧力共に入力を制御している Q_0 以外の値は 0 s では 0 から値の推移を始めるが、 1 s 以降では管の弾性効果により系に一定の水量が保持され続けるため、最小値が底上げされたようなグラフとなる。 Q_0 以外の各値の最大値は周期の度に微小に上昇していく傾向にあるが、その上昇率は $0\sim 1\text{ s}\rightarrow 1\sim 2\text{ s}$ で 4% 前後、 $1\sim 2\text{ s}\rightarrow 2\sim 3\text{ s}$ 以降では 1% 前後となる。よって、分岐管解析は 2.0 s 以降十分安定した流れとなるとし、これ以降の分岐管解析の結果についての議論では $2.0\sim 3.0\text{ s}$ の値を用いる。

6.2 節にて得た値を基に定めた 10 のパラメータ値（表 7-2）に加え、以下に示す条件を基準の解析条件とする。

<解析条件>

入力境界条件： Q_0 の入力波形を制御（sin 波， 1 Hz ，初期値 0 kPa ，振幅 Q_0 ）

粘性： $0.001\text{ Pa}\cdot\text{s}$

管壁（shell 要素）の厚み： 1 mm

解析内計算時間： $0.0\sim 3.0\text{ s}$ （内、結果の比較には $2.0\sim 3.0\text{ s}$ の結果を用いる）

問題の切り分けを簡易にするため、実験の水路にあたる部分の抵抗値とコンデンサ値（ R_2 および C_2 ）については値を 0 とした。 C_1 、 C_3 については数字の取り扱いを容易にするため、 $2.9\times 10^{-6}\rightarrow 2.5\times 10^{-6}$ と変更した。あ

表 7-2: 実験との比較のための 10 のパラメータ値一覧

Q_{org_in}	E	狭窄率	R_1	R_2
$4.0\text{E-}06$	$1.0\text{E+}05$	95%	$4.0\text{E+}08$	$0.0\text{E+}00$
R_3	R_w	C_1	C_2	C_3
$4.0\text{E+}08$	$6.3\text{E+}09$	$2.5\text{E-}11$	$0.0\text{E+}00$	$2.5\text{E-}11$

基準となる解析の結果を以下に示す。

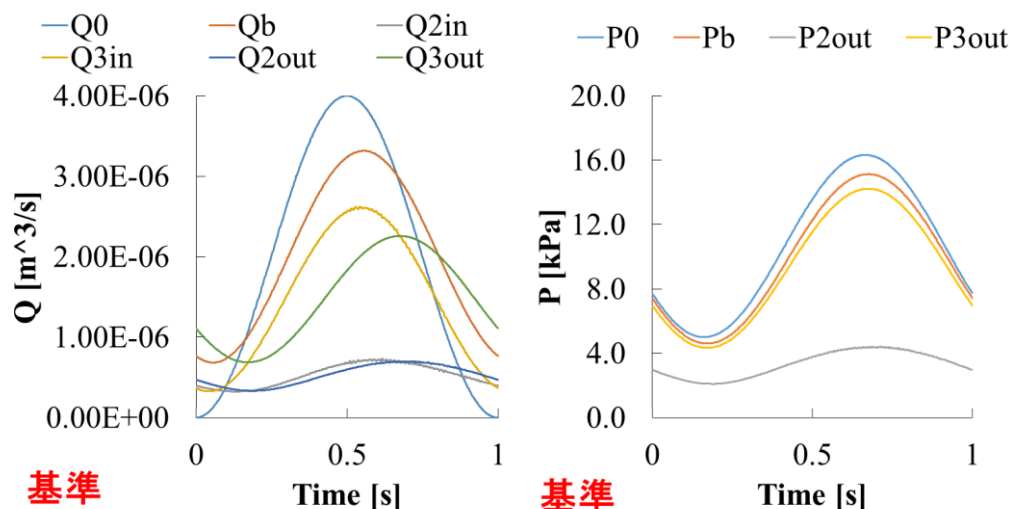


図 7-2: 基準条件での解析結果（左：流量・右：圧力）

7.1 剛性の違い

基準の解析条件に対して、ヤング率を 0.05 (1/2 倍), 0.5 (5 倍) MPa とした解析との結果の比較を行う。

ヤング率が小さくなるほど、狭窄管 (Tube2) の流入流量 (Q2in) と流出流量 (Q2out) の最大値の差および時間遅れが大きくなる傾向が見られた。これはヤング率が小さくなるほど同じ圧力に対する管の拡張・収縮変形が大きくなる結果と考えられる。

Tube2 の剛性が変わっても流量分配はほとんど変わらず、1 秒間での総流出流量はヤング率 0.05, 0.1, 0.5 MPa の解析結果いずれにおいても、 $\int_0^1 Q_{2out} dt : 0.53 \times 10^{-6}$, $\int_0^1 Q_{3out} dt : 1.47 \times 10^{-6}$ となった。

