問題1-1 金属材料の引張試験の解析

材料の弾性的性質や強度を知るためには、図1のような引張の標準試験片が用いられる。 図2はS25Cの荷重と変位の実験結果である。荷重は試験機のロードセルから、変位はリニ アゲージにより試験片の標点間距離(75mm)の変化を求めた。

(1)図2の荷重一変位曲線より公称応力一公称ひずみ曲線を作成し、ヤング率を求めよ。

(2)(1)で求めたヤング率とポアソン比(0.26と仮定)を用いて、図1の形状の引張試 験片について有限要素法による弾性解析を行え。境界条件について最低 2 つ以上の種類を 検討せよ。



図2 荷重一変位曲線

(3)(2)において、本試験片の降伏がはじまると予測される位置と、全断面降伏(破断) が生じる位置について考察せよ。

(4) 次に、弾塑性解析を行うために、(1) で求めた公称応力一公称ひずみ曲線を真応力 一真ひずみ曲線に変換せよ。

(5)(4)で求めた真応力一真ひずみ曲線より弾塑性解析を行い、塑性不安定(くびれが 生じる状態)となるひずみを求めよ。

※引っ張り試験の動画は以下のサイトで見ることができる。

http://www.youtube.com/IZUMILAB 内)

略解)



(1) 公称ひずみー公称応力曲線と真ひずみー真応力曲線を示す。

ヤング率は

324MPa/0.00160846×1000=201.6GPa

(2)

境界条件は対称性を利用したもの、剛体変位を拘束したもの等

(3)

Rの部分が応力集中点となるが、実際は細い部分で塑性崩壊するが、実際は加工のバラツ キなどによって、どこで切れるかわからない場合もある。

(4)

弾塑性解析は、真応力ー真ひずみ曲線を使用する。これは、塑性変形の解析が増分形式で 行われ、変形後の形状の応力、ひずみが必要なのと、公称ひずみは加算不可能で、真ひず みは加算可能であるため。

問題1-2 L型ラーメン

図1に示すような、高さ*h*、長さ*l*で、断面の幅が*a*、高さ*b*のL型ラーメンの下端を固定し、先端に100Nの集中荷重を作用させるとき以下の(1)~(6)について検討すること。ただし、*h*=300mm、*l*=100mm、*a*=10mm、*b*=10mmとし、ヤング率は208GPa、ポアソン比は0.3とする。



図1 L型ラーメン

図2 下端を2点で拘束したモデリング

(1) A-A 断面に生じる軸方向応力分布, せん断応力分布について, 有限要素法の結果と 材料力学の結果を比較せよ。

(2) B-B 断面に生じる軸方向応力分布について、有限要素法の結果と材料力学の結果を比較せよ。

(3)荷重作用点での荷重作用方向への変位量について、有限要素法の結果と材料力学の 結果を比較せよ。

(4) 内側の角点に生じる応力は分割数を細かくすればするほど、大きくなることを確認 せよ。

(5)フィレットを設けて分割数を細かくすると、最大・最小の応力の値は収束すること を確認せよ。また、フィレットを大きくすることで応力緩和となることを確認せよ。

(6)角部やフィレットにより、応力分布が材料力学の解から差が生じる領域は小さいこ とを確認せよ。

問題1-3 配管のバースト圧力

配管のその呼び径とスケジュール番号に応じて肉厚が決められている。これを有限要素 法によって検証する。材料は、STPG370-Sとする。使用温度(300℃)における応力ーひず み曲線を図1に示す。ヤング率は184GPa, ポアソン比は0.3である。内圧は3.5MPaとする。



- (1) 呼び径 40A(直径 48.6mm)の配管の肉厚をスケジュール表から設定し、有限要素 法による弾性解析を行い、安全裕度を許容応力の面から検証せよ。ただし、許容応力 は以下の式で設定されるものとする。 $\sigma_a = \min\left(\frac{\sigma_Y}{1.5}, \frac{\sigma_B}{4}\right)$
- (2) 呼び径 100A(直径 114.3mm)の配管の肉厚をスケジュール表から設定し、有限要素法による弾性解析を行い、1)と同様に安全裕度について検討し、比較せよ。
- (3) 図1の応力ーひずみ曲線を弾完全塑性体と近似し、40A,100Aにおいて全断面降伏 に至る内圧を求めよ。
- (4) 図1の応力ーひずみ曲線を図2のような二直線近似で近似し、臨界内圧を求める ことを考える。ただし、臨界内圧は、図3のように、配管の内圧と膨張量の曲線の勾 配が二倍になる点とせよ。
- (5) *図1の応力ーひずみ曲線を使い、塑性不安定解析を行い、臨界内圧を求めよ。



以下参考資料)

※配管スケジュール番号方式は、使用圧力 P と 許容応力 S によって肉厚体系を表示する もので、以下の式によって表すことが出来る。

スケジュール番号 (Sch) = (P/S) ×1000

P:設計圧力 MPa

S:設計温度におけるパイプ材料の許容応力 MPa

この計算式を用いれば、使用すべきスケジュール番号を知ることが出来る。例えば、パイ プに STPG370-S を使用し、設計温度を 250°C、圧力 P を 35kg/cm²とすると、JIS から、S= 9.5kg/mm²なので、上記スケジュール番号の計算式に当てはめると、スケジュール番号 (Sch) = $(35 \div 9.5) \times 10 \Rightarrow 37$ となり、Sch40 のパイプを使用する必要があることが分かる。

肉厚の式は、理論的には D を外径として、

t=DP/2S

となるが、腐食代、ねじ代、製造許容差の 12.5%を考慮して以下の式で与えられる t=(DP/1.75S)+2.54 略解)

(1)

スケジュール番号 40 の配管(内径 41.2mm,外径 48.6mm,板厚 3.7mm)についての解析を 行う。

軸方向長さ200の1/2モデルを作成した.解析条件は以下の通りである.

- ・要素の種類:solid186(三次元六面体二次要素)ANSYS11.0
- ・要素サイズ:厚さ方向を4層,周方向を80分割,軸方向を10分割した.

メッシュの様子は下図のようになっている.



・材料特性:ヤング率 184GPa,ポアソン比 0.3 の等方弾性体

・解析の種類:大変形

- ・境界条件: z=0の面全体を z 方向拘束, z=0の面のうち一番下の節点のみ x,y 方向も拘束
- ・荷重条件: z=100の面に軸方向応力,円筒内側の面に内圧をかける

荷重の値は

内圧 : 3.5[*MPa*] 軸方向応力: <u>3.5×20.6</u> = 9.743[*MPa*]

円筒の最大主応力の平均は(21.397+17.89)÷2=19.643[MPa]であり、理論解 9.743×2=19.486[MPa]とほぼ一致する。STPG370-Sの降伏応力は251MPa,引張強さは469MPaなので、規格で定められた許容応力は,min(251/1.5,469/4)=117.25[MPa]よって、内圧を負荷した際に発生する周方向応力は、許容応力に対して117.25÷19.643=5.97倍の安全裕度を有しているといえる.

(2)

100A は内径 102.3mm, 外径 114.3mm, 板厚 6.0mm

最大主応力の平均は(31.726+28.211)÷2=29.968[MPa]となり、理論解 14.918×2=29.836[MPa] と一致する。内圧を負荷した際に発生する周方向応力は,許容応力に対して 117.25÷ 29.968=3.91 倍の安全裕度を有しているといえる.

(3)

(1)40A について

サブステップ毎に 0.4MPa ずつ内圧を増していき,解が発散する直前の平衡点を全断面降伏 とした.

結果,内圧が37.6MPaで全断面降伏した.

最大主応力の平均が降伏応力に達するときの内圧の理論解を x[MPa]とすると, x×20.6÷ 3.7=200 より, x=35.92 と求まる. 全断面降伏はこれより若干大きい値になるので, FEM の 結果は妥当だと言える.

(2)100A について

内圧が 25.2MPa で全断面降伏した.最大主応力の平均が降伏応力に達するときの内圧の理論解を x[MPa]とすると, $x \times 51.15 \div 6.0=200$ より,x=23.46と求まる.全断面降伏はこれより若干大きい値になるので,FEM の結果は妥当だと言える.

(4)

(1)40A について

サブステップ毎に 1MPa ずつ内圧を増していき,板の外側と内側のひずみ,および外部の勾 配を2倍にした直線をプロットした交点より,約40[MPa]が臨界内圧と求まる.

(2)100A について

同様の手法で約27[MPa]が臨界内圧と求まる.

(5)

(1)40A について

サブステップ毎に少しずつ内圧を増していき,解が発散する直前の平衡点を臨界内圧とした. 結果,内圧が 59MPa になったところで発散した.

(2)100A について

内圧が40MPaになったところで発散した

問題1-4 圧力容器の胴径変化部(レジューサ)

内圧 P=10MPa を受ける圧力容器の胴径変化部(レジューサ)について、解析・評価にも とづいて設計を行う(参照図)。材料は SB450 とする。ただし、モデル化の範囲は図で示し た部分のみとする。

(1) 図1に示す形状について検討する。T₁=30mm, T₂=15mm, L₁=350mm, L₂=175mm とする。エンドフォース F_p は各自見積もること。

(1-1) 薄肉円筒の式を用いて大径円筒胴および小径円筒胴部のオーダーエスティメー ションを行え。本設計は、強度上妥当な設計といえるか?

(1-2)モデル化の範囲について L_2 は $L_2=3\sqrt{R_2T_2}$ を目安に決定されているが、これは妥当な長さと言えるか考察せよ(特別に有限要素法解析を行う必要はない)。

(1-3)降伏(静的強度)の評価を行え

(1-4) 内圧の負荷と除荷が繰り返されるとき、疲労の評価を行え。

 (2) *次に図2のように、小径端部の円筒胴に、外面勾配=1/x のテーパ付き円筒胴を 設け、大径端部の円すい胴に、内半径 r で板厚が円すい胴と同じT₁の円環胴(ナック ル)を設ける。降伏強度と疲労強度の両方を満足するためのrとxの設計を行え。テー パとナックルを設けることにより、図1の形状の結果からの変化について考察を行う こと。(ヒント x=4, r=30, 100mm で試してみよ)





図1 ナックルなしレジューサ







ヤング率 E	ポアソン比	降伏応力 σ_Y	引張強さ σ_B
205 GPa	0.3	250 MPa	450 MPa

SB450 の物性値

略解)

解析ソフトウェアは Easy-σ

(1)

エンドフォースは $F_p = \pi \times 225 \times 225 \times 10 = 15896.25$ N

これを断面積で割って、σ_P=72.58MPaの分布荷重を上端にかける。

(1-1)

周方向応力と半径方向変位を見積もる

大径円筒胴: σ_{θ} =PR₁/T₁=10*450/30=150 Mpa δ =PR₁² (1-v/2) /ET₁=0.27mm 小径円筒胴: σ_{θ} =PR₂/T₂=10*225/15=150 Mpa δ =PR₂² (1-v/2) /ET₂=0.135mm いずれも、降伏応力を下回る。

(1-2)

一般部では構造不連続の影響はほとんどなくなり、応力、変位とも一般部の理論解に等しいほどにほぼ一様な状態にあることから妥当な長さといえる。

(1-3)

上部は、降伏応力、疲労限度とほぼ同程度、下部は、静的強度、疲労強度共に不十分

(2)

上部テーパ部は、テーパが x=45/11=4 で条件を満たす。x=3 でも条件を満たす。 下部大径端部 R=100 程度必要

問題1-5 圧力容器支持構造(スカート)

参照図に示すような圧力容器支持構造(スカート)の取付部について、(A)内圧 P=6.25MPa を受ける場合と、(B)垂直方向地震加速度 0.3G を受ける場合に対して、解析・評価にもと づいて設計を行う。材料は SB450 とする。ただし、モデル化の範囲は図で示した部分のみ とする。

- (A)の内圧 P=6.25MPa を受ける場合を考える。
- (1) 図 1(a)に示す r がない形状について検討する。T₁=50mm, T₂=25mm, L₁=735mm とする。エンドフォース F_p は各自見積もること。

(1-1) 薄肉円筒の式を用いて円筒胴および球形鏡板のオーダーエスティメーションを 行え。本設計は、強度上妥当な設計といえるか?

