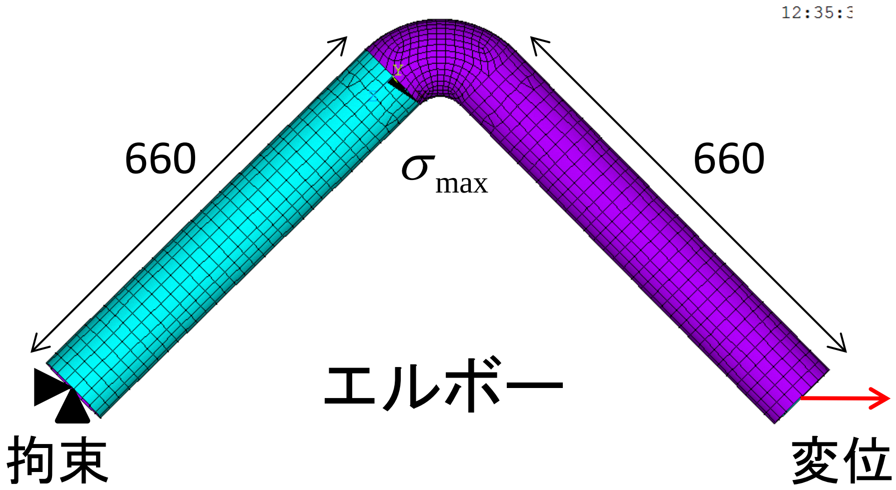
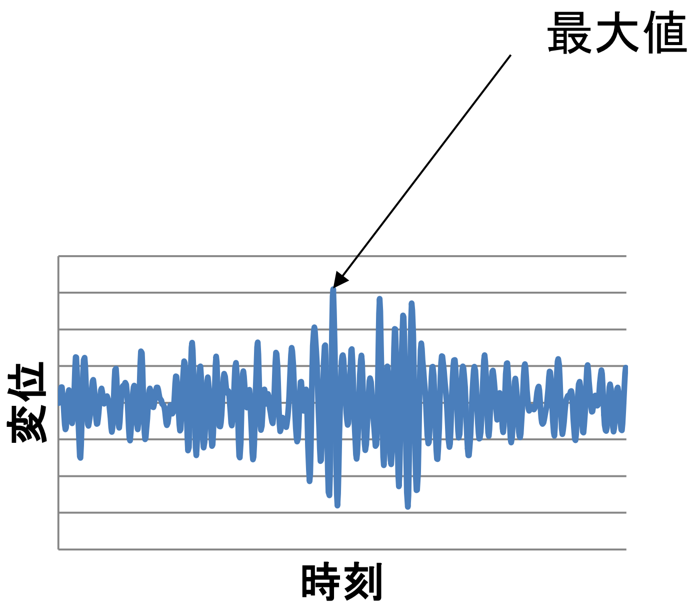
信頼性設計の目標、ＬＲＦＤの基礎理論

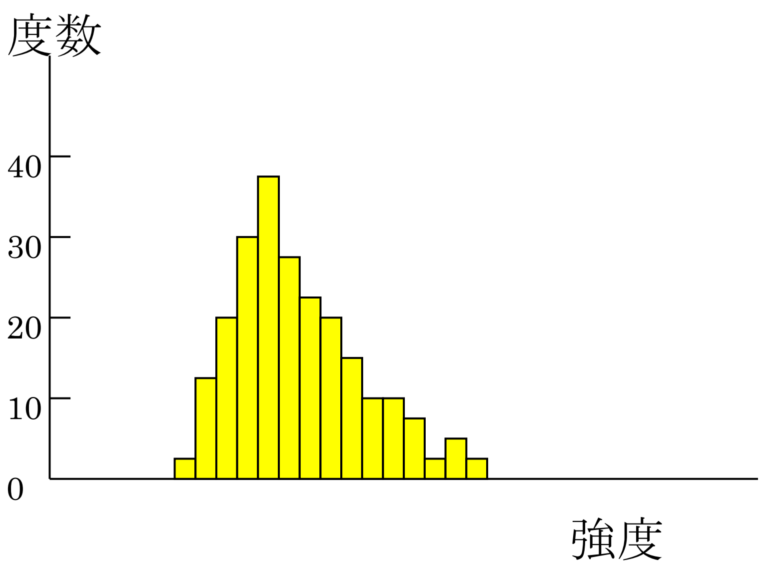
機械構造物の安全設計とは

- 設計部位について最大応力＜許容応力を満足すること
- 最大応力→材料力学もしくは有限要素法による求める
- 許容応力→材料強度／安全係数

配管設計の例







教科書に見る安全率

鵜戸口，川田，倉西共著「材料力学」1973年

．．．荷重の見積もりや応力計算の不正確さ，使用条件判定の不確実性，材料の不均一性や欠陥などに対する懸念から，計算上応力が各破損の限度に達するまでにある程度の余裕を見込んでおかないと安全とはいえない．そこで所要の許容応力を

$$\text{許容応力} = \frac{\text{基準強さ}}{\text{安全率}}$$

で与え，材料の基準強さと許容応力の比を安全率と呼んでいる．すなわち，余裕を与えるための係数が安全率であって，その値は普通1より大きく採る．

設計における破壊の回避

<table>
<tr><th>設計基準</th><th>破壊機構</th><th>対応</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Design by Rule
ASME Sec Ⅰ& Ⅷ (Div1)</td><td>延性破壊、脆性破壊、疲労</td><td>安全係数
（材料の許容応力）</td></tr>
<tr><td>クリープ</td><td>寿命管理係数</td></tr>
<tr><td>腐食</td><td>腐食代+上限温度</td></tr>
<tr><td>Design by Analysis
ASME Sec Ⅷ (Div 2)</td><td colspan="2">解析による設計（許容範囲を拡大）</td></tr>
</table>

