

#### 問題 4-1 放熱フィンの設計

図1の様に  $15\text{mm} \times 15\text{mm} \times$  厚さ  $5\text{mm}$  の立方体の発熱素子の上に、厚み  $5\text{mm}$  の板に直径  $5\text{mm}$  高さ  $50\text{mm}$  の円柱形の突起が出ているヒートシンクを考える。

素子の発熱量を  $0.2\text{W}$ 、ヒートシンク及び素子の熱伝導率は  $200\text{W/mk}$ 、放熱面は円柱表面とし熱伝達率は  $10\text{W/m}^2\text{k}$ 、周辺温度  $20^\circ\text{C}$  とする。

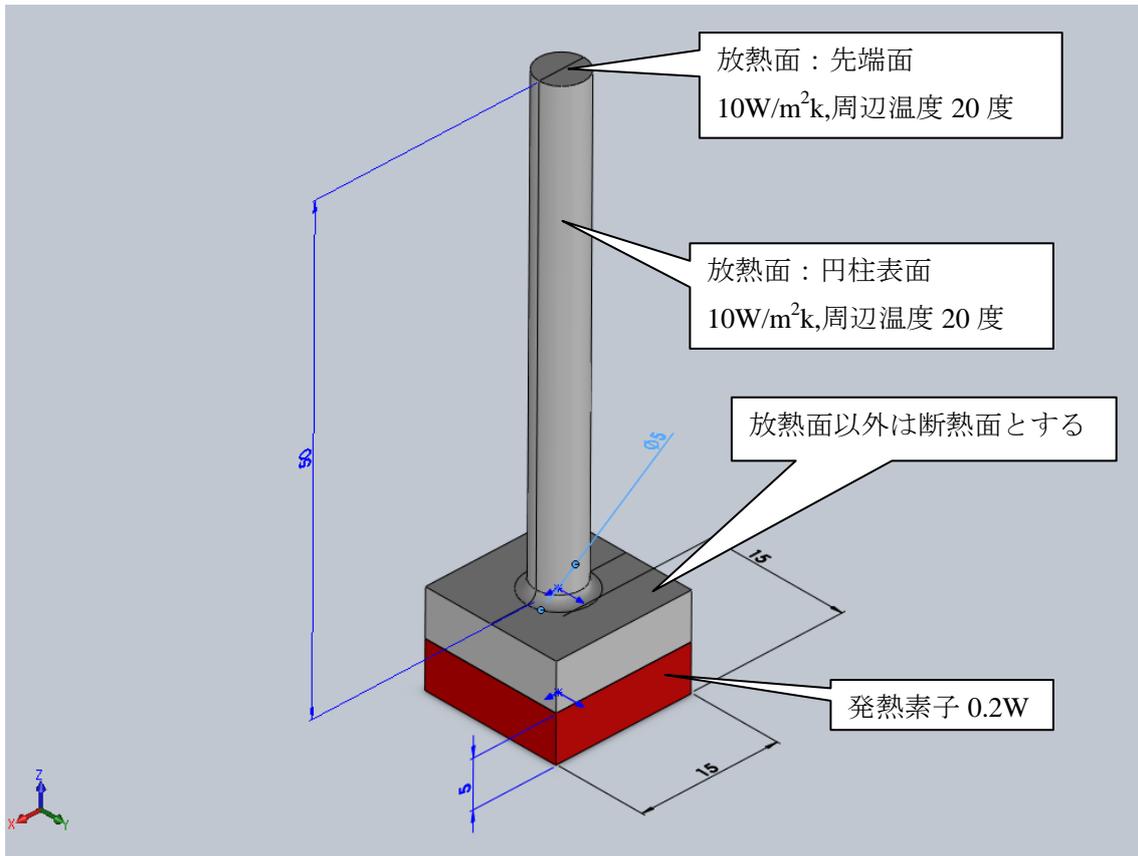


図1 放熱フィン

(1) 構造解析ツールを使用して定常熱伝導解析を実施し、発熱素子温度及び円筒フィン先端温度を求めよ。温度を求める際は、フィン根元のフィレットは無視しても良い(但し、熱流束を求める場合は、角部のフィレットが必要)。

また、発熱素子とヒートシンクとの接触面に、接触熱抵抗値  $0.005(\text{m}^2\text{k})/\text{W}$  (一般の接触状態) を指定した場合の素子温度を求めよ。