(1-2) モデル化の範囲について L_1 は $L_1=3\sqrt{R_1T_1}$ を目安に決定されているが、これは妥当な長さと言えるか考察せよ(有限要素法解析を行い必要はない)。

- (1-3)降伏(静的強度)の評価を行え
- (1-4) 内圧の負荷と除荷が繰り返されるとき、疲労の評価を行え。
- (2) *次に図1(b)のように、スカート取り付け部に隅半径 r=10 mm を設ける。降伏および疲労の条件を満たすか?

次に、(B)の垂直方向地震加速度 0.3G を受ける場合を考える。内圧は無視してよい。地震荷 重を見積もるときに、図1のモデル化範囲の構造部分の重量に加えて、モデル化上端から 上部にある圧力容器構造部分の重量として W=77×10³ kg を考慮する。

(3) *スカート取付部から $3\sqrt{R_3T_3}$ 以上離れた円筒スカートの一般部における圧縮応

力 σ_cを求め、軸方向圧縮荷重を受ける円筒胴の許容座屈応力 σ_{B,a}を次式により計算し、 地震時のスカートの座屈強度を評価せよ。

a =	$0.3ET_3$
0 _{В, а}	$D\left(1+\frac{0.004E}{2}\right)$
	$\mathcal{D}_m \left(\begin{array}{c} \mathbf{r} \\ \mathbf{r} \\ \mathbf{r} \\ \mathbf{r} \\ \mathbf{r} \end{array} \right)$

(Donnell の実験式に基づく JIS B8267 の設計式)

D_m: 円筒スカートの平均直径、E:ヤング率、σ_v:降伏応力





(1)

エンドフォースは $F_p = \pi \times 1200 \times 6.25 = 28260000$ N

これを断面積で割って、σ_P=73.5MPaの分布荷重を上端にかける。

※材料力学の式からは σ_P=75MPa であるが、これは厚みを考慮していない。ただし、近似的 に 75MPa でも構わない。

(1-1) 材料力学から見つもる

(周方向応力)

(半径方向変位)

円筒胴: σ_{θ} =PR₁/T₁=6.25*1200/50=150Mpa δ =PR₁² (1-v/2) /ET₁=0.745mm

球形鏡板:σ_θ=PR₂/T₂=6.25*1200/25/2=150 Mpa

 δ =PR₁² (1-v/2) /ET₁=0.745mm δ =PR₂² (1-v) /2ET₂=0.615mm

いずれも、降伏応力を下回る。

(1-2)

ー般部では構造不連続の影響はほとんどなくなり、応力、変位とも一般部の理論解に等し いほどにほぼ一様な状態にあることから妥当な長さといえる。

(1-3)(1-4)

上端の荷重、-73.5MPa (手計算により求める)、上部のモデリングは十分に長いか、下部 に影響を及ぼしていないかチェックする。

接合部の下部の角点は応力が非常に高くなり、静的強度、疲労強度が不十分

(2)

R(=10mm)をつけると応力集中が回避される

(3)

自重を入れた。ただし、重力加速度を 1.3 倍にした。1.0E-04 (N/mm³)の比重を入力する。 上側からの荷重を分布荷重にすると 2.55 MPa となる。下部の応力の圧縮応力は-16.5 MPa で、 許容座屈荷重 (-71.8 MPa) より小さく、十分に安全といえる。

問題1-6 接触による応力分布

図 1 のようなスタンプ台にスタンプを押し付ける問題を考える。スタンプ台、スタンプ ともに材料は S45C とする。

本問題を図 2a のように、スタンプの部分を軸対称の等分布荷重の問題に置き換える。以下の問いに答えよ。

(1)本問題とヘルツの接触問題との比較を行う。ヘルツの接触理論では、スタンプを半径 rの球(正しくは表面を二次曲線と近似)と仮定し、接触面積が本問題と等しくなる rを 手計算より導いた上で、変位分布・応力分布を比較し、その違いについて述べよ。

(2)降伏に対する評価を行え。降伏はどこからはじまるか。何故、そこから降伏が始ま るのか、考察せよ(単にoo応力が高いからでは不十分、各応力成分に注目した考察を行う こと)。

(3) スタンプの押し付けを何度も行うとき、疲労(高サイクル疲労)はどこからはじま るのか?疲労が生じる臨界のPを求めよ。

次に、本問題を図 2b のように、スタンプとスタンプ台が一体になった問題に置き換える。 以下の問いに答えよ。

(4)図 2a と図 2b の解析結果について、応力分布を比較せよ。何故違いが出るかについて述べよ。どちらがより現実の現象を模擬しているかという観点から考察せよ。



(5) * スタンプとスタンプ台間に接触要素を用い、図 2(*a*)のモデリングの妥当性を検討せよ。



ヤング率 E	ポアソン比	降伏応力 σ_Y	引張強さ σ_B
205 GPa	0.28	600 MPa	900 MPa

破壊繰り返し数N

(1)接触半径がおおよそ 30mm となる場合の球の曲率半径は 14400[mm]と計算できる。 この接触半径を使って、深さ方向の応力分布を算出し、FEM と比べる。

応力の最大値は 1.5 倍異なるが、応力分布の傾向は似ている。

(2)(3) ミーゼス相当応力のピークは接触点より少し下にもぐったところ、第一主応 力のピークは接触端

(4) 一体化モデルは、端部で大きな応力集中が生じる。実際のスタンプでは生じない

参考資料)

平面 (*E*₂, *v*₂) と曲率半径 *r*₁の球 (*E*₁, *v*₁) との Heltz 接触 (押しつけ荷重 W)

接触半径:
$$a = \sqrt[3]{\frac{3Wr_1}{2E'}}$$
, 弾性近接量: $\delta = \left(\frac{9}{4}\frac{W^2r_1}{E'^2}\right)^{1/3}$, 最大接触圧力: $p_0 = 1.5\frac{W}{\pi a^2}$
$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2}\left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2}\right)$$

深さ方向(z方向)の応力分布

$$\begin{split} \frac{\sigma_r}{p_0} &= -(1+\nu) \left\{ 1 - \frac{z}{a} \tan^{-1} \left(\frac{a}{z} \right) \right\} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z^2}{a^2} \right)^{-1} \\ \frac{\sigma_z}{p_0} &= -\left(1 + \frac{z^2}{a^2} \right)^{-1} \\ \bar{\mathcal{R}} \bar{\mathrm{m}} \vdash (r \, \mathcal{T} \bar{\mathrm{m}} \bar{\mathrm{n}}, z = 0), r \leq a \\ \frac{\sigma_r}{p_0} &= \frac{(1-2\nu)}{3} \left(\frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^{3/2} \right\} - \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \\ \frac{\sigma_\theta}{p_0} &= -\frac{(1-2\nu)}{3} \left(\frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^{3/2} \right\} - 2\nu \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \\ \frac{\sigma_z}{p_0} &= -\sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \\ \bar{\mathcal{R}} \bar{\mathrm{m}} \vdash (r \, \mathcal{T} \bar{\mathrm{m}}, z = 0), r > a \\ \frac{\sigma_r}{p_0} &= -\frac{\sigma_\theta}{p_0} = \frac{(1-2\nu)}{3} \left(\frac{a^2}{r^2} \right) \\ \frac{\sigma_z}{p_0} &= 0 \end{split}$$

問題1-7 内圧と外圧を受ける切り欠きつき円筒

図 1*a* のような半径 *r*, 厚さδの厚肉の円筒を考える。ただし、長さ方向(紙面垂直方向)は 平面応力状態と仮定できるとする。材料は SS400 とする。ヤング率は 205GPa、ポアソン比 は 0.3、降伏応力は 300MPa、引張り強さは 400MPa である。SN 線図は図 2 に示す。

- (1) 内圧が 20MPa のケースの解析を行い、結果のオーダーエスティメーション(変位と 応力)及びメッシュサイズの評価を行え。
- (2) 上記(1)のケースについて、降伏の評価を行え。
- (3) 上記(1)のケースにおいて、圧力が負荷、除荷(圧力ゼロ)を繰り返す時の疲労 の評価を行え。
- (4) 図 1bのように、内面に深さ h、幅 wのU 溝を4つ設ける。この厚肉円筒容器に内 圧 20MPa がかかる場合と、外圧 20MPa がかかる場合、それぞれの降伏・疲労強度 (疲労限度)の評価を行え。図2のSN線図を使え。また、本問題では、材料を延 性材料としたが、セラミックスのような脆性材料の場合、内圧と外圧に対して、ど のような現象の違いが出るか考察せよ。





図2 両振り SN 曲線 (SS400)

有限要素法の結果は薄肉円筒の式とほぼ一致する。

Pa Pb k=b/a R=r/a b а 75 1.5 R=1 内側 R=k 外側 10 10 50 $\sigma r (R=1)$ -10 0 Е ν r r 50 0.26 205000 75 $\sigma r (R=k)$ 0 -10 $\sigma \theta$ (R=1) $\sigma \theta$ (R=k) 26 -36 -26 16 -2.02927E-05 4.56585E-05 平面応力 εz 0.00697561 -0.008780488 0.005853659 -0.008560976 u (R=1) u (R=k)

(2)(3)降伏、疲労共に起こらない

(4) 内圧を受ける場合、疲労が問題になる。

問題1-8 タワーのリフティングラグ

図のような 20t (200kN) のタワーを吊り上げるために、タワーに取り付けるリフティンラ グを設計する



リフティングラグは下図左のような寸法(tは厚さ)である。下部はタワーに溶接されている。力の伝達はピンで行われるが、荷重の境界条件としては、下図右のような、値に傾斜をつけた分布荷重で表現せよ。また、下部 10mm の部分は溶接部で別途補強されているため、評価から除外せよ。





引張り時の傾斜境界条件の与え方。 ①で分布荷重0、②で1になるように、線形の分布荷重を与える。ト ータルの荷重は計算して見積もる。 F=4rPt/π となるはず。

ただし材料は SS400 とする。θ はタワーを持ち上げる過程で、90°から 0°まで変化する。 (1) θ が 90°の場合、解析を行い、解析メッシュの評価とオーダーエスティメーション を行え。