材料の許容応力＝材料の規定最小強さ／安全係数

引張強さに対する安全係数とは

ASMEの安全係数4から3.5への引き下げの正当性の説明から

1） 実績から

安全係数α＝４の50年間、安全係数αに起因する損傷事故はなかった。

実は安全係数は、学術的根拠に基づいて決められているわけではない！

安全係数の変遷

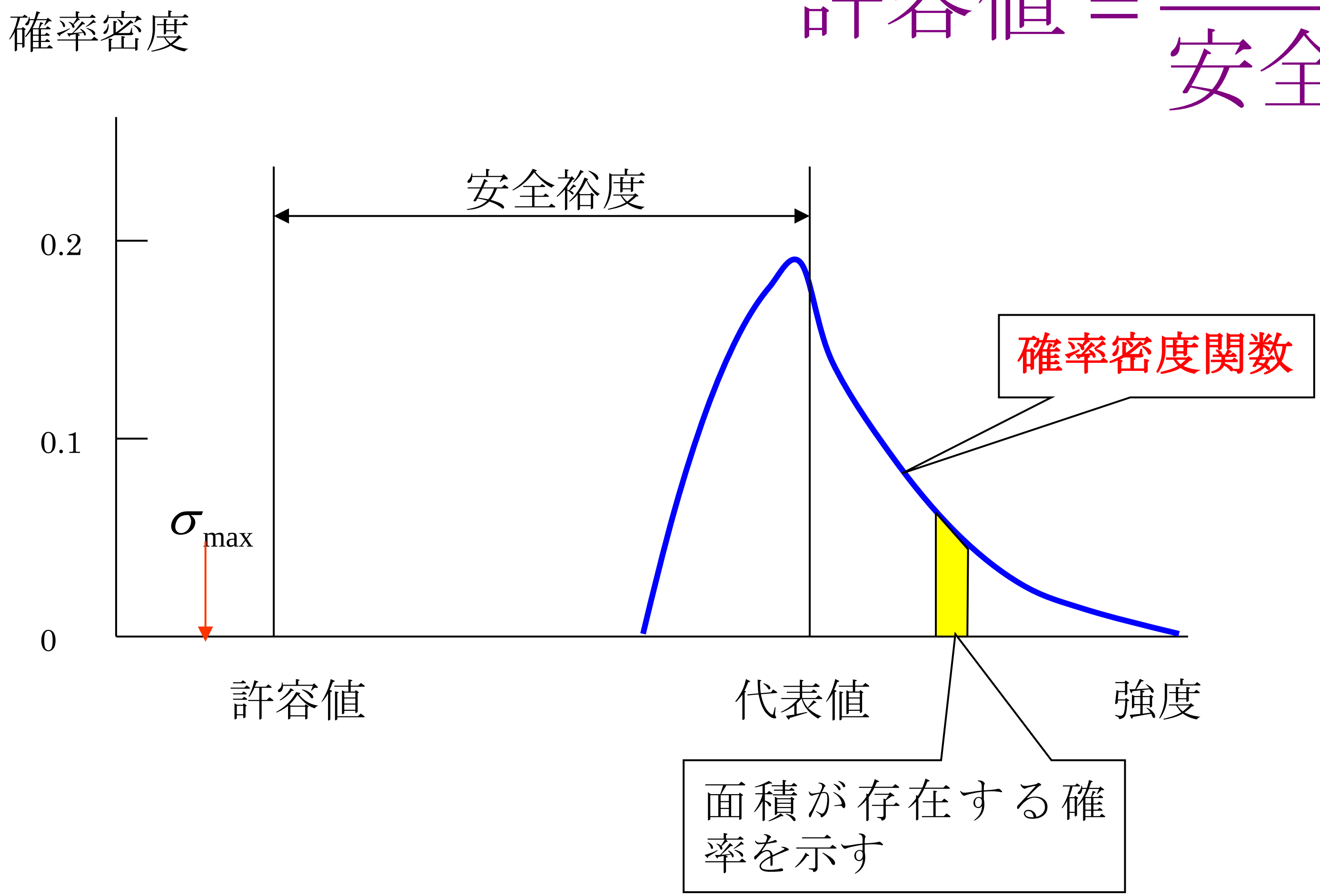
安全係数	ASME	国内法規
α	10 （1925年以前） 5 （1925年） 4 （1943年）*1 3.5 （1999年→現在）*2 2.4 （新設）*2	4 （1960年代→現在） 3.5（一部） 2.4 （検討中）
β	1.6 1.5 （1975年→現在）	1.6 1.5 （2000年→現在)

*1　戦時下、戦略物資（材料）を保護するという国家的要請によって5から4に引き下げた。

*2 欧州連合規格(CEN) がEUの勢力拡大に伴い強大化し、国際競争の中、安全率が高いことは、分厚い容器を設計せざるをえないことであり、コストの点で競争力を失うことを意味する。ASMEの安全係数αの引き下げは、CENとの競争を意識したものである。

設計のプロセス

$$許容値 = \frac{代表値}{安全係数}$$



確率変数の取り扱い(1)

確率変数(random variable)

$$X$$

累積分布関数(cumulative distribution function, CDF)

$$\Pr[a < X \le b] = F(b) - F(a)$$

確率密度関数(probability density function, PDF)

$$f(x) = \frac{dF}{dx}$$

$$\Pr[x < X \le x + dx] = F(x + dx) - F(x) = f(x)dx$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

正規分布の特性

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right\} \Rightarrow N[\mu_x, {\sigma_x}^2]$$

$\phi(u)$

$N[0,1^2]$ のことを標準正規分布と呼ぶ ⇒ 分布関数を標準正規分布関数という $\Phi(u)$

$$U = \frac{X-\mu_X}{\sigma_X}$$ の変数変換をすると $N[0,1^2]$ に変換される

標準正規分布関数

$$\phi(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{1}{2}u^2\right\}\Rightarrow N[0,1^2]$$