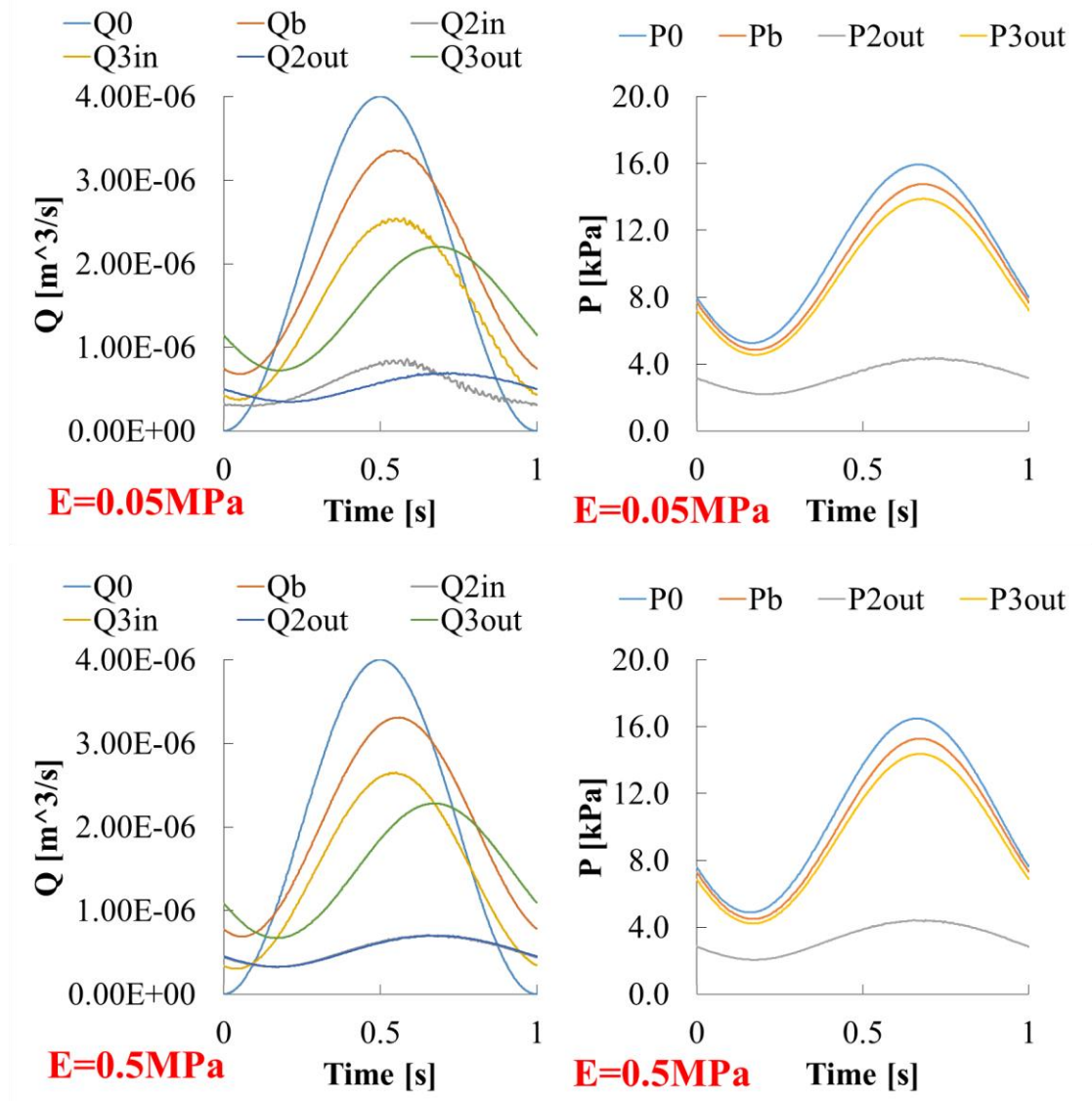


図 7-3: 剛性の違いの影響 (上段 : 0.5MPa, 中段 : 0.1MPa, 下段 : 0.05MPa)

7.2 狭窄率の違い

基準の解析条件に対して、狭窄率を 90, 80 % とした解析の結果との比較を行う。

狭窄率が小さくなるほど、狭窄部および狭窄管全体の抵抗が小さくなり、Tube2 に流れる水量が大きくなり、その分 Tube3 に分配される水量が小さくなった。

また流量分配が均等に近づいたことで主に Tube3 からの流出流量と出口抵抗 R_w によってもたらされていた圧力上昇効果が小さくなり、P2out を除く全体の圧力が小さくなった。各狭窄率での P0 の最大値を比較すると、95 %→16.3 kPa, 90 %→14.5 kPa, 80 %→12.8 kPa となった。

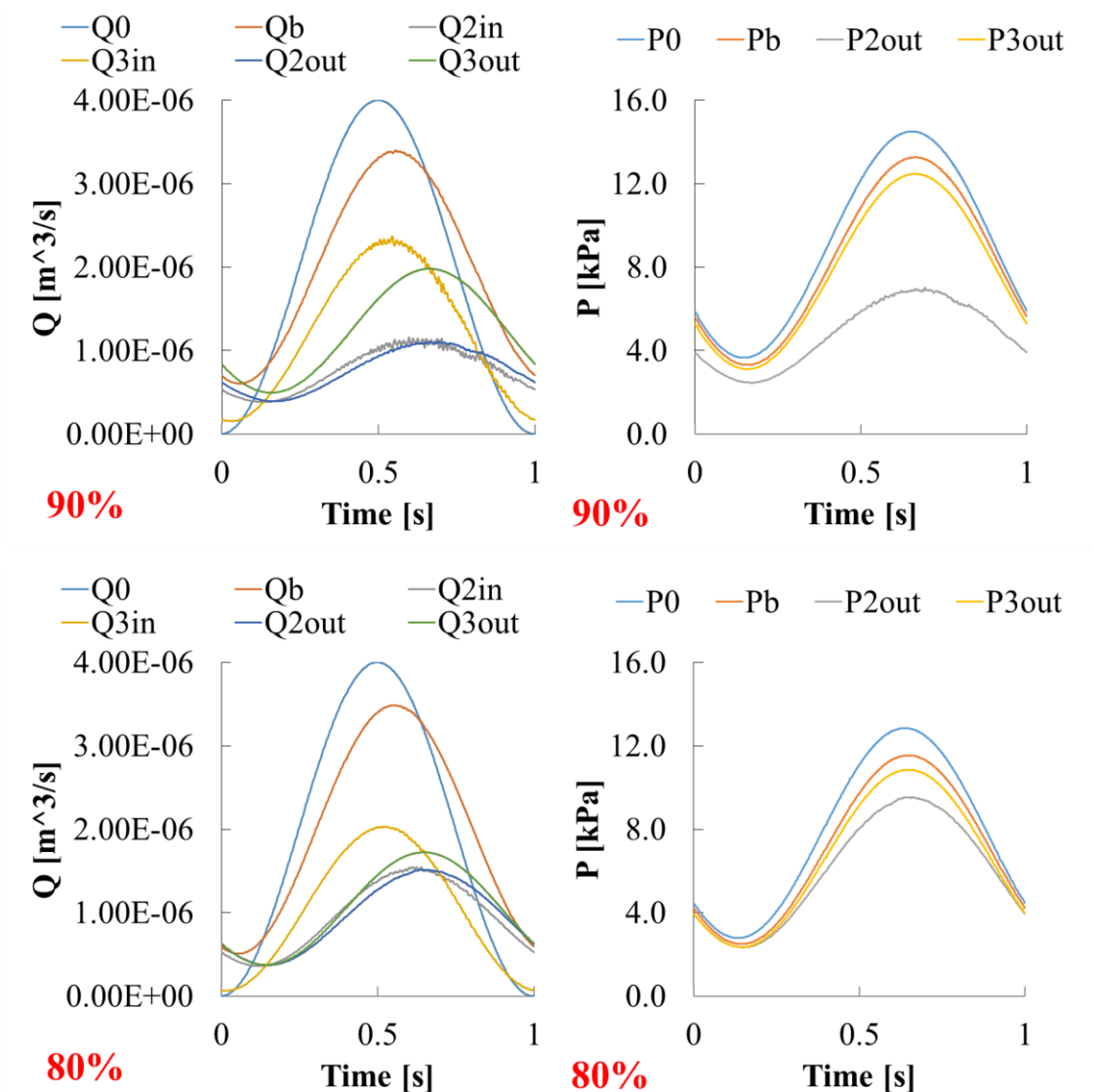


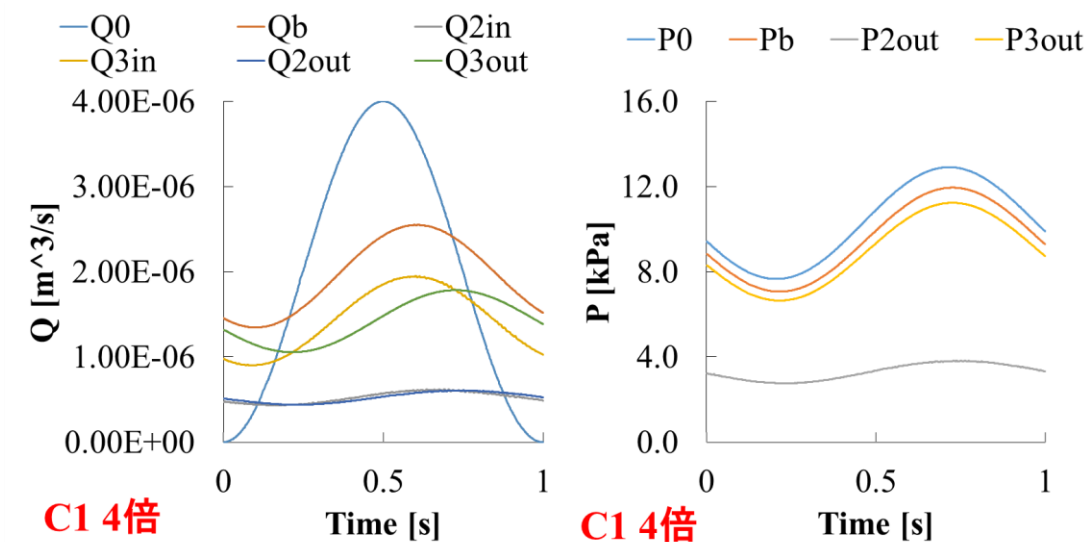
図 7-4: 狭窄率の違いの影響 (上段 : 90%, 下段 : 80%)

