問題１－６　接触による応力分布

図 1 のようなスタンプ台にスタンプを押し付ける問題を考える。スタンプ台、スタンプともに材料は S45C とする。

本問題を図 2*a* のように、スタンプの部分を軸対称の等分布荷重の問題に置き換える。以下の問いに答えよ。

（１）本問題とヘルツの接触問題との比較を行う。ヘルツの接触理論では、スタンプを半径 r の球（正しくは表面を二次曲線と近似）と仮定し、接触面積が本問題と等しくなる r を手計算より導いた上で、変位分布・応力分布を比較し、その違いについて述べよ。

（２）降伏に対する評価を行え。降伏はどこからはじまるか。何故、そこから降伏が始まるのか、考察せよ（単に○○応力が高いからでは不十分、各応力成分に注目した考察を行うこと）。

（３）スタンプの押し付けを何度も行うとき、疲労（高サイクル疲労）はどこからはじまるのか？疲労が生じる臨界の P を求めよ。

次に、本問題を図 2*b* のように、スタンプとスタンプ台が一体になった問題に置き換える。以下の問いに答えよ。

（４）図 2*a* と図 2*b* の解析結果について、応力分布を比較せよ。何故違いが出るかについて述べよ。どちらがより現実の現象を模擬しているかという観点から考察せよ。

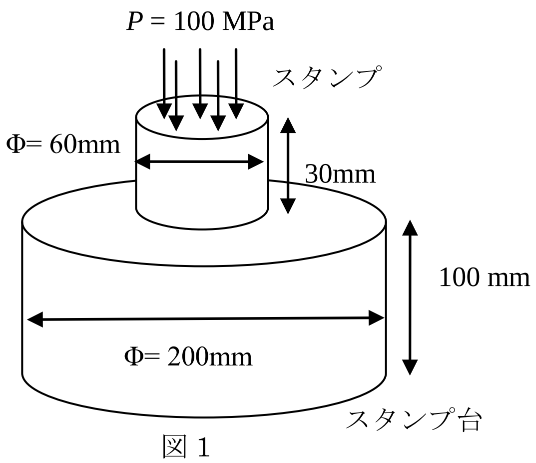


図 1

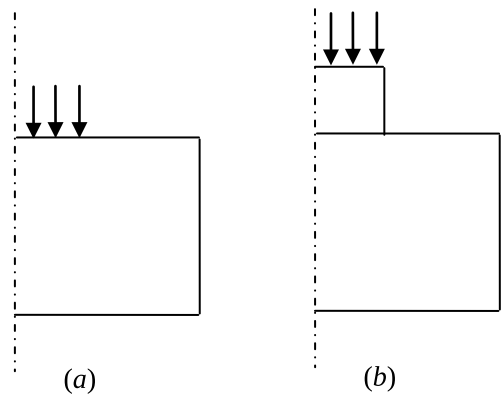
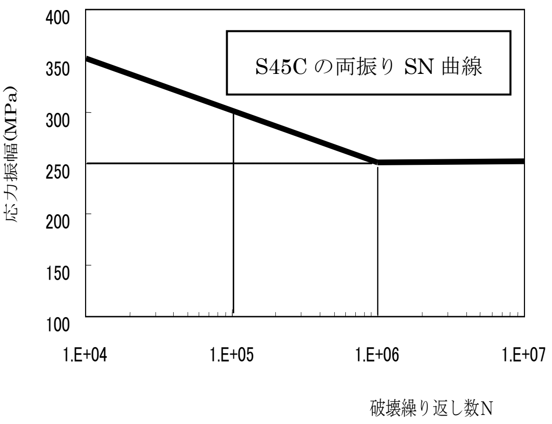


図 2

（５）＊　スタンプとスタンプ台間に接触要素を用い、図 2(*a*)のモデリングの妥当性を検討せよ。



ヤング率 E	ポアソン比	降伏応力 σ_Y	引張強さ σ_B
205 GPa	0.28	600 MPa	900 MPa

（略解）

（１）接触半径がおおよそ 30mm となる場合の球の曲率半径は 14400[mm]と計算できる。この接触半径を使って、深さ方向の応力分布を算出し、FEM と比べる。

応力の最大値は 1.5 倍異なるが、応力分布の傾向は似ている。

（２）（３）ミーゼス相当応力のピークは接触点より少し下にもぐったところ、第一主応力のピークは接触端

（４）一体化モデルは、端部で大きな応力集中が生じる。実際のスタンプでは生じない

参考資料）

平面（E_2, ν_2）と曲率半径 r_1 の球（E_1, ν_1）との Heltz 接触（押しつけ荷重 W）

接触半径：$a = \sqrt[3]{\dfrac{3Wr_1}{2E'}}$，　弾性近接量：$\delta = \left(\dfrac{9}{4}\dfrac{W^2 r_1}{E'^2}\right)^{1/3}$，　最大接触圧力：$p_0 = 1.5\dfrac{W}{\pi a^2}$

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2}\left(\frac{1-\nu_1{}^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2{}^2}{E_2}\right)$$

深さ方向（z 方向）の応力分布

$$\frac{\sigma_r}{p_0} = -(1+\nu)\left\{1 - \frac{z}{a}\tan^{-1}\left(\frac{a}{z}\right)\right\} + \frac{1}{2}\left(1+\frac{z^2}{a^2}\right)^{-1}$$

$$\frac{\sigma_z}{p_0} = -\left(1+\frac{z^2}{a^2}\right)^{-1}$$

表面上（r 方向、z=0）、$r \leqq a$

$$\frac{\sigma_r}{p_0} = \frac{(1-2\nu)}{3}\left(\frac{a^2}{r^2}\right)\left\{1-\left(1-\frac{r^2}{a^2}\right)^{3/2}\right\} - \sqrt{1-\frac{r^2}{a^2}}$$

$$\frac{\sigma_\theta}{p_0} = -\frac{(1-2\nu)}{3}\left(\frac{a^2}{r^2}\right)\left\{1-\left(1-\frac{r^2}{a^2}\right)^{3/2}\right\} - 2\nu\sqrt{1-\frac{r^2}{a^2}}$$

$$\frac{\sigma_z}{p_0} = -\sqrt{1-\frac{r^2}{a^2}}$$

表面上（r 方向、z=0）、$r>a$

$$\frac{\sigma_r}{p_0} = -\frac{\sigma_\theta}{p_0} = \frac{(1-2\nu)}{3}\left(\frac{a^2}{r^2}\right)$$

$$\frac{\sigma_z}{p_0} = 0$$