$$\Phi(u)=\int_{-\infty}^{u}\phi(x)dx$$

$$\Phi(-3)=0.0013$$

$$\Phi(-2)=0.0228$$

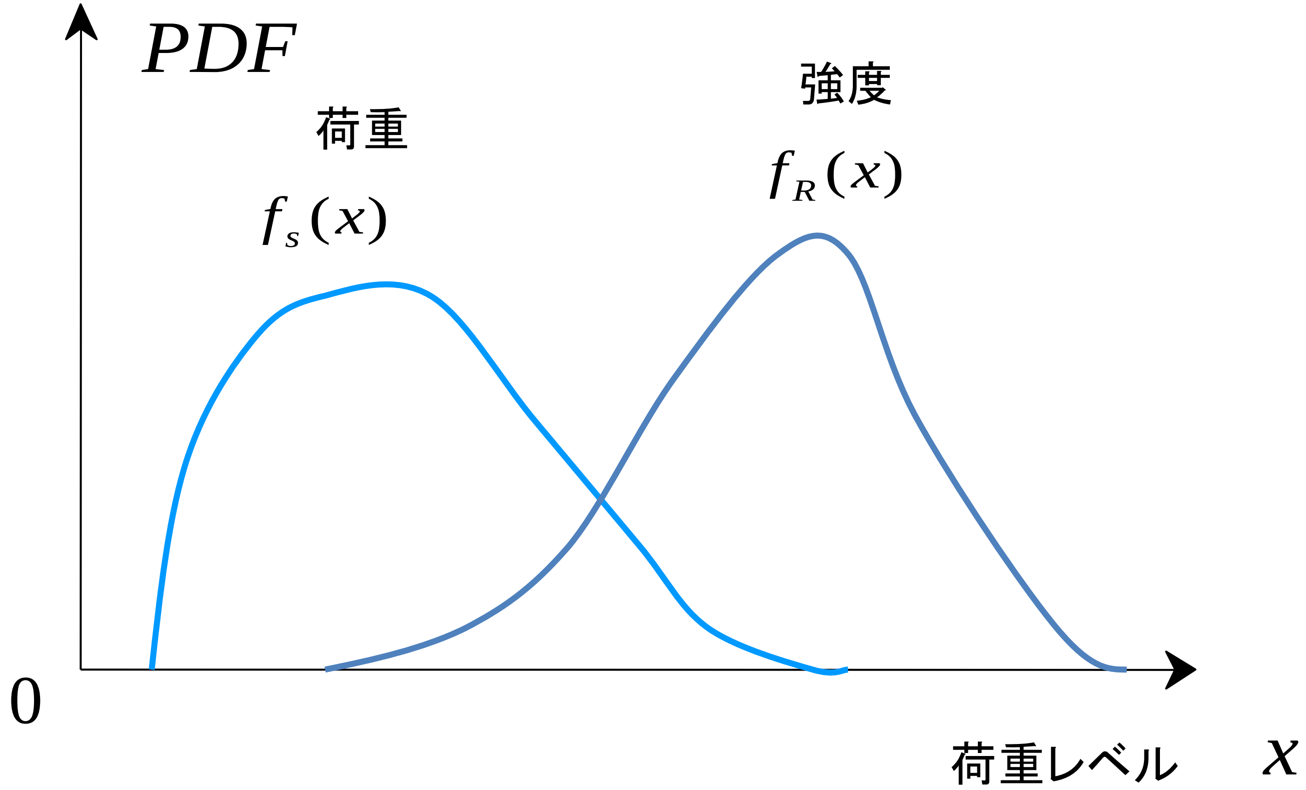
$$\Phi(-1)=0.1587$$

$$\Phi(0)=0.5$$

$$\Phi(1)-\Phi(-1)=0.683$$

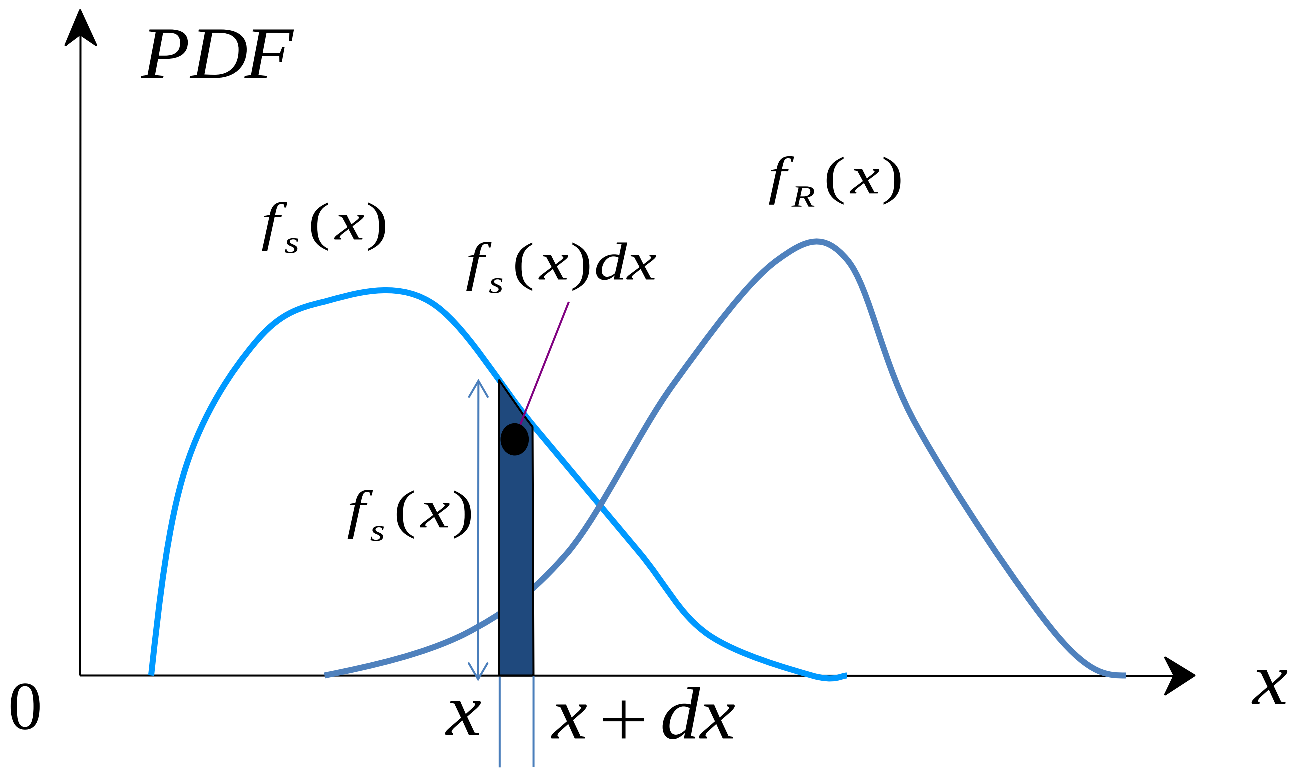
⇒ 常識として覚えておくこと

確率密度関数からの破損確率の誘導



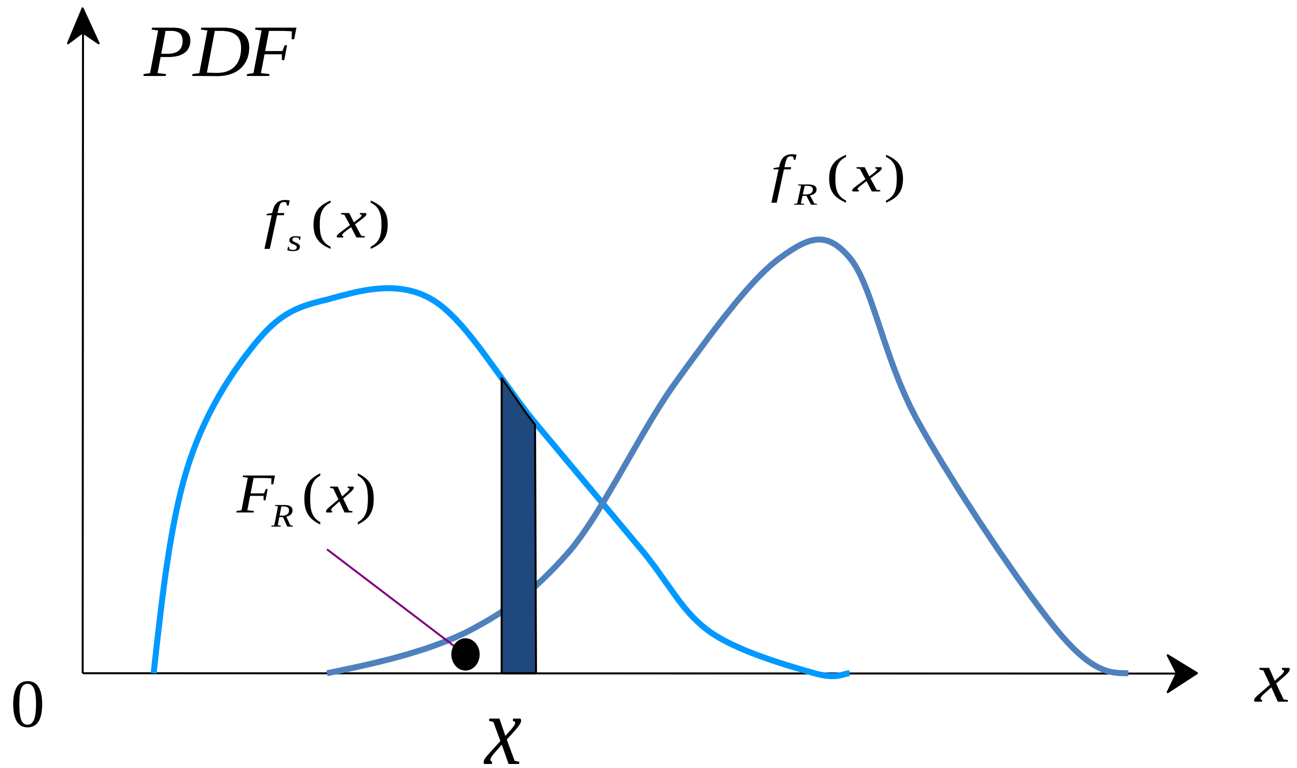