- (2) 0が0,45,90°のときの解析を行い、いつが一番応力が高くなるか、その理由ととも に述べよ。
- (3) 本リフティングラグは降伏応力に達することなく、何tまで持ち上げることができるか?
- (4) 本リフティングラグは、20tのタワーを複数回持ち上げるために使用することが妥当か?疲労の評価を行え。
- (5) *Mises 相当応力を現在のモデル以下に抑えつつ、リフティングラグを 20% 軽量化 したい。設計指針を立てよ。ただし、r, t, h は固定である。H, b, L や形状は変えて構わ ない。

材料	ヤング率 E	ポアソン比	降伏応力 σ_Y	引張強さ σ_B	疲労強度
SS400	205[GPa]	0.3	300[MPa]	400[MPa]	下記 SN 曲線を参照



- 1) 2) 90°の場合が曲げの効果が一番大きくなるため応力が高くなる。オーダーエスティ メーションは 90°の場合は片持ちはりの式で行うとおおよそ一致する。
- 3) 4) 現状の設計だと降伏応力は超えないが、疲労は十分ではない。
- 5) 応力がかかっていない部分を削る。実際の製品参照

問題1-9 外圧を受ける配管(トンネル)

図のような外圧を受ける配管の中に、斜線の領域のような、さらに小さなチューブを通す スペースを確保する。初期設計として円形断面とアーチ型断面を考える。 外圧は 1MPa とする。材料は SS400 とする。



- (1) 両モデルについて、解析メッシュサイズの評価、解析結果のオーダーエスティメ ーションを行え(薄肉円筒の値と比較せよ)。
- (2) 円形断面とアーチ型断面の応力の違いについて考察せよ。
- (3) 配管は静的強度(降伏応力)に対して、どの程度安全裕度があるかを求めよ。
- (4) 配管の疲労強度に対して、どの程度安全裕度があるかを求めよ。
- (5) *円形断面では無駄な部分が多すぎ、アーチ型では応力が高すぎる。断面積を、 アーチ型の断面積より同じか小さくしつつ、応力を最小にするためにはどのような断 面形状が最適かを設計せよ。ただし、前述のように図の斜線部分は設計を変えてはい けない。板厚tも変えてはいけない。

材料	ヤング率 E	ポアソン比	降伏応力 σ_Y	引張強さ σ_B	疲労強度
SS400	205[GPa]	0.3	300[MPa]	400[MPa]	下記 SN 曲線を参照



破壊繰り返し数N

 $(1) \sim (4)$

薄肉円筒の式により、円形は σ_{θ} =-Pr/t=1.0*5.0/0.5=10MPa ※機械工学便覧 α 3 -p. 64 解 析とよく一致する。

アーチ型は等分布荷重の単純支持 or 固定支持はりと比較する。単純支持と固定支持の間 程度になる。

降伏に対しては、アーチ型の特異点を除けば OK。

疲労に関しては、円形型は圧縮応力のため疲労は生じない。アーチ型は、ほとんど安全 裕度はない。繰り返し使うべきではない。

(5) 馬蹄形が一つの解

問題1-10 圧力容器の構造最適化

下図のような円筒状の圧力容器の設計を行う。内圧は P=10MPa とする。材料は SB450 とせよ。

- (1) 解析メッシュサイズの評価と解析結果のオーダーエスティメーションを行え。評価は半球形鏡部と円筒胴部について、内圧を受ける薄肉円筒・球の式を用いて行え。
- (2) 降伏応力に達する臨界圧力を求めよ。
- (3) 内圧の負荷が繰り返し行われるとき、疲労破壊が生じる臨界圧力を求めよ。
- (4) *Mises 相当応力の最大値が現在の値以下におさめながら、圧力容器を可能な限り 軽量化したい。最適形状を、材料力学的観点から結果を考察せよ。ただし、図中斜線 部の形状および内容積の形状は変えないものとする。板厚(局所的に変えても良い) は変更可能とする。何%軽量化されたかを示すこと。



材料	ヤング率 E	ポアソン比	降伏応力 σ_Y	引張強さ σ_B	疲労強度
SB450	205[GPa]	0.3	250[MPa]	450[MPa]	下記 SN 曲線を参照





 $(1) \sim (3)$

オーダーエスティメーションは薄肉円筒と薄肉球殻の式を使う。

円筒: σ_θ=-Pr/t ※機械工学便覧α3-p.64 (r:内径、t厚さ)

変位 (1-v/2)*a²/t*P/E (a は内径)=0.466

球殻: σ=(0, σt, σt) ※機械工学便覧 α 3 - p. 68 で σt=Pr/2t (r:内径、t 厚さ)

変位 σ*a*(1-v)/E (a は内径)=0.192

下部の円筒部では 750*10/50=150 MPa 程度

球形鏡部では、750/*1050/2=75MPa 程度 となりFEMとほぼ一致する

降伏に関しては余裕があるが、疲労に関しては余裕がない。

(4) 材料力学の式に基づいて、応力を見積もり、大体の厚さを決める

問題1-11 内圧を受けるトロイダルシェル

鉛直軸のまわりに円を回転して得られる輪環面(ドーナツ形)形状は、サークライン蛍 光灯、浮き袋、原子炉格納容器圧力プール室、円環形ベンチなどにみられる。

図1に示す円形断面のトロイダルシェル(完全円環かく)が内圧を受ける場合について 構造特性を調べる。材料は低合金鋼で、ヤング率は200GPa, ポアソン比0.3、降伏応力300MPa, 引張強さ600MPaである。

(1) 次に実構造を模擬し、以下の条件に対して解析を行う。

P=1MPa, R=5000mm, r=1500mm, t=30mm (R/r=10/3=3.3, t/r=0.02)

トロイダルシェルと薄肉円筒の力学的な違いは何かについて考察する。具体的には、変形 図、子午線方向応力σ_φと周方向応力σ_φの応力分布図の定量値・定性値について考察せよ。

(2) 塑性崩壊強度について評価し、最大許容圧力 Pa, max を検討せよ。

(3)*(2)のトロイダルシェルの断面形状を、正方形に置き換える。また、図2のよう に、角部には適当な曲率をつけて角部での応力集中は回避する。変形特性、応力特性と最 大応力について円形断面の場合と比較せよ。



図1トロイダルシェル

回転対称軸 子午線方向応力 σ à 周方向応力 σ e

付図 応力成分



図2 等価な(擬)正方形断面 (2a)²≒ πr²

<参考>	トロイダル	シェルの腹	東理論解			
TIMOSH	ENKO :	"Theory	of Plates	s and Sł	nells"	
	$\sigma_{\phi} = \left(\frac{1}{2}\right)$	$\frac{1}{t} \frac{2\left(\frac{F}{r}\right)}{2\left(\frac{F}{r}\right)}$	$\left(\frac{R}{2}\right) + \sin\phi$ $\left(\frac{R}{2}\right) + \sin\phi$	}	$\sigma_{\theta} = \frac{\Pr}{2t}$	
	σ _{φ, max} =	$= \left(\frac{\Pr}{t}\right) \frac{2\left(\frac{\Pr}{r}\right)}{2\left\{\left(\frac{\Pr}{r}\right)\right\}}$	$\left\{\frac{2}{r}\right\} - 1$	at <i>φ</i> = −	90°	

特徴)

・回転対称軸の位置は異なるが、形状を比較してみるとどちらも断面が円形の軸対称形状である。

・長さ方向(トロイダルは周方向、円筒は子午線方向)にトロイダルは曲率をもち(半径 R),円筒は曲率0(半径無限大)。

・トロイダルの子午線方向応力の膜理論解において、 $R \rightarrow \infty$ とすると薄肉円筒の周方向応力の解が得られる。

・トロイダルの周方向応力の膜理論解は薄肉円筒の子午線方向応力に等しい。

(2) 塑性崩壊強度は十分に尤度がある

(3)曲げにより応力は非常に大きくなる。

問題1-12 ブリッジの構造強度

図1のように幅がL=200mmで断面が10mm×10mmの橋を考える。橋は自重を有するため、 たわみが生じる。橋の材料はS45Cとし、密度は7.83g/cm³として以下の問いに答えよ。

(1) 自重による変形解析を行い、オーダーエスティメーションとメッシュの評価を行え。

(2) さらに、中央部に荷重(5mm の領域の分布荷重として梁の下面に与えよ)を加える ことを考える。許容できる耐荷重 M を概算せよ。

(3) 中央部の荷重について、除荷と負荷が繰り返される時、十分安全な耐荷重 M'を設計 せよ。

(4) 図 2 のように、断面が 5mm×5mm の角柱を溶接で補強し、耐荷重を上げることを考 える。図 2 の形状の場合の耐荷重の見積もりを行え。なお、座屈の評価も行うこと。

(5)*(4)の角柱が長さ 700mm だけ用意できる場合、図1をどのように補強すれば耐荷重が最大になるか、いくつかの構造を考えよ。ただし、溶接隅部には適当な R をつけて応力を低減させることを想定し、接合隅部の応力集中は評価に含めなくてよい。











ヤング率 E	ポアソン比	降伏応力 σ_Y	引張強さ <i>o</i> B
205 GPa	0.28	600 MPa	900 MPa

破壊繰り返し数N

(1) 材料力学の式:分布荷重換算の最大たわみは 9.36E-04 mm、最大応力 0.23MPa 有限要素法も同じ結果になる。

(2) F=40*50=2000N

- (3) F=26*50=1300N
- (4) 疲労に関して 10000N 程度になるが、座屈に関して 7000N 程度になる
- (5) アーチ型など様々な形状が考えられる。

問題1-13 複合材料の強度評価

繊維強化複合材料は、図 1 のように強度の高い炭素繊維と樹脂が混じりあった構造をしている。今、その構造を図 2 のような二次元平面応力場の単純な構造で近似できると考えて、複合材料のヤング率と強度について考察する。L=100µm, D=20µm, h=5 山かとする。 厚さは 10µm とする



炭素繊維の引張強さ及びヤング率は 3GPa, 230GPa、樹脂(エポキシ樹脂)は、それぞれ 80MPa, 2.6GPa とする。ポアソン比は両材料とも 0.3 とせよ。

(1)本モデルを x 及び y 方向に引張りを加える解析を行う。単位系に注意して、解析結 果から複合材料のそれぞれの方向のヤング率を求めよ。また、算出されたヤング率を材料 力学的に考察せよ(一次元トラスでモデル化した計算を行え)。メッシュの評価を必ず行う こと。

※図2のモデルを分布荷重で引っ張ると、下図のように、変形が均質にならない。この 問題を解決するために、x方向に引っ張る場合は、左端面にヤング率が十分に大きな部材を 接着させ、この部材を引っ張る解析を行うこと(y方向の引っ張りの場合も同様の措置をせ よ)。



図2のモデルを分布荷重で引っ張った例

(2)炭素繊維と樹脂の引張強さより、複合材料のそれぞれの方向の引張り強さを求めよ。 この強度に問題がある場合、どのような対策をすれば改善できるかについて考察せよ。

(3)炭素繊維と樹脂の界面は図3のように、剥離することがある。剥離長さを d=50µm、 先端の曲率半径 r (=1µm)とし、内部は空洞となったと考え、剥離が生じている場合の、ヤン グ率及び引張り強さの変化を求め、その原因について考察せよ。メッシュの評価を行うこ と。また、剥離及び破壊がどのように進展するかを考察せよ。

1) 2)

x 方向)