7.3 コンデンサ値の違い

基準の解析条件に対して、コンデンサ値 $C1$ を 10.0×10^{-11} [Pa · s / m³] (4 倍), $C3$ を 10.0×10^{-11} [Pa · s / m³] (4 倍) とした解析の結果との比較を行う。

$C1$ が 4 倍になると、Tube1 の拡張・収縮効果が大きくなるため、Tube1 より下流の全ての流量の振幅が小さくなり、最大値は小さく、最小値は大きくなった、いずれの流量も振幅が小さくなるのみで、平均流量は数%程度しか変化しなかった。流量の振幅が小さくなったことで圧力の振幅も全体的に小さくなり、最大値は小さく、最小値は大きくなる結果となった。

$C3$ が 4 倍になると、Tube3 の拡張・収縮効果が大きくなるため、Tube3 の流入流量と流出流量の最大値の差および流出流量のピークの時間遅れが大きくなっていることがわかる。また、Tube3 の拡張・収縮効果が大きくなったことで、基準の解析条件時に比べて Tube1 の拡張・収縮効果が落ち、Tube1 の弾性効果によって抑えられていた Tube1 下流の流量の振幅が大きくなり、 Qb の最大流量は基準条件での 3.32×10^{-6} に対し、 $C3$ 4 倍の条件下では 3.61×10^{-6} [m³/s] となった。



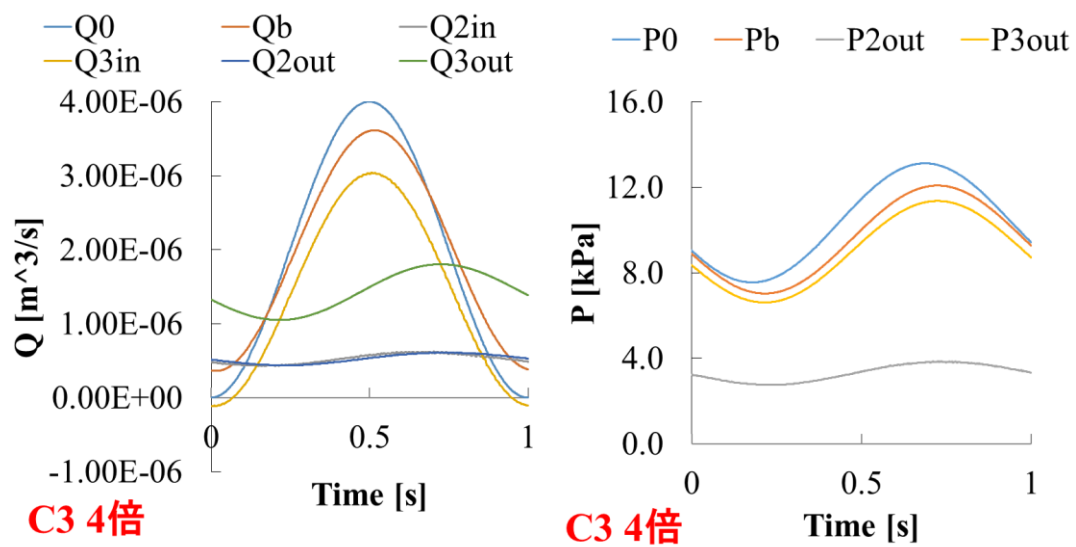


図 7-5: コンデンサ値の違いの影響 (上段: C1 4 倍, 下段: C2 4 倍)

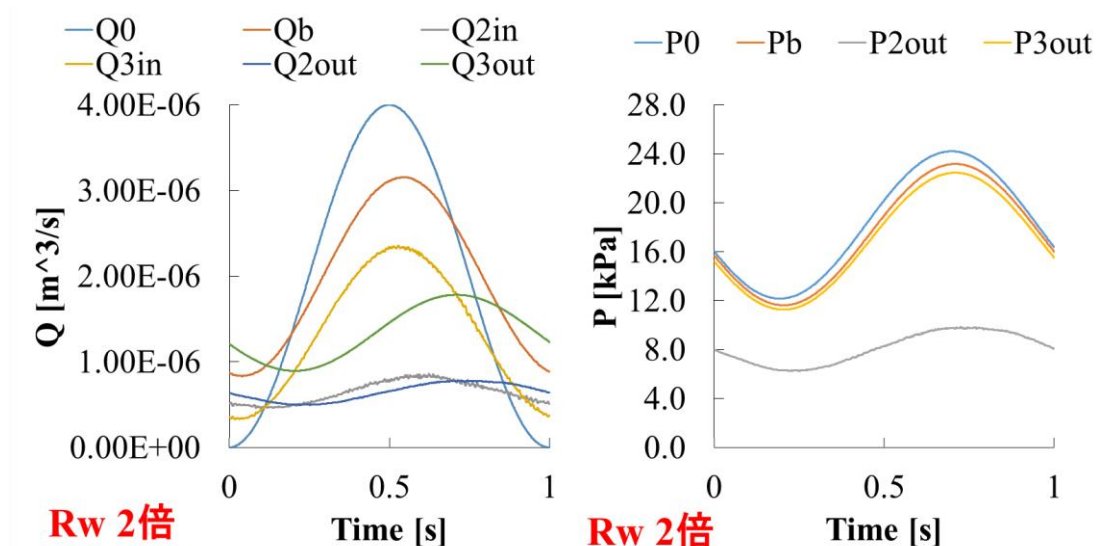
7.4 高血圧想定

高血圧患者の血管状態を想定し、基準の解析条件に対して、出口抵抗値 R_w を 12.6×10^9 [Pa · s / m³] (4 倍), とした解析, R_w の 2 倍化に加えて C_3 を 0.5×10^{-11} [Pa · s / m³] (1/5 倍) とした解析の 2 つの解析結果との比較を行う。

R_w を 4 倍とした解析では基準解析条件での結果に比べ, P_{2out} 以外の圧力が全体に最小値が 7kPa 程度, 最大値が 8 kPa 程度上昇し, P_{2out} についても最小値が 4kPa 程度, 最大値が 5 kPa 程度上昇していた。圧力の底上げにより, Tube1, Tube2, Tube3, いずれの管も拡張・収縮効果がより大きくなり Q_b , Q_{2out} , Q_{3out} の振幅が小さくなった。

流量分配については, 基準解析条件での Q_{2out} , Q_{3out} の 1 秒間での総流出流量が, $\int_0^1 Q_{2out} dt : 0.53 \times 10^{-6}$, $\int_0^1 Q_{3out} dt : 1.47 \times 10^{-6}$ なのに対し, R_w を 4 倍とした解析では $\int_0^1 Q_{2out} dt : 0.64 \times 10^{-6}$, $\int_0^1 Q_{3out} dt : 1.34 \times 10^{-6}$ と Tube2 への流量分配が大きくなる傾向が見られた。これは圧力の上昇により狭窄部が拡張され, 抵抗値が小さくなった効果と考えられる。

R_w を 4 倍かつ C_3 を 1/5 倍とした解析では, R_w を 4 倍のみの解析結果に比べ, さらに最大圧力が高くなる結果となった。Tube1 の拡張・収縮効果が小さくなることでその下流の流量振幅が大きくなった結果と考えられる。同じ流量の血液が心臓から拍出されると仮定したときに, 血管の硬化によって血圧が高くなる傾向を示せていると考えられる。