考え方1

荷重レベルが$x < X \leqq x+dx$に存在する確率は?



考え方2

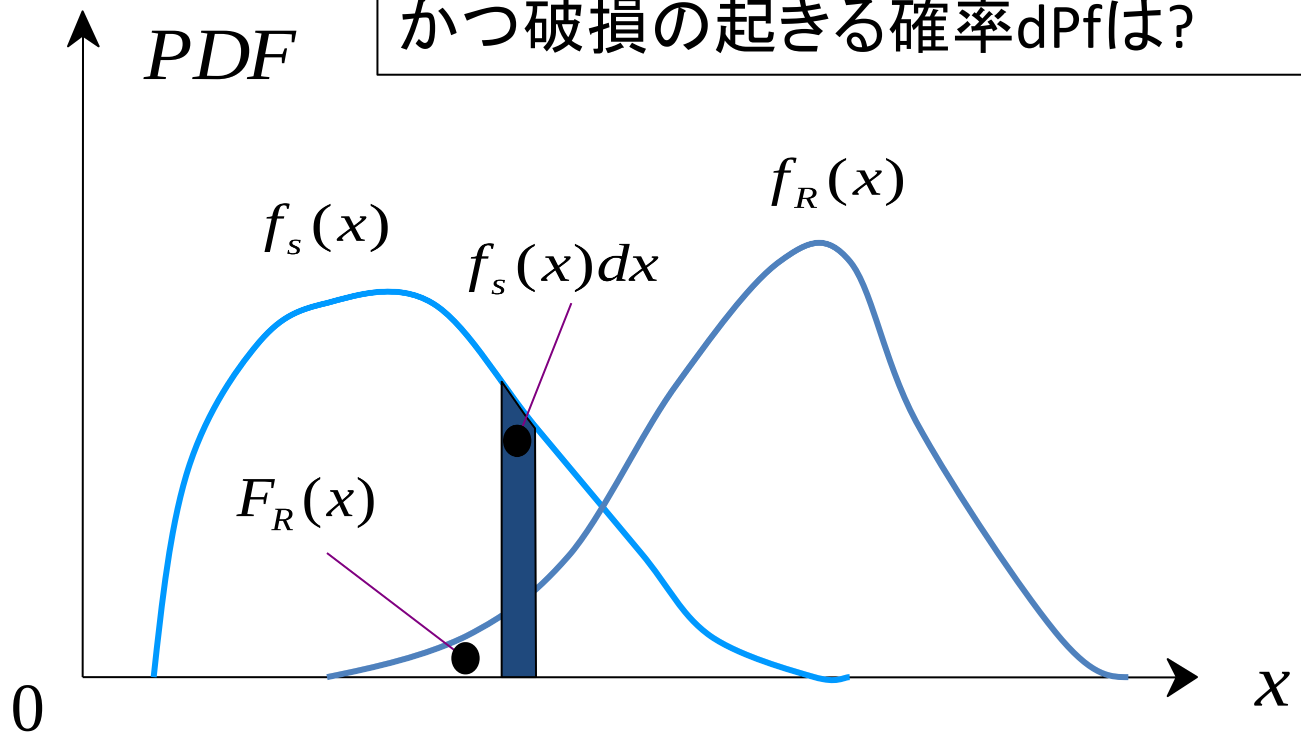
荷重レベルがx のときの破損確率は?



$$\mathrm{Prob}[\, R \le x] \quad \Rightarrow \quad \int_0^x f_R(x)dx = F_R(x)$$

考え方3

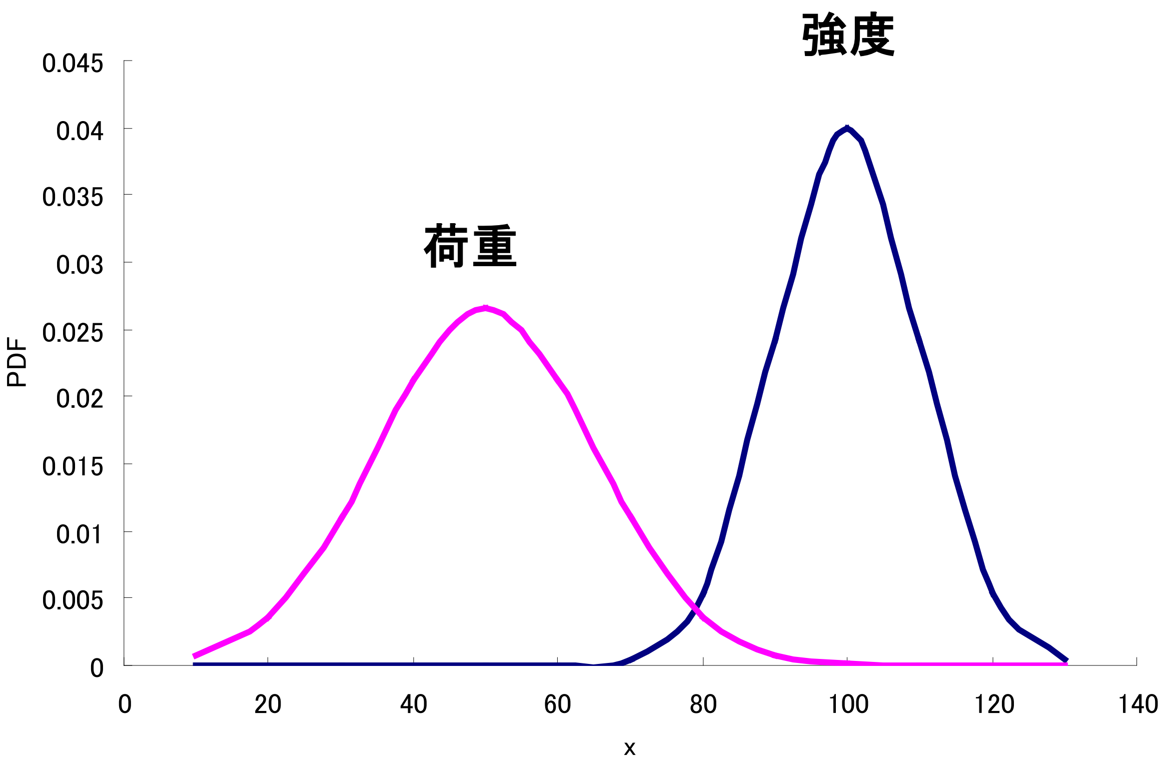
荷重レベルがx<X≦x+dxにあり、なおかつ破損の起きる確率dPfは?