(2) 直径  $5\text{mm}$ 、長さ  $50\text{mm}$  の円筒部を取り出し、根元断面に  $0.2\text{W}$  の熱量を与えた場合の1次元熱伝導方程式を立て、先端及び根元での境界条件を用いて、先端温度及び根元温度を計算せよ。また、根元断面と発熱面の間に、接触熱抵抗値  $0.005(\text{m}^2\text{k})/\text{W}$  (一般の接触状態) を想定した場合の発熱面温度を求めよ。

(3) Excel 等で (2) の理論式を入力し、フィン長さ、熱伝達率の組み合わせを変更して素子温度 (フィン根元温度) が 40°C 以下になる条件を見つけよ。また、フィン効率についてもその変化を求めよ。

なお、フィン効率は、以下で定義される。

$$\begin{aligned} & (\text{フィンによる実際の放熱量}) / (\text{フィン全表面が根元温度と同一とした場合の放熱量}) \\ = & (\text{フィン表面の平均温度} - \text{周囲温度}) / (\text{フィン根元温度} - \text{周辺温度}) \end{aligned}$$

(4) 実際の問題では、流体挙動による熱伝達率の設定が重要となってくる。本問題で設定した熱伝達率及び接触熱抵抗が妥当な値か考察せよ。

(5) 省エネ、騒音、粉塵などにより、なるべく冷却ファンなどは設定したくない。自然空冷で何度まで温度を下げる事が出来るか、熱設計を行え。

EX. 縦置き、横置き、フィンの形状、フィンの配置、トンネル効果、接触熱抵抗の低減、放射率

略解)

(1)

接触熱抵抗なしで、発熱素子 45.73°C、先端 44.42°C

接触熱抵抗ありで、発熱素子 50.24°C、先端 44.42°C

(2)

1次元熱伝導方程式の計算結果

・フィン先端温度 44.42°C

・フィン根元温度 45.72°C (接触熱抵抗ありの場合 50.16°C)

(3)

Excel を用いてパラメータスタディを実施。フィン根元温度は、当然ながらフィン長さ、熱伝達率が大きくなるほど下がる。熱伝達率を上げれば、フィンの長さにより影響を受けなくなり、フィンの長さを短くすることができる。

一方、フィンの効率は、フィンの長さ、熱伝達率が大きいほど下がる。フィン効率と温度低下とは相反する傾向となり、そのバランスが設計上重要となる。

(4)、(5) 略

## 問題 4-2 X線管陽極の熱設計

X線管の原理は、高速の電子をタンゲステン製の陽極に当て、陽極内電子と衝突させることでX線を発生する。衝突した電子は元の軌道に戻るが、k殻に戻るときに発する電磁波はエネルギーが高くX線となる。それ以外のほとんどの電磁波は赤外線（熱）となる。高速電子の1.0%程度がX線発生に寄与する。

X線の連続発生により陽極温度は上昇し、その最高温度がある値（例えば 2800°C）になった時点で、X線発生を停止する。陽極は真空中にあるため、その冷却はふく射に依存し、陽極温度がある値まで冷却した時点で、X線発生を再開する。

X線の連続発生時間は、例えばCTスキャナの一度に撮影できる撮影枚数であり、その時間が長いほど高性能なX線管となる。次に冷却効率が高いほど、冷却のためのX線管休止時間が短くなり、高性能なX線管となる。

X線発生は数秒だが、ふく射による冷却効率は悪く、冷却には数十秒かかる。よって、X線の連続発生時間は、陽極の形状と熱容量（質量と比熱の積）に依存する。また、冷却時間は、陽極の形状とふく射率に依存する。

### （1）陽極温度の推定

図 1-1 に示すように、高速で回転している陽極に電子が衝突している。電子が衝突している面に、 $P = 40\text{kW}$  の熱入力があるとして、陽極の温度分布の時間変化（0～60 秒）を求めよ。陽極の初期温度は 1173K（900°C）とする。

陽極の回転は高速と考え、図 1-2 に示すようにドーナツ状の領域に均一な熱流束  $q_{\text{ave}}$  ( $P$  をドーナツ状領域の面積で割った値) があるとして計算する。