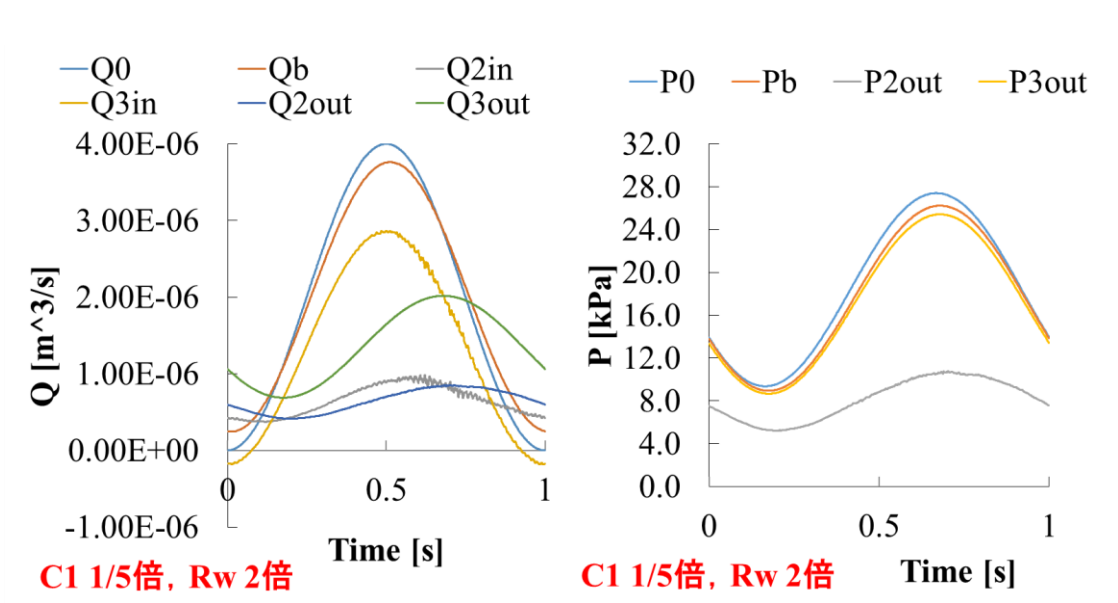


图 7-6: 高血压想定 (上段 : R_w 2 倍, 下段 : R_w 2 倍 & C_1 1/5 倍)

第 8 章 造影剤の動態

狭窄部周辺の造影剤濃度分布をもとに狭窄の重要度を診断する指標について力学的視点から検証を行うため、造影剤の動態を力学的数値解析シミュレーションにより再現し、その結果の考察を行う。

8.1 造影剤動態の解析手法

造影剤は血液に溶け込み、濃度として分布している。そのため、その動態の分析を精度高く行うためには移流拡散方程式を解くのが望ましいとされている。しかしながら、本研究においては、①造影剤の動態は血液の流体動態に影響を与えない、②本解析領域においては拡散効果に比べ移流効果が支配的である、との仮定のもと、開発が容易かつ造影剤の運ばれていく様子を観察しやすい **Particle-trace** 解析を用いることとした。

Particle-trace 解析では、多数の粒子（パーティクルトレーサー）を造影剤濃度の上昇に合わせて流入させ、各粒子の座標におけるその時刻での流速ベクトルに則ってトレーサーを移動させていく。造影剤濃度は単位体積あたりの粒子の数に対応させる。今回の解析においては、上流から造影剤濃度の高い血液が流れてくるのに合わせて、解析対象である狭窄管の流入境界面より確率的に粒子が生じるように設定した。粒子生成確率はその時刻での造影剤濃度および軸方向流速の大きさに比例して上昇するように定義した。各粒子が狭窄管の流出境界から流れ出たところでその追跡を終了し、消去することとした。

本研究で用いた流体構造連成解析の各時刻での流速ベクトルを出力したデータを基に後解析の形で **Particle-trace** 解析を行い、造影剤の動態を表す解析を行った。

8.2 TAG の計測方法

本研究では非侵襲的狭窄指標のうち FFR-CT に並び期待されている TAG (Transluminal Attenuation Gradient) について、Particle-trace 解析を用いた検証を行う。以下に TAG の計測方法について示す。

TAG では大動脈から冠動脈へと分岐する冠動脈口から断面積が 2.0 mm^2 以下になる位置に渡って、5 mm 区切りでの平均 HU (Hounsfield Units) 値を取得。冠動脈口からの長さ と 5 mm 区切りの HU 平均値の関係について、その線形回帰直線を求め、その傾きの大きさを指標として用いる。TAG320 の基準においては、線形回帰直線の傾きを長さ 10 mm 当たりの HU 減少値に変換したものを指標値として用いる。狭窄部や石灰化した血管が存在すると TAG 値の負の値が大きくなり、その値の大きさが基準を越えているかどうかを重大な病変があるかどうかの判断材料とする。

HU を取得するための CCTA 撮影を行うタイミングは、ボーラストラッキング法により下行大動脈での CT 値が 180HU に達した時点で撮影を開始し、心電図において R-R interval (心拍区間) が 65-85 % となる時刻での観測結果を用いる。(参考: [4] [7])

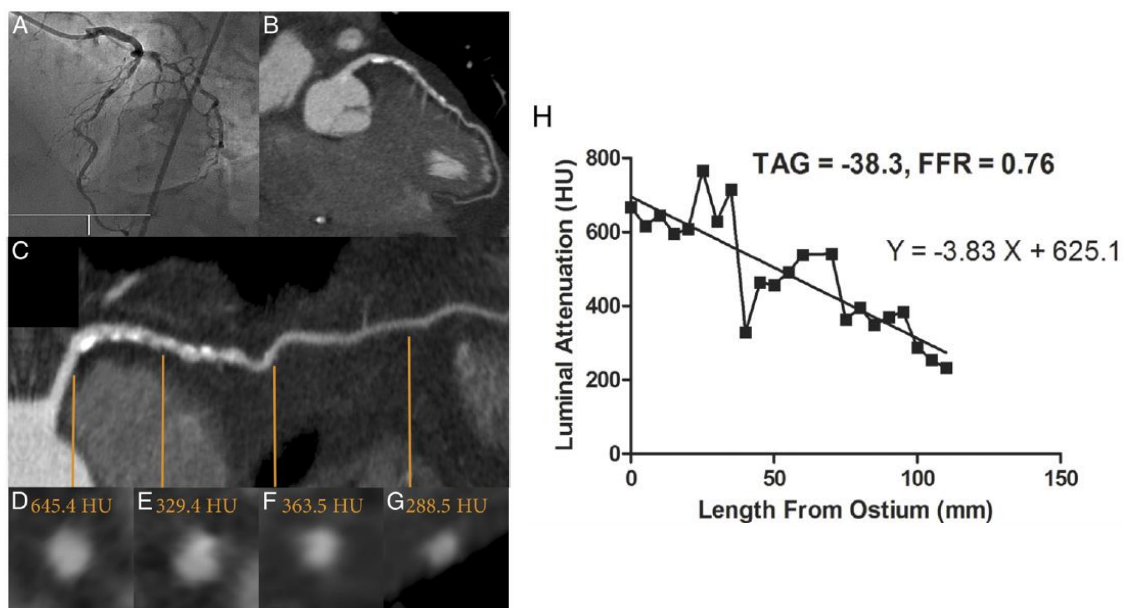


図 8-1: 左前下行枝に FFR = 0.76 と重症度の高い狭窄が存在する例の
造影 CT 画像および TAG 計測のグラフ
(参考文献 [4]の図 2 より引用)