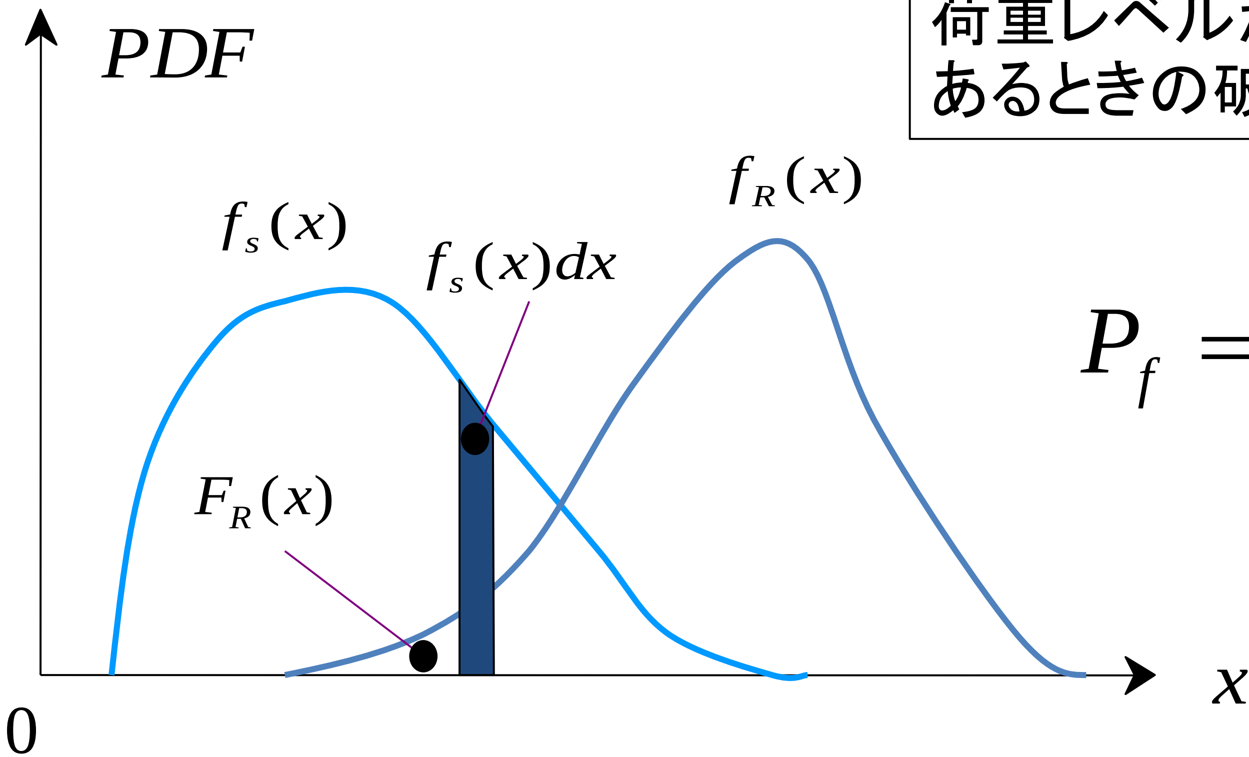
$$dP_f = F_R(x) \cdot f_S(x)dx$$

荷重と強度が正規分布するとき

課題:
荷重が$N(\mu_S, \sigma_S^2)$、強度が$N(\mu_R, \sigma_R^2)$のとき破損確率を求めよ



考え方4



荷重レベルがあらゆるレベルにあるときの破損確率の総和は?

$$P_f = \int_0^\infty dP_f\,dx$$

$$P_f = \int_0^\infty F_R(x) f_S(x)dx = \int_0^\infty \left\{\int_0^x f_R(\xi)d\xi\right\} f_S(x)dx$$

考え方

$$P_f = \int_0^{\infty} F_R(x) f_S(x) dx$$ ⇒ 計算むずかしい!

そこで覚えておくと便利な法則

荷重Sが$N(\mu_S, \sigma_S^2)$、強度Rが$N(\mu_R, \sigma_R^2)$のに従うとき
R-Sは$N(\mu_R - \mu_S, \sigma_R^2 + \sigma_S^2)$に従う!

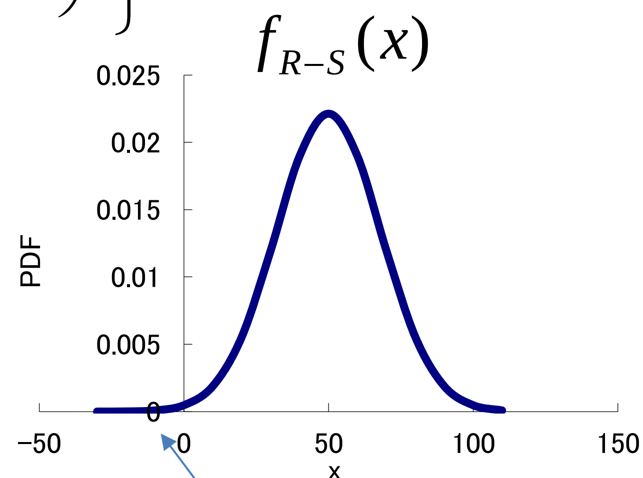
$$\mu_{R-S} = \mu_R - \mu_S \qquad \sigma_{R-S} = \sqrt{\sigma_R^{\ 2} + \sigma_S^{\ 2}}$$