陽極寸法は図 1-3 に示す。

タンゲステン材の物性値は温度によって変化するが、ここでは一定値として以下の値とする。これらは、1673K での値である。

比質量  $\rho$  19,300 kg/m<sup>3</sup>      比熱  $C_p$  160 J/kg.K      熱伝導率  $\lambda$  108 W/m.K

ここでは、ふく射冷却は考慮しない。

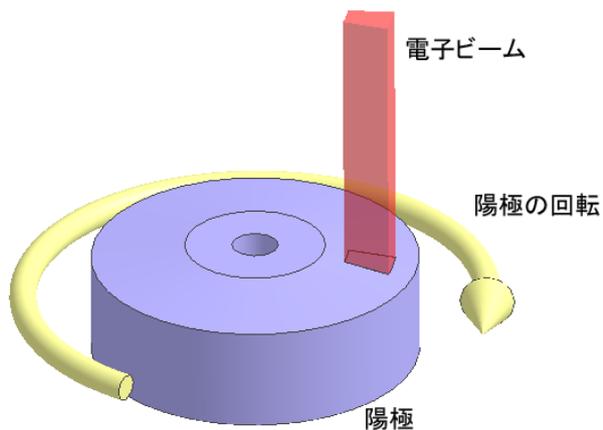


図 1-1 電子ビームが照射されている陽極

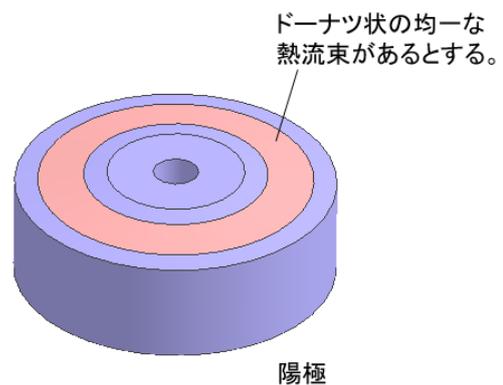


図 1-2 境界条件

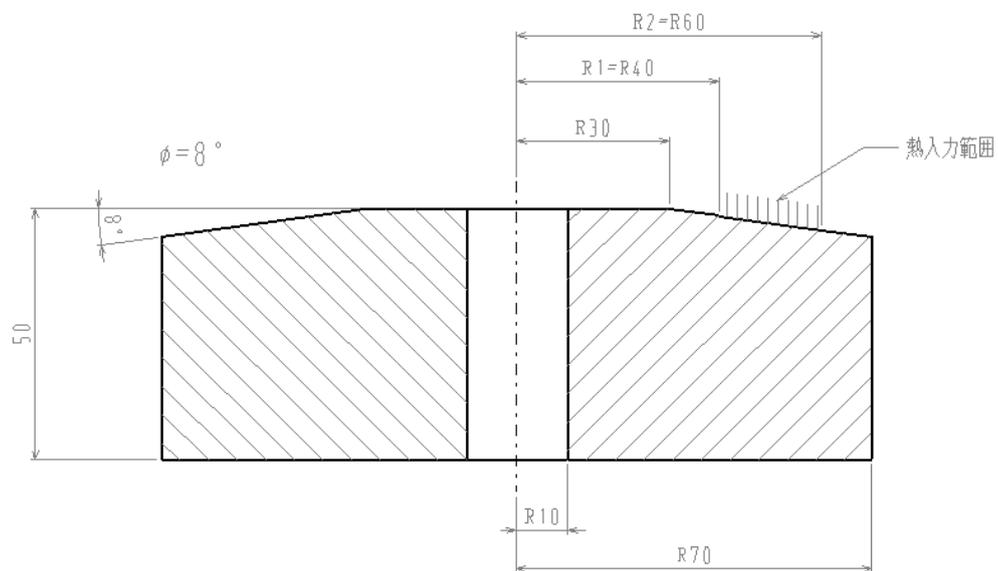


図 1-3 陽極形状

(1-1) 手計算による見積り

陽極形状を半径 70mm、高さ 46.38mm の円柱と簡略化し、陽極温度は場所によらず一定として、0~60 秒の陽極温度を計算せよ。

(1-2) 有限要素法による温度分布予測

有限要素法を用いて、陽極の温度分布の時間変化 (0~60 秒) を計算せよ。解析ソフトが軸対称二次元問題に対応しておれば、これを使うこと。

(1-3) メッシュスタディ

(1-2) 項で計算した有限要素モデルに対して、要素サイズを半分として計算し、近い結果がでることを確認せよ。

(2) スポット温度の推定

(1) 項で求めた温度は、軌道平均温度  $T_0$  と呼ばれている。

図 2-1 に回転している陽極を示す。電子線が当たっている面をスポット面といい、その面積をスポット面積と呼ぶ。陽極表面の A 点は、陽極が高速に回転しているためごく短時間（時間  $t$  とする）電子線が直接当たることになる。そのときの熱流束  $q_0$  は、 $P$  をスポット面積で割った値となり、問 (1) の熱流束よりはるかに大きい。