8.3 Particle-trace 解析

8.3.1 解析条件

造影検査を行う際に造影剤注入位置での濃度の時間変化の波形が、観測対象となる血管に到達する際の時間変化の波形を TDC (タイムデンシティカーブ) と呼ぶ。腕の静脈からヨード造影剤を注入したものが、左心室を出たあたりでどのような TDC 形状と取るのかについては [32] (図 8-2) を参考にした。左心室での TDC を表す LV のグラフのうち、HU が 0 から起ち上がり、下行大動脈での CT 値が 180HU に達するまでの時間、つまり冠動脈口の CT 値が 200HU 程度となるまでの時間帯 (20~25 s 前後) での TDC 波形を三角関数にて再現したものを解析のトレーサー生成確率に適応することとした。

TDC 波形としては、 $500 * \sin(2\pi * t/40)$ [HU] を用い、2.6~2.7 秒にてボーラストラッキングのトリガーがかかり、結果 2.8 s にて撮影を行ったものから TAG を取得したとした。

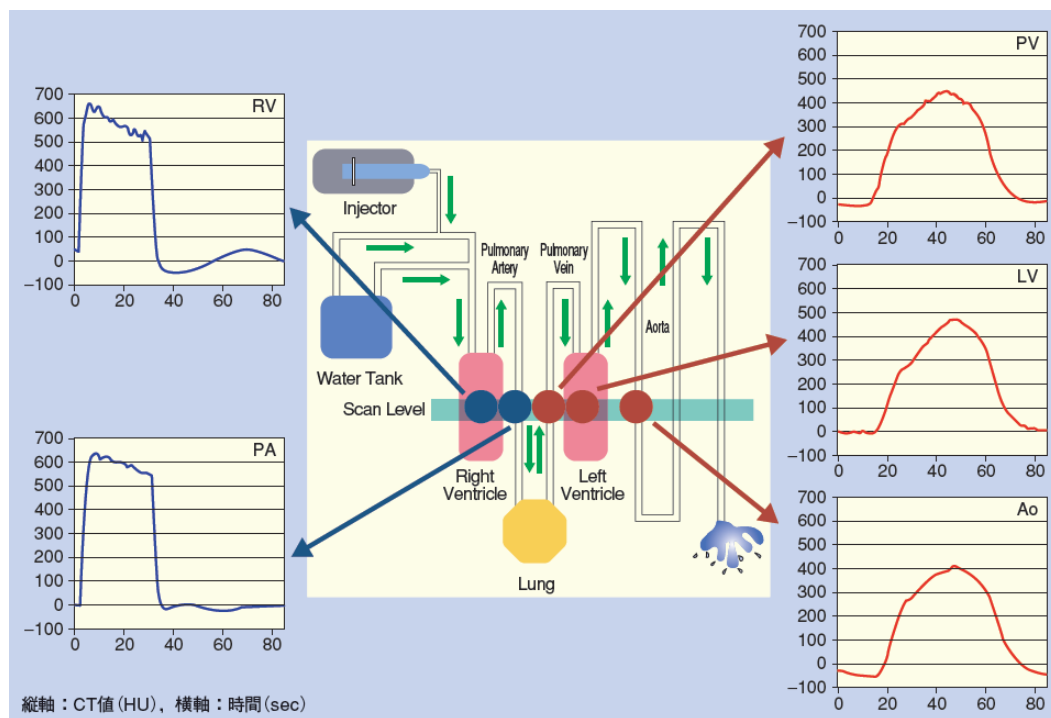


図 8-2: 各部位における TDC の形状 ([32]の図 5 より引用)

元ファイルの解析条件としては、7.2 節にて行った狭窄率 95, 90, 80 % の分岐下流狭窄管解析の結果を用いた。解析結果のうち 2.0~3.0 s での結果を繰り返し読み込むことで、心拍の繰り返しを表現した。

8.3.2 解析結果

狭窄率 95, 90, 80 % の分岐下流狭窄管解析結果の流速ベクトルを用いて 3 つの Particle-trace 解析 (A : 95 %, B : 90 %, C : 80 %) を行い, その結果より解析上での TAG に相当する値を取得した.

以下に, 3 つの条件における 2.8 s でのトレーサーの可視化画像, および, 解析流入面からの長さとして 5mm 区切りでの CT 値の平均値をグラフにしたものを示す. ここで CT 値については, 2.8 s 時点での流入面より 0~5mm の領域における基準体積あたりの粒子数が 200 HU となるよう換算を行ったものである.

比較のため, 本解析において FFR に相当する, 大動脈圧と狭窄下流圧の比を参考値として提示する. FFR は 0.75 が虚血出現の閾値とされており, $FFR < 0.75$ で PCI (経皮的冠動脈インターベンション) の適応となりうる.

$$FFR(95\%) = 4.41/16.3 = 0.27$$

$$FFR(90\%) = 7.03/14.5 = 0.48$$

$$FFR(80\%) = 9.53/12.8 = 0.74$$

これに対し, TAG に相当する 5mm 区切りでの CT 値の平均値のグラフにおいて線形回帰を行って得た直線の傾きは, 以下のようになった. TAG は -0.654 HU/mm が虚血出現の閾値とされており, $TAG < -0.654$ で PCI (経皮的冠動脈インターベンション) の適応となりうる.

$$TAG(95\%) = -4.16$$

$$TAG(90\%) = -3.02$$

$$TAG(80\%) = -0.659$$

狭窄率が小さくなるほど, FFR の値は小さくなり, TAG の値は負の方向に大きくなる結果が得られた. 重症度の高い狭窄ほど負の値が大きくなる TAG の指標傾向と一致する結果が得られた. また, FFR・TAG 共に今回使用した狭窄率 80 % の狭窄形状において虚血出現の閾値をやや下回る結果となった.

グラフおよび可視化動画を確認したところ,

- ・狭窄部の流速が大きく加速する領域にて基準体積あたりの粒子数が大きく減少する傾向
- ・狭窄下流の流速の加速が十分なだらかになると再び基準体積あたりの粒子数が増加する傾向が見られた.