有限要素法:みかけのヤング率は58.8GPa

材力の見積もり: E=L1E1+L2E2/(L1+L2)=59.4 GPa

y 方向)

有限要素法:みかけのヤング率は3.7GPa

材力の見積もり:E= E₁E₂(L₁+L₂)/(L₂E₁+L₁E₂)=3.45 GPa

y 方向の強度を上げるためには、現在のカーボンに直交するようにカーボンファイバーを配置する。マトリックス状にする。

3)

剥離させると、x 方向はほとんど影響を受けないが、y 方向に荷重を受ける場合は影響が大きい。剥離が進展すると考えられる。
問題1-14 シリコンウェーハの自重応力と熱応力

図 1*a* の直径 *d*=300mm、厚さ *h*=750µm の 12 inch (300 mm)単結晶シリコンウェーハをリ ング状に支持(中心から *l* mm の位置)して、熱処理することを考える。このシリコンウェ ーハは、最高 1200℃の温度で熱処理されるが、面内の温度差による熱応力や、自重による 曲げ応力によって塑性変形が生じると、表面に作られた半導体素子が転位によって、電気 的に破壊されてしまうため、強度設計が必要である。

単結晶シリコンは、室温では脆性破壊起こすが(引張り強さ 300MPa)、おおむけ 500℃以上になると延性破壊を起こすことがわかっている。降伏応力は温度によって異なり、おおむね σ_{Y} =4.27×10⁻³exp (0.7 eV/k_BT) [MPa]の式で表されることがわかっている(図 1b 参照)。 たただし、k_B=8.6173×10⁻⁵ eV/K である。シリコンのヤング率 E は 160GPa, ポアソン比vは 0.26 (厳密には、ヤング率・ポアソン比も温度に依存するが、ここでは無視してよい),密度は ρ =2.3828[g/cm³]、線膨張係数 α は 4.0×10⁻⁶ である。

ただし、実際は、支持している接触部近傍で接触による局所的な応力集中が生じ、接触 部近傍のメッシュを細かく切れば切るほど応力値は発散してしまう。ここでは、接触部の 曲率半径を大きく取ることによって、応力集中の効果を十分に低減する設計を別途考える こととし、本課題の検討の範囲からは除外せよ。

(1) 最初に自重による応力のみを考える

(1-1)最外周で支持した場合(*l*=150 mm)の自重のよる解析を行い、メッシュサイズの評価、オーダーエスティメーション(変位と応力)を行え。ただし、自重を分布荷重 (*p*=pgh:g は重力加速度)に置きかえた解析について、円板の材料力学の式との比較を通

してオーダーエスティメーションを行うこと。

(1-2)(1-1)の解析結果より、高温での延性破壊の評価を行い、最高プロセス温度 を設定せよ。ただし、安全率を3と設定せよ。

(1-3)支持位置(*l*)を変更することによって、応力を低減し、プロセス温度を上げることが出来るか、最適な*l*が存在するかどうか考察せよ。降伏が始まる場所についても応力のラインプロットを用いてチェックせよ。

(1-4)次世代の半導体ウェーハとして直径 *d*=450mm のウェーハが計画されている。最 適な位置でウェーハを保持するとして、このウェーハの厚さ*h*は何 µm 程度が適当か設計せ よ。ここでは有限要素法を使う必要はない。

※等分布荷重 p を受ける円板の最大応力と最大たわみ(いずれも円板中心で生じる)は、 板厚を t, 半径を R, ヤング率を E, ポアソン比を v とおいて、以下の式であらわされる。

 $\sigma_{\max} = \frac{3(3+\nu)R^2p}{8t^2}, \quad w_{\max} = \frac{(5+\nu)R^4p}{64(1+\nu)D} \qquad : D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$

(2) 次に、熱応力と自重による応力の双方を考える。

シリコンウェーハは図 2 のような、縦型拡散炉の中に入れられ、外部のヒーターによって 輻射によって加熱される。その際、中心の温度は端部の温度より低くなるため、面内で温 度分布が生じる(厚さ方向には均一)。温度分布は式(1)のような半径rの二次関数で近似で きると仮定出来るとする。端部の温度 T_e が 1200°C、中心 T_c が 1199°Cとなるケースを考え る。Rはウェーハの半径である。

$$T(r) = T_c + \left(T_e - T_c\right) \left(\frac{r}{R}\right)^2 \qquad \dots \ \vec{x}(1)$$

また、円板の熱応力は式(2)より与えられる(機械工学便覧 α3-61)。

$$\sigma_{r} = \alpha E \left(\frac{1}{R^{2}} \int_{0}^{R} T(r) r dr - \frac{1}{r^{2}} \int_{0}^{r} T(r) r dr \right)$$

$$\sigma_{\theta} = \alpha E \left(\frac{1}{R^{2}} \int_{0}^{R} T(r) r dr + \frac{1}{r^{2}} \int_{0}^{r} T(r) r dr - T(r) \right) \qquad \dots \overrightarrow{\mathbb{E}}(2)$$

(2-1) ウェーハ内の温度分布と熱応力分布を求めよ(グラフ化せよ)。

(2-2)最外周で支持する場合(*l*=150 mm)を考える。自重による応力と熱応力を足し 合わせて、ミーゼス相当応力を算出せよ。そして、最もミーゼス相当応力が高い場所をウ ェーハの上面と下面について求め、その理由を考察せよ。

(2-3)支持位置(*l*)を変更することによって、ミーゼス相当応力を最も低い場所を見つけよ。また、どの位置でミーゼス相当応力が最大になるか?







図 1b シリコンの降伏応力の温度依存性



図2 縦型拡散炉

(略解)

解答)

(1-1)

支持位置(l=150mm)の場合の結果

たわみは材力 0.0959 mm, FEM 0.0958 mm、応力は材力 0.856 MPa(積分点値 0.83), FEM 0.854 MPa となり、材料力学と有限要素法で一致する。

(1-2) 1000℃が限界である。

(1-3)支持位置の変更

l=105mm で、1200℃まで使用可能。この値は、支持位置の外側の重量と内側の重量が等し くなる位置である。

(1-4) hは 9/4 倍(1.6875mm 程度)にする必要がある。

(2-1)

(2-2)最外周支持

自重による圧縮応力は中心が一番高いが、引張の熱応力でミーゼス相当応力は低下する。 端部(エッジ)は、σθが、自重、熱応力ともに圧縮となり、ミーゼス相当応力は高くなる。 中心も端部もほぼ等しい値となる。※下面のほうが応力が高いため、実際には下面から降 伏する。

(2-3) *l*=105mm で支持した場合。

下面は中心とエッジの応力がほぼ等しくなる。中心で 0.34MPa

上面は支持部とエッジの応力がほぼ等しくなる。支持部で0.325MPa

※下面、上面、エッジ、支持部、中心、すべてで応力値がバランスして小さくなっている。

問題1-15 曲げねじりの応力場

図1の鋼製片持ちばりが荷重を受ける場合の最大応力成分、最大ミーゼス相当応力,変位 を求めよ。通常のはりおよびねじり方程式を用いて値を求め,つぎに有限要素法を用いて比 較せよ。ヤング率は206GPa,ポアソン比を0.3とする。



図1 片持ち梁の解析条件

略解)

梁の角部の曲げ応力と梁理論の曲げ応力を比較する。角部は材料力学より、ねじり応力 はゼロになるため無視できる。

拘束端近傍で理論値と解析結果が大きくずれる。逆に拘束端以外では完全に一致する。 拘束端の応力分布は、有限要素法でよく現れる角点の応力特異性の分布とは明らかに異な り、大きく広がりを持っている。これは、長方形断面の梁をねじった際に発生する固定端 の応力であり、ねじり理論では無視している効果である。自由端でも大きく応力が上昇し ているが、メッシュ1つ分程度であり、集中荷重による応力集中と考えられる。

梁の腹部と、角部以外の応力分布については、ねじり理論とはり理論を合わせた解と比 較する。せん断応力は腹部がほうが大きくなる傾向が得られる。

問題2-1 ボルト締結体の設計

(1-1) 摩擦係数の推定

図 1-1 に示すボルト締結体にて,六角穴付きボルト(M12)の締付けトルクとボルト軸力 を測定した。ボルトを含め材質はすべて SUS304 かそれをベースとしたオーステナイト系ス テンレス鋼である。測定時,ナットと下締結体は固着させた。測定データを図 1-2 に示す。 データから,オーステナイト系ステンレス鋼どうしの摩擦係数を推定せよ。有限要素法を 使わず机上計算せよ。

計算式は, 文献 ¹⁾²⁾³⁾⁴⁾を参照せよ。



1) JIS B 1083 ねじの締付け通則, 1990

2) JIS B 1080 ねじの締付け通則, 2008

3)機械工学便覧 応用編 B1 機械要素設計・トライボロジー,日本機械学会, 1985 4)ねじ締結体設計のポイント,財団法人 日本規格協会, 2002 年 (2) ボルト軸部のミゼス相当応力計算

ある会社の事業部では、六角穴付きボルトを図 2-1 の作業標準に示した締付けトルクで機 械を組立てていた。ステンレスボルト(図中 SUS と表記している)を作業標準に従って締 結したときの、ボルト軸部に発生するミゼス相当応力σeq を、M6、M10、M12、M16につ いて求めよ。ミゼス相当応力は、図 2-1 に示すように、軸力のよる引張り応力σと締付けに よるせん断応力τが作用しているとして、せん断ひずみエネルギ説から求める。

ここでのステンレスボルトは、JIS B 1054-1 で規定する強度区分 80 のボルトであり、引 張り強さ σ_B = 800MPa, 0.2%耐力 $\sigma_{0.2}$ = 600MPa である。ミゼス相当応力と 0.2%耐力の比(σ eq/ $\sigma_{0.2}$) も求めよ。

有限要素法を使わず, Excel シートを作成し机上計算せよ。摩擦係数は 0.191 とする。

|標準トルク表



図 2-1 ボルト締結作業標準

(3) SCM ボルトの締付けトルクの決定

図 2-1 の締付けトルクは、ミゼス相当応力と 0.2%耐力の比($\sigma eq / \sigma_{0.2}$)が 0.6 程度となるように決定されている。図 2-1 の空欄部である、強度区分 12.9 の SCM ボルトの締付けトルクを求めよ。JIS B 1051 に従うと、強度区分 12.9 の SCM ボルトの引張り強さは、 $\sigma_B = 1200$ MPa、 0.2%耐力は $\sigma_{0.2} = 1080$ MPa である。

有限要素法を使わず, Excel シートを作成し机上計算せよ。摩擦係数は0.135 とする。

図 2-2 ボルト軸部に発生する応力

(4) ステンレスボルトのおねじ谷底の応力

図 4-1 の M12 ステンレスボルトを図 2-1 に従った締付けトルクで締結したとき,28,518N の軸力が発生する。このときのおねじ谷底の応力を求め,おねじ谷底が降伏状態かどうか 調べよ。

有限要素法モデルは軸対称二次元モデルを使用し線形解析とする。締付けトルクによる せん断応力は無視し、軸力だけによる応力を求めよ。



A部拡大

図 4-1 M12 ボルトの形状

(5) メッシュスタディ

問(4)の有限要素法モデルにおいて,要素サイズを1/2にするか2倍にするかして再計 算し,メッシュサイズにかかわらず同じ結果となることを確認せよ。 (6) ねじ締結体への外力による応力振幅1