A 点の温度が上記時間  $t$  の間にどれだけ上昇するかを（温度上昇量を  $\Delta T$  とする）見積りたい。 $\Delta T$  をスポット温度上昇量と呼ぶ。

$\Delta T$  がわかれば陽極の最高温度は、(1) 項で求めた温度  $T_0$  にこの  $\Delta T$  を足した値と考えてよいのではないか。

A 点が熱流束  $q_0$  にさらされている時間  $t$  は非常に短いので、 $q_0$  による温度上昇はごく表層に限られる。 $\Delta T$  は、半無限固体の表面に  $q_0$  の熱流束があるときの時間  $t$  の間の表面温度上昇量として見積ることとする。

図 2-1 の解析モデルから、A 点の熱流束  $q_0$  ( $W/m^2$ ) は次式となる。

$$q_0 = \cos\varphi \cdot q_{\text{beam}} \quad (1)$$

$q_{\text{beam}}$  : 電子ビームの熱流束 ( $W/m^2$ )

$q_{\text{beam}}$  は次式で計算できる。

$$q_{\text{beam}} = \frac{P}{\pi (R_2^2 - R_1^2) \frac{\theta}{2\pi}} = \frac{P}{(R_2^2 - R_1^2) \frac{\theta}{2}} \quad (2)$$

$P$  : 電子ビーム全体のパワー (40 kW)

$\theta$  : スポット面の角度  $3.221^\circ$

A 点が電子ビームにさらされる時間  $t$ (s) は次式で求められる。

$$t = \frac{\theta}{2\pi n} \quad (3)$$

$n$  : 陽極回転数 (50 rev/s)

半無限固体の表面に熱流束があるときの時間  $t$  の間の表面温度上昇量は、図 2-2 の(4)式で計算できる<sup>1)</sup>。

---

1) 伝熱工学資料 改訂第 4 版, 日本機械学会, p6, (1999)