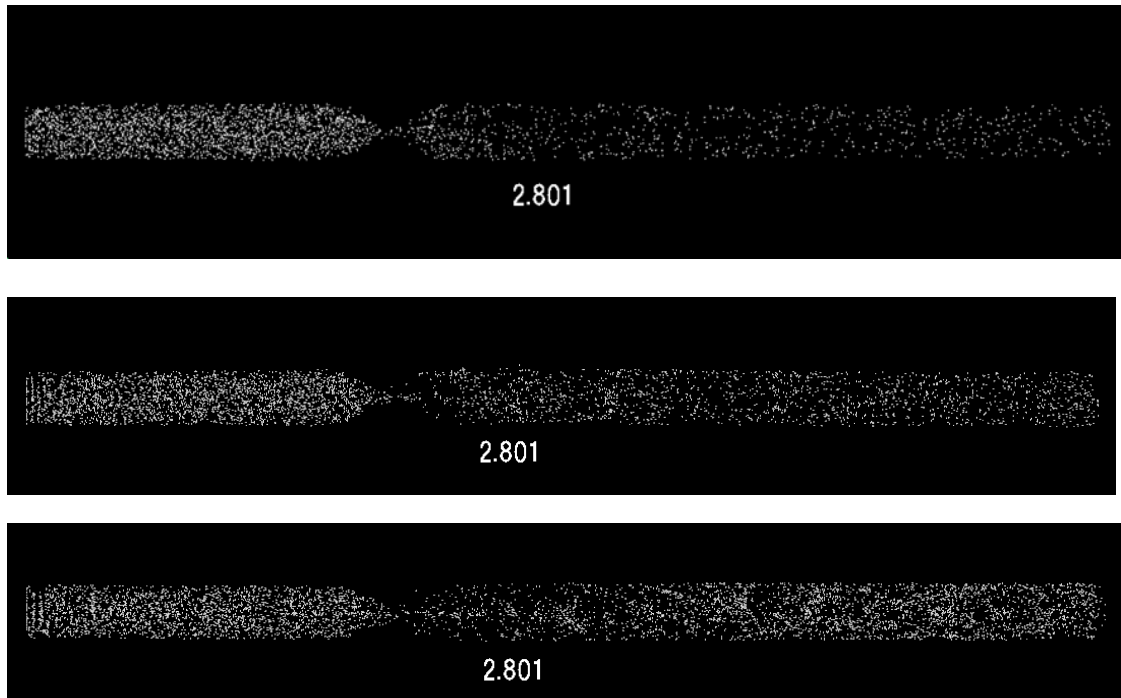
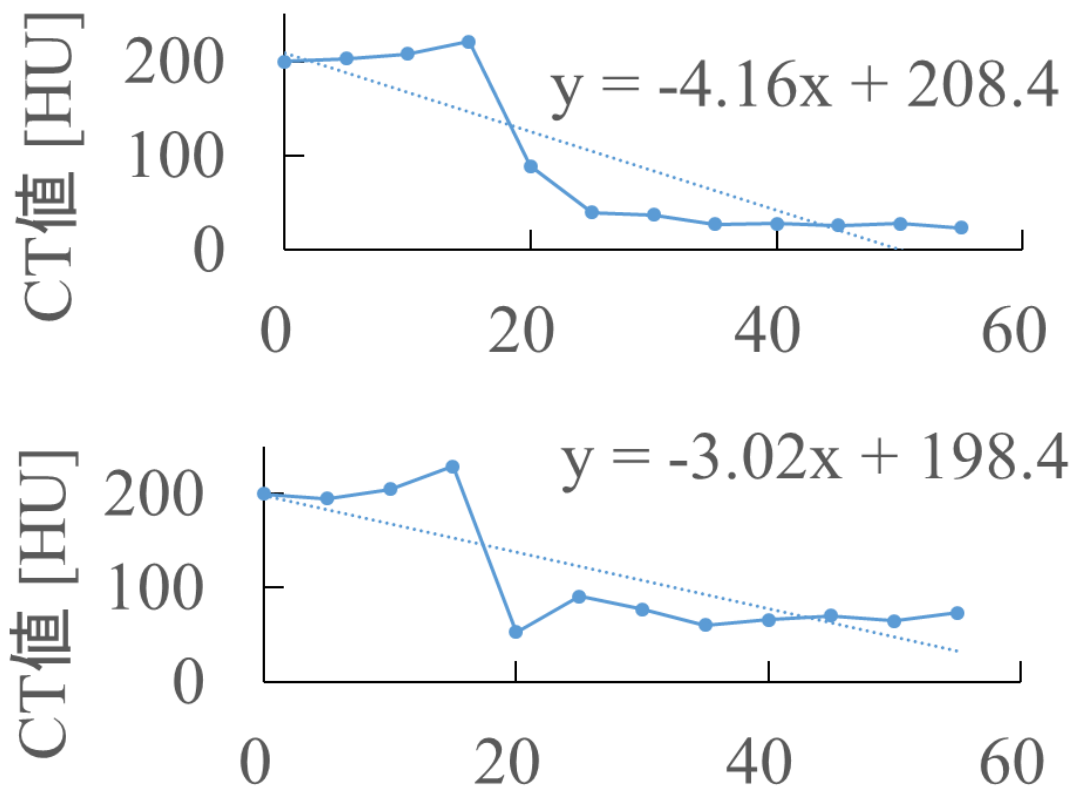


図 8-3: 3 種の狭窄率における 2.8 s でのトレーサーの分布
(上段 : 95 %, 中段 : 90 %, 下段 : 80 %)



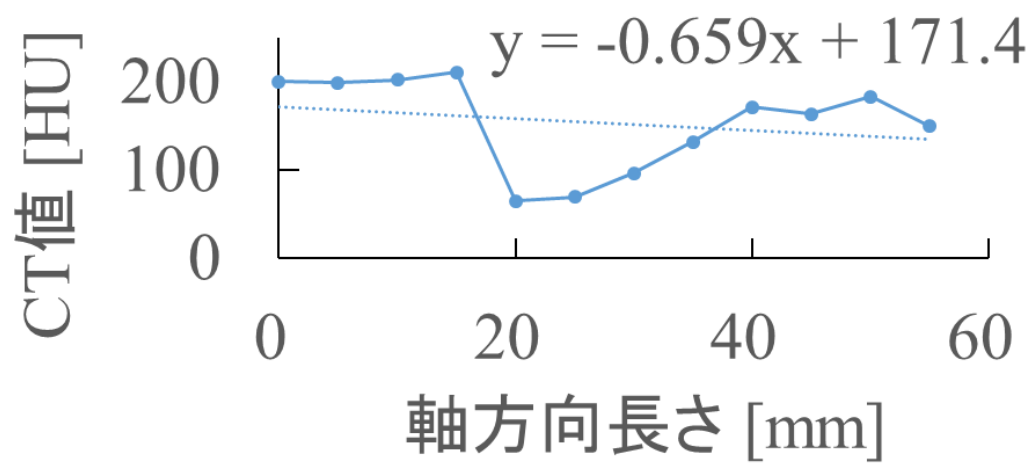


図 8-4: 3 種の狭窄率での基準体積あたりの粒子個数
(上段 : 95 %, 中段 : 90 %, 下段 : 80 %)

第9章 結論

9.1 総括

本研究では、一体型解法の ALE 流体構造連成解析を用いることで、狭窄を伴う柔軟管内の流れについての基礎的検討を行った。

分岐無し狭窄管の網羅解析においては、以下のような点を確認した。

(1) 入口圧力を制御した剛体管解析と柔軟管解析の比較を行った。柔軟管の流入流量は振幅が大きく、位相が早くなり、流出流量については振幅が小さく、位相が遅れるようになった。また流出流量の位相の遅れに従い、出口圧力の位相が遅れるようになった。

(2) ヤング率を変えた解析の比較を行った。ヤング率が小さくなるほど出口圧力の位相が遅れ、ピーク値は小さくなった。

(3) 狭窄率を変えた解析の比較を行った。狭窄率が小さくなるほど、狭窄部での圧力損失が小さくなり、同じ入口圧力に対してより大きな流量が流れるようになった。また、圧力損失が小さくなった結果、狭窄後流の圧力が大きくなり、狭窄下流の管の弾性効果が大きくなった。

ファントム実験のデータと分岐管解析の結果の比較においては、ポンプからの入力波形や柔軟管取り付け時の初期引張を解析上で再現できていない点、実験値で見られる Tube1 出口圧力と Tube2・Tube3 の出口圧力との時間遅れが解析ではかなり小さく評価されていた点、など課題は残るものの、実験値と概ね流量・圧力が一致する妥当な解析が行えているとの結論を得た。

分岐下流狭窄管の網羅解析においては、以下のような点を確認した。

(1) ヤング率を変えた解析の比較を行った。ヤング率を変えても分配流量はほとんど変化しなかった。

(2) 狭窄率を変えた解析の比較を行った。狭窄率が小さくなるほど、流量分配が均等に近づき、結果分岐上流の圧力が全体に小さくなった。

(3) Tube1, Tube3 のコンデンサ値（弾性効果）を変えた解析の比較を行った。コンデンサ値が大きくなると、その下流の流量・圧力の振幅を小さくし、上流の管のコンデンサ効果を抑える傾向が見られた。