図 6-1 に示すように, M12 ステンレスボルトを用いて, 図 2-1 に従った締付けトルクで結合したねじ締結体に外力が作用している。Fの大きさはゼロから Fまで変動する繰返し荷重である。このときのボルト軸部の応力振幅を求めよ。

F = 20,000N, 30,000N, 40,000N とする。ボルト以外の部品(締結体とナット)の弾性係数は鉄よりはるかに大きく,ボルトの締結力により弾性変形しないとする。有限要素法を使用せず, 机上で検討せよ。



図 6-1 外力が作用した締結体

(7) ねじ締結体への外力による応力振幅2 締付けトルク不足

問6のボルト締結において,図2-1で規定した締付けトルクの半分で結合した。このときのボルト軸部の応力振幅を求めよ。

F=20,000N, 30,000N, 40,000N とする。ボルト以外の部品(締結体とナット)の弾性係数は鉄よりはるかに大きく,ボルトの締結力により弾性変形しないとする。有限要素法を使用せず,机上で検討せよ。

(8) ねじ締結体への外力による応力振幅3

締付けトルク不足が疲労破壊に与える影響を述べよ。

(9) ねじ締結体への外力による応力振幅4 有限要素法

問(6),問(7)を,有限要素法を用いて求めよ。応力振幅を求める位置はC点近傍と する。

締結体は剛体ではなくオーステナイト系ステンレス鋼とする。

ねじ山のモデリングはしなくてよい。図 9-1 に示すように、ボルトとナットが一体となったものをモデリングせよ。ボルトの軸力は、B 部に熱膨張率を設定し熱収縮で表現せよ。線形、軸対称二次元問題で計算せよ。



図 9-1 解析モデル

(10) ねじ締結体の有限要素法解析

問(2)の M12 の場合を,有限要素法で求めよ。三次元問題で,らせん状のねじ山とその接触状態をモデリングして計算せよ。(時間に余裕のある方のみトライしてください。)

以上

略解)

(1-1), (1-2)

ボルトの軸力,トルク,応力計算	Į			
参考文献:ねじ締付け通則 JIS	S B108	0(2008)		
問題番号			(1-1), (1-2)	(1-3)
パラメータ	単位	記号,式		
ボルト呼び	M-		M12	M12
			ステンレス	SCMボルト
ボルト材質	-		強度区分80	強度区分12.9
引張り強さ	N/mm2	σ _B	800	1200
	Pa		80000000	120000000
0. 2%耐力	Pa	σγ	60000000	108000000
締付け部品材質	-		SUS304	SUS304
おねじ/めねじ摩擦係数	-	μ th	0.191	0.135
ボルト/部品 摩擦係数	-	μb	0.191	0.135
摩擦係数コメント				
軸力	Ν	F	28518.75233	61465.53356
外径	m	d	0.012	0.012
リード	m	p	0.00175	0.00175
有効径	m	d2	0.010863	0.010863
谷径	m	d3	0.010106	0.010106
ボルト頭径	m	Do	0.018	0.018
穴径	m	dh	0.013	0.013
座面平均径	m	Db	0.0155	0.0155
有効断面積	m2	As	8.63347E-05	8.63347E-05
Asとなる直径	m	d _{As}	0.0104845	0.0104845
Tth計算過程	m	$p/2 \pi + 0.577 \mu$ th.d2	0.0014757	0.001124695
ボルト応力計算に使用する径	m	d	0.012	0.012
ねじ部トルク	N.m	Tth	42.08511686	69.12994971
座面トルク	N.m	Tw	42.21488314	64.30831448
締付けトルク	N.m	Tf	84.3	133.4382642
ボルト引張り応力	Pa	σ=F/0.25πd2 ² (上記径)	252161133.6	543474638.6
断面係数	m3	$Z = \pi d2^3/16$	3.39292E-07	3.39292E-07
ボルトせん断応力	Pa	$\tau = T/Z$	124038044.1	203747652.1
ボルト相当応力	Pa	σeq	331272616.4	648000000
0.2%耐力比 -		A=σeq∕σy	0.552121027	0.6
·····································		·		
トルク係数.d	_	K.d	0.00295595	0.002170945
締付けトルク	N.m	Tf	81.3	81.3
締付け力	Ν	Ff	27503.85011	37449,13731

(1-3)

	穴	付 き ボ	ルト	
呼び寸法	SCM	メッキ	SUS	六角ボルト(S 4 5 C
M 3	20	17	1 5	7
M 4	47	4 0	30	18
M 5	94	81	71	37
M 6	151	137	121	6 5
M 8	380	333	281	1 3 5
M10	774	680	581	280
M12	1350	1150	843	490
M14	2140	1630	1607	800
M16	3 4 0 0	2800	2197	1200

|標準トルク表

MA (単位 Kgf・cm)

(4) ねじの谷底面は降伏することを理解する

(6,7) 締結力の低下が疲労につながることを理解する

問題2-2 配管伸縮継手(ベロー)の設計

配管伸縮継手(ベロー)は配管系に負荷される熱膨張・収縮や地震時の機械的強制変位 を吸収して配管・機器への外力を緩和するために設置される。

図1に示す配管系について、構造物I(起振端C)の水平方向地震変位 δ_Tが直配管を通 じて機器IIの取付端Aにおよぼす地震外力を緩和するために、配管の中間にベロー(BB') を設置する。地震による水平方向変位の変動に対して機器IIが安全であるようにベロー(山 数)は設計されている。

地震荷重は、起振端Cで水平方向強制変位 $\delta_T = \pm 40$ mm (N=200 回/地震)とする。材料は、 ステンレス鋼管で、ヤング率が 195GPa、ポアソン比が 0.3、0.2%耐力が 205MPa, 引張強さ が 520MPa である。

(1)最初に、ベローがない配管系を考える。ただし、図1のモデルは $L_0=18000$ と非常に 大きいため、L'=1800の部分を抜き出してきた図2のようなモデルの解析を行う。また、右 端の強制変位 δ_{T0} は手計算により決定すること。最大応力値とその場所を求めよ。メッシュ サイズの評価及びオーダーエスティメーションを必ず行うこと。

(2)次に、ベローを1山のみ設けた図 3 のようなモデルを考える。本モデルの右端の強 制変位 δ_r'は、ベローの剛性によって決まるため、簡単な手計算で求めることは出来ない。 よって、ここでは先ずベローの剛性を求めることを考える。メッシュサイズの評価を必ず 行うこと。

(2-1)仮に $\delta_{T}'=\delta_{1}=1$ mm を与えた解析を行い、ベロー1山部分のバネ定数 $k_{b}=F_{0}/\delta_{b}$ を 計算せよ。ここで、 F_{0} は δ_{1} によってベローに負荷される荷重であり、強制変位の解析の場 合、通常、節点反力から求めるが、反力が出力されないソフト(Easy- σ 等)の場合、円管 部 A~B'の一様な板厚平均応力 σ_{0} を用いて、 $F_{0}=\sigma_{0}A_{0}$ (A_{0} は円管の断面積)として計算してよ い。 δ_{b} はベロー1山の変形量で、点 B の変位と点 B'の変位の差から求める。

(2-2) ベローの最大応力とその発生位置も求めよ。

(2-3)(2-1)で求めたバネ定数を使って δ_{T} を求めよ。

(3) ベローの必要山数 N_Bの設計を行う。

(3-1)図4の SN 線図から N=200回に対する応力振幅 S_aを求め、2)で求めたベロ ーの最大応力を用いて応力値 S_aが生ずるベロー1山の許容変形量 δ₀を計算せよ。

(3-2)必要な山数 N_Bを手計算により見積もれ。

(4) ベローの山の数を様々に変えた解析を行い、3)の見積もりを検証せよ。また、A 部 の応力、円胴部の応力、ベロー部の応力が山数にどのように依存するのか調べよ。得られ た傾向を力学的に解釈せよ。





図2 ベローなし配管モデル





(略解)

(1)

- i) $\delta_{T0}\sp{=}4mm$
- ii) 最大応力 σ_{max}=840MPa、固定端 A の隅半径 r'部
- iii) オーダーエスティメーション 円筒部の軸方向応力: σ₀=433.3MPaはFEMと一
 致。
- (2) (2-1) $k_{b}=36175$ N/mm
- (2-2) _{のmax}=147.5 MPa(位置は山部/谷部)
- $(2-3) \delta T' = 30.6 mm$
- (3) (3 1) δ_0 =9.12 mm
- (3-2) Nb=5 山
- (4) 妥当

問題2-3 複合材料の積層構造の曲げねじりカップリング

繊維強化複合材料は、図 1 のように強度の高い炭素繊維と樹脂が混じりあった構造をしている。このような構造の弾性的性質は異方性を示し、式(1)のような応力ーひずみ関係が成り立つ¹。

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_{x} \\ \boldsymbol{\sigma}_{y} \\ \boldsymbol{\sigma}_{z} \\ \boldsymbol{\tau}_{zx} \\ \boldsymbol{\tau}_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{x} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{y} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{z} \\ \boldsymbol{\gamma}_{zx} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy} \end{bmatrix}$$

ここで、実験的に求められる工学的なヤング率、ポアソン比は以下に与えられる。 E₁₁=200GPa, E₂₂=E₃₃=10GPa, v₁₂= v₁₃=0.3, v₂₃=0.45, G₁₂=G₁₃=10GPa

(1) C₁₁, C₁₂, C₂₂, C₂₃, C₆₆を手計算により求めよ。

このような複合材料を図 2 のように 20mm×100mm×1mm の板状に加工し、それを複数貼 り合わせた積層材を作成する。ただし、積層にあたっては、繊維の方向θを変えたものを 何層かに重ねる。

(2) 積層する前の $\theta = 0^{\circ}$ の板の弾性的挙動(引張及び曲げ、ねじり特性)を求めよ。

(3) 直交積層板:四層の積層構造の繊維の方向が[0°/90°/90°/0°]である場合の積層板 の弾性的挙動(引張及び曲げ、ねじり特性)を求めよ。剛性行列を求め、材料力学的考察 を行うこと。

(4)対称積層板:四層の積層構造の繊維の方向が[30°/-30°/-30°/30°]と、中央面に対称である場合の積層板に、曲げモーメントM_xとねじりモーメントM_{xy}が同時にかかる場合、ねじれ曲率がゼロになる条件を求めよ。

(5)逆対称積層板:四層の積層構造の繊維の方向が[30°/-30°/30°/-30°]と、中央面に 逆対称である場合の積層板に、軸力 N とねじりモーメント M_{xy}が同時にかかる場合、ねじ れ曲率がゼロになる(ねじりモーメントを与えてもねじれない)条件を求めよ。

¹入門複合材料の力学,末益博志編,(2009) 培風館 p64





図1 複合材料の繊維の方向と繊維に直角な断面

図2 直交積層板



図3軸カーねじりカップリング(左)と、曲げーねじりカップリング(右)

略解)