(2-1) スポット温度上昇量の推定

上述した式群に数値を代入し、 $\Delta T$  を求めよ。

(2-2) スポット温度上昇量の有限要素法解析

有限要素法を用いて、例えば図 2-3 に示すようなモデルを作成し、(2-1) 項の結果と比較せよ。温度上昇に関する時刻歴応答解析となる。

(2-3) 有限要素法解析のメッシュスタディ

(2-2) 項の解析において、要素分割と時刻歴応答解析における時間ステップが妥当であることを示せ。

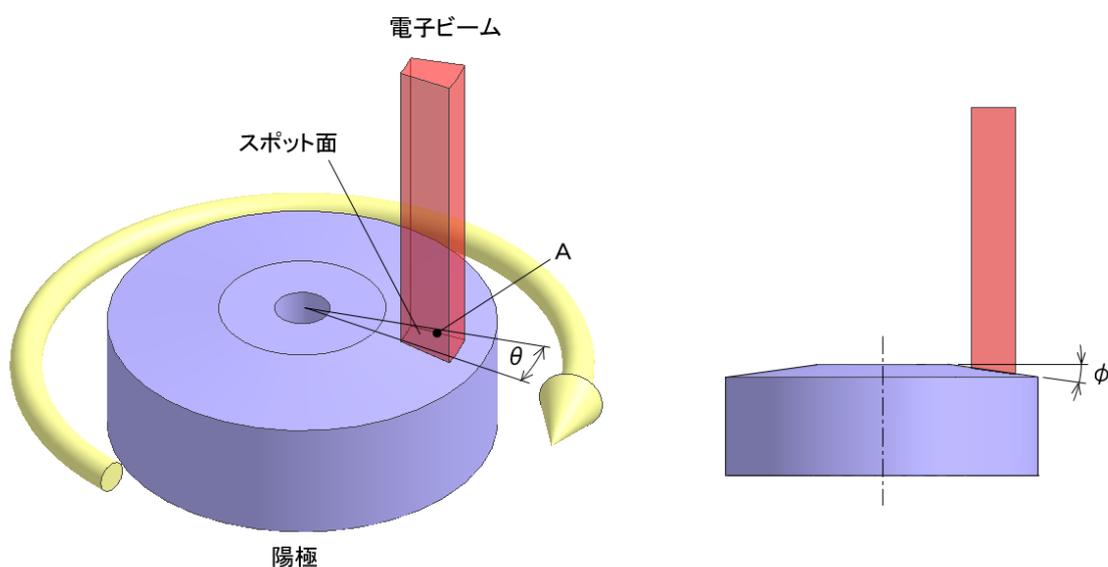


図 2-1 電子が当たっている面の解析モデル

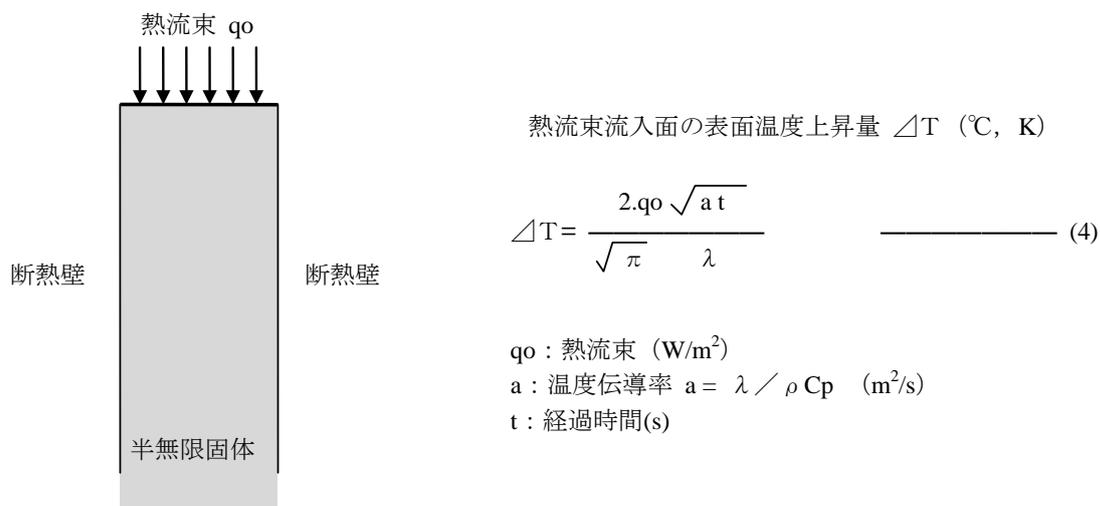


図 2-2 一次元半無限固体の熱伝導

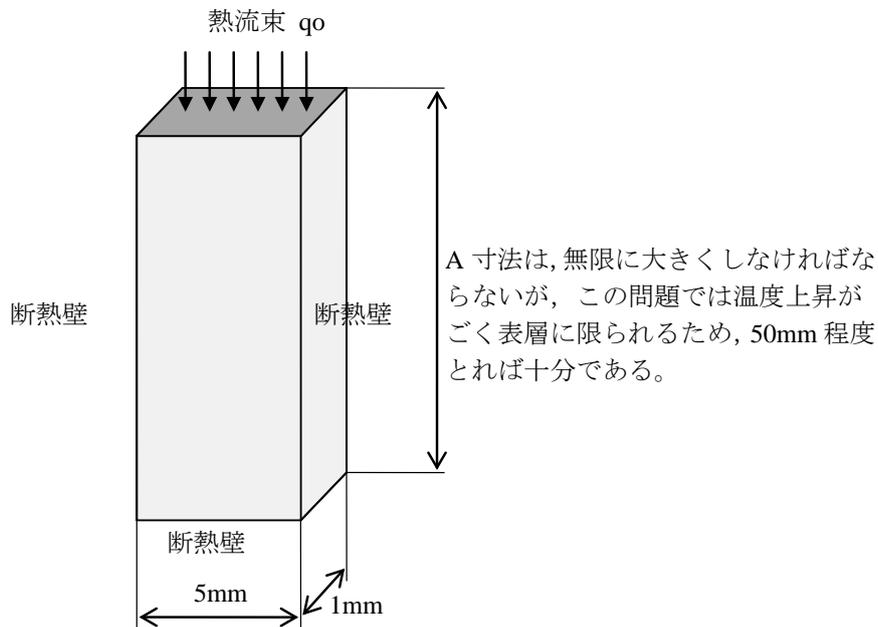


図 2-3 一次元有限固体の熱解析モデル

### (3) X線連続照射時間の決定

陽極は  $10^{-6}$  Torr ( $1.33 \times 10^{-4}$  Pa) 程度の真空下に置かれている。タングステンの融点は  $3,410^{\circ}\text{C}$  であるが、高温・高真空下では固体からの蒸発（昇華）が顕著になる。 $3,200^{\circ}\text{C}$  での蒸発速度は  $1 \mu\text{m/s}$ 、 $2,800^{\circ}\text{C}$  での蒸発速度は  $0.01 \mu\text{m/s}$  である<sup>2)</sup>。

今回の X 線管は、最高温度  $2,800^{\circ}\text{C}$  で運用することとする。

陽極の最高温度点が  $3,073\text{K}$  ( $2,800^{\circ}\text{C}$ ) になるまでの時間、つまり、X 線の連続照射が可能な時間を求めたい。

#### (3-1) 実践的な数値解析

(1) で求めた最高温度が、 $3,073\text{K}$  から  $\Delta T$  ( $582\text{K}$ ) を差引いた温度 ( $2,491\text{K}$ 、軌道平均温度) に到達する時間が、ひとつの答えとなる。この時間を求めよ。

#### (3-2) フルモデルでの解析

陽極の三次元モデルを作成し、電子ビーム照射位置が陽極回転に応じて時々刻々回転するような境界条件を与えて、同問題を解け。(この問題は、時間的に余裕のある方だけトライしてください。)

---

2)医用放射線科学講座 第13巻 放射線診断機器工学, 岡部哲夫, 瓜谷富三, 医歯薬出版(株), p334, (2004)

解答例)