(4) 高血圧を想定したパラメータ値にて解析を行った。血管が硬化して弾性効果が小さくなると、下流の流量・圧力の振幅を大きくし、さらに高血圧化を助長させる可能性が示された。

造影剤解析においては、重症度の高いほど負の値が大きくなる TAG の指標傾向と一致する結果を得た。

9.2 今後の課題

分岐無し狭窄管，分岐下流狭窄管について各種パラメータ値を変えた解析の比較を行ったが，パラメータ間の相乗効果などを考慮できない形での比較解析となった．狭窄を伴う柔軟管内拍動流の各条件下での動態の把握を行うためには，実験計画法などを用い，複数パラメータが変動した際の挙動についても検討を行いたい．

ファントム実験と分岐管解析の比較では入力流量，初期引張などの点で実験条件を再現できていない点が残った．これらの条件を加えた際に解析結果がどう変わるか，再現可能な条件をすべて実装した際に実験値とどの程度整合するかについては検討の余地が残った．

造影剤解析については，適切な取り扱うべき粒子数についての検証や，TAG 値のより現実の計測方法に近い解析条件下での取得，造影剤動態のより詳細な力学的見地からの現象把握・分析などが課題として挙げられる

それ以降では，狭窄形状や血管形状を変えた形状モデルでの解析，人体の心拍波形に近い波形を入力しての解析，造影剤動態についての更なる考察などを行い，非侵襲的狭窄指標の力学的検証や精度向上に役立つ知見を提供していきたい．

参考文献

- [1] P. A. Tonino, B. De Bruyne, N. H. Pijls, U. Siebert, F. Ikeno, M. van't Veer, V. Klauss, G. Manoharan, T. Engstrom, K. G. Oldroyd, et al., "Fractional flow reserve versus angiography for guiding percutaneous coronary intervention," *N. ENGL. J. MED*, Vol.360, No.3, pp. 213-224, 2009.
- [2] E. Andrew J., "TAG - Is It It?," *J Am Coll Cardiol*, 2013.
- [3] J.-B. Park, B.-K. Koo, "Noninvasive hemodynamic assessment using coronary computed tomography angiography: the present and future," *Future Medicine Ltd, Interv. Cardiol.*, Vol.7, No.1, pp. 77-88, 2015.
- [4] W. Dennis T. L., K. Brian S., C. James D., N. Nitesh, L. Michael C. H., M. Yuvaraj, C. Marcus, L. Darryl P., W. Stephen G., T. John, M. Ian T., S. Sujith K., "Transluminar Attenuation Gradient in Coronary Computed Tomography Angiography Is a Novel Noninvasive Approach to the Identification of Functionally Significant Coronary Artery Stenosis: A Comparison With Fractional Flow Reserve," *J Am Coll Cardiol.*, Vol.61, No.12, pp. 1271-1279, 2013.
- [5] N. Bjarne L., L. Jonathon, G. Sara, S. Sujith, K. Brian S., I. Hiroshi, J. Jesper M., M. Laura, B. Bernard De, B. Hiram, O. Kazuhiro, M. Mohamed, N. Christoph, E. Andrejs, P. Seung-Jung, "Diagnostic Performance of Noninvasive Fractional Flow Reserve Derived From Coronary Computed Tomography Angiography in Suspected Coronary Artery Disease," *J Am Coll Cardiol.*, Vol.63, No.12, pp. 1145-1155, 2014.
- [6] C. Jin-Ho, K. Bon-Kwon, Y. Yeonyee E., M. James K., S. Young-Bin, H. Joo-Yong, C. Seung-Hyuk, G. Hyeon-Cheol, C. Yeon Hyeon, "Diagnostic performance of intracoronary gradient-based methods by coronary computed tomography angiography for the evaluation of physiologically significant coronary artery stenoses: a validation study with fractional flow reserve," *European Heart Journal - Cardiovascular Imaging*, Vol.13, No.12, pp. 1001-1007, 2012.
- [7] C. Yiannis S., G. Elizabeth, C. Tianrun, F. Urvi P., K. Kanako K., S. Kurt, F. Yasuko, R. Carlos, S. Michael, M. Richard T., B. Ron, R. Frank J., M. Dimitrios, "Accuracy and reproducibility of automated, standardized coronary transluminar attenuation gradient measurements," *Int J Cardiovasc Imaging*, Vol.30, No.6, pp. 1181--1189, 2014.
- [8] C. A. Taylor, T. J. Hughes, C. K. Zarins, "Finite element modeling of blood flow in arteries," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.158, No.1-2, pp. 155-196, 1998.

- [9] C. A. Taylor , C. Figueroa, “Patient-specific modeling of cardiovascular mechanics,” *Annual Review of Biomedical Engineering*, Vol. 11, pp. 109-134, 2009.
- [10] S. E. Lee, S.-W. Lee, P. F. Fischer, H. S. Bassiouny , F. Loth, “Direct numerical simulation of transitional flow in a stenosed carotid bifurcation,” *Journal of Biomech*, Vol.41, No.11, pp. 2551-2561, 2008.
- [11] D. Tang, C. Yang, J. Zheng, P. K. Woodard, G. A. Sicard, J. E. Saffitz , C. Yuan, “3D MRI-based multicomponent FSI models for atherosclerotic plaques,” *Annals of Biomedical Engineering*, Vol.32, No.7, pp. 947-960, 2004.
- [12] S. A. Ahmed , D. P. Giddens, “Velocity measurements in steady flow through axisymmetric stenoses at moderate Reynolds numbers,” *Journal of Biomechanics*, Vol.16, No.7, pp. 505509-507516, 1983.
- [13] S. A. Ahmed , D. P. Giddens, “Flow disturbance measurements through a constricted tube at moderate Reynolds numbers,” *Journal of Biomechanics*, Vol.16, No.12, pp. 955-963, 1983.
- [14] S. A. Ahmed , D. P. Giddens, “Pulsatile poststenotic flow studies with laser Doppler anemometry,” *Journal of biomechanics*, Vol.17, No.9, pp. 695-705, 1984.
- [15] S. A. Ahmed, “An experimental investigation of pulsatile flow through a smooth constriction,” *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol.17, No.4, pp. 309-318, 1998.
- [16] I. Marshall, S. Zhao, P. Papathanasopoulou, P. Hoskins , X. Y. Xu, “MRI and CFD studies of pulsatile flow in healthy and stenosed carotid bifurcation models,” *J Biomech*, Vol.37, No.5, pp. 679-687, 2004.
- [17] B.-K. Koo, Erglis, rejs, J.-H. Doh, D. V. Daniels, S. Jegere, H.-S. Kim, A. Dunning, T. DeFrance, A. Lansky, J. Leipsic , J. Min K., “Diagnosis of ischemia-causing coronary stenoses by noninvasive fractional flow reserve computed from coronary computed tomographic angiograms: results from the prospective multicenter DISCOVER-FLOW (Diagnosis of Ischemia-Causing Stenoses Obtained Via Noni,” *Journal of the American College of Cardiology*, Vol.58, No.19, pp. 1989-1997, 2011.
- [18] Y. E. Yoon, J.-H. Choi, J.-H. Kim, K.-W. Park, J.-H. Doh, Y.-J. Kim, B.-K. Koo, J. K. Min, Erglis, rejs, H.-C. Gwon , e. al., “Noninvasive diagnosis of ischemia-causing coronary stenosis using CT angiography: diagnostic value of transluminal attenuation gradient and fractional flow reserve computed from coronary CT angiography compared to invasively measured fractional flow reser,” *JACC: Cardiovascular Imaging*, Vol.5, No.11, pp. 1088-1096, 2012.