⇓

このとき、Pfを$\Phi(x)$を用いて表現せよ

$F_{R\text{-}S}(x)$の誘導

$$f_{R-S}(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{R-S}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_{R-S}}{\sigma_{R-S}}\right)^2\right\}$$



$$F_{R-S}(x)=\int_{-\infty}^{x} f_{R-S}(\xi)d\xi$$

変数変換 $\quad y=\dfrac{\xi-\mu_{R-S}}{\sigma_{R-S}}$

$$F_{R-S}(x)=\int_{-\infty}^{(x-\mu_{R-S})/\sigma_{R-S}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{y^2}{2}\right\}dy$$

$$\boxed{P_f=F_{R-S}(0)=\Phi\left(-\frac{\mu_{R-S}}{\sigma_{R-S}}\right)=1-\Phi\left(\frac{\mu_{R-S}}{\sigma_{R-S}}\right)}$$

安全係数と破損確率の関係

$$P_f = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R{}^2 + \sigma_S{}^2}}\right)$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{\mu_R / \mu_S - 1}{\sqrt{(\mu_R / \mu_S)^2 \cdot (\sigma_R / \mu_R)^2 + (\sigma_S / \mu_S)^2}}\right)$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{f_c - 1}{\sqrt{f_c{}^2 \cdot \eta_R^2 + \eta_S^2}}\right)$$

安全係数を破損確率と結び付けることが可能

f_c:中央安全係数、η_R、η_S:強度と荷重の変動係数

$$\text{変動係数} = \frac{\text{標準偏差}}{\text{平均値}}$$

← ばらつきの指標

信頼性設計の考え方

安全係数と荷重･強度のばらつきから破損確率を評価し、設計の基準とする考え方

今後の設計概念のあるべき方向性

信頼性設計の例

設計目標 ⇒ $P_f \le 10^{-3}$ $\eta_R, \eta_S \to given$

$\boxed{\text{課題} \quad f_C \text{ を決定}}$

$$P_f = 1 - \Phi\left(\frac{f_c - 1}{\sqrt{f_c^{\ 2} \cdot \eta_R^2 + \eta_S^2}}\right) \longrightarrow \Phi\left(\frac{f_c - 1}{\sqrt{f_c^{\ 2} \cdot \eta_R^2 + \eta_S^2}}\right) \ge 0.999$$

$$\left(\frac{f_c - 1}{\sqrt{f_c^{\ 2} \cdot \eta_R^2 + \eta_S^2}}\right) \ge \Phi^{-1}(0.999)$$ 数表より3.090

η_R, η_S	0.05	0.1	0.2
f_C	1.25	1.58	2.88

リスク概念とは

日本流

危険 | 安全

欧米流

危険 | | 安全

毎日新聞　2010年4月27日

（第3種郵便物認可）　毎日新聞　2010

もんじゅ 検出器故障
5月再開ずれ込みも

日本原子力研究開発機構（原子力機構）は27日、高速増殖炉「もんじゅ」（福井県敦賀市、運転停止中）で、原子炉補助建物地下1階にある2次系ナトリウム漏えい検出器が故障し、部品を交換したと発表した。ナトリウム漏れや環境への影響はないが、故障原因によっては5月上旬の運転再開がずれ込む可能性もある。

原子力機構によると、検出器は614台あり、故障したのは、配管の周りの空気を採取して漏えいを調べるための1台。27日午前0時ごろ、空気を送るファンのモーターが過熱して停止し、故障を示す警報が出た。原子力機構は、ナトリウム漏えいが一時的に監視できず安全を保てなくなったとし、保安規定で定める運転上の制限を逸脱したことを国に報告。ファンとモーターを新品に交換した。故障した部品は09年5月に交換していた。

原子力機構敦賀本部の森将臣広報課長は「運転再開の行程に影響はないと考えている」。経済産業省原子力安全・保安院の原山正明・新型炉規制室長は「立ち入り検査で原因と対策を確認できなければ、運転は再開できない」としている。福井県の西川一誠知事は、原子力担当の幹部を集めて対応を検討している。

ナトリウム漏えい検出器を巡っては、施工ミスなど不具合が相次ぎ、保安院が08年に全数点検を指示し、運転再開が延期された。反原発団体「若狭連帯行動ネットワーク」の松下照幸さん(61)＝福井県美浜町＝は「検出器のトラブルが収まらないのは原子力機構の組織としての取り組み方に問題があり、改善されていない証拠だ」と話している。【酒造唯】

一個の機器の故障＝システムの故障としてしまうと何が起きるのか

直列系の信頼度

$$R_S = \prod_{i=1}^{n} R_i \qquad F_S = 1 - R_S = 1 - \prod_{i=1}^{n} R_i$$

仮にRi=0.999,n=614のとき

$$R_S = 0.999^{614} = 0.541$$

$$F_S = 1 - 0.999^{614} = 0.459$$

個々の機器の信頼度が0.999であったとしても，システム信頼度は0.541まで低下!

安定した継続運転は困難ということになるのではないか？

検出器を増やすと漏洩検知の可能性は高くなるものの，システム信頼度は著しく低下

信頼性工学的視点が不可欠！検出器数の最適化を図る必要有り

「もんじゅ」準備停止命令…年度中再開、困難に

ツイートする　おすすめ 7　チェック　携帯に送る　?

日本原子力研究開発機構の高速増殖炉「もんじゅ」で見つかった大量の点検漏れ問題で、原子力規制委員会は30日、原子炉等規制法に基づき試験運転再開の準備を停止するよう同機構に命令した。

規制委事務局である原子力規制庁の桜田道夫審議官が、同機構理事長代行の辻倉米蔵副理事長に命令書を手渡した。

命令は安全管理体制に重大な欠陥があるとして、試験運転再開の準備の停止のほか、機器の点検・保守管理や組織体制の改善も指示している。

今回の命令で、同機構が目指していた今年度中の試験運転再開は、大幅に遅れることになる。また同機構の鈴木篤之理事長はこの問題で、17日に引責辞任している。

命令書を受け取った辻倉副理事長は、「深くおわびする。命令を真摯(しんし)に受け止め、対応したい」と話した。

(2013年5月30日12時24分　読売新聞)