(1) 対称性より、 $v_{12} = v_{13}, E_{22} = E_{33}$ 定義より、 $v_{21} = E_{22} / E_{11} v_{12}, v_{31} = E_{33} / E_{11} v_{13}, v_{23} = E_{22} / E_{33} v_{32}$ よって、 $v_{21} = v_{31}, v_{23} = v_{32}$ $C_{11} = \frac{1 - v_{23}^{2}}{\Delta} E_{11}, C_{12} = \frac{v_{12} (1 + v_{23})}{\Delta} E_{22}$ $C_{22} = \frac{1 - \frac{E_{22}}{E_{11}} v_{13}^{2}}{\Delta} E_{22}, C_{23} = \frac{v_{23} + \frac{E_{22}}{E_{11}} v_{12}^{2}}{\Delta} E_{33}$ $C_{44} = \frac{1}{2} (C_{22} - C_{23}) = \frac{E_{22}}{2(1 + v_{23})}, C_{66} = G_{12}$

(3) 以降

ンリッド要素を用いても良いが、メッシュの数が増えるため、積層シェル要素を用いたほうが効率的である。有限要素法の解と、材料力学の解が一致することを確かめること。

参考資料)

複合材料の合応力・合モーメントと中央面のひずみ・曲率の関係を以下の行列を求めること。

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \varepsilon_{y$$

この係数行列を剛性行列と呼ぶ。特に 3×3 の行列[A]は合応力とひずみを関係づけることか ら面内剛性と、また、行列[D]は曲げモーメントと曲率 κを関連づけることから曲げ剛性と 呼ばれる。行列[B]じゃ合応力と曲率、合モーメントとひずみを関連づけることからカップ リング剛性と呼ばれる。この関係式の逆を取ることにより変形と負荷の関係、すなわち、 コンプライアンス行列を得ることができる。カップリング剛性が0 でない場合は、上式の 逆を取った際にも曲率と合応力・ひずみと合モーメントをむすびつける要素が現れるため、 引張り負荷を与えた際に、曲げ・ねじり変形が生じたり、また曲げ負荷を与えた際に引張 り・圧縮変形が生じたりする。

問題2-4 ハニカム構造

ハニカム構造とは、平面上にセル壁がミクロ形状を成して周期的に配列する構造であり、 例えば、下図のようにセル形状が六角形の場合を六方セル構造と呼ぶ。本課題では、有限 要素法を用いてハニカム構造の力学特性を求めたい。ただし、セル材料はアルミニウム合 金とし、セル壁の長さを ℓ、断面を t×b として以下の問いに答えよ。



x 軸方向もしくは y 軸方向に単軸圧縮を受ける六方セル構造の微小線形解析を行いたい。このとき、有限のセルサイズに対して、六方セル構造のみかけのヤング率 E_x および E_y を求めよ。ただし、 ℓ =5.58 [mm], t =1[mm], b=1[mm], θ =30°, およびアルミ材のヤング率を E_s^* =70[GPa]、ポアソン比を 0.3 とする。

(1) 周期的に配列したセル壁は軸力による変形は無視でき、また、面外方向(z 軸方向) には変形しないと仮定する。このとき、六方セル構造のみかけのヤング率 Ex および Ey を材料力学のたわみの式を用いて求めよ(下図を参考にして導出過程を明記すること)。 そして、課題(1)で得られた有限セルサイズの数値解析解と比較してオーダーエス ティメーションを行い、考察せよ。



< 六方セル構造のみかけのヤング率 *E*_xの導 出>

モーメント *M*と圧縮力 *P*の関係は *M* = □□□ × *P* となる。ただし、*P*はσxを用いて以下のよう

 $P = _ × \sigma_x$ はりの曲げの公式より、たわみ δ は以下となる。

$$\delta = \frac{P\ell^{3}\sin\theta}{\Box E_{s}^{*}I}, I = \frac{bt^{3}}{12}$$
: 断面 2 次モーメント
よって、x 軸方向のひずみ ε_{x} は、



<六方セル構造のみかけのヤング率 Eyの導出>

ヤング率 Exの導出を参考にして、以下に得られるヤング率 Eyの導出過程を記述する。

 $\frac{E_{y}}{E_{s}^{*}} = \left(\frac{t}{\ell}\right)^{3} \frac{\left(1 + \sin\theta\right)}{\cos^{3}\theta}$

ただし、θ は初期配置におけるはりの傾き角度である。

(2) y軸方向に圧縮を受ける六方セル構造をさらに変形させる場合を考える。このとき、 圧縮応力の増加に伴い、垂直方向に並んだセル壁がそれぞれオイラー座屈する弾性変 形モード(座屈モード)と、セル壁内部で降伏して塑性変形が進行するモード(塑性モー ド)の2つの変形パターンが予想される。座屈モードの判定式を以下で与えたとき、(1) と同じ形状の六方セル構造はどちらのモードが先に起こるかを議論せよ。ただし、ア ルミニウム合金は0.2%耐力で降伏するものとする。



※座屈モードの判定式: $P_{\text{crit}} = \frac{(0.686)^2 \pi^2 E_s^* I}{\ell^2}$

(3) 下図のように六方セル構造にせん断力を与えたときの微小変形解析を行いたい。 このとき、与えられた解析モデルを用いて六方セル構造のみかけのせん断剛性 Gxy を求 めよ。ただし、セル壁の材料特性は(1)と同様とする。また、以下の周期セルにお ける理論解と比較して、オーダーエスティメーションを行うこと。



周期セルの場合、材料力学のたわみの式から ハニカム構造のみかけのせん断剛性は以下の ようになる。

$$\frac{G_{xy}}{E_s^*} = \left(\frac{t}{\ell}\right)^3 \frac{1 + \sin\theta}{3\cos\theta}$$

(4) セル壁が正方形状に周期的に配列した構造を正方セル構造と呼ぶ。上記の課題と 同様に正方セル構造の材料特性(みかけのヤング率 E_x, E_y、せん断剛性 G_{xy})を計算せ よ。そして、六方セル構造と正方セル構造の材料特性の違いを考察し、各セル構造の 利点・欠点を議論せよ(異方性等)。



(略解)

(1)本問題は周期構造のため、周期境界条件を課したハニカム構造のモデルを作成することが望ましい。ソルバが対応していない場合 4×3 セル程度のモデルを作成して変形させる解析を行う。
 約45(は思は(a) ですける使していたになるはずでする

解析結果は(2)で求める値と近い値になるはずである。

(2)の公式では、x 軸方向圧縮および y 軸方向圧縮ともにみかけのヤング率は以下のよう になる。

$$\frac{E_x}{E_s} = \frac{E_y}{E_s} = 2.3094 \left(\frac{t}{\ell}\right)^3 = 2.3094 / (5.58)^3 = 0.013292... \approx 0.0133$$
よって、周期アルミハニカム材のみかけのヤング率は 0.0133×70=0.9304[GPa]

(3)

六方セル構造の単軸圧縮下における大変形は大きく2つに分けられる。 セル壁の厚さが小さい場合、垂直方向のセル壁が座屈する。セル壁の厚さが大きい場合は、 セル壁は塑性ヒンジとなり、塑性変形領域から脆性破壊が進行する。

(4)

<たわみの式を用いた公式>

$$\frac{G_{xy}}{E_s} = \left(\frac{t}{\ell}\right)^3 \frac{1+\sin\theta}{3\cos\theta} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{t}{\ell}\right)^3 = 0.58 \left(\frac{t}{\ell}\right)^3 \approx 0.0033383$$

周期アルミハニカム材のみかけのせん断剛性は 0.0033383×70=233.68[MPa]

(5)

 $E_y = 1/7.264 \text{E} \cdot 04 = 1376.387118 \approx 1.3764 \text{[GPa]}$

 $G_{xy} = \tau/\gamma = 1 \div 4.239468565 \text{E-}03 \approx 235.8786213 \text{[MPa]}$

 E_y / G_{xy} =1.3764/0.2359=5.83467571 \approx 5.8

・正方ハニカム

*E*_y=1.33333/6.1470E-03=1376.387118≈16.27[GPa]

 $G_{xy} = \tau/\gamma = 0.1792 \div 6.90457 \text{E} \cdot 04 \approx 259.5382 \text{[MPa]}$

E_y / G_{xy} = 16.27/0.2595 = 62.6975 \approx 62.7

正方ハニカムのヤング率とせん断剛性の比は,六方ハニカムと比べて大きい. 圧縮のみが かかる場合,正方ハニカムを用いるのが良いが,せん断力を考慮した場合,六方ハニカム の方が安全である.

問題2-5 潜水船外圧容器

図 1 に示すような潜水船外圧容器の設計を行う。容器は円筒胴と両側に球形鏡(ふた)を フランジにて結合した構造となっている。外圧は 3MPa(水深 300m)とし、素材はアルミ ニウム合金であり、ヤング率は 73GPa、ポアソン比は 0.34、0.2%耐力は 250MPa、引張り強 さは 280MPa である。

- (1) 応力解析を行い、円筒胴部と球形鏡部のオーダーエスティメーション及びメッシュサイズの評価を行え。
- (2) 降伏応力の評価を行え。ただし、安全率を1.5とせよ。
- (3) 円筒胴部の座屈の評価を行え。ただし、安全率を 1.5 とせよ。補足資料を参考にせよ。
- (4) 円筒胴部の座屈を防ぐために、板厚tを厚くすることを考える。最小の板厚tを見 積もれ。
- (5) 円筒胴部の座屈を防ぐために、図 2 のように、補強リングを取り付ける。これにより、円筒胴部の長さ(L)を半分とみなすことが出来る。座屈が防げるかどうかを有限要素法を使わずに見積もれ。また、(4)と(5)の設計の構造物重量を比較せよ(概算で良い)。ただし、補強リングは十分な座屈強度を有するものとする。
- (6) 5)で考察した補強リング付きモデルの解析を行い、以下の手順により補強リン グ取付部の疲労評価を行え。
 - i) アルミニウム合金の両振疲労線図(平均応力=0)およびその式を図3に示す。
 - ii)本潜水船は水面~水深 300mの潜水を繰り返すことから、外圧 0~3MP a を繰り 返す片振り疲労である。そこで、N=10⁷回における応力振幅を疲労限度 σw とみなし て、グッドマン線図により平均応力の影響を考慮した片振りの疲労限度 σa を求めよ。
 iii)平均応力による疲労限度の低下率 σa/σwの値を全時間強度に適用し、図 3 の疲労 線図を修正せよ。
 - iv)修正した疲労線図に安全率 3.0 を見込んで設計疲労線図を作成せよ。
 - v)この設計疲労線図を用いて、リング取付部に対する許容潜水回数Ndを求めよ。



図2 補強リング付き外圧容器



参考資料

円筒殻の外圧による座屈(「機械工学便覧α3」 95頁の式)



Rは外径

座屈応力
$$\sigma_c = k \left\{ \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \right\} \left(\frac{t}{L} \right)^2$$

k は座屈係数
$$k = \frac{\left(1+\beta^2\right)^2}{\delta+\beta^2} + \frac{12z^2}{\pi^4\left(\delta+\beta^2\right)\left(1+\beta^2\right)^2}$$

$$z$$
は形状係数 $z = \frac{\sqrt{1-v^2}L^2}{Rt}$ 、 $\delta = 0.5$ 、 $\beta = \frac{Ln}{\pi R}$ n:座屈モードの波数=2, 3, 4,



(略解)

(1) 補強リングなしモデルの解析

材料力学:

円筒胴部の応力

 $\sigma \theta = -PD/2 t = 3 \times 1020/(2 \times 10) = -153 MPa$

 $\sigma z = -\sigma\theta \diagup 2 = 3 \times 1 \ 0 \ 2 \ 0 \diagup (4 \times 1 \ 0) = -76.5 \text{ MPa}$

解析結果と一致する。

(2) ミーゼス相当応力は 150MPa 程度になる。これは 250/1.5=167MPa より小さい。

(3) 座屈評価

座屈応力は円筒胴部で 29.6MPa、これを安全率 1.5 で割ると 19.7MPa

円胴部周方向応力は-151MPa程度なので、座屈が生じる

(4) 板厚を大きくすることを考える。

例えば、t'=26 mm

にすると、応力は 60MPa 程度(10/26)に低下する。座屈応力は円筒胴部で 91.6MPa、これ を安全率 1.5 で割ると 61MPa で座屈は生じない。

- (5)解析は行わなくて良い
- L=2200になると、座屈応力は 247MPa
- **σ**θは-150MPa程度なので、座屈しない。

重量比は、t=26 mm で 4.6×10⁸ で、リングが 2.6×10⁸ で、t=26 が 1.77 倍

(6)

補強部に 98MPa の引張り主応力が発生する。 $\Delta \sigma$ =50MPa で、平均応力が 50MPa となる。 10^7 の応力振幅を疲労限と仮定して、Goodman 線図により補正すると、低下率 0.76 となり、N=13000 回が得られる。

問題2-6 内圧を受ける円筒胴と平鏡板構造部の設計

図1に示すような、円筒胴に平鏡板(円板状ふた板)を取付けた圧力容器構造が内圧P =10MPaを受ける場合について、円筒と円板を接合する形として、図2(a)の直接接合構 造を基準構造として、図2(b)の内接r部付き構造、図2(c)の内溝r部付き構造に 対する応力・強度特性を検討する。材料はSB450とし、ヤング率205GPa,ポアソン比0.3、 降伏応力250MPa、引張強さ450MPaとする。寸法は、円筒胴の内半径 R=500mm、円筒胴 の板厚 t=35mm、平鏡板の板厚 T=100mm とする。図2(b)および(c)のr部のr=T/2 とする。有限要素法において、円筒胴は接合点 J からL=400mmの範囲をモデル化し、境界 位置で軸方向拘束する。

(1) 解析モデルの妥当性の検討を検討する。

(1-1) 薄肉円筒の式を用いて円筒胴のオーダーエステメーションを行え。

(1-2)周辺単純支持の円板の計算式を用いて平鏡板のオーダーエステメーションを行 え*¹⁾。

(1-3)円筒胴のモデル化の範囲Lは、 $L=3\sqrt{Rt}$ を目安に決定されているが、妥当な長 さといえるか考察せよ。

(2) 応力特性

(2-1)図2(a)、(b)、(c)について、メッシュ図・変形図を示し、それぞれの構 造に対する変形特性を述べよ。

(2-2)図2(a)、(b)、(c)について、主応力と Mises 相当応力の応力コンター図 を示し、それぞれの構造に対する応力特性を述べよ。

(2-3)図2(a)の基準構造を基準として、図2(b)および(c)の接合構造について応力特性を比較して述べよ。

(3) 強度評価

図2(a)、(b)、(c)のそれぞれについて、 円筒胴一般部A、円板中心部B、接合部Jにおける下記の強度を評価せよ。

(3-1)円筒胴一般部の塑性崩壊(膜降伏)強度について、崩壊限界に対する安全余裕 を求めよ(材料を弾完全塑性体と見なして評価する)。

(3-2)円板中心部の塑性崩壊強度について、崩壊限界に対する安全余裕を求めよ。

(3-3) 接合部の疲労強度の評価として、下記条件に対する疲労寿命(破断繰返し回数) を求めよ*²⁾。

疲労強度評価の条件 :

1、内圧変動 P=0~10MPa

2、図3に示すS-N曲線(両振り疲労)を用いて評価する。ただし、平均応力の修正(シ フト)を行い、等価応力振幅を求めてS-N曲線(両振り疲労)に適用して評価せよ。

(4) 上記の検討結果から、図2(a)、(b)(c)の強度の差について比較検討して結果 を述べよ。 *¹⁾参考資料:「機械工学便覧基礎編α3 材料力学」の第5章、b.円板の曲げ、表5.1
 *²⁾図2(a)の接合部における最大応力は、円板と円筒胴の内面接合点近傍における最大応力要素の値を用いてよい。



図1 平鏡板付き圧力容器構造





略解) 材料力学の excel による見積もり

ー般部Cにおける応力	<u> ちと変位 MPa</u> ,	mm	
応力成分	理論解		
	薄肉円筒		
$\sigma \theta$ (内面)			
(板厚平均)	148		
σz(板厚平均)	74		
σr (板厚平均)	-5		
半径方向変位 る	0.317		
軸方向変形量δz	0.058		

円板中心Aにおける応力と変位

応力成分	支持円板	(固定円板)	
$\sigma r = \sigma \theta$ (上面)	331	58	
$\sigma r = \sigma \theta$ (下面)	-331	-58	
σ_z (板厚中央)	-5.0	-5.0	

円板中心の変形量			
w=w'-δz	2.43	0.6	
接合部Jにおける応力	J	MPa	
最大主応力	FEM約	結果 (ミーゼス積	(分点)
	基準構造(a)	内接r構造(b)	内溝r構造(c)
σmax	700	433	474

(4)

1 円筒胴一般部の塑性崩壊(膜降伏)強度について、

円筒胴一般部においては、不連続部の構造によらず一様な応力分布になることから 塑性崩壊強度も構造(a)、(b)、(c)で差はない(崩壊限界に対する安全余裕≒ 1.8)。

2 円板中心部の塑性崩壊強度について、

上面の最大応力の大きさが、円筒胴との接続部の形状による総体的拘束度合いの差 により構造(b) <構造(a) <構造(c) となっていることから、塑性崩壊強度 は逆の順になっている(崩壊限界に対する安全余裕 構造(b):構造(a):構 造(c) = 1.86 : 1.62 : 1.42)。

3 接合部の疲労強度について、

局部的最大主応力は、構造(b)<構造(c)<構造(a)の関係になっており、 平均応力の修正を行った相当応力振幅もこの関係になっていることから、破断繰返 し回数(寿命)でみた疲労強度は構造(b)>構造(c)>構造(a)となってい る。とくに、構造(a)は構造(b)、構造(c)と比べて数倍小さい疲労寿命を与 えている。

問題2-7 横倒れ座屈

下図に示す片持ち梁の先端に荷重が作用した場合の横倒れ座屈荷重を有限要素法で求め、 理論と比較せよ。材料のヤング率は3000MPa, ポアソン比は0.3とする。



横倒れ座屈荷重は下図に示すような荷重-たわみ曲線を計算により作成し、座屈が起こら ない場合と座屈が発生する場合との比較より求めよ。



略解) 片持ち梁の座屈荷重は Timoshenko と Trahair の座屈公式が下記のように示される。

P_{Tim}: Timoshenkoの座屈公式

$$P_{Tim} = \beta_1 \frac{\sqrt{EI_y GJ}}{l^2}, \quad \beta_1 = \frac{4.013}{\left(1 - \sqrt{EI_y / GJl^2}\right)^2}$$

P_{Tra:}: Trahairの座屈公式

$$P_{Tra} = \beta_2 \frac{\sqrt{EI_y GJ}}{l^2}, \quad \beta_2 = 3.95 + 3.52 \sqrt{\pi^2 EI_\omega / GJl^2}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad \nu = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z}$$

G: せん断弾性係数、E: ヤング率、 ν : ポアソン比
 ε_x : 軸直角方向ひずみ、 ε_z : 軸方向ひずみ
細長い長方形断面なら

$$J \cong \frac{bt^3}{3}, I_{\omega} \cong \frac{(bt)^3}{144} \quad (b \downarrow i \neq i)$$
$$I_{y}: y = y = 0$$
の断面二次モーメント、J:ねじり定数、 $I_{\omega}: \mathcal{E}$ りねじり定数、l:梁の軸長

E=3000 (MPa)
G=3000/(2*(1+0.3))=1153 (MPa)
b=20 (mm), t=3 (mm), l=180 (mm)
Iy=bt³/12=20*3³/12=45
J=20*3³/3=180
I
$$\omega$$
=(20*3)³/144=1500
 β 1=4.013/(1- $\sqrt{(3000*1500/1153*180*200^2))^2}$ =4.206
 β 2=3.95+3.52* $\sqrt{(\pi^{2}*3000*1500/1153*180*200^2)}$ =4.207
 β の値は Timoshenko も Trahair もほぼ同じ値なので 4.2 を用いると
横倒れの座屈荷重 P は
P=4.2* $\sqrt{(3000*45*1153*180)/200^2}$
=17.5 (N)

問題2-8 座屈解析の基礎

(1) 図1(ア)に示すように,長さ*l*で正方形断面(5mm×5mm)を有する柱の両端を単 純支持し、圧縮荷重 *P*を作用させる。このとき、材力の式と座屈固有値解析を用いて、座 屈応力と細長比のグラフを作成せよ。ヤング率は210GPaとする。

(2)図1(イ)に示すように、図1(ア)で用いた柱の両端を単純支持し、強制変位 U を作用させることを想定して、アップデートラグランジュ法を用いた大変形解析を行う。 このとき、柱が受ける圧縮荷重と変位量のグラフを作成せよ。

(3) 材料非線形を考慮して、用いる材料をヤング率は 210GPa、降伏応力は 250MPa の弾 完全塑性材とする。大変形解析を行い、最大応力と細長比のグラフを作成せよ。

(4) 図1(ウ)に示すように、長さ*l*で中空四角形断面(1辺の幅 50mm,厚さ 1mm)を 有する薄肉構造物の両端を単純支持し、圧縮荷重*P*を作用させる。このとき、(1)で用い た材力の式と座屈固有値解析を用いて、座屈応力と細長比のグラフを作成せよ。また、変 形のスケールを大きくして*l* = 800mmの場合と*l* = 2000mmの変形様子を示すこと。ヤング 率は 210GPa、ポアソン比は 0.3 とする。



(5)(4)の結果からわかるように、薄肉構造物は圧縮荷重がある値に達すると全体座屈 ではなく、局所座屈が生じる場合がある。角筒を構成しているのは 4 枚の板であり、板の 座屈応力¹は次式となる。

$$\sigma_{buc} = k \cdot \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad . \tag{a}$$

ここに、*t*は板厚、*b*は板の幅、*E*は縦弾性係数、*v*はポアソン比、*k*は板の境界条件および アスペクト比に依存する座屈係数である。荷重を受けていない方の両端が単純支持の場合、

¹ 鋼構造座屈設計指針 日本建築学会 6.2 節
板の軸圧潰時の座屈係数は次のようになる。

k = 4.0 for $\alpha = l/b \ge 1$

 $k = (\alpha + 1/\alpha)^2$ for $\alpha = l/b < 1$

座屈固有値解析を行い、式(a)と比較せよ。板幅は 50mm、肉厚は 1mm とする。

また、四角筒の 4 枚の板は荷重を受けていない方の両端が板同士の接合により単純支持の 境界条件と類似しているため、(4) で得られたグラフの中に式(a)も載せてみること。

