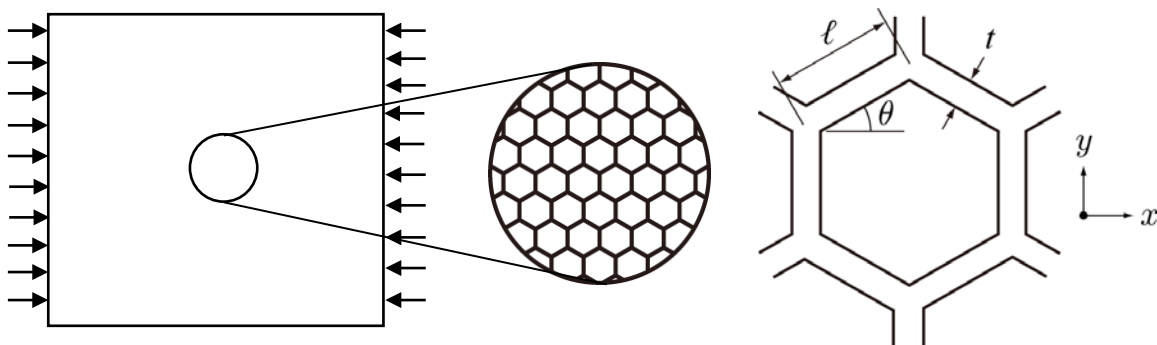


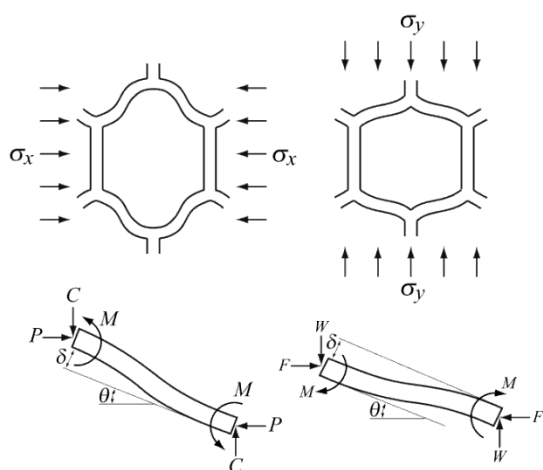
問題 2-4 ハニカム構造

ハニカム構造とは、平面上にセル壁がマイクロ形状を成して周期的に配列する構造であり、例えば、下図のようにセル形状が六角形の場合を六方セル構造と呼ぶ。本課題では、有限要素法を用いてハニカム構造の力学特性を求めたい。ただし、セル材料はアルミニウム合金とし、セル壁の長さを ℓ 、断面を $t \times b$ として以下の問いに答えよ。



x 軸方向もしくは y 軸方向に単軸圧縮を受ける六方セル構造の微小線形解析を行いたい。このとき、有限のセルサイズに対して、六方セル構造のみかけのヤング率 E_x および E_y を求めよ。ただし、 $\ell=5.58$ [mm], $t=1$ [mm], $b=1$ [mm], $\theta=30^\circ$, およびアルミ材のヤング率を $E_s^*=70$ [GPa]、ポアソン比を 0.3 とする。

- (1) 周期的に配列したセル壁は軸力による変形は無視でき、また、面外方向(z 軸方向)には変形しないと仮定する。このとき、六方セル構造のみかけのヤング率 E_x および E_y を材料力学のたわみの式を用いて求めよ(下図を参考にして導出過程を明記すること)。そして、課題(1)で得られた有限セルサイズの数値解析解と比較してオーダーエスティメーションを行い、考察せよ。



<六方セル構造のみかけのヤング率 E_x の導出>

モーメント M と圧縮力 P の関係は

$$M = \boxed{} \times P$$

となる。ただし、 P は σ_x を用いて以下のように表される。

$$P = \boxed{} \times \sigma_x$$

はりの曲げの公式より、たわみ δ は以下となる。

$$\delta = \frac{P \ell^3 \sin \theta}{\boxed{} E_s^* I}, \quad I = \frac{b t^3}{12} : \text{断面 2 次モーメント}$$

よって、 x 軸方向のひずみ ϵ_x は、

$$\varepsilon_x = \frac{\delta \sin \theta}{\ell \cos \theta} = \boxed{}$$

したがって、求めるヤング率 $E_x = \sigma_x / \varepsilon_x$ は、

$$\frac{E_x}{E_s^*} = \boxed{} \times \left(\frac{t}{\ell}\right)^3$$

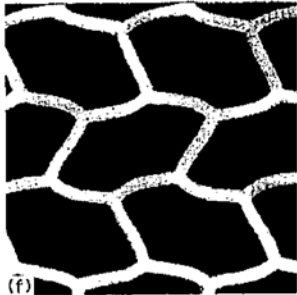
<六方セル構造のみかけのヤング率 E_y の導出>

ヤング率 E_x の導出を参考にして、以下に得られるヤング率 E_y の導出過程を記述する。

$$\frac{E_y}{E_s^*} = \left(\frac{t}{\ell}\right)^3 \frac{(1 + \sin \theta)}{\cos^3 \theta}$$