原子力、もんじゅ、の
今日の困難な事態を
他山の石とし、宇宙分
野において統計リテラ
シーを強化しておくこ
とが極めて重要

構造信頼性でよく出てくる分布形

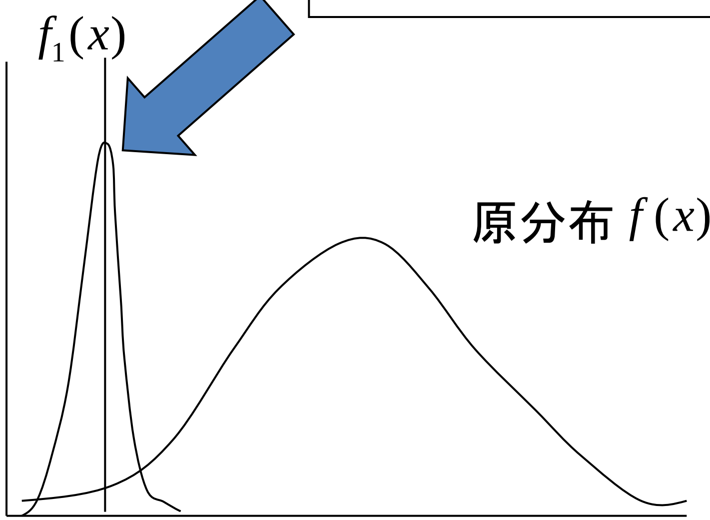
正規分布	引張強さ、降伏点、疲労限度、定常過程のサンプル点(中心極限定理)
対数正規分布	疲労寿命。多数の因子が積の形で寄与するとき対数正規分布に近づく(中心極限定理)
ワイブル分布	故障分布の表現。変動係数は形状母数のみの関数となる
二項分布	1回の試行での生起確率pが与えられたとき、n回中m回生起する確率の分布
ポアソン分布	出現確率が極めて小さい事象が極めて多数の試みのうちで起こる回数の分布。二項分布でp→0,n→∞の分布
指数分布	信頼度の時間関数
レーレー分布	狭帯域定常過程の極値の分布(ワイブル分布の特別な場合)
ガンマ分布	α、βの変化に対する形状変化の自由度が大きい。
極値分布	強度の最小値の分布、欠陥の最大値の分布など

最小値の分布の考え方

脆性材料の強度→最小値の分布(Weakest Link Model)

1個の強度分布が

n個の部品で構成される製品の分布は?



$f_1(x) \leftarrow f(x)$ から誘導可能

$F_1(x)$の意味 ------------- n個の最小値がx以下である確率

$1-F_1(x)$の意味 ------------- n個のサンプルの全てがx以上となる確率

$$\therefore 1-F_1(x)=(1-F(x))^n \quad \text{-------------} \quad (1)$$

微分

$$\therefore -f_1(x)=n(1-F(x))^{n-1}\cdot(-f(x)) \quad \text{-------------} \quad (2)$$

現実に観察される現象は、nが十分に大きな統計的現象

⇩

nが十分に大きくなった極限で近づく分布を漸近分布と呼ぶ

$f_1(x)$ が高い値を持つ領域 $\Rightarrow$ $F(x) << 1$

F(x)の裾野形状
のみで決まる

従って

$$\therefore 1-F_1(x)=(1-F(x))^n=\exp[\underbrace{\log\underbrace{(1-F(x))^n}_{1-nF(x)}}_{-nF(x)}]\approx\exp[-nF(x)] \text{ ------------ } (3)$$

$$\because \log(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\cdots$$

裾野の分布形としては2種類のものが重要

(1)指数関数型

(2)べき乗型

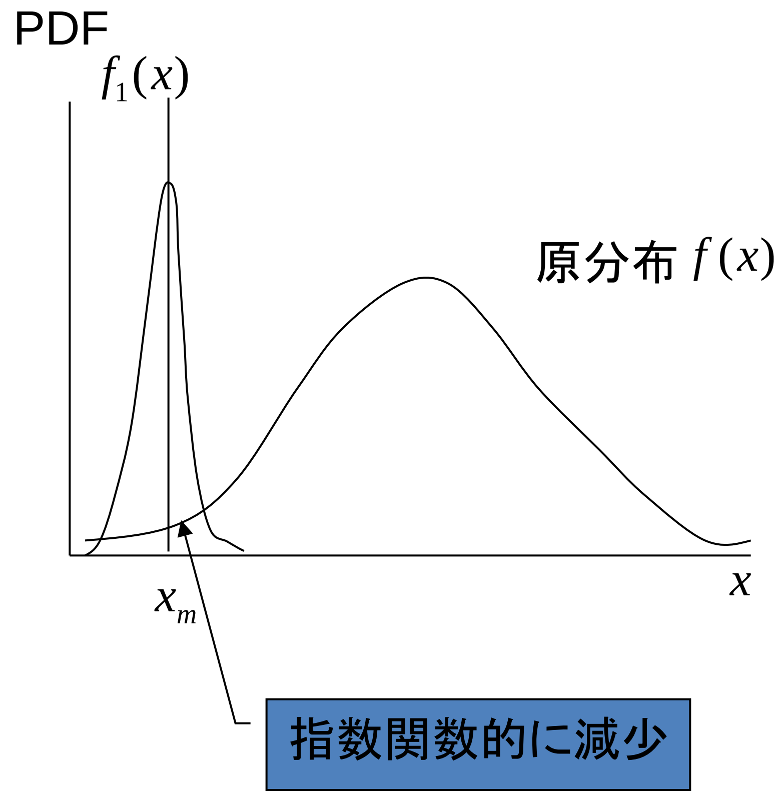
(1)指数関数型

f1(x)の最大に関心があるため、
最頻値xmに注目する

$$F(x) = F(x_m)\exp\left(\frac{x - x_m}{\xi}\right) \quad (4)$$

x=xmにてF(xm)を通過する指数関数

最頻値より $\left.\dfrac{df_1}{dx}\right|_{x=x_m} = 0$



(4)→(3)の後、1階微分でf1(x)求まる

さらに上式の最頻値の条件より $F(x_m) = \dfrac{1}{n}$

$$F_1(x) = 1 - \exp\left\{-\exp\left(\frac{x - x_m}{\xi}\right)\right\} \quad (5)$$

最小値の第一漸近分布 or 二重指数分布 → $x_m = F^{-1}\left(\dfrac{1}{n}\right)$ から求まる

(2)　べき乗関数型

変数xに下限x0があり、F(x)の立ち
上がり部が

$$F(x) = (x - x_0)^{\varepsilon}$$

に従うとき。式(3)に代入して

$$F_1(x) = 1 - \exp\left\{ -\left(\frac{x - x_0}{\xi} \right)^{\varepsilon} \right\}$$

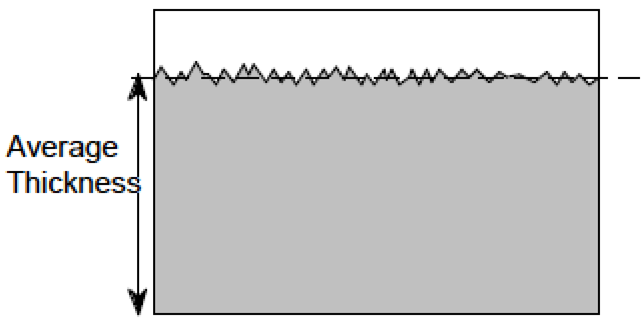
ただし、ξ は、
$n = \left(\frac{1}{\xi} \right)^{\varepsilon}$ となるように定める