- [19] 片山進, “流体構造連成有限要素法による大動脈弁の機能に及ぼす弁葉形状の影響解析,” 東京大学 修士論文, 2009.
- [20] 久田俊明, 非線形有限要素法のためのテンソル解析の基礎.
- [21] 久田俊明, 野口裕久, 非線形有限要素法の基礎と応用.
- [22] 則幸宮崎, 元基矢川, “久田 俊明, '17.1 流体・構造連成,' 著: 計算力学ハンドブック, 2007, p. 492-502.
- [23] 住吉谷淳, “不確定性を考慮した柔軟管内拍動流の流体構造連成解析,” 2015.
- [24] N. Westerhof, J.-W. Lankhaar, B. E. Westerhof, “The arterial Windkessel,” *MEDICAL & BIOLOGICAL ENGINEERING*, Vol.47, No.2, pp. 131-141, 2009.
- [25] 牛流章弘, 本郷卓也, 加納明, 加藤光章, 東真也, 廣畑賢治, “狭窄を有する柔軟管による流体解析用ファントム実験手法の開発,” 日本機械学会 2015 年度年次大会講演論文集, SO220203, 2015.
- [26] A. Saad A., G. Don P., “Velocity measurements in steady flow through axisymmetric stenoses at moderate Reynolds numbers,” *J. Biomechanics*, Vol.16, No.7, pp. 505509--507516, 1983.
- [27] J. Banks, N. Bressloff, “Turbulence modeling in three-dimensional stenosed arterial bifurcations,” *J Biomech Eng*, Vol.129, No.1, pp. 40-50, 2007.
- [28] F. P. P. Tan, G. Soloperto, S. Bashford, N. B. Wood, S. Thom, A. Hughes, X. Y. Xu, “Analysis of flow disturbance in a stenosed carotid artery bifurcation using two-equation transitional and turbulence models,” *J Biomech Eng*, Vol.130, No.6, p. 061008, 2008.
- [29] 奥井健一, 三上房男, 山根隆一郎, 竹越栄俊, “オリフィスをもつ管内における自励振動流 (第 1 報 振動周波数),” ターボ機械, Vol.20, No.10, pp. 636-641, 1992.
- [30] 奥井健一, 山根隆一郎, 三上房男, 竹越栄俊, “オリフィスをもつ管内における自励振動流 (第 2 報: 流れの可視化),” ターボ機械, Vol.21, No.2, pp. 87-91, 1993.
- [31] 林叡, 丹羽国孝, 早瀬敏幸, “コラプシブルチューブに発生する自励振動: 集中定数モデルによる検討,” 日本機械学会論文集. B 編, Vol.60, No.579, pp. 3636-3641, 1994.
- [32] 山口隆義, “造影 CT における基礎知識,” アールティ, Vol.33, pp. 3-11, 2006.
- [33] 加納明, 廣畑賢治, 大賀淳一郎, 加藤光章, 本郷卓也, 門田朋子, 牛流章弘, 神長茂生, 藤澤恭子, “4D-CT 画像処理と構造・流体シミュレーションに基づく血管狭窄解析,” 日本機械学会第 28 回計算力学講演会, p. 115, 2015.

謝辞

本研究を進めるにあたり、多くの方々よりご指導、ご協力を賜りました。感謝申し上げます。

酒井教授には、指導教員としてご指導頂き大変お世話になりました。節目節目で貴重な意見や幅広い知見を提供いただき、研究の方向性やその総括を行う上で助けとなりました。泉教授には、研究会等において相談させて頂く度に的確なご指摘を頂き、ここまで研究を進めることができました。いつも私たち学生のことを気にかけていただき、お陰様で学び多くかつ楽しい研究生活を送ることができました。研究に限らず、日頃から様々なお話を伺うことができ、大変勉強になりました。両教授に心より感謝申し上げます。

波田野助教には、学部からの3年間、大変なご助力とご指導をいただき、本研究を進めるにおいて不可欠な存在でした。日々の研究のタスクの整理、方向性についての相談、プログラムの開発・実装、先行研究の調査など、あらゆる面でサポートいただきました。何かと研究以外の活動に現を抜かしがちな私が無事修了まで辿り着けたのは波田野助教の根気強いご指導のお陰と思っております。日頃から研究以外のことでも色々アドバイスをいただくなどし、助けとなりました。深くお礼申し上げます。

本研究は東芝研究開発センターの協力のもとに行われました。実験装置の開発および実験データの取得はすべて東芝研究開発センターにて行われたものです。実験データの提供や関連資料の提供に留まらず、研究の方向性の提示、解析結果の解釈についてのご相談など、様々な面でお世話になりました。廣畑様には、研究の方向性の提示や手続き上の対応など、いつも温かくご対応いただきました。加藤様には、打ち合わせの度に取りまとめをしていただき、また研究内容についても的確なご指摘をいくつもいただき大変参考になりました。加納様には、メッシュデータを提供いただいたり、本研究室まで出向いて輪講に参加いただいたりなどしました。牛流様には実験データの取得・提供やCT造影に関する論文の調査、更には論文原稿やスライド資料の添削など、学部時のインターンの頃より、いつも親身に柔軟に対応いただきました。お世話になった皆様に深くお礼申し上げます。

その他にも、UT-Heart 研究所の鷺尾先生には、並列計算ソルバーのプログラムを提供いただくに止まらず、境界条件強連成化についてご教授いただいたり、更には solid 要素を実装したプログラムのデバッグに付き合っていたりなどしました。大島先生には、急な連絡にも関わらず解析結果についての相談に快く乗っていただき、血管解析についての様々な知見をいただきました。アルテアエンジニアリングの阿部様には、狭窄管メッシュの作成に際して様々なサポートをしていただきました。皆様に心より感謝いたします。

もちろんのこと、研究室の皆様にも大変感謝しています。博士課程の高本さんには、サーバー設定や研究内容への鋭い指摘・アドバイスなどで何かと助けていただきましたし、日頃からも面倒見よく何かと構っていただきました。ありがとうございました。

何かと幹事役であり夜更かし仲間の今泉君，M2の良心でありペースメーカーの榎間君，CADソフトの神でありボランティア精神の塊の島本君，早起き同盟であり共に締切ギリギリのやばさも分かち合った世古口君，圧倒的ハイスペックをもち「指数関数の進捗を産む男」の通り名を持つ中井君，永遠のジャンプ係であり何かと遊びに来てくれる中嶋くん，我々のファッションリーダーでありテーマソングメーカーの朝倉君，濃い同期たちのお陰で楽しい研究生生活を送ることができました。本当にありがとう。

その他の先輩・後輩も皆揃って賢く面白い人たちばかりでたくさんの刺激をもらいました。本当に居心地の良い研究室でした。ありがとうございました。

秘書の皆様には、書類申請や備品の手配等で、陰ながら厚くご支援賜りました。感謝申し上げます。

外部ではありますが、CMDLabの尹社長にも感謝申し上げます。流体構造連成解析のテーマを選んだのも、大学院への進学を決めたのも尹さんとの出会いがあったからこそであり、その後も流体力学を扱う楽しさ、流体解析で気をつけるべきことなどについて都度教えていただきました。CMDLabでのアルバイトにて得たスキルや考え方は研究を進める上で大いに役立つものばかりだったと振り返って思います。本当にありがとうございました。

他にもお世話になった方々やコミュニティ、もの、場所など、枚挙に暇がありませんが、最後に、学部のみならず大学院修了まで、経済的に、精神的に、いつも支えていただいた両親に感謝の意を表し、以上を謝辞とさせていただきます。

2017年2月

住吉谷淳

以上

p.1~p.87 完

平成 29 年 2 月 提出

指導教員 酒井 信介 教授

156208 住吉谷 淳