(1) 陽極温度の推定

(1-1) 手計算による見積り

時刻  $t$ (s)での温度は次式で見積る。陽極温度を下図に示す。

$$T = T_i + P \cdot t / (\rho \cdot C_p \cdot V)$$

$T_i$  : 初期温度 1173K

$V$  : 陽極体積  $7.140 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

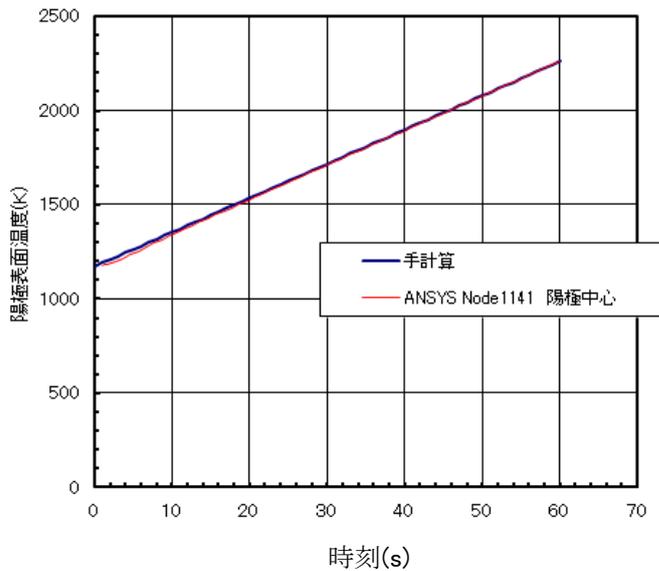


図1 陽極温度 手計算と ANSYS 出力

(1-2) 有限要素法による温度分布予測 略

(1-3) メッシュスタディ 略

(2) スポット温度の推定

(2-1)  $\Delta T$  の手計算

計算結果を表 2-1 に示す。 $\Delta T$  は 582.4K となる。

表 2-1  $\Delta T$  の計算

熱入力 Q	W	40000
比質量 $\rho$	kg/m <sup>3</sup>	19300
比熱 Cp	J/kg.K	160
熱伝導率 $\lambda$	W/m.K	108
温度伝導率 a	m <sup>2</sup> /s	3.497.E-05
R2	m	0.06
R1	m	0.04
R	m	0.05
$\phi$	deg	8
$\theta$	rad	0.05622
	deg	3.221
Area_beam	m <sup>2</sup>	5.622.E-05
q_beam	W/m <sup>2</sup>	7.115.E+08
q_o	W/m <sup>2</sup>	7.046.E+08
n	rps	50
t	s	1.789.E-04
$\Delta T$	K	582.4

(2-2)  $\Delta T$  の有限要素法解析 略

(2-3)  $\Delta T$  解析のメッシュスタディ 略

(3) X線連続照射時間の決定

(3-1) 実践的な数値解析

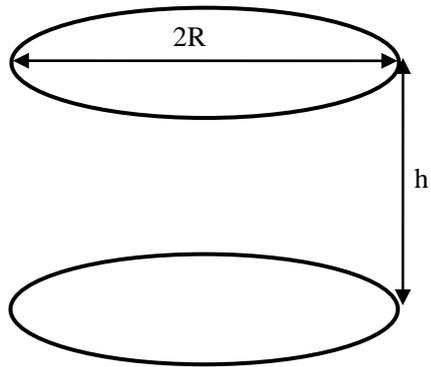
約 34s で軌道平均温度が 2,491K に到達する。よって、この X 線管の連続照射時間は 34 秒となる。

(3-2) フルモデルでの解析 略

### 問題 4-3 円盤間の輻射

(1) 図 1 のように、温度  $T(=100^{\circ}\text{C})$  が同じで、直径  $2R(=200\text{mm})$  の円盤が  $h$  の間隔で配置されている際の、表面の単位面積当りの輻射熱で規格化した正味熱流束の分布を求め、理論値と比較せよ。また、円板間隔/円板半径の比  $h/R$  を  $0.1\sim 1.0$  の範囲で変化させ、傾向の違いを考察せよ。輻射率を  $0.9$ 、透過率を  $0$  とする。

(2) (1) の円盤の一つの温度が  $0\text{K}$  である場合 (円盤 1 とする)、(1) と同様の検討を行え。



略解)

(1)

円盤間隔が広がるにつれて相対する円盤からの影響が小さくなり、正味熱流束は単位面積当りの輻射熱に近づく(正味熱流束均一分布)。円盤間隔が狭まるにつれて、正味熱流束の絶対値は減少し、正味熱流束の分布が不均一になり、円盤周辺部の正味熱流束は中心部のそれと較べて極めて大きくなる。

(2)

円盤間隔が広がるにつれて相対する円盤からの影響が小さくなり、円盤2(100K)の正味熱流束は単位面積当りの輻射熱に近づく(正味熱流束均一分布)。その時、円盤2の輻射熱のごく一部が円盤1を貫流する正味の熱流束となる。円盤間隔が狭まるにつれて、円盤2の正味熱流束は減少するが、円盤2の正味熱流束は増加する。円盤間隔が狭まるにつれて、正味熱流束の分布が不均一になり、円盤2の周辺部の正味熱流束は中心部のそれと較べて極めて大きくなるが、円盤2は逆の傾向を示す。

円盤1は温度がゼロに固定されている為、外部入射熱はすべて円盤1を貫流する正味の熱流束となる。したがって円盤1を貫流する正味の熱流束は、円盤上の点から見た視野に占める円盤2の比率に依存する。円盤1の中心部で視野の中に閉める円盤の比率は、周辺部のそれと較べて大きい為、中心部の方が周辺部より外部入射熱が大きくなり、熱流束は減少する。一方、円盤1の輻射熱はゼロであるため、円盤2の外部入射熱は円盤1からの反射熱のみである。したがって円盤2の外部入射熱は(1)と較べて小さく、円盤2を貫流する正味の熱流束は前例と較べて大きくなる。

#### 参考資料

Sparrow, E.M. and Gregg, J.L., "Radiant Interchange between Circular Disks Having Arbitrary Different Temperature", J of Heat Transfer, Trans. Of ASME, pp.494-502, Nov. 1961.