(6)板および板で構成された部材の面外座屈応力は必ずしも最大応力 σ_{max} になるとはかぎらない。(5)で用いた単純支持した板に強制変位 Uを作用させることを想定して、アップデートラグランジュ法を用いた大変形解析を行い板が受ける圧縮荷重と変位量のグラフを作成せよ。材料は弾完全塑性材として、弾性座屈が生じた後も荷重は上昇することを確認し、最大荷重時の応力分布なども検討すること。板の厚さを 1mm、板の幅を 50mm、全長を 300mm、ヤング率を 210GPa、ポアソン比を 0.3、降伏応力を 600MPa の弾完全塑性材とすること。

(略解)

解析条件(1)(2)(3)

- 有限要素法汎用ソフト MSC Marc を使用
- 用いた要素は三節点二次要素梁要素(要素番号 45)
- 要素サイズ:要素の長さを1mmで統一
- (1) 両端単純支持でのオイラー座屈荷重 Pbue は次式

$$P_{buc} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad . \tag{1}$$

ここで、1は柱の長さ、Eはヤング率、1は断面二次モーメントである。

断面積 $S: S = 25 \times 10^{-6} m^2$ 、回転半径 $i: i = \sqrt{\frac{I}{S}}$ 。

図1には座屈応力と細長比との関係について、式(1)と有限要素法汎用ソフト MSC Marc を 用いた座屈固有値解析の結果との比較を示す。この図からわかるように、両者の値はよく 一致している。



図1 柱の細長比と座屈応力との関係

(2)座屈を扱う大変形解析では、不整を与えて解析を行うのが一般的である。不整の与 え方としては、座屈固有値解析の結果を参考に、サインカーブで与える。不整がない場合、 または不整の量が小さい場合は座屈荷重を超えても荷重と変位の関係は線形のままである。 これに対して、ある程度の不整量を入れたモデルでは座屈荷重付近で荷重と変位の関係が 非線形となり座屈が生じる。

(3) FEM の結果は座屈応力と降伏応力の小さいほうの値によく一致する。

解析条件(4)(5)(6)

- 有限要素法汎用ソフト MSC Marc を使用
- 用いた要素は四節点四辺形双一次要素厚肉シェル要素(要素番号 75)
- 要素サイズ:変形が滑らかに生じるように適度に分割

(4)荷重条件、および境界条件は図5に示す。



左端および右端:4辺全て y, z 方向変位、および x, y 軸回転拘束 左端のみ:1点だけ(点A)x方向変位拘束

図5 荷重、および境界条件

問題2-9 リニアアクチェータの設計

(1) 下図のような渦まきの板バネで支持されたアクチェータを設計したい、横置きに設置されることからY軸方向に重力加速度が作用する。

この状態でアクチェータの先端部をZ軸方向に4mm変位させた場合、先端部の倒れ(Y 軸の変位量)と板ばねに作用する応力を計算せよ。

材質はすべて構造用鋼とする。

(2) Z軸方向のバネ定数を維持したまま(下回ることは可)、Y軸の倒れを現状より改善し、板バネの応力を低減する板バネ形状を設計せよ。アクチェータ本体の寸法、板バネの 配置は現状を維持する。



構造用鋼の材料物性

ヤング率:2.0E+05 MPa ポアソン比:0.3

密度:7850kg/m³





ソリッド要素(2次) 節点数:142706 要素数:41104

図1. 解析モデル

解析モデルの注意点

- 1)板バネはシェル要素でも可。
- 2) 応力集中部は要素分割を細かくする。
- 3) 自重によるたわみを計算するために、密度を考慮すること。
- 4) 解析は大変形問題としてステップごとに計算する。

略解) ANSYS-Workbench での計算例

解析結果



図2.荷重と変位の関係



図3.荷重と応力、変位と応力の関係

問題2-10 V字曲げのスプリングバック

図1のように、長さが160mm、高さが19mm、幅が25mmのはりを、図のような深さが62mmで先端が90°の十分剛なV溝に、十分剛な直径50mmの円柱で押し付ける。押し型ストロークは最大44mmとする。はりのヤング率は193GPa、ポアソン比0.12、0.2%耐力284MPa, 密度7800 kg/m³とする。応力一ひずみ曲線は下図のような二直線近似とせよ。摩擦係数は0とする。



- (1) 平面ひずみ状態(奥行き方向を拘束する)における解析を行い、負荷時と除荷 時の応力分布を求め、理論解と比較せよ。
- (2) 三次元解析を行い、(1)と結果を比較せよ。



略解) 平面ひずみの理論解とは一致する。 負荷時の応力



残留応力は表面で圧縮、その後引張りになり、中立面でゼロ、その後圧縮を経て、裏面で 引張りとなる。



問題2-11 セラミック管の熱応力

ごみ焼却炉におけるごみ燃焼熱を利用する気体熱交換器としてSiC製セラミック管が図1 のように使用されている。実使用における割れ問題を理解するためには、発生する各種の 応力を解析する必要がある。セラミック管の材料特性は以下の通りである。

ヤング率: 370MPa ポアソン比:0.18 密度:3.17 g/cm³ 熱伝導率:56 W/m・K 熱膨張率:5.24e-6 /K 破壊強度:400MPa

セラミック管は 1300K の炉に設置され、その外部では環境の輻射とごみ燃焼ガス上昇気 流の熱伝達を受け、その内部では、温度材 300K の熱交換空気により熱伝達で冷却される。 セラミック管の内外面の熱伝達係数は 40 W/m²・K と推定された。また、炉壁に固定される セラミック管の開口端の温度は 573K と実測された。

- (1) 炉壁の保持において、セラミック管の自重による応力を確認せよ。
- (2) セラミック管に主に軸方向の温度分布を生じる場合の熱応力を考察せよ。
- (3) セラミック管に主に周方向の温度分布を生じる場合の熱応力を考察せよ。ただし、 周方向の温度分布は、図2に示すようにセラミック管の横断面の上下の外表面に堆 積する灰に起因する。灰の熱伝導率は1.0W/m・K、外表面の熱伝達係数はセラミッ クス管と同じ40 W/m²・Kであることを推定した。灰はセラミック管の弾性変形に 影響しないとする。また、これらの設定されている熱伝達係数が適正かどうか考察 せよ。
- (4) セラミック管の開口端の固定による熱応力を計算せよ。

注: すべての計算には一定の近似を使ってもよいが、注釈する必要がある。



略解)

解析ソフトウェアは ANSYS

(1) 炉壁の保持において、セラミック管の自重による応力を確認しよう。

セラミック管は炉壁に固定されている片持ち梁として応力を計算する。炉壁内側の断熱 材は通常剛性が低いため、セラミック管への支持作用を無視した。また、梁の断面を均一 の円筒とした。



図3 片持ち梁による自重応力計算モデル

$$\sigma_{grav} = \frac{M}{I} \frac{D_1}{2}$$
(1)
$$M = \frac{1}{2} q L^2 = \frac{1}{2} \rho g \cdot \frac{\pi}{4} (D_1^2 - D_2^2) L^2$$
$$I = \frac{1}{32} (D_1^4 - D_2^4)$$

L=2000mm, D_1 =280mm, D_2 =250 および他の値を式(1)に代入すると、 σ_{grav} = 1.0 MPa を得ることができる。

即ち、自重による応力はセラミック管の破壊強度 400 MPa よりも遥かに小さいことが分かる。さらに、後述する他の応力に相対的に比べても小さいことが分かる。

(2) セラミック管に主に軸方向の温度分布を生じる場合の熱応力を考察しよう。



図4 セラミック管の軸方向の温度計算モデル

セラミック管の外側に環境の熱輻射とごみ燃焼ガスの熱対流により熱を受け、その内側 から低温の熱交換空気により熱を放出するのみを考慮するならば、セラミック管の軸方向 の温度勾配が存在しない。開口端の低温領域および断熱材付近の外側の熱遮断の影響によ り軸方向の温度勾配が発生される。図4は軸方向の温度変化を計算するモデルを示す。開 口端の端面を固定温度、断熱材に接する外表面の領域を断熱、外表面を環境温度1300Kの 熱輻射とガス熱伝達、内表面を温度700Kの内管への熱輻射と温度300Kの空気への熱伝達 の境界条件とした。周方向の変化を考慮に入れていないため、計算は2D軸対称モデルとす ることができる。

計算は FEM を使う必要がある。図4の下半分の断面に対して要素を分割する。

図 5 は温度分布の計算結果である。計算は軸対称モデルで行ったが、結果の表示は分か りやすいため、3D の温度コンターを使った。管の長さは適当に選んだが、条件の解析条件 では炉内の部分をさらに長くしても、軸方向の温度勾配は非常に小さくなり、径方向の温 度勾配しか存在しなくなる。断熱材に接する領域から炉内側の方向に向けって、温度勾配 が大きい部分が存在する。この部分で、約 300mm 長さでは温度変化は約 800K となること が分かった。



図5 セラミック管の軸方向温度の計算結果

図 5 の温度条件におけるセラミック管の熱応力を同じく FEM で計算した。熱応力 FEM 解析では伝熱解析モデルと同じメッシュが使われた。図 6 に示したように、最大応力は約 40MPa であることが分かった。この応力値はセラミック管の破壊強度に比べてやはり小さ いことが分かった。



図 6 主に軸方向温度分布に起因する熱応力(相当応力)の FEM 解析結果 (下図は 2D 軸対称モデルの解析結果)

(3) セラミック管に主に周方向の温度分布を生じる場合の熱応力を考察しよう。

図2の断面を有する一定長さのセラミック管について、外表面を環境温度1300Kの熱輻射とガス熱伝達、内表面を温度700Kの内管への熱輻射と温度300Kの空気への熱伝達の境界条件とした3Dモデルで伝熱解析を行った。

図 7 は温度分布の解析結果を示す。管の温度は両側面で高く、上下面で低い。その最大 差は約 350K となった。



図7 堆積された灰によるセラミック管の周方向温度分布の解析結果

図7の温度条件におけるセラミック管の熱応力を同じく3DのFEMで計算した。図8に 示したように、最大応力は約300MPaであることが分かった。この応力値はセラミック管の 破壊強度に比べて大きい。この結果より、管内の温度勾配は軸方向より周方向の方が熱応 力により大きく影響することが分かった。さらに、セラミック構造の安全設計、すなわち 安全係数5以上とする場合、このセラミック管には割れ発生の可能性が十分あると判断さ れる。

(4) セラミック管の開口端の固定による熱応力を計算しよう。



図8 セラミック管の開口端が拘束される熱応力解析モデル

セラミック管の開口端は何らかのジグで固定されるので、その変位が完全に拘束される ことがたまたま考えられる。ここで、おまけに開口端を完全に拘束したモデルでの熱応力 を解析してみた。

図 8 は図 4 と同じ伝熱モデルであるが、熱応力解析モデルでは、開口端の径方向変位が 拘束された。この時の熱応力は開口端に近い直管で最大となり、その大きさは約 600MPa となった。例えば、このような拘束が行われる場合、確実にセラミック管が割れる。実は、 このような拘束が実際になかなか実現されにくい。このような大きな応力を得るために、 大きな拘束力も必要からである。



図9 セラミック管の開口端が拘束された場合の熱応力の解析結果 (下図は2D 軸対称モデルの解析結果)

以上