ただし、 θ は初期配置におけるはりの傾き角度である。

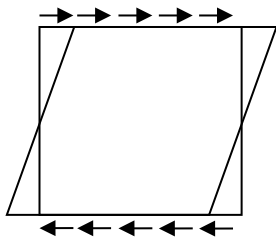
- (2) y 軸方向に圧縮を受ける六方セル構造をさらに変形させる場合を考える。このとき、圧縮応力の増加に伴い、垂直方向に並んだセル壁がそれぞれオイラー座屈する弾性変形モード(座屈モード)と、セル壁内部で降伏して塑性変形が進行するモード(塑性モード)の2つの変形パターンが予想される。座屈モードの判定式を以下で与えたとき、(1)と同じ形状の六方セル構造はどちらのモードが先に起こるかを議論せよ。ただし、アルミニウム合金は0.2%耐力で降伏するものとする。



※座屈モードの判定式：

$$P_{\text{crit}} = \frac{(0.686)^2 \pi^2 E_s^* I}{\ell^2}$$

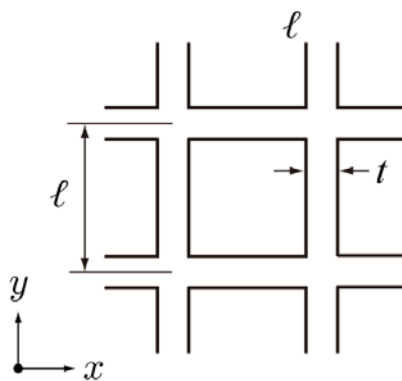
- (3) 下図のように六方セル構造にせん断力を与えたときの微小変形解析を行いたい。このとき、与えられた解析モデルを用いて六方セル構造のみかけのせん断剛性 G_{xy} を求めよ。ただし、セル壁の材料特性は(1)と同様とする。また、以下の周期セルにおける理論解と比較して、オーダーエスティメーションを行うこと。



周期セルの場合、材料力学のたわみの式からハニカム構造のみかけのせん断剛性は以下のようになる。

$$\frac{G_{xy}}{E_s^*} = \left(\frac{t}{\ell}\right)^3 \frac{1 + \sin \theta}{3 \cos \theta}$$

- (4) セル壁が正形状に周期的に配列した構造を正方セル構造と呼ぶ。上記の課題と同様に正方セル構造の材料特性（みかけのヤング率 E_x , E_y 、せん断剛性 G_{xy} ）を計算せよ。そして、六方セル構造と正方セル構造の材料特性の違いを考察し、各セル構造の利点・欠点を議論せよ（異方性等）。



(略解)

(1) 本問題は周期構造のため、周期境界条件を課したハニカム構造のモデルを作成することが望ましい。ソルバが対応していない場合 4×3 セル程度のモデルを作成して変形させる解析を行う。

解析結果は(2)で求める値と近い値になるはずである。

(2) の公式では、x 軸方向圧縮および y 軸方向圧縮ともにみかけのヤング率は以下のようになる。

$$\frac{E_x}{E_s} = \frac{E_y}{E_s} = 2.3094 \left(\frac{t}{\ell} \right)^3 = 2.3094 / (5.58)^3 = 0.013292... \approx 0.0133$$

よって、周期アルミハニカム材のみかけのヤング率は $0.0133 \times 70 = 0.9304 [\text{GPa}]$

(3)

六方セル構造の単軸圧縮下における大変形は大きく 2 つに分けられる。

セル壁の厚さが小さい場合、垂直方向のセル壁が座屈する。セル壁の厚さが大きい場合は、セル壁は塑性ヒンジとなり、塑性変形領域から脆性破壊が進行する。

(4)

<たわみの式を用いた公式>

$$\frac{G_{xy}}{E_s} = \left(\frac{t}{\ell} \right)^3 \frac{1 + \sin \theta}{3 \cos \theta} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{t}{\ell} \right)^3 = 0.58 \left(\frac{t}{\ell} \right)^3 \approx 0.0033383$$

周期アルミハニカム材のみかけのせん断剛性は $0.0033383 \times 70 = 233.68 [\text{MPa}]$

(5)

・六方ハニカム

$$E_y = 1/7.264 \text{E-}04 = 1376.387118 \approx 1.3764 [\text{GPa}]$$

$$G_{xy} = \tau / \gamma = 1 \div 4.239468565 \text{E-}03 \approx 235.8786213 [\text{MPa}]$$

$$E_y / G_{xy} = 1.3764 / 0.2359 = 5.83467571 \approx 5.8$$

・正方ハニカム

$$E_y = 1.33333 / 6.1470 \text{E-}03 = 1376.387118 \approx 16.27 [\text{GPa}]$$

$$G_{xy} = \tau / \gamma = 0.1792 \div 6.90457 \text{E-}04 \approx 259.5382 [\text{MPa}]$$

$$E_y / G_{xy} = 16.27 / 0.2595 = 62.6975 \approx 62.7$$

正方ハニカムのヤング率とせん断剛性の比は、六方ハニカムと比べて大きい。圧縮のみがかかる場合、正方ハニカムを用いるのが良いが、せん断力を考慮した場合、六方ハニカムの方が安全である。