つまり三母数ワイブル分布

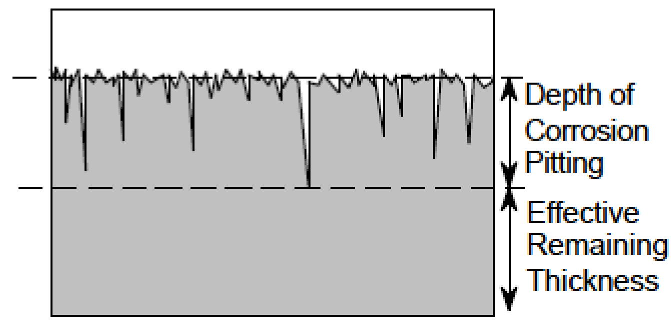
⇒ 最小値の第三漸近分布と呼ぶ

最大値分布が必要になる場合

石油タンク底板の減肉量の測定



Uniform Corrosion



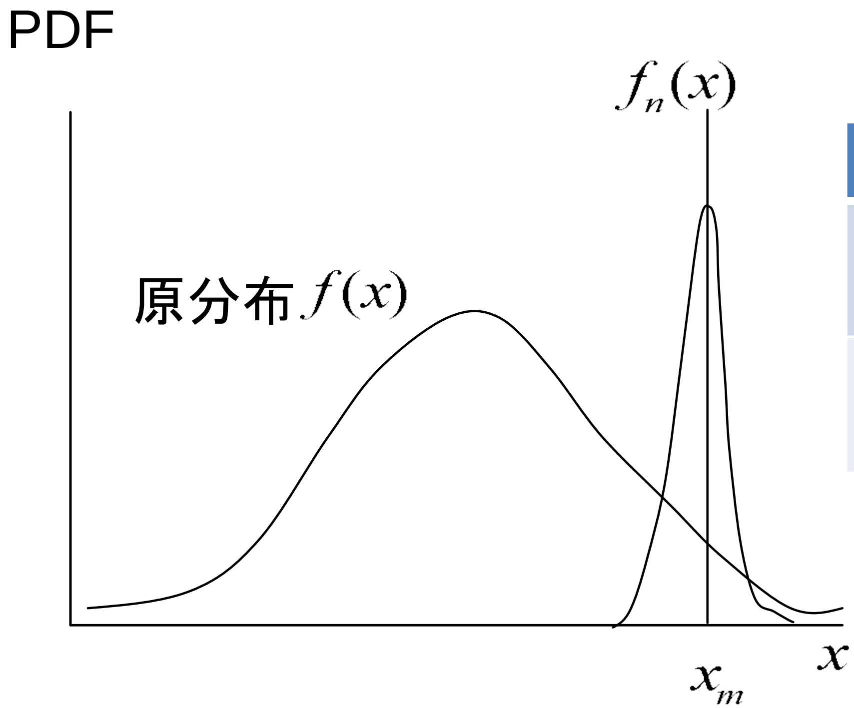
Non-uniform Corrosion

全面腐食であればサンプリング検査の平均値でも問題なし

局部腐食の場合には、サンプリング値が最大値であるという保障はない

極値統計学による評価を適用

最大値分布



裾野形状	分布名
指数関数型	Gumbel分布 第一種極大値分布
べき乗型	Frechet分布 第二種極大値分布

参考1

$F_1(x)$ の意味 ------------- n個の最大値がx以下である確率

$F_1(x)$ の意味 ------------- n個のサンプルの全てがx以下となる確率

$$\therefore F_1(x) = F(x)^n \qquad \text{-------------} \quad (1)$$

微分

$$\therefore f_1(x) = nF(x)^{n-1} \cdot f(x) \qquad \text{-------------} \quad (2)$$

現実に観察される現象は、nが十分に大きな統計的現象

nが十分に大きくなった極限で近づく分布を漸近分布と呼ぶ

$f_1(x)$ が高い値を持つ領域 ⇨ $1-F(x) << 1$

1-F(x)の裾野形状のみで決まる

従って

$$\therefore F_1(x) = (1-(1-F(x)))^n = \exp[\underbrace{\log(\underbrace{1-(1-F(x))^n}_{1-n(1-F(x))})}_{-n(1-F(x))}] \approx \exp[-n(1-F(x))] \qquad \text{------------} \quad (3)$$

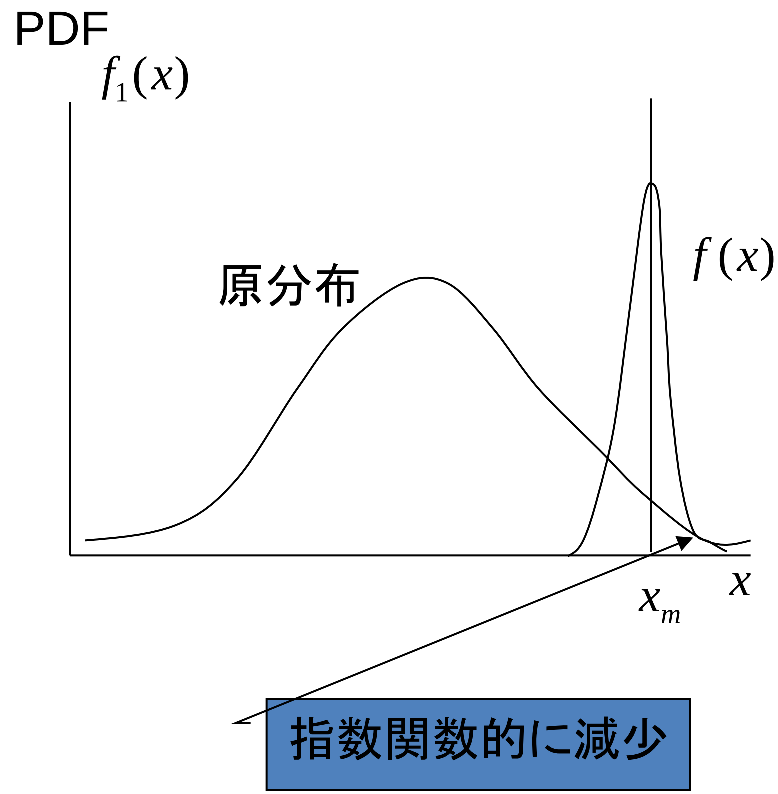
$$\because \log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots$$

大きい側の裾野の分布形としては2種類のものが重要

(1)指数関数型

(2)べき乗型

(1)指数関数型



f1(x)が最大となるところに関心があるため、最頻値xmに注目する

$$1-F(x)=F(x_m)\exp\left(\frac{x-x_m}{\xi}\right) \quad (4)$$

x=xmにてF(xm)を通過する指数関数

最頻値より $\left.\dfrac{df_1}{dx}\right|_{x=x_m}=0$

(4)→(3)の後、1階微分でf1(x)求まる

さらに上式の最頻値の条件より ⇒ $F(x_m)=\dfrac{1}{n}$

$$F_1(x)=\exp\left\{-\exp\left(\frac{x-x_m}{\xi}\right)\right\} \quad (5)$$

最大値の第一漸近分布 or 二重指数分布 ⇒ $x_m=F^{-1}\left(\dfrac{1}{n}\right)$